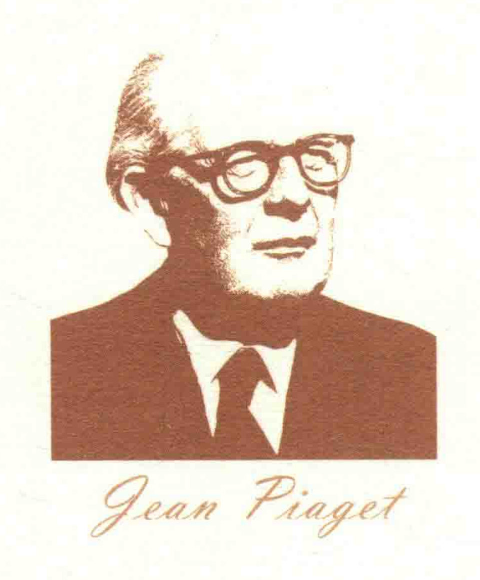




Jean Piaget

总主编　李其维　赵国祥

皮亚杰文集

Collected Works of Jean Piaget

第八卷（上）

本卷主编　胡卫平

河南大学出版社
HENAN UNIVERSITY PRESS



总主编 李其维 赵国祥

皮亚杰文集

Collected Works of Jean Piaget

（第八卷）

Volume Eight

数、因果性范畴及时间与某些物理概念的个体发生

（上）

Number, Causal Category, Time, and Some Physical Conceptions

(Part I)

主　编　胡卫平

副主编　王雨晴　杨艳云　陈　巍

河南大学出版社
HENAN UNIVERSITY PRESS
·郑州·

图书在版编目(CIP)数据

皮亚杰文集. 第八卷/李其维,赵国祥总主编;胡卫平分卷主编. —郑州:河南大学出版社,2020.9

ISBN 978-7-5649-4480-3

Ⅰ.①皮… Ⅱ.①李… ②赵… ③胡… Ⅲ.①皮亚杰(Piaget, Jean 1896—1980)—文集 Ⅳ.①B84—53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2020)第 190624 号

责任编辑 马 博 陈林涛 解远文

责任校对 李 云 展文婕

封面设计 马 龙

出 版 河南大学出版社

地址:郑州市郑东新区商务外环中华大厦 2401 号 邮编:450046

电话:0371—86059701(营销部) 网址:hupress.henu.edu.cn

排 版 河南大学出版社设计排版部

印 刷 河南瑞之光印刷股份有限公司

版 次 2020 年 12 月第 1 版 **印 次** 2020 年 12 月第 1 次印刷

开 本 787 mm×1092 mm 1/16 **印 张** 99.25

字 数 2223 千字 **定 价** 735.00 元



李其维，1943 年生，江苏滨海人，华东师范大学终身教授；享受政府特殊津贴；曾任上海市心理学会理事长、中国心理学会副理事长。现为中国心理学会会士、上海市心理学会名誉理事长。加拿大维多利亚大学访问学者（1990–1991）、瑞士日内瓦大学高级访问学者（1999–2000），并受聘为日内瓦大学“皮亚杰文献档案馆基金会国际委员”（International Associate of the Foundation of Archives Jean Piaget）。

曾任《华东师范大学学报（教育科学版）》副主编（1996–2015）、中国心理学会《心理科学》主编（2009–2017）。

发表的主要论文：《对研究形式运算的“组合系统”和 INRC 群的方法论探讨》（《心理学报》，1989），《“认知革命”与“第二代认知科学”刍议》（《心理学报》，2008），《心理学的立身之本——“心理本体”及心理学元问题的几点思考》（《苏州大学学报（教育科学版）》，2019）。出版的专著：《论皮亚杰心理逻辑学》（1990）、《破解“智慧胚胎学”之谜：皮亚杰的发生认识论》（1999）；共同主编《皮亚杰发生认识论文选》（1991）；主持翻译“皮亚杰发生认识论精华译丛”（2005）和“当代心理科学名著译丛”（华东师范大学出版社，1999 年起）；共同主持翻译《儿童心理学手册（第 6 版）》（华东师范大学出版社，2009），并获第二届中国出版政府奖图书提名奖（2010）。

获国家教委和国务院学位办授予“做出突出贡献的中国博士学位获得者”称号（1991）、中国心理学会终身成就奖（2015）、中国科协全国优秀科技工作者荣誉称号（2016）。



赵国祥，博士、二级教授，河南大学、河南师范大学博士生导师。先后在华中师范大学、河南大学、华东师范大学获得学士、硕士、博士学位；1999年9月至2001年9月，在中科院心理所博士后流动站做研究工作。自2002年4月起，先后担任河南大学教育科学学院院长、河南大学副校长、河南大学常务副校长（正校级）、河南师范大学党委书记，第十三届全国人大代表。先后兼任中央组织部领导干部考试与测评中心专家组成员、教育部高等学校心理学教学指导委员会委员、教育部普通高等学校学生心理健康教育专家指导委员会委员、教育部中小学生心理健康教育专家指导委员会委员、中国心理学会候任理事长（2020）、河南省心理学会理事长、《心理研究》杂志主编；被评为享受国务院政府特殊津贴专家。

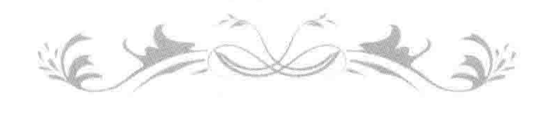
学术研究主攻方向：管理心理学与人力资源管理、心理健康教育。在《心理学报》《心理科学》《AIDS Care》等国内外学术刊物上发表论文80余篇；在中国社会科学出版社、高等教育出版社等出版《心理学概论》《管理心理学》《领导者个性论纲》《领导艺术》《领导心理研究》《管理心理学高级教程》《现代大学生心理健康教程》等19部专著、教材；承担国家级、国际合作、省部级科研课题14项；获国家级、省部级科研、教学优秀成果奖12项。

《皮亚杰文集》编委会

《皮亚杰文集》出版委员会

谨以本文集敬献
中国皮亚杰理论传播和研究的先驱者

艾　伟、高觉敷、黄　翼、左任侠、朱智贤、刘　范、卢　濬、胡士襄、
曹传詠、傅统先、朱曼殊、李伯黍、吴福元、李　丹、吕　静
等诸位前辈



出版说明

一、文集收录了皮亚杰公开出版或发表的著作、研究报告、演讲和回忆录,以及有关皮亚杰学术活动的采访记录。部分卷次在其附录中收录了少量其他学者对皮亚杰理论所做的述评。全部附录文本量占文集总量的3%左右。

二、文集对所循译的原初文本的选择方案是:原文为英文的或已有较成熟的英译版本的文本,从英文译为中文;原文为法文且未有英译本或英译本内容不完整的,从法文译为中文并保持文本的完整性。

三、曾经再版或经多次转载收录的文献,文集大多收录最近版本,并注明历次再版或转载的信息;少数文本虽有再版却没有实质性改动,为体现原始文献的完整性,酌情选择较早版本。

四、文集按照文本研究主题分别成卷,每一卷中各文本的排列顺序首先参照其主题之间的逻辑关联,并兼顾出版时间,综合考量以进行编排。

五、有少数英译本和法文原文标题不一致的文本,中译本参照所循译版本的表达。

六、原文引文部分、参考文献、脚注或尾注,在翻译时尽量保持原貌。

七、所涉及人名参照《世界人名翻译大辞典》(中国对外翻译出版公司,1993年版)做统一校订。已有中译本的文本,在收入文集时,也对其中译法不一致的人名、地名进行了统一校订。

八、原文作者的国籍按其当时所供职的学校、机构所在国家为准做标注。

九、文集校订并规范了一些学术用语的译法,如"格式"(schème,schèmes)和"图式"(schéma,schémas)在之前的英译本中被混淆为schema,在中译本中多被混淆为"图式",在文集中对这两个概念做了精确的区分和辨析;accommodation之前多被译为"顺应",文集中统一为"顺化",以与其同位概念"同化"(assimilation)及上位概念

“适应”(adaptation)有更好的对应和区分。

十、译者或编者勘校的原文笔误,统置页末脚注加以说明。

十一、对原文中的“主要人名索引”和“主要术语索引”做中英或中法对译,并尽量保持原貌。

《皮亚杰文集》虽未能收集皮亚杰的全部著述(所缺特别是皮亚杰用西班牙语和意大利语著述的少数文本,以及极少一部分无法获得版权的文本),但所收录文本覆盖了皮亚杰理论的各相关领域具有充分代表性的重要著作,这使得《皮亚杰文集》在体现皮亚杰理论体系的学术价值和整体性的意义上是完整的。

总目

卷目

导　读

回到最初的皮亚杰
——从物理量到因果性：范畴的个体发生研究

提起皮亚杰，人们总会想起他的睿智与博学。在他的身上，似乎可以加上各种头衔，如生物学家、哲学家、心理学家、教育学家等。阅读皮亚杰的著作，我们时常会被他广泛深厚的学术知识积累、学科间的交叉类比能力所折服。皮亚杰在20世纪60年代至70年代对心理学，特别是对发展心理学和教育学中的话语产生了相当大的影响。在他逝世20年后，他仍然在被引用最多的社会科学家排行榜上占据第三位，仅次于弗洛伊德和福柯[①]。皮亚杰对心理学研究的影响更是毋庸赘言。1975年，他被评为世界上被引用次数最多的心理学家[②]。2002年，他的排名仍然居高不下，仅次于斯金纳、弗洛伊德和班杜拉，排名第四[③]。然而在赞叹与钦佩的同时，人们似乎逐渐淡忘了究竟哪一个身份才是“最初的”皮亚杰，哪一个领域才是“纯粹的”皮亚杰研究。

事实上在研究初期，皮亚杰就为发生认识论确立了主攻方向：康德意义上范畴的个体发生研究。个体发生研究理应成为整个皮亚杰研究的主导。皮亚杰最重要的研究贡献就在于“为发生认识论确立了对康德意义上的范畴的个体发生研究为其内涵”[④]。但是这一研究主题并未得到足够的重视。

造成忽视皮亚杰范畴研究的原因是多方面的，皮亚杰本人似乎也应对这一现状负有责任。皮亚杰对范畴的研究并未同康德范畴体系建立起一一对应的联系，许多

① Kesselring, T. (1999). *Jean Piaget*. Munchen: Beck.

② Endler, N., Rushton, J., & Roediger, H. (1978). Productivity and Scholarly Impact (Citations) of British, Canadian and US Departments of Psychology (1975). *American Psychologist*, 33, 1064–1083.

③ Haggbloom, S. J., R. Warnick, J. E. Warnick, V. K. Jones, G. L. Yarbrough, T. M. Russell, and E. Monte (2002)."The 100 most eminent psychologists of the 20th century". *Review of General Psychology*, 6 (2), 139–152.

④ 李其维，弗内歇（2000）. 皮亚杰发生认识论若干问题再思考[J]. 华东师范大学学报（哲学社会科学版），(05)：3-10+73+123.

重要的范畴在皮亚杰的研究中并未涉及，同时对已研究的范畴也未能做出发生发展的细致刻画。皮亚杰的研究兴趣似乎容易受到当前研究问题的影响，“一定程度上，迷失了回到‘范畴研究’上的归家之路”[①]。

发生认识论是认识人类自身成长的重要工具，对发生认识论的深入研究必然要求回归其研究主题。回到皮亚杰最初为发生认识论确立的范畴研究，重构皮亚杰理论与康德范畴体系的联系，不仅对深入理解皮亚杰理论，同时对推动皮亚杰理论的现代发展都是十分重要的。

本卷选取了皮亚杰发生认识论范畴的个体发生研究著作 7 册和论文集 1 部，从儿童的因果概念、数概念、基本科学概念、力概念四个方面展示了皮亚杰在范畴的个体发生领域的原创性工作，希冀为读者深入了解发生认知论提供助益。

一、儿童的因果概念

皮亚杰一直对儿童如何建构因果概念保持着兴趣，他领导的国际发生认识论中心一直致力于因果性的研究。从早期对儿童因果概念发展阶段的研究到逐渐深入的发生认识论的哲学讨论，皮亚杰将因果关系研究向前推进了一个阶段。

（一）儿童因果概念的发展

《儿童的物理因果性概念》（*The Child's Conception of Physical Causality*）是皮亚杰关于儿童的物理因果性概念获得的阶段特征和发展变化规律的经典著作，本书采用了口语报告法、口头问答与实践操作相结合法以及临床实验法等研究方法来研究儿童对物理因果性概念理解的发展变化。本书共分四部分介绍了成长过程中儿童对自然现象和人造机械的物理因果性的不同观念。

第一部分关注儿童对运动的理解，分别探讨了儿童对空气及其运动方式的认识、对风和呼吸的理解、对云和天体运动的解释、对水流运动的认识、对力的界定以及运动和力的关系的理解。研究发现：与成人相比，儿童早期阶段的动力学有着更广泛的内涵和外延；而在认识的后期阶段，随着儿童逐渐意识到内在世界和自我意识的特殊性和差异性，他们对世界的概念性认识就被更机械的思维方式所取代。

第二部分关注儿童对现象预测与解释之间关系的理解。对于某些给定的物理情况，儿童是如何预测它的发展趋势的呢？对于已经发生的物理事件，儿童又会给出

---

① 李其维，弗内歇（2000）. 皮亚杰发生认识论若干问题再思考 [J]. 华东师范大学学报（哲学社会科学版），(05)：3-10+73+123.

怎样的解释？通过询问儿童对于船漂浮在水面的预测及其解释，探究儿童对于绝对重量和相对重量的理解的变化；通过询问儿童对于石块投入水中的预测和解释，来探究儿童对于重量和体积的看法；通过询问儿童对于影子问题的看法，研究儿童的逻辑（特别是逻辑关系）和物理学间的冲突。这些研究再次验证：儿童的思维由动力学理论演变为机械理论是一个普遍的过程，而这个过程可以根据年龄划分为不同阶段。

第三部分关注儿童对机械原理的理解。儿童对机械原理的解释是前因果性（pre-causal）的还是一种机械论的倾向呢？对机械原理的正确解释是来自对自然运动的解释还是相反？本部分分别考察了儿童对自行车原理的认识、对蒸汽机原理的理解和对机械运输工具（蒸汽机和汽艇、摩托和飞机等）原理的解释。之后试图探讨儿童对自然活动和机械作用之间关系的认识，认为7到8岁儿童的神秘人为主义开始减少并逐渐让位于技术人为主义，最后探讨了现代文明发展对儿童机械原理认识的影响。

第四部分探寻儿童思维和外在世界存在的关系，即儿童心理建构的过程。将儿童的心理建构分为事实建构、因果观念建构、法律观念建构和逻辑思维建构四部分。事实建构包括从现实主义到客观主义，从现实主义到互惠主义，从现实主义到相对论三个互补的过程。儿童对因果概念的演变过程与事实建构十分类似，他们的思维至少涉及17种因果关系类型。儿童的法律观念发展分为7、8岁之前，7、8岁至11、12岁和11、12岁之后三个阶段，其分类的标准是普遍性和必要性的关系。此外，作者还对儿童同化和模仿的心理机制进行了研究，最后在先前研究的基础上对逻辑思维发展进行阶段分析。

（二）因果关系的发生认识论解释

在《理解因果性》（*Understanding Causality*）一书的《前言》中，皮亚杰说道："关于因果性理解的发展性研究要比儿童运算发展阶段分期困难得多。"运算作为一种形式化的过程，它的发展必然遵循着某种内在逻辑，对这种形式化过程进行深入研究最终必然会发现其蕴涵的逻辑关系。但是对因果概念的理解更为复杂，因果概念的建构不仅依赖主体还依赖客体，是一个主客体互动的复杂运算过程。尽管对因果性概念的研究更为困难，但是皮亚杰对因果概念的建构问题进行了发生心理学的解释和讨论，为因果关系研究提供了新的思路。

对因果关系的哲学讨论不能不提到休谟（Hume）。对休谟因果关系的简单讨论也有助于我们更好地理解皮亚杰的观点。罗素（B. Russell）认为"近代的因果关系哲学

便是自休谟开始的"[①]。休谟的因果关系理论是从知觉开始的。根据知觉进入意识时的强烈程度和生动程度的不同，休谟将知觉分为印象与观念两种类型。如果一种事情 *A* 的出现总是和另一种事情 *B* 的出现联系在一起，那么人们就会毫不迟疑地在事件 *A* 出现后预言事件 *B* 的出现。这时我们称 *AB* 间存在因果关系。需要指出的是，这里所说的联系不是"真实的联系"，而是人们"想象中的联系"。

与休谟不同，皮亚杰认为动作或活动是理解因果关系的起点。"我们的研究需要从活动开始。"[②]休谟对因果关系的认识从经验主义出发，否认除知觉之外的一切，这就否认了因果关系的客观实在性。皮亚杰既承认主体，也承认客体，因果概念是主客体在活动的过程中逐渐建构起来的。休谟认为因果概念来自于人的本能，是一种先验的存在，这必然忽视了因果关系形成的机制，看不到因果概念的建构是人类认识不断进步的结果。皮亚杰认为人的认识"从来就没有什么绝对的开端"[③]，而是必然经历从较贫乏的认识向较丰富的认识的过渡。因果概念的建立是人的认识发展到较高阶段的产物，这一观点无疑具有更多合理因素。

二、儿童的数量概念

《儿童的数概念》(*The Child's Conception of Number*) 和《儿童对物理量的建构和发展——守恒和原子论》(*The Child's Construction of Quantities: Conservation and Atomism*) 均于 1941 年以法文出版。在之前的著作中，皮亚杰对儿童思维的概念进行了深入分析。在这一部分，皮亚杰与合作者英海尔德（B. Inhelder）将关注点集中在探讨思维产生的机制上，研究儿童如何将实际生活中的感知－运动组织进运算系统，这些运算产生了数、连续的量、空间、时间和速度等范畴。

需要指出的是，皮亚杰关于数概念发展的理论得到了学界的广泛关注。不同国家的研究者在各自文化背景下进行了重复实验，验证了皮亚杰理论的正确性，同时也提出了许多新的观点，丰富了儿童数概念的研究。

（一）与逻辑运算有关的数的建构

数概念的建构是一个内容庞杂的问题，在《儿童的数概念》中，皮亚杰主要探

---

① 罗素（2015）. 西方哲学史：下卷（马元德译）. 北京：商务印书馆，217.

② 皮亚杰（1981）. 发生认识论原理（王宪钿等译，胡世襄等校），北京：商务印书馆，22.

③ 皮亚杰（1981）. 发生认识论原理（王宪钿等译，胡世襄等校），北京：商务印书馆，17.

讨了与逻辑运算有关的数的建构问题。皮亚杰从三个方面阐述了儿童对于数概念的建构和发展。其一，了解连续量和非连续量的守恒以及相对应的整体不变性；其二，阐述基数与序数的一一对应形式；其三，借助加法组合与乘法组合的过程来探究儿童构建正整数概念的开端。皮亚杰认为数的建构阶段和逻辑的发展阶段是对应的，从以自我为中心的前逻辑阶段发展到理性的协调，儿童数概念的建构可以划分为三个阶段。处于阶段一的儿童，并没有形成数量守恒概念，他们更多的是处于一种需要凭借感知到的具体客体做出判断且不可逆的思维阶段。假如感知到的客体发生变化，那么儿童也会随之改变对问题的判断。鉴于该时期思维发展的局限性，儿童不可能完成数的建构过程。阶段二的儿童则处在一个潜在的过渡时期。这一时期的儿童同时具备基于感知和基于运算判断的能力，当然，更多的是一种徘徊状态。只要有一方能力占了优势，如感知判断，那么儿童便不会承认潜在的数量的守恒特征，更没有一一对应的形式。直到阶段三之后，儿童的思维才能够发展成为运算的、可逆的、守恒的，能够根据数的不同，做出一一对应和多重对应的判断，能够协调数的等价关系并进行加法和乘法的组合。儿童数概念的建构与包含的系统（逻辑类的层级）和非对称关系的系统（定性的系列化）的渐进发展有紧密的联系，数源于分类和系列化的运算的综合。这一研究结果对于解决基数和序数之间的关系问题提供了新的观点和思路。

关于基数和序数之间的关系一直存在争论。罗素就曾试图将序数与基数两者区别开来。罗素一方面将基数的概念定义为“类的类”，另一方面将序数的概念定义为“关系的类”。而以庞加莱（H. Poincaré）和布伦茨威格（L. Brunschvicg）为代表的反对方则坚持认为，整数的概念在本质上就是合成的，是不能随意将其简化的。然而，上述双方的争论似乎在皮亚杰的研究假设中被完美地避开了。皮亚杰认为，数在保持类的属性的同时又呈现出非对称关系。因此，数的来源已经不再是某种简单的逻辑运算，更多的是那些逻辑运算的联合、串联。数的本身也随之被定义为被调和的、难以简化的。这在一定程度上支持了庞加莱等人的观点。

在数学教学方面，皮亚杰在对儿童数的概念建构研究中所采用的实验方法以及他对实验结果的分析、阐述与评价，对于广大数学教育工作者在今后数学教学的设计、课程的评估中都有相当的借鉴启发意义。

（二）连续量的建构

儿童通过拟合类和关系的逻辑运算，建构了数的概念。在掌握了数的概念后，儿童如何将其概括化并运用于实际生活中遇到的连续数据（物质的数量、重量和体

积）上？换言之，数的建构如何转化为内涵的量化？

首先，数的建构与内涵的量化是完全不同的。数值概念与离散对象相关联出现，根据其等效性将这些离散对象组合为类，再根据它们的差异进行分类，或者通过这两个过程的融合进行类别化和序列化，这相当于将它们按相似的单位进行排列并进行计数。相比之下，内涵是一种连续体，它不是以离散对象的形式出现而是作为事物的一种不可还原的特征出现的。那么，研究的第一个问题是确定儿童如何从这些本来以现象为中心和以自我为中心的内涵中构造出广泛且可测量的数量。在试图解决这个问题时，立即会出现另一个问题，即物质数量、重量和体积的守恒问题（在相同的密度下），守恒既是一个条件，也是量化的结果。既然如此，儿童是如何获得守恒的原则，是来自经验的引导还是思想的建构？此外，儿童是如何掌握作为守恒和量化工具的原子论的？这也是一个重要问题。通过对儿童掌握守恒和原子论的阐述来研究内涵的量化还涉及更广泛的问题，即心理与客体之间的关系，或者心理活动与经验之间的相互作用问题。

针对上述问题，皮亚杰从以下五个方面开展了研究。

1. 儿童物质数量、重量和体积守恒的发展阶段

皮亚杰通过黏土变形、糖块溶解和玉米粒膨胀三个实验分别考察了处于不同年龄阶段的儿童对于物质数量、重量和体积守恒的认识。有趣的是，研究结果表明，儿童对于这些不同类型的连续物理量的认识轨迹都十分相似，具体发展过程如表 1 所示：

表 1　儿童获得连续量守恒的发展阶段

阶段Ⅰ（7－8岁）	儿童没有获得物质数量、重量和体积的守恒
阶段Ⅱ（8－10岁）	儿童获得物质数量的守恒，但是没有获得重量和体积的守恒
亚阶段ⅡA	数量的守恒只体现在特定的例子中，在其他的情形中无法体现
亚阶段ⅡB	儿童掌握所有情形下的物质数量守恒
阶段Ⅲ（10－11、12岁）	儿童掌握物质数量和重量的守恒，但没有掌握体积的守恒
阶段Ⅳ（11－12岁）	儿童掌握物质数量、重量和体积的守恒

2. 对体积守恒的理解与对重量守恒的关系

糖块溶解的实验证明儿童对体积守恒的理解先于对重量守恒的理解。从阶段Ⅱ到阶段Ⅳ，对守恒的理解逐渐转向原子论解释的儿童数量在增加。

3. 不同阶段的儿童对膨胀玉米粒的反应

处于阶段Ⅰ的儿童认为，随着物体体积的膨胀，物体的重量也随之增加。显然，处于阶段Ⅱ的儿童只明白数量上的守恒，但是仍不理解重量上的守恒。他们甚至会认为，物体的重量会随着体积的膨胀变大而减少，直到阶段Ⅲ儿童才同时获得了数

量和重量守恒。

4. 三种恒量的逻辑算数建构与物理建构的关系及出现时间

三种恒量的逻辑算数建构与物理建构紧密联系且伴随出现，但在时间上存在滞差。第四章、第十章和第十一章的实验表明，儿童不能同时将相同的形式或逻辑算数组合应用到物质数量、重量和体积这三个连续物理量上。显然，这三种恒量的逻辑算数建构与物理建构在儿童思维的发展进程中存在时间上的前后差异。

5. 儿童在组合实验中的反应

儿童在组合实验中的反应与守恒的四个阶段对应。第十二章的组合实验表明：在阶段Ⅰ的儿童处于感知运算阶段，他们无法理解任何组合规律。处于阶段Ⅱ的儿童则可以很好地掌握重量守恒规律，并能够在确保相等重量的条件下，独自完成组合、替换。当然，这一时期的儿童还是以归纳分析为主，尚未达到逻辑分析阶段，他们还无法将组合替代能力进行延伸。在阶段Ⅲ，儿童的思维基于一般等价的组合逐渐变得严密，并且不再以纯粹的分析为基础，儿童也可以将之应用于不同形状对象的组合上，他们在附加组合方面开始取得成功。阶段Ⅳ的儿童已经掌握了体积和重量这两个不同概念，他们已经摆脱归纳分析的束缚，能够灵活地使用逻辑演绎的方法阐述各种可替代规律。

三、儿童的基本科学概念

《儿童的运动和速度概念》(*The Child's Conception of Movement and Speed*) 是儿童发展系列研究的一部分，并与《儿童时间概念的形成》(*The Child's Conception of Time*)、《儿童的空间概念》(*The Child's Conception of Space*) [①] 等共同构成了皮亚杰有关基本科学概念发展的研究系列。时间、运动和速度三个概念相互联系，密切相关。运动和速度是时间概念的后续研究。关于时间、运动、速度的研究可以为数学教学，其他通识课教学提供科学指导。

（一）儿童时间概念的形成

与空间认知相比，儿童对时间的认知显得更为困难。这是由于时间本身的特点，对时间的认知要求儿童具有更高的抽象思维能力和认知活动水平。由于时间没有直观的形象，不能被人们直接感知，所以对时间的理解必须通过各种媒介物被间接地

① 本书收录于第九卷。

觉察。与其他概念相比，时间概念更为抽象。其次，时间具有单维性，是不可逆的。时间总是从前往后流动着的。因此对时间的感知与运动、速度有密切关系。对时间的感知不仅受到客观因素的影响，还受到主观因素的影响。例如，当人们从事一项厌烦的工作时，个体会感觉到时间变得十分漫长；反之，当人们对当下从事的活动十分感兴趣时，则会感觉时间变得短暂。时间概念的上述特点，都给儿童认知时间带来了困难。

在《儿童时间概念的形成》一书中，皮亚杰使用设计精巧的实验系统研究了儿童时间认知的特点，探讨了儿童时间概念的发展建构过程。先前的研究表明，儿童时间概念的形成并不是其依靠自身经验自然产生的，而更多的是源自于他们从成人那里习得的有关时间的知识。本书中皮亚杰采用群组研究的方法，对儿童时间概念形成中有关时间的持续、暂停以及时间的连续性问题进行了研究。

全书由三个部分组成：第一部分（第一、二章）对以往有关儿童时间概念形成的实验室研究所取得的成果进行了讨论，同时涉及儿童在事件的时间排序与时间估计时所使用的方法。第二部分（第三到八章）主要聚焦于时间的一些物理属性，包括时间的顺序性、同时性、同步性、时间的结束与延续以及时间的测量等。第三部分（第九、十章）更多地侧重研究时间具有的心理属性，强调人们对于时间的主观感受与理解，包括不同年龄的儿童对时间主观理解的差异性以及主观感受时间的持续与组织问题。本书不仅从发展心理学的角度对儿童时间概念的形成进行了研究，还涉及以爱因斯坦理论为基础的时间物理属性以及以柏格森哲学理论为基础的时间心理属性的讨论。这些研究对教育活动中进一步理解和指导儿童时间概念的习得具有重要意义。

皮亚杰关于儿童时间概念的研究也引起了其他学者的兴趣，在不同文化中的重复性实验都验证了皮亚杰的结论。但也有研究者从不同的角度开展相关研究，提出了新的理论观点。莱文（I. Levin）认为 9 岁以前的儿童不能依据事件的开始时间和结束时间推断出时距并不意味着他们没有做出这种判断的能力[①]。儿童之所以没有依据规则做出相应判断，是因为受到了外界无关刺激的干扰。莱文开展的相关时间认知实验证实了她的观点。毫无疑问，这些关于儿童理解时间概念的实验丰富和完善了相关研究，加深了人们对儿童时间认知的理解。但是皮亚杰在儿童时间概念方面做出的独特的开创性贡献仍然值得不断学习和研究。

---

① Levin, I. (1982).The nature and development of time concepts in children: The effect of interfering cues. In W. J. Friedmaned (Eds.), *The Developmental Psychology of Time* (pp. 47–86). New York: Academic Press.

（二）儿童运动和速度概念的形成

《儿童的运动和速度概念》可以被看作"皮亚杰有关儿童时间和空间概念研究之后的一个延续"①。皮亚杰使用大量设计精巧的实验研究了儿童运动和速度概念的形成过程，丰富并加深了人们对运动与速度概念发生发展的认识。

在序言中，皮亚杰强调了研究儿童运动和速度概念发展的重要性。皮亚杰认为运动和速度的概念涉及数学及通识科学的教学领域。如果可以准确了解这些概念的发展，即心理和逻辑上建构和生成的机制，那么对于数学乃至通识科学的教育领域都具有重要的意义。但是，运动和速度概念发展研究的重要性并不局限于此，其更重要的意义在于可以从运动和速度概念发展的视角来描述儿童从直觉思维（intuitive thinking）到运算思维（operational thinking），即从对信息的感知到逐步形成推理的发展过程。由此可以看出，皮亚杰的研究不仅注重理论的实际应用，同时更为注重对儿童心理发展规律的深度理论考察。

皮亚杰对儿童掌握运动与速度概念的关注与爱因斯坦有密切关系。1928年爱因斯坦在瑞士达沃斯主持第一届哲学与心理学国际会议，在演讲中他提出几个问题：人们对时间的理解是与生俱来的还是后天习得的？儿童是如何建立时间和空间观念的？儿童是如何判断物体快慢、如何理解速度的？这引发了皮亚杰对儿童时间、运动与速度等基本科学概念形成的关注。1946年，皮亚杰相继完成了《儿童时间概念的形成》和《儿童的运动和速度概念》，从儿童发展心理学的视角对物理学大师爱因斯坦当年提出的问题作出了系统的回答。

在《儿童的运动和速度概念》中，皮亚杰将研究问题聚焦在儿童运动和速度概念从前运算系统（pre-operational system）发展到运算系统（operational system）的过程。皮亚杰从位置顺序、位置改变、定性速度、定量速度四个方面系统研究了儿童运动和速度概念的发展，并在此基础上提出了儿童运动和速度概念发展的六个运算系统，即位置运算系统、位移运算系统、同步位移运算系统、相对位移和同步位移运算系统、外延运算系统以及测量运算系统。皮亚杰强调了儿童的泛灵论（有意识且有目的地移动物体）、目的论（所有的运动都有目的）和物力论（运动存在内在动力或者创造力）在理解运动和速度概念中的作用。皮亚杰认为儿童关于运动概念的发展起源于对顺序概念的发展。前运算阶段的儿童发展出以"超越"为依据的速度直觉，根据运动物体空间或时间顺序的改变来判断物体的运动快慢。当儿童具备了运算能力后，才能发展出定量的速度概念。此时儿童能够将速度理解为空间距离和时间之

① Hermelin B. (1970). [Review of the book *The Child's Conception of Movement and Speed*, by Jean Piaget]. *The British Journal of Psychiatry*, 117: 463–464.

间的关系，并采用路程长度和时间的比率来量化速度。

四、儿童的力概念

《力观念的形成》（*La Formation de la Notion de Force*）和《力的组合与向量问题》（*La composition des forces et le problème des vecteurs*）均于1973年以法文形式出版。借由这两本书，我们得以了解儿童关于力的概念的形成过程。

（一）力观念的形成

皮亚杰认为可以将物理学中使用的概念分为两类，第一类是复合概念，由相对基础和相对简单的观念组合（composé）。例如速度就属于复合概念，它比位移空间和时长的概念更为复杂。第二类是组合材料概念（composants），人们预先假定它们的出现先于前一类概念。复合概念实际可能以多种方式由组合材料概念组成，并与组合材料概念保持着可变动的关联。与组合材料概念相比，复合概念表现得更稳定。从心理发生学角度来看，显见的复合概念有时更为原始，对应着未分化的多种直觉；尽管复合概念更为复杂，但发挥的作用却更为基础。至于力的观念，相对而言也是“复合的”，它或许是某种更复杂、更复合的观念进行分化和重新组合的结果，而这种（更复合的）观念，也许正是时空动量 *mve*（*m* 指质量，儿童称其为“重量”；*v* 指速度；*e* 指位移空间），它与“运动”（action）这一物理量的性质相似。运动是多价的概念，它能以不同方式自行分解，并引出其他观念（例如冲量、功、能量以及力）。多价观念的概念性整体包含某种必然的守恒性，它独立于元素之间的各项关联，或部分之间的各种排列。因此，在科学思维的发展过程中，整体观念是初级的，其他观念均从属于它。同时，从心理发生学的角度来看，整体观念是原始的、未分化的，这同样源自它的整体性。随着实践和逻辑的不断发展，整体性概念逐步走向分化和协调过程。

《力观念的形成》围绕因果关系解释展开儿童力观念的发展研究。皮亚杰首先使用心理形态学的术语来界定主体的运动，进而分析“运动”这一物理量的形成。第二章研究儿童从同时具备时空属性的 *mve* 动量发展到力的观念的路径。作为第二章的补充，第三章分析小球下落后的重新上升问题。第四章描述儿童对启发式的问题（在斜坡上，向上位移一节车厢，是否比牵制车厢停在原地需要更多的力？）给出的应答。第五章采用简单的运动传递的术语研究能量传递的问题。第六章研究惯性的反作用，第七章比较动量或冲撞（choc）形成的运动和惯性运动之间的不同。为了同

上述诸多情况形成对照，第八章描述只有机械力介入的情形；在这种前提下，研究者很难从被试儿童的活动中获得有效信息。

（二）力的组合与向量问题

力是一种向量，因此研究儿童力概念的发展需要从向量的角度开展研究。《力的组合与向量问题》关注的不是儿童理解力的方向的问题（这一问题在《碰撞和推动过程中移动物体的方向》中已有研究），而是研究两个或多个力量在方向和强度变化时力的组合。在观察两个儿童各用一根绳子拉动一个放在地上的大包裹的实验中，很容易看出当两个儿童平行前进且彼此距离靠近时拉力将会较大，而当每个儿童以45° 角拉动绳子时，所形成的90° 的角距离将减少每个人的拉力。这就是向量的平行四边形法则，也是皮亚杰在《力的组合与向量问题》中关注的主要问题。

第一章以物理中经典的垂直悬挂砝码拉动矩形木板上的小木板的实验，通过让儿童预测、解释并观察不同组合的砝码悬挂在绳子上时所产生的拉力的大小，了解儿童对弹簧上同方向的砝码拉力的相加性认识的过程。

第二章研究的问题与第一章类似，但采用新的装置——通过引导儿童预测、解释并观察信件秤托盘上不同组合的砝码通过支撑托盘的小棍在柔软材料中的下陷程度的方式，进一步验证第一章得出的对相同方向的力的相加性的认识过程。

第三章与第一章所研究的问题一致，但其区别在于实验设计上的些许差别——该实验采用重量相同的一对砝码组分别从相反方向的两侧垂下以牵拉平台中间的橡皮筋，从而形成对称性平衡，以此对儿童认知反向力的相加性的过程进行探索。

第四章与第五章是对第三章内容的延伸，但在这两章中，为进一步了解因果性在儿童认知中的发展过程，研究人员分别在垂直方向和水平方向上加入了第三个力。因此，第四章虽然采用了与第三章基本相同的实验装置，但在两个砝码（A 与 A'）的中间加入了第三个砝码 B，以探寻垂直方向上三个纵向力之间的相互作用（需要注意的是，这三个力并非总是保持完全对称的状态）；第五章则旨在探究儿童对水平方向上的三个自然下垂的砝码之间的平衡问题的认识过程。

第六章、第七章和第八章则提出该研究的中心问题，即探究两个方向和强度不同的力的组合。在两种不同的实验范式和情况下（第六章和第七章），研究人员要求被试对实验结果进行简单预测并给予解释，并在接下来的实验中进行各种验证（第八章）。第六章、第七章通过改变实验装置，探讨了形象性装置在主体研究活动成功与否中所起到的作用，这既是对之前实验的验证，亦引发了新的思考。第六章不再

使用常规实验中的矩形表面，而是采用了圆形表面。第七章则更进一步采用仅存一条对称轴的半圆形表面。通过关注力与力之间的角度变化，可以了解儿童对对称与非对称两种状态下力的方向的认识过程。相较于前面几章，第八章更加注重对儿童在力的认识的发展过程方面的验证和讨论。其以磁铁为例，在儿童自行操作磁铁一定时间的前提下，通过引导儿童做出的预测与最初解释，并判断儿童处于何种阶段，而后又对接收到新的信息与经过持久稳定的教育活动后的儿童进行观察，评估其所做出的解释发展到何种水平。

第九章作为本书的收官之章，重点考察与探讨了儿童对力的合成的认识。研究人员旨在通过橡皮筋、弹弓游戏和弯游戏等的类实验游戏，获悉儿童对合力的判断（合力大小、方向、相互作用）及其判断方式的内在机制。

上述收录的著作带领我们回到最初的皮亚杰，从物理量到因果性，重访了皮亚杰发生认识论中的范畴及其个体发生。这对于我们理解皮亚杰学术思想的“纯粹之处”及其对整个发展心理学的意义提供了有益的知识图谱，正如 Overton（2008）指出的那样：

> 承认“以人为中心”（person-centered）的观点是必要的综合要点，也是生物学和社会文化观点的综合要点，唯一最重要的价值是它拯救了心理学，特别是发展心理学，使其免于成为生物学的附属品，或者成为文化、话语、叙事或计算机科学的附属品。普赛克（Psyche）最初指涉的是“灵魂”(soul)，后来又指涉了“心灵”(mind)；如果心理学不想再次失去理智——就像它在行为主义占统治地位的时代所做的那样——那么，保持心理主体（psychological subject）作为行动的中心是必要的，以免对生物、文化和话语等进行解释性的简化。①

陈　巍

2020 年 8 月 12 日

① Overton, W. F. (2008). Embodiment from a relational perspective. In W. F. Overton, U. Müller, & J. L. Newman (Eds.), *Jean Piaget symposium series. Developmental perspectives on embodiment and consciousness* (p. 1–18).Taylor & Francis Group/Lawrence Erlbaum Associates.

儿童对物理量的建构和发展

——守恒和原子论

〔瑞士〕让·皮亚杰　〔瑞士〕巴蓓尔·英海尔德　著
王雨晴　李　瞳　王敏帆等　译
王振宏　衣新发　审校

儿童对物理量的建构和发展——守恒和原子论

法文版 *Le Développement des Quantités Physiques chez l'Enfant: Conservation et Atomisme*, Neuchâtel（Switzerland）: Delachaux et Niestlé S. A., 1941.

作　者 Jean Piaget, Bärbel Inhelder

英文版 *The Child's Construction of Quantities: Conservation and Atomism*, London: Routledge and Kegan Paul, 1974.

英译者 Arnold J. Pomerans

王雨晴 李　瞳 王敏帆等　译自英文

王振宏 衣新发 审校

内容提要

如果说皮亚杰的终身研究可以用几个同心圆来界定的话，其最核心的圆是范畴研究——本书就是皮亚杰关于物理学范畴研究的一例。阅读此书，可以追随皮亚杰和英海尔德的视角，借助儿童在系列实验中的反应对一些具体问题的回答，窥见发生认识论的蛛丝马迹。

为了详述儿童对物理学范畴中的物理量的发生和发展，他们在开篇就提出了三个基本问题：（1）儿童怎样从现象学和自我中心化主义出发，以物质数量等内涵特征的建构为发端，逐步建构并量化重量和体积这些外延特征？（2）儿童怎样获得了数量、重量和体积的守恒？是经验引导还是儿童通过自己的心理建构引导？（3）儿童是怎样获得原子论的？又是如何将原子论作为守恒和量化工具的？

皮亚杰和英海尔德对这些问题的回答则详细体现在一个又一个有相互联系的系列实验中，借着一个又一个儿童对实验者相似问题的回答，我们似乎可以看到儿童对原子论自发且逐步精细化的过程，也可以从儿童对物理认识发生的角度，体验到他们对心理和物理世界之间的关系，或者就心理活动和经验之间的互动关系中，建构了自己内心的物理范畴。

本书包含①守恒，②从守恒到原子论，③压缩、解压和密度以及④形式组合和建构四个方面的主题，使用六种实验任务：①黏土球形状的改变。②糖块溶解于水。③玉米粒、水银柱膨胀或酒精蒸发。④对大小不同的同质和异质物体的排序。⑤等长等高不等宽的各色铜棒的相互替代，等重的黄铜棒、铅块、碳板、干蜡、铁块和黏土球的相互替代。⑥比较三个不同色、摆放姿态不同的铝制圆筒中的水量；比较形状和体积相同重量不同的铝筒、铜筒和铅筒；对不同重量和形状的对象进行等价；对不同组别中的同质对象进行等价；对两个或三个不同种类的对象进行同时比较，等等。

本书的具体内容可以概括为如下五个方面：

1）儿童对物质数量、重量和体积守恒的理解和获得，表现为四个不同的发展阶

段。

在黏土变形、糖块溶解和玉米粒膨胀的实验任务中，考察了不同年龄的儿童对物质数量、重量和体积守恒的理解及其对物质由颗粒构成的原子论解释的朴素萌芽。通过不同实验任务得到的结论大同小异，研究发现儿童对三种不同种类的物理量守恒的理解及获得，遵循了相似的发展轨迹和路线。

整个发展过程可以区分为四个不同的阶段：在阶段Ⅰ（平均七岁或者八岁），儿童没有掌握物质实质或者数量的守恒，也没有掌握重量和体积的守恒。到了阶段Ⅱ（大概八岁到十岁），儿童就会获得物质数量的守恒，但是没有获得重量和体积的守恒。在亚阶段ⅡA，物质数量的守恒只体现在特定的例子中，而在其他的情形中无法体现出来；到了亚阶段ⅡB，儿童则认可了所有情形下的物质数量守恒。到了阶段Ⅲ（大概十岁到十一、十二岁），儿童就掌握了物质数量和重量的守恒，但还是没有掌握体积的守恒。最后，到了阶段Ⅳ（从十一岁到十二岁末），儿童就掌握了所有这三种类型的守恒，而且会有意识地将物质数量的概念归于重量和体积。

2）发展阶段与年龄阶段相对应，对体积守恒的理解与对重量守恒的理解密切相关。

糖块溶解的实验不仅再次证实了上述四个阶段的存在与每一年龄阶段相对应，而且也证明儿童对体积守恒的理解总是与对重量守恒的理解密切相关这一事实，但反之却不成立。不仅如此，从阶段Ⅱ到阶段Ⅳ，逐渐转向原子论解释的儿童数量在增加。

3）处于不同发展阶段的儿童对玉米粒膨胀的反应。

阶段Ⅰ的儿童认为物质和重量随着物体的膨胀而增加。阶段Ⅱ的儿童获得了物质守恒，但是没有获得重量守恒，并认为重量由于膨胀或者颗粒的胀大而减少。更多阶段Ⅲ和阶段Ⅳ的儿童发现了重量的守恒和体积的增加。阶段Ⅲ的儿童采用了原子论的解释，将膨胀归因于颗粒自身，认为每个颗粒都是独自膨胀的；而阶段Ⅳ的儿童，则产生了体积恒定的基本颗粒的解压观点。有关温度计的实验证实了这些阶段的连续性，但是对于这点，儿童仅在“滴”或者“球”的类似表征中表达出了对原子论组成的理解。

4）三种恒量的逻辑算数建构与物理建构紧密联系且伴随出现，但在时间上存在滞差。

第四章、第十章和第十一章的实验都表明，儿童并不能同时将相同的形式或逻辑算数组合应用到数量、重量和体积这三个基本的物理量上，这些与对应的守恒运算一样，在发展上也表现出了某些类似的时间滞差。另外，需要指出的是，序列化的实验研究也为解释这些时间滞差带来了曙光：数量、重量和体积在儿童的行动（动作）和知觉上分别留下了不同的印象，以至于儿童对于体积和重量的理解比对物

质数量的理解保持在自我中心主义和现象论的层面上要更为长久一些。再者，对于重量等价的组合研究表明，没有物理的守恒也就没有心理逻辑上的守恒。

5）被试在组合实验中的反应与四个阶段对应。

第十二章的组合实验表明：在阶段Ⅰ没有任何形式的组合，儿童完全不能理解可替代规律。到了阶段Ⅱ，在重量相等的前提下，儿童可以成功地进行组合替代，但是他们还没有将组合替代延伸到不同形状物体的组合上。此阶段的儿童仍然以归纳分析为基础，而不是以逻辑为基础，在进行附加组合替代时仍然有非常明显的阻力。这是重量和体积开始分离的阶段，也是详细阐述可替代规律的第一步。在阶段Ⅲ，开始出现形式机制：儿童的思维基于一般等价的组合开始严密起来了，并且不再以纯粹的分析为基础，他们也可以将之应用于不同形状对象的组合上，儿童在附加组合方面开始取得成功。在阶段Ⅳ，体积与重量完全得以分离，所有的组合都仅以体积为基础进行，儿童通过演绎法可以将可替代规律详述出来。

总之，本书关于物理范畴的发生认识论得出如下重要结论：（1）关于物理特性的逐步量化表明数量与物理特性的量化是交织在一起的。（2）儿童并非通过直觉的方法逐渐提高其心理逻辑的水平，儿童的逻辑运算并非出现在逻辑学描述的那种判断中，而是出现在一般系统的形式中，是一个能够与其他（组合）协调整合，且能在两种方向上（可逆性）进行的实际行动（动作）中。（3）时空或物理运算具有与逻辑运算相同的形式结构，都可以以定性的形式出现，具有纯粹的内涵量化并进行外延或量度的量化，但具有相当不同的运算意义。（4）原子论产生于逻辑内的划分和替代，是数量化的原型，其唯一目的是解释守恒。（5）所有的建构都包含着类别的内含物，关系的序列化、数字、部分等；且物理和逻辑运算是同时源自行动（动作）得以建构的。整个群集化的历史是渐进的去中心化的过程，是一个现象主义得以逐步修正的过程。

王雨晴

目　录

序

在早期的著作中[①]，我们试图说明儿童如何通过将类和关系的逻辑乘法拟合为一个可运算的整体，进而构造数概念。就结果而言，他们能够根据单元的建构和迭代将逻辑或内涵量（通过部分与整体之间的简单关系进行表征）扩展为数值或可度量的量。

现在，有一个量甚至比数或度量单位更通用的数量，就是外延量。数和度量单位只是外延量的特殊例子，在外延量中以部分比较为特征，并没有指定度量单位。

我们将在本书中研究的是这种连续量的建构。为此，我们认为最好将自己限制在物理量化问题上，以至于本书的标题也许应该是《儿童对材料量的建构》（*The Child's Construction of Material Quantities*）。在其中，我们将不再处理时间、速度和空间这样的基本物理量，我们希望在以后的研究中续写这些基本量。在本书中，我们聚焦在儿童对物理量的建构上，研究在儿童掌握了逻辑学和数学的观念后，又如何设法将其概括化并将其应用于自己遇到的主要材料数据（物质的数量、重量和体积）上。

尽管这个问题似乎范围有限，但实际上，它提出了一个非常广泛的问题，即对内涵的量化，因此也正是对外部世界的智慧组织的量化。

首先，内涵的量化与数的建构完全不同。数值概念与离散对象相关联出现，这些离散对象根据其等效性组合为类，根据它们的差异进行分类，或者通过这两个过程的融合进行类别化和序列化，这相当于将它们按相似的单位进行排列并因此进行计数。相比之下，内涵是一种连续体，它不是以对象的形式出现而是作为事物的一种不可还原的特征而出现的，这要归功于主体的特定行动（动作）。因此，物质的实质性是可以提取的物品的主要特征，而体积是可囊括或者可包含的主要特征。我们的第一个问题是确定儿童如何从这些本来以现象为中心和以自我为中心的内涵中构造出广泛甚至可测量的数量。

---

① 皮亚杰和斯泽明斯卡：《儿童的数概念》，劳特利奇与基根 · 保罗，1952。

现在，在试图解决这个问题时，我们立即面临另一个问题，即物质，重量和体积的守恒（在相同的浓度下），因为很明显，守恒既是一个条件，也是量化的结果。既然如此，我们想知道儿童如何获得守恒的原则，是经验引导还是自己的思想建构引导？此外，我们还必须研究与最后一个问题紧密相关的另一个问题，即原子论作为守恒和量化的工具。原子论，不亚于定量不变性（守恒）的发现一样，也需要讨论实验数据的作用以及演绎在物理量宇宙中的作用。

通过建立守恒的物理原理并通过儿童对原子论的逐渐和自发的阐述来研究内涵的量化，提出了更广泛的问题，即心理与客体之间的关系，或者心理活动与经验之间的相互作用。

如果我们量化内涵，则我们迟早必须对其进行测量。现在，测量物质的唯一方法是通过其重量，体积和密度（然后通过其质量等）。当我们测量了一个物体的重量时，我们很快学会不相信自己的肌肉印象，而是依靠天平的平衡。同样，当我们测量体积时，我们迟早将不再依赖视觉印象和触摸，而是学会应用诸如排水的间接方法。现在，一旦我们使用基于物理关系的测量仪器或测量结果，我们便开始制定定律；我们不再仅仅依靠推理和推论，而是开始有组织地进行实验归纳了。这就是为什么我们在本书的最后一章专门介绍儿童逐步阐述其量化依据的法则的原因。

我们将要介绍的研究远非一成不变，而是开辟了一些新的视角。毫无疑问，我们将必须用专门的卷册来做这件事情，不仅是在实验室中，而且是在儿童与外界的日常接触中，来研究儿童对一般实验法则的归纳和发现。我们只能希望，这种情况将允许我们能够成功地完成这项新的事业。

让·皮亚杰
巴蓓尔·英海尔德
1941年12月

第一部分 守 恒

第一章 物质的守恒与黏土球形状的变化

即使儿童掌握了固体物质的维度与形状保持恒定这个第一守恒原则之后，他们还需解决由物质守恒带来的其他问题。因此，如果儿童能对物体在知觉层面上进行倒退或者前进的运算，其不变性的保持必须源自于对连续知觉协调的演绎推理；但是如果在儿童眼中已经感受到真实变化（例如，部分与部分之间的分离或者位置重置）的影响，他们就必须确定这些变化是否引起了物体总体积的变化、物体重量或者数量的变化，或者只是仅仅引起了物体的几何方面（形状和维度）的变化。

当然，解决这些问题要远比解决类似的守恒问题更难一些。另外，固体物质的不变性是儿童在感知运动阶段（始于一岁末期）获得的，而物质实质的守恒、重量和体积的守恒要等到儿童发展到下一个阶段才得以获得（一般是在七岁和十二岁之间）。这是因为后者要求儿童在物质的不同量度方面（重量、体积等）得以分化，也需要将这些相应物理量得以量化。那么自此之后可以确定的是，在物质守恒和物质可度量的物理量的守恒之间，就应该出现一系列的其他建构，这些建构要在物理量的量化之前完成。它们包括我们在其他书[1]中讨论过的具体的基本逻辑和算术概念的建构。这是因为我们将要研究的守恒概念是这些逻辑和算术概念的直接扩展和延伸。另外，因为包含的运算是相同的，所以结果是，物质量的守恒——我们简单地称为

① 皮亚杰和斯泽明斯卡：《儿童的数概念》，劳特利奇和基根 · 保罗，1952。

“物质实质的守恒或者物质的守恒”[①]——是例如重量、体积等物理量量化的起点，也可以将其看成是初级数学化的终点，这些都要归功于数的产生。因此我们在将来的某时某刻会重新回到解决数学问题时所中断的量化研究上，但是在这里，我们只会将全部注意力集中于与物理现实世界对应的心理世界的智慧活动诉求上，而不再只关注类似的定量运算了。

第一节　方法和综合结果

在第一部分（从第一章到第三章）中我们使用的任务非常简单。主试先给儿童一个黏土球模型，然后再给一种相同材质的黏土块，要求儿童把后者做成与黏土球模型“一样大一样重”的球体。当儿童满意地认为两个球一模一样之后，主试拿出其中一个球，改变其形状，例如拉长成线圈状（一个圈儿或者一个火腿状），压扁成圆盘，或者切成碎块。随后，主试问儿童，两个物体的重量、物质数量和体积是否仍然相同，等等。主试期待儿童对得到的答案进行论证，以便从这个过程中观察儿童是否获得了守恒的概念，也就能够观察到儿童对自己所得答案是如何证实并详细说明的。

这个任务及其方法已经向我们展示了儿童在三个阶段中所经历的守恒的详细过程，次序不同的表现说明了儿童在认知发展中必须表征的三个不同阶段。因此，儿童曾经认定重量随着形状的变化而变化，但在一个时间节点后，就球体形状上的变化并不会引起重量的变化这点，儿童将确信无疑。平均十岁或十一岁左右的儿童就会掌握这种恒定性，而且这并非初次出现。正如康德指出的，断言所有物体有重量是一个人为的判断，因为重量的概念与物体本身的概念没有理性上的关联。甚至物理学家在理解这个区别时都有些困难，儿童更没有可能掌握它，这也就可以解释为什么七到八岁的儿童，会持续不断地询问变形球体的重量守恒问题，对物质的数量保持恒定不变这点却仍保持原来的看法。儿童会表达一些场景，例如使用类似的语言：“还是以前的黏土球”，但是再也不是“相同的重量”了。换句话说，在儿童能够给构成物质的特殊内涵（例如重量或者体积）进行定量之前，他先给所谓的物质实质（一种恒定不变的内涵）进行定量。或者更为宏观地讲就是，在儿童能够建构重量或者体积这种类似的差异量之前，他就获得了关于整体量的观念。这并不是说儿童会将物质的数量等同于体积；儿童仅仅大概在十一岁或者十二岁时（例如，在发现了重量的守恒之后），才会意识到浸于水中的黏土，无论形状如何改变，将替代水自身的体积。

① 在本书中，物质守恒，物质实质或者物质内容的守恒，都是指物质量的守恒，为了强调，或者为与上下文的其他表述保持相对协调，便于读者理解，会在不同的地方使用不同的表达。——中译者注

正如前面所讲，黏土球的实验任务，揭示了物质、重量和体积守恒原理的连续精确化的本质。在这个发展过程中，我们能够区分四个主要阶段，在整本书中我们都会分析这四个发展阶段。在阶段Ⅰ（大概七岁或者八岁），儿童没有掌握物质数量（实质或者内容）的守恒，也没有掌握重量和体积的守恒。到了阶段Ⅱ（大概八岁到十岁），儿童就会获得物质数量的守恒规律，但是没有获得重量和体积的守恒。到了阶段Ⅲ（从十岁到十一、十二岁），儿童就掌握了物质数量和重量的守恒，但还是没有掌握体积的守恒。最后，到了阶段Ⅳ（从十一岁到十二岁末），儿童就掌握了这三种所有类型的守恒，而且有意识地将物质数量的概念归于重量和体积。另外，在阶段Ⅱ—阶段Ⅳ，每个阶段又可以区分为两个亚阶段，在第一个亚阶段中包含若干中间过渡的反应，在第二个亚阶段中的反应具有该阶段的实质上的典型特征。因此，在本章中我们将看到，在亚阶段ⅡA 与亚阶段ⅡB 之间做出区分是有可能的，即在亚阶段ⅡA，物质的守恒只体现在特定的例子中，在其他的情形中不会体现；到了亚阶段ⅡB，儿童则认可了所有情形下的守恒。另外，值得强调的一点是，我们已经能够区分在三个阶段中对应的物质实质的守恒（阶段Ⅰ，亚阶段ⅡA 和亚阶段ⅡB），这与我们在《儿童的数概念》[①] 一书中所区分的三个阶段相互对应。

第二节　阶段Ⅰ：未获守恒

阶段Ⅰ的标志是在掌握物质的实质守恒、重量和体积守恒问题上的全面失败，即使形状发生了微小改变的情况下也是如此。下面的问题选自我们的问卷，在这里我们非常小心地区分了重量和物质内容的问题，以确定这些首要的特征实际上不是在第二个特征之前就得到量化的：

卢（4；6）[②] 做了一个与给他的模型一样的球："这个球和给你的第一个黏土球一样多吗？"——"是的。"——"它们一样重吗？"——"是的。"——"一样大吗？"——"是的。"主试把两个球压扁摊开成饼状，将第一个轻微地压了压，对第二个使劲地压了压，使得其中一个稍微厚一些，另一个稍微薄一些但更宽一些。"它们现在仍然一样吗？"——"不一样。那个（更厚的）更重一些。"——"为什么？"——"因为它有更多的黏土。"——"为什么？"——"因为它更厚。"同样地，当饼状物中的第一个变成一个圆圈状，而第二个变回原来的球体形状后，卢认为第一个"更轻"。——"为什么？"——"因为它的黏土少了。"

巴特（4；7）做了一个球，简直就是黏土模型球的翻版。主试将其中一个变

① 皮亚杰和斯泽明斯卡，同前。

② 括号中的"4；6"表示儿童年龄大小为四岁零六个月。在全书中这种形式表示相同的含义，分号前面的数字表示年龄，分号后面的数字表示月份。——中译者注

成一个矮的圆柱状，另一个变成了一个圆圈状后："它们仍然是相同的吗？"——"不，这个（第二个）更大一些。"——"两个圆形球有一样多的黏土吗？"——"是的。"——"那么现在呢？"——"不。"——"一个的黏土比另一个的多吗？"——"是的，更长的一个多一些。"

马尔（5；5）说两个球"相互一样大"，而且也是"相互一样重"。将其中的一个变成了一个圈状："它们现在还是一样重吗？"——"不。"——"为什么？"——"那一个更重一些。"——"为什么？"——"因为它更长一些。"——"它们还有一样多的黏土吗？"——"不。"——"为什么？"——"那个中有更多一些。"——"为什么？"——"因为它更长一些。"实验者将圈状的一个变成一个更长的线状体，将其中的球变成了一个更短的圆圈状后："现在它们还一样重吗？"——"不。那个（短的圈）更重一些，因为它更厚一些。"——"这两个的黏土还是一样多吗？"——"不，有一个（圆圈）中的更多一些，因为它更厚。"

舍夫（6；6）一个球变成了一个圆圈状，另一个变成了一个厚饼状："它们现在还一样吗？"——"不。那个（饼状的一个）更重一些。"——"为什么？"——"它有一点点大。"——"刚开始的时候它们所含黏土相同吗？"——"是的。"——"那么现在呢？"——"不。"——"哪个的更多一些"——"那个（饼状）。"——"为什么？"——"因为它更大一些。"——"你说的更大一些指的是什么？"——"更大一些是因为它比那一个重一点。"——"但是两个中的黏土仍然一样多吗？"——"不，那一个（圆圈）更少一些。"两个黏土球现在重新恢复到它们当初的形状，舍夫说现在它们非常一样。然后变成两个饼状物，其中的一个更厚一些，另一个直径长一些。——"那个（厚的饼状）更重一些，因为它有更多的黏土。"

乔普（6；0）把两个球中的一个做成了饼状，另一个做成矮的柱状："它们的黏土还是一样多吗？"——"不，那个（饼状的）更多。"——"为什么？"——"因为它的圆形更大（指着圆周边缘的厚度）。"——"但是那一个（圆圈状的一个）的黏土哪里去了呢？"——"……"——"它与以前不是一样的吗？"——"不。"

尤恩（7；3）将其中的一个球变成一个线圈状，另一个球保持原状："它们现在仍然是一样重的吗？"——"不。"——"为什么？"——"因为那个（圆球状的）更大一些。"——"它们的黏土一样多吗？"——"不。"——"那个（圆球状的）更大一些。"——"但是那个（线圈状的）为什么会少一些？"——"……"——"原先它们的黏土一样多吗？"——"是的。"——"那么，这个（线圈状的）的黏土到哪里去了呢？"——"有一些掉落在桌子上了。"——"是这样吗？"——"不。"——"那么它们还是有一样的黏土吗？"——"不。"——"哪一个更少一些？"——"那个（线圈）。"——"为什么？"——"因为它的一些黏土掉落下去了。"——"落到哪里去了呢？"——"……"

卢格（7；3）有一个球变成了一个饼状，另一个变成了一个圆柱状："这个

（圆柱状的一个）比另一个重一些，因为它更厚一些。”——“什么使得这个更重一些？”——“因为这个的黏土更多一些。”——“哪个的黏土更多一些？”——“那个（圆柱状的一个）。”——“但是你之前不是告诉我说两个的黏土一样多吗？”——“是的，我确实这样说过，但是现在那个（圆柱状的一个）比这个（饼状的一个）中的黏土更多一些，因为它更厚一些。”——“但是你说过这两个球体有一样多的黏土啊？”——“是的。”——“它们仍然一样重吗？”——“不，这个（圆柱状的一个）更重一些，因为在这个中有更多的黏土。”——“告诉我，在这之前有两个球。它们两个有一样多的黏土吗？”——“是的。”——“它们现在仍然有一样多的黏土吗？”——“不，这个（圆柱状的一个）有更多的，因为它更厚一些。”——“但是黏土哪里去了呢？”——“你把它变平了，因此现在少了。”

菲莱（7; 2） 两个球变成了两个杯子状，一个厚，另一个薄而且直径更长一些：“看看我正在做的。它们一样重吗？”——“不。那个（薄杯状的）更重一些。”——“为什么？”——“因为它有边缘。”将两个杯状物变成两个饼状物之后，一个平一些，薄一些；另一个更厚，但是直径短一些：“现在呢？”——“那个（扁平状的一个）更重一些，因为它被压扁了。”——“为什么压扁就能够让它更重一些呢？”——“因为在这个里面有更多的黏土。”——“在这个（大的扁平的饼状）里面比在那个（厚的饼状）里面的黏土更多吗？”——“是的，因为那个没有那么多了。”——“但是它们之前是相同的啊？”——“是的，但是现在这个（薄的一个）里面更多。”将厚的饼状的变成一个立方体形状：“那么这个呢？”——“哦，现在这个（立方体形状）里面有更多了，因为在这个中间有更多的黏土。”——“它们之前是相同的，那么为什么现在有一个会有更多呢？”——“它变得更大了。”

皮耶（7; 1）“看着这两个球，它们含有相同的黏土吗？”——“是的。”——“看。”将一个球变成了一个线圈形。——“火腿状的有更多的黏土。”——“如果我在掌心里把它揉一揉，把它变回到圆球形呢？”——“我想应该又会相同的。”线圈形的黏土变回到了球形，把另外一个压平成为饼形：“它们现在仍然有一样多的黏土吗？”——“不，球形的一个有更多的黏土。”

儿童对物质守恒概念的掌握，也能通过儿童对黏土球的分割反映出来。

卡尔（6; 0） 当认定两个球是相等的情况下，研究者将其中一个球切成七等份，并把它们放在天平的其中一个托盘上，演示说明它们和那个没有分割的，放在另一个托盘上的黏土球一样重：“它们仍然包含有相同的黏土吗？”——“不，那些小块的多一些。”——“如果我们将这些小块合在一起呢？”——“那将会做成一个更大的黏土球，但是它会更重一些（比那些部分），因为它又是个球了。”——“为什么那个更重？”——“小块的更轻一些，但是在托盘里有更多的黏土。”

吕克（6; 6） 相同的实验。“小块的更轻一些。”——“那么它们包含有相同

的黏土吗？”——“不，大球的黏土更多。”

我们看到，这些儿童确信物质数量的增加或者减少依赖于物体所呈现形状的变化。另外，儿童在决定看起来是增加还是减少的时候缺少相应标准：一个儿童与另一个儿童的选择是不同的，甚至可能一个儿童对同一物体在不同情境下选择的判断标准也是不同的。因此尽管大部分儿童（尤恩，等）认为球状体中比线圈状中包含了更多的黏土，另一些（皮耶，等）则表达了相反的观点；第一组（尤恩）宣称球状体更“大”一些来证明自己的观点，第二组（马尔）则宣称线圈状更“长”一些来证明自己的观点。同样地，卢格认为圆柱状体比扁平的饼状体中有更多的黏土，“因为圆柱体更厚一些”，而舍夫确信两个饼物状中，更薄的那个比另一个有更多的黏土，“因为更薄的这个更大一些”。简而言之，儿童的答案取决于他们是否注意到了厚度、长度或者直径等方面的不同。

说到对类似的非守恒的证明，这对儿童而言根本就不是什么问题：他认为当一个物体的形状改变之后，物体的数量就会有所不同，这是不言自明的。如果实验者将儿童的注意力吸引到有点奇怪的解释结果上，例如询问缺少的黏土发生了什么时，儿童的回答也会不尽相同：“有一点点掉到桌子上了”（尤恩），或者“你把它摊开了，所以现在少了”（卢格）。然而，如果实验者对主题不进行详细说明，允许儿童自发地做出解释，他一般就会发现物质数量上的变化是由重量的变化引起，重量的变化又引起形状的变化。也有相反的例外情况发生，例如，卡尔认为物体数量上的增加引起了重量上的减少。

那么是否因此我们就一定有理由认为，这些儿童在物质实质守恒上的失败是因为，他们没有掌握我们刚才所描述的转换情境中的重量或者体积的守恒呢？实际上，很容易就可以证明在获得重量或体积守恒之前，儿童对于物质数量上的不变性就已经得到很好的掌握。因此，在日内瓦、洛桑市和纳沙泰尔，我们访谈了180个四到六岁的儿童，在这些儿童中，有55个儿童连一点儿模糊的守恒概念都没有；67个儿童获得了物质实质的守恒，但是没有获得重量或体积的守恒；38个儿童获得了物质实质和重量的守恒，但是没有获得体积的守恒；20个儿童在三个方面都获得了守恒。确切地说，在我们讨论的水平上，例如，在掌握物质的守恒观念之前，在物体的数量、重量和体积的守恒上有些不同程度的失败，这也正好说明这个阶段的儿童为什么会处于循环论证中；某个物体比另一个重是因为它含有更多的物质：因为它有更多的物质，所以更重，等等。另一方面，一旦儿童完全掌握了守恒的概念（阶段Ⅳ），正如我们将要看到的，儿童也会从重量和体积的守恒中衍生出物质的守恒，反之亦然，而且这些都在一个连贯的逻辑情境中。但是在儿童能够在不同的守恒之间进行衍生、迁移之前，他们所拥有的三种类型的守恒和所有的数量和不变性概念仍然是有所区别的。

处于阶段Ⅰ的儿童领会的物体数量守恒到底是什么，为什么他们不能掌握什么是物体的守恒？首先，我们知道儿童把物体实质看成所有特质中最普遍的一般特征，在他们能够对例如重量和体积这些特殊的内涵量化之前，就对最一般的内涵先量化。换句话说，这仅仅是因为，阶段Ⅰ的儿童依然没有掌握数量的运算，更无法领会物质实质的守恒，也就无法成功地完成实验任务。

这与我们早期的研究[①]是完全一致的，这些研究表明当把液体或珍珠从一个容器中倒到另一个尺寸或者形状不同的容器中时，处于阶段Ⅰ的儿童在类似的守恒任务中也无法获得成功。然而，在黏土球的例子中，原来黏土球在重量和体积上的明显变化甚至比图形展示出来的情况还要复杂，这种情况下的物体数量守恒要比用液体和珍珠进行实验验证的守恒晚几个月。但是，尽管有这种延迟，儿童未获得物体在物理学与数学上守恒的原因还是相同的，即最初的直接的感知觉要居于智慧运算之上，例如：无法整合序列关系，缺少可逆性运算。当阶段Ⅰ的被试试图证明一个物体在数量上增加或者减少时，他们就会将自己限制在一个问题的关系中了（“它更长一些”，“更厚一些”，“更平一些”，等等）。而且对其他的会完全忽视；他们并不会意识到在一个整体的系统中，一旦它们是相互协调的，那么差异就会相互抵消。另外，儿童不能确定变形的黏土球能够重新回到原来的状态，或者当黏土球确实回到了原来的状态时（例如：皮耶“我想它又相同了”），儿童就用纯粹的经验术语去认识这种过程，而依然无法用理性的可逆性术语去描述这个过程。

第三节　亚阶段ⅡA：居于物质守恒和非守恒之间的中间反应[②]

到了阶段Ⅱ，可以看到儿童发现了物质实质的守恒，但是他们依然没有发现重量和体积的守恒。亚阶段ⅡA的反应特征是，在前一个阶段（阶段Ⅰ）的特征与亚阶段ⅡB的特征之间摇摆，处在亚阶段ⅡB这个阶段，作为一种逻辑需求的物质数量守恒的认知即刻就要被唤醒了：

埃克斯（6；0）实验者把球状黏土变成了线圈状：“球状中的黏土（比线圈状中）更多。”实验者把球分成了两份：“它们的黏土一样多。”实验者把球分成了六份之后：“黏土一样多……不，那边的（大球）比这边的（放在天平另一个托盘中分成小份的球）多……不，是一样的，因为没有拿走什么。”

杰克（7；0）认为球状的黏土比线圈状或者饼状的黏土更多。然而，当将球

① 皮亚杰和斯泽明斯卡，同前，第一章与第二章。

② 中间反应，即处于两个阶段之间摇摆不定的反应。——中译者注

切成两份时，让他和之前的圆球进行比较，他说："我要考虑一下。嗯，是相同的，因为如果我们将这些（这两个小球）变成一个（单个）球时，两者将是相同的。"

丹（7；0）也很犹豫。当实验者将两个中的一个球变成线圈状之后，他说："是相同的，因为当你压平它（一个线圈状）时，并没有丢失黏土。"当将其中的一个小球切成五个小球之后："所有这些加起来的黏土和那个大球的一样多吗？"——"不，这边（5个小球）更少一些，因为它没有这么大。"——"我们能否把它们变回到一个大球？"——"是的，然后它就又一样了。"

罗格（7；6）当实验者将两个中的一个球变成了一个线圈状之后："它们是相同的，你用的黏土一样多。"——"这个看起来和另外一个一样多吗？"——"哦，不，那个（黏土球）更多一些。"——"为什么？"——"因为它是一个球。"

查尔（10；0，学习落后）当实验者将两个中的一个球变成了一个线圈状之后，问他关于重量的问题，他自己开始介绍物质的守恒："当它像那样长的时候，它丢失了一些重量。当它是一个球时，黏土是紧紧地聚在一起，但是在一个火腿形状中时，它是你们所认为的更宽一些。"——"但是当紧紧地聚在一起的时候，发生了什么呢？"——"它有更多的黏土。"——"真的会发生这种情况吗？"——"是的，在火腿状中的黏土要少一些。"——"你怎么知道的呢？"——"这个黏土在一个球中，但是那个黏土又细又长。"——"我们能把这个火腿形状变回到一个球状吗？"——"是的。"——"相同的尺寸？"——"不，有一点点小。"把球分成更小的球之后："现在的黏土和以前一样多吗？"——"现在更多了，因为它有很多小块。"把两个小球中的一个变成一个圆饼状："现在有更多了，因为它摊开了。"——"不，还是相同的。"——"我们能把它变回成一个球吗？"——"是的。"——"我们需要加更多的黏土吗？"——"不，它是相同的。"——而在分成多个小球的实验中，查尔坚持他原来的观点。

与所有中间反应一样，和那些可能能够得到正确答案的反应比较，上文实验中的反应能够让我们更好地洞察儿童的基本思维过程。守恒问题反映出了儿童在直接经验或知觉与理性的运算之间的冲突。只要单独依赖于知觉经验，处于这个亚阶段的儿童，就像处于前一个阶段的儿童一样，会认为在球形中有更多的黏土，因为球是"紧紧的"（查尔）或者"在一个球中"（罗格），而在一个线圈状中的黏土则会少一些，因为它更"宽广"，更"细"或者更"长"，等等（查尔）。但是，一旦儿童停止了对表面现象的依赖，开始考虑类似的转换，这就会促使儿童走向物质实质的守恒。能够让儿童达到这一点的两个基本运算是：同一性和可逆性。

同一性比可逆性的激活使用更频繁：埃克斯说，"什么都没有被带走"；丹说，"没有带走黏土"；罗格说，"你一直用的就是与原来相同的黏土"。那么，我们就会问这样一个简单的观念，例如，没增没减的观念为什么在更早一些时候没有得到唤醒

呢？而且为什么这个观念并没有直接促使儿童获得物质的守恒？毕竟，处于阶段Ⅰ和阶段Ⅱ的儿童都知道，在持续改变黏土球的形状期间，原来的黏土数量既没有增加也没有减少，因此当他们说“一些黏土掉到桌子上了”（尤恩），他们仅仅是在试图给实验者一个答案，因为只有这样才能让实验者停止继续追问。但是在那种情境中，为什么在阶段Ⅱ同一性才得到激活呢？

这是由于类似的同一性还不足以确保儿童获得守恒：因为只有智慧运算参与其中的时候同一性才能被应用于知觉世界中。在纯粹的知觉表述中，线圈状与球状并不具有相同性：线圈缺少紧密性，更细一些，等等，这也就表明了儿童还具有物质的实质减少的观念。在这个观念消除之前，儿童只能把同一性看作一种结果而非原因，而同一性要发挥作用，儿童必须要在这种运算系统的帮助下才能去详解所看到的物理世界。

正是在这个节点上，可逆性登场了。当杰克凭借物体分割的可逆运算的启发证明物体的同一性时，他简明扼要地展现了这点：“这是相同的东西，因为如果我们将这些（两个小球）变成一个（单独的）球时，两者就相同了。”同样，当我们追问那位不相信守恒的儿童丹，如果能将物质分割的过程反方向倒回去的话，他则回答：“是的，那么它将又会是同样的东西了。”查尔的反应也差不多是类似的。

现在，那些认同可逆性的儿童，也在认同直接的和逆推的运算，即运算的思维。但是通过一个回到原始形状的简单经验事实还无法保证儿童已经获得了守恒，这是因为他们并没有建构真正的可逆性思维，这一点已经得到证实。处于阶段Ⅰ的儿童有时候承认回到起点是可能的（例如，皮耶认为如果黏土从线圈状重新变成球状“它就又是相同的了”），但是他们仍然无法推理出守恒的概念。那么，具体而言，这两个反应到底有什么不同呢？显然，运算和非运算是有差异的。一个能够回到原始状态的简单经验，是儿童想到的某种可能性而不是逻辑上的需要（皮耶说“我想”），因为，就他而言，这纯粹是直觉层面上的物理状态的演化，是以儿童仅有的知觉上的经验为特点进行的。因此儿童会将他的注意力只集中在类似的物理状态上，而不是转换上：即使儿童可以承认，从状态B回到状态A是可能的，但是这种回归的方式却无法保证状态A时的内涵量在状态B时仍然是守恒的。仅凭知觉过程，儿童虽然认为两者是不同状态的延续，还是没有用到运算的可逆性。相对而言，真正的可逆性出现于阶段Ⅱ。利用这个可逆性，向起点的回归让儿童似乎有了逻辑上的需要，不再仅仅停留在可能的经验上：他们已经掌握了形状转换所用到的运算，这种运算是可逆的。无论儿童是在验证物体形状的变化还是物体的分解与分离，在这个亚阶段的儿童都开始意识到，每次铺开，压平，压扁，延长，切割等行动（动作，act），都可以通过一个相反的行动（动作）让物体回到最初的状态，从而抵消第一次行动（动作）所带来的变化。因此，真正的可逆性就是对运算中逆运算的发现，这也就是

如何从直觉经验转换到心理运算的，这种方法上的转换会自动地引发儿童获得守恒概念。在接下来要讨论的亚阶段ⅡB中，我们会更清晰地看到这个反应：在亚阶段ⅡB和亚阶段ⅡA之间仅有的区别是，在亚阶段ⅡA儿童所表现出来的守恒和运算的可逆性仍然只局限于小范围，例如形状的变化上。这是由于所使用的运算［可逆性行为（动作，action）］仍然没有从直觉中分离出来，即没有从不可逆的行动（动作）和知觉当中分离出来。另外，在微小程度的转换中，儿童在心理上能够克服知觉上的表面现象的干扰，这归功于他们已经掌握了运算的方法，但是一旦形状上的变化超出了某种界限，直接知觉又将居于智慧运算之上，守恒又成了一个问题。相对而言，到了亚阶段ⅡB，运算机制最终与直觉经验和物质守恒分离开来——不像重量守恒或体积守恒——在所有的情境下都得以确立。

第四节　亚阶段ⅡB：实质的守恒

我们将要讨论的处于亚阶段ⅡB的被试，认同所有情境下的物质实质守恒，但依然拒绝承认重量的守恒。

在这里，首先呈现一些在简单形状变化中，儿童完全掌握了物质实质守恒的例子：

弗拉（6；6）实验者将其中一个黏土球变成了线圈状：“它们仍然一样重吗？”——“不，那一个（指着球）重一些。”——“为什么？”——“因为它更大一些。”——“在这两个中，黏土一样多吗？”——“是的。”——“为什么？”——“因为与前面的比较，黏土相同。”

拉茨（7；6）“黏土与以前的一样多吗？”——“是的。”——“因为没有带走任何东西，因此它（线圈状）肯定与球状一样大。”

阿波（8；2）实验者将两个黏土球中的一个变成了圆盘状：“它是相同的东西，如果我们（重新）将它变成一个黏土球，它将会用光所有的黏土。”

贝尔（9；0）“这有相同的黏土。它仍和黏土球一样，你只是改变了它的形状。”

诺（9；0）“这和之前的东西是相同的。无论当它被拉长（成为线圈状），或者当它（形状）改变，（物质的数量）仍然是相同的。”——“为什么？”——“它更长了，但是也更细了：它仍旧是相同的。”

艾弗（9；0）“与以前比较，黏土还是一样多吗？”——“那是当然。”——“为什么？”——“……”——“但是你怎么会认为它当然一样呢？”——“显而易见。”

弗伊（9；6）“起初那一个是圆的，而现在变长了，但是还是有一样多的黏土；你没有拿走任何东西。”——“我们能把它变回一个球吗？”——“当然可以了，

在这个里面没有更多的黏土，它是相同的东西（笑）。根本没有任何的超越；甚至如果现在是长的，也还是相同的。”

布尔（9；11）“它们的黏土一样多吗？或者这个（指着线圈状的）更多一些？”——“看这里，把它压平并没有丢失任何黏土。所有的都是相同的，它就像（仍然）是一个球。”——“那么，如果我们把它变回成一个球呢？那会更小一些还是更大一些？”——“大小相同，没有失去任何黏土。”

鲁格（10；6）“即使现在的一个更长一些，它们两个还是相同的，因为总量是相同的。”——“为什么总量是相同的？”——他聚精会神地看着仍在被压平的线圈。“我正在看，当它被压平时，是否还是相同的。是的，是相同的。我猜的正确，因为你能够将它又变回成为一个和原来一样的球。”

吉弗（11；0）“黏土总是相同的，所以没有多，也没有少。”

罗斯（12；0）“是相同的，因为没有减掉什么，也没有增加什么。”

下面是一些关于黏土球分割时，儿童掌握守恒的例子。

瓦（8；0）将一个黏土球分成五个或者六个小球后：“现在的数量是相同的但是不够大了。”——“为什么？”——“因为如果它们再粘合到一起，就会扁平一些，更小一些，但是还是相同的数量。”（显然，对物质实质守恒的掌握并不是以体积守恒为必须条件。）

加伊（8；0）在儿童注意到原来的大球在一个可测量的罐里取代了多少水之后，将这个大球分成了五个小球：“这些在水中占据了相同的空间吗？”——“它们一样都会填充底部的空间，但是小块的球与大块的球比较，占据较少的空间。”——“那么，黏土是一样多的呢，还是多一些或者少一些呢？”——“是相同的，只是这里的是小片的。”——“你怎么知道黏土会和以前的一样多呢？”——“因为如果我们把它变回到一个球状，那么我们将会看到，是一样的了。”

布吕（9；9）圆饼状和五个小的球：“它们所拥有的黏土一样多吗？”——“当然一样多了。正好就是一个球啊，一个单一的一块。”

谢（9；2）“相同。是组成球的所有黏土，只是切碎了而已。”

格尔（10；6）一个大球和七个小球：“它是相同的，两边有相同的数。”——“什么相同的数？”——“小块的，把它们都聚合起来可以做成一个单一的球：那就会成为一样的东西。”——“我们怎么辨别呢？”——“因为它们有相同的黏土。”

我们看到，所有这些反应是如此清晰：实质守恒得到了所有被试的证实。这本应该是另外的样子，事实却是如此不可思议。当球体从一种形状变化到另一种形状时，处于亚阶段ⅡA 的被试所做的反应不同，或者说仅仅在测试过程中发现了实质的守恒；而处于亚阶段ⅡB 的儿童，则有了直接且稳定的、确定无疑的反应。弗伊说，“我们肯定能（将线圈变回到一个球体）”，对实验者竟然能够对此产生的怀疑，甚至有一丝嘲笑。布尔说道“看这里！”似乎他给我们上了一课。艾弗说，“当然是了。”

不过，他除了表达出自己的确定感外，并没能给出例证。

以上这些能消除我们对亚阶段ⅡA 儿童反应的解释可能存在的异议。也就是说，儿童并非是在掌握了运算的可逆性之后才获得守恒的。实际上确实有一种可能是因为在整个测试过程中，我们总是在试图让黏土恢复到原来的形状，这才使得儿童有了守恒的认知。退一步讲，即使上述解释对处于领会、掌握守恒概念过程中的被试而言，是事实的话，对亚阶段ⅡB 的被试可以感知到那种逻辑需求的特征而言，这种解释却又是不适合的。因此必须得在儿童发现掌握运算和发现可逆性的过程中寻求其他的解释（参见第三节）。

让我们来进一步探究一下儿童领会和获得物质守恒或者说实质守恒的本质。在这里，我们所面对的儿童其心智发展处于自相矛盾的情境中：一方面，儿童发现了物质的实质守恒之后，这促进他们随后又获得了重量和体积的守恒；另一方面，儿童对重量和体积的守恒的发现，最终是在我们刚才所描述的某些类似机制（用相似的言语证明所有三种类型的守恒）的帮助下得以精确化的。那么随后，儿童是如何看待这个远远提前于物质属性的，已在表面上守恒的物质实质的呢？我们将会试着展示，儿童将它视为一种未分化的、整体的特质，一种感知运动物体的整体特征在概念水平上的完形；我们也会展示，这种实质的守恒是对内涵的最简单的量化，通过对这些区分开来，继而对更加复杂的量（如重量和体积）进行测量，使得其特征显得更加突出。

我们首先来回忆一下，我们所谓的实质的守恒表明了可量化特征的发展过程，与之前我们所描述的连续量守恒的发展建构比较，在形式上并无差异[①]。因此，将固定数量的液体，或者固定个数的珠子，从一个器皿中倾倒入另一个不同形状器皿的例子中，我们看到儿童对数量守恒的建构，体现在三种连续的、区别非常清晰的阶段中：在未守恒阶段，长和宽等的知觉关系没有得到整合，总体数量的概念无意义；在守恒的中间阶段，儿童在简单的例子中表现出了守恒，但是在那些更为复杂的情境中还是通过知觉上的直觉进行判断；大概到了六岁或者七岁的时候，儿童获得了完全的守恒。现在，在本章中的主题所涉及的实质守恒，正好包含着相同的阶段。然而，正如前面所述的原因，这里的实质守恒在时间上是有一些延后的。

如果实质的守恒确实是连续数量守恒的最主要的形式，那么它肯定遵循、并且作为数量格式的一般形式，即作为最简单和无法再分化的物理量子服务于儿童。“一样多的黏土”，“相同的数量”，“相同的块”，“相同的片儿”，甚至“相同的数”：我们的被试使用的这些术语，涉及了一般的数量守恒。那么这就出现了一个在我们研究儿童的数概念时没有出现过的问题，也就是说，儿童应用在这些数量格式中的精确内涵，以及儿童应用在实质中的更为特别的内涵意义，能够远远提前于重量和体

① 皮亚杰和斯泽明斯卡，同前，第一章。

积。简言之，在这本书中要研究的特殊问题是类似物理量的量化问题。

那么，先于物质特性（重量和体积）对物质实质进行量化的理由是：首先，这给年幼的被试提供了一个无差别未分化的特性，儿童以此为跳板，能够通达专门的特性，这种专门的特性在分化的非常阶段才能够得以量化。其次，物质的恒定不变性又一次建构了一个物体不变的外延，但是却又非常不同。在具体物体的例子中，关键问题是：一是要证实尽管从儿童知觉上感受到物体在形状或大小上有明显变化，但物体本身却保持恒定；并且也要建构一个例子，在这个例子中，儿童需要的不过是一个逻辑上的纯粹知觉形式，或者甚至只需要充分的实践上的认知智慧，就能将自身的知觉整合到合适的空间置换中去。另一方面，当视角保持不变，但是物体（例如，一个黏土球）发生了真正的变形时，守恒问题就不再是证明形状或者大小的恒定不变性，而是要证明支撑恒定不变的是不同于物体形状或者大小的其他不变的属性。换言之，物质的属性就不再具有特定的和易感的属性（长，宽，重量，颜色，等等），而成为物质的其他可变属性的恒定基础量。现在我们相信，这种以物质实质为基础的守恒，必定走向量化，或者表明这种实质正是物体的源头。实际上，无论任何情况下物体在外形和大小规模上发生变化，物体实质的永久性仅仅通过这些差异的中立状态就能够被领会：现在，这个过程需要将分解分离的黏土变成同质的部分或单位（参见下文），这就解释了为什么一旦儿童认为实质的量是恒定不变的之后，实质就成为一个量子了。另外，当形状改变的物体的特质（例如，它的重量和后来的体积）相继量化时，物质实质就不再是恒定不变的依据，它就会与可量化的不变量融合在一起，于是失去了它的虚拟性和整体性。

简言之，物质实质的守恒不但标志着特性数量化的开端，也标志着物体建构的完成。因此，一方面，实质是一种形式上的调解者，当可量化的格式能够被应用到不同的或者特定的特性中时，例如，用到重量、体积，以及物质的渐变的合体（原子论和相对的密度）上时，其重要性将逐渐显现出来。另一方面，当这些特性无以量化时，实质就保持在一个不变的特性上，这个不变的特性提供了一个一般的量子论的内容。

这种似是而非（悖论）的状态正好强调了守恒所反映出来的问题。换言之，显然儿童建构的首要原则涉及了未分化的量子论的永恒性，因此没有与任何可感知的内涵对应。因为是格式的，整体的，这个首要原则不可能不经任何智慧活动（例如，没有超越直接经验而得到建构）。当然，经验能够证明它，但是却无法否定它，且由它能够衍生出许多启示。但是，首要原则的真实基础必须根植于智慧活动中，正如在阶段ⅡB见证到的一样。不可否认的是，处于这个阶段的被试持续不断地通过大同小异的同一性和可逆性证明了物质的守恒，但是他们的同一性都是基于运算的观点。“首先那个（球）是圆的”，弗伊说，“现在是长的，但是黏土还是一样多；你没有带

走任何黏土”。布尔说，“把它揉成线圈状并没有丢失任何黏土”。贝尔说，“还是有相同的黏土，你仅仅改变了它的形状”。诺非常肯定地说，“当你拉长或者改变的时候，它还是相同的”。谢说，“所有的黏土都来自黏土球，只是切碎了”，等等，例子不胜枚举。换句话说，同一性已经与运算自身产生了联系，由此失去了同一性的静态特征，通过暗示引出了可逆性特征。实际上很明显，一些被试表现出了这点。例如，阿波说，“相同的东西，如果我们（重新）把它变成一个球，它（线圈）将会用光所有的黏土”。鲁格说，“它有相同的量（黏土的量），因为你能把它变回到相同的球”。加伊解释道，“如果我们将它变回到一个球，就会看到它又是相同的了”。最后，格尔补充道，“我们能够把它们挤压在一起变出一个球来”。简言之，这些被试都用了演绎推理，不单是基于简单同一性的演绎推理，而且最重要的是，基于建构运算的组合和颠倒的演绎推理：所有的被试都意识到了一些东西是守恒的，例如，一种恒定不变的特性，虽然他们仍然还不知道具体到底是什么。

但是，在什么方面——在这里，我们回到上一段提到的一点上——这种可运算的可逆性是逻辑推理的表达，而不是可以将黏土恢复到其初始状态的经验发现？这里的运算既不是物理学上的转换，也不是一些凭空想象的心理运算，而是一个可逆的行动（动作）。在这个精准的感觉中，它产生了一个关系（类别），其反向的关系（或者类别之外的东西）是由反向的行动（动作）激发的。这就说明了为什么一个简单的退回到起点的经验还不足以引起守恒，这种经验只不过带来了一种可能性罢了；一旦被试领悟到物体变形过程中的差异能够通过反向的过程予以消除，问题就明确了。在这里，有的儿童描述了形状上的变化，例如“把它变成一个球”（阿波），“把它变成长的”（弗伊），“把它展开”（布尔），“改变它的形状”（贝尔），“把它拉长”（诺），等等；有的描述了球的分离分割或者相反动作，例如“把它切成碎片”（赫尔姆），或者“把它们黏在一起”（克拉），等等。儿童描述的运算都是实实在在的智慧运算，因为他们引出了空间关系，或者说引出了整体和部分之间的关系。这样做的结果就是任何差异都能通过可逆运算得以消除。

确实，正是因为（通过直觉经验）感知到的关系已经为通过运算得到的关系让路了，才使得后者能够得到协调。换句话说，拉长、摊平、切碎等整体的行动（动作），直到儿童表达出来之后，才能称得上是可逆运算，它们不再只是简单的、非连续的关系，而是互补的关系，即自身可加或者可乘的关系。实际上，处于阶段Ⅰ和亚阶段ⅡA 儿童的主要差别是，前一个阶段的儿童认为线圈形状的拉长（“更长”的关系）或者球体形状的压缩（“更大”或者“更厚”的关系）是绝对的，是孤立的特征；而后一个阶段的儿童则会马上认识到，即使线圈与球体比较而言拉长了，但是它却更细一些，两种关系必须综合起来考虑。球体的分离分割也是类似的：整体分割成部分，表明阶段Ⅰ的儿童有物质减少的观念，他们只简单地认为分离的部分

变得更小了。相对而言，处于阶段Ⅱ的儿童则在心理上将这些部分变成了一个整体，整体变成的部分越小，整体部分的数量就越大，因此这两种此消彼长的变化可以相互抵消。

这种逻辑关系的运算整合把儿童直接导向数学量化上。如果不是儿童意识到了（至少内隐上）差异的消除，即“更长”×“更细”＝“相同的数量”的话，那么什么使得儿童断言黏土球的变形产生了“相同的大小”、“相同的数”或者“相同的数量”呢？这正是诺所表达的确切意思，当他用最为明确的语言说道：“它虽然更长了，但是却更细了，仍然是相同的。”在这里是首次发生，而且这个确认似乎包含了两个关系之间（增加的长 × 减少的宽）的简单的逻辑乘法，就这些而言，它将带领我们思考远超于数量运算之上的问题。而且这点是值得强调的，在本书中这也是需要反复强调的一个问题。

应该记得按照康德（Kant）的观点，所有的逻辑都以量化为前提，但是是一种简单的类型，我们可以称之为“内涵（intensive）”，因为它完全依赖于整体和部分之间的关系。因此基于事实，所有的日内瓦人（A）都是瑞士人（B），而一些瑞士人不是日内瓦人（non-Genevans）（$\overline{A}$），就可以推理出 $A < B$，$\overline{A} < B$，可我们却对 A 和 $\overline{A}$ 的数量关系（我们能够得出 $A \gtrless \overline{A}$ 或 $A = \overline{A}$）一无所知。相似地，在一系列不对称的关系里，如果 x 与 y 不同（即 $x \xrightarrow{a} y$），如果 y 与 z（即 $y \xrightarrow{a'} z$）不同，我们可以知道 x 和 z 之间的不同（即 $x \xrightarrow{b} z$）要大于 x 与 y（$\xrightarrow{a}$）或者 y 与 z（$\xrightarrow{a'}$）之间的不同；然而我们并不知道 $\xrightarrow{a}$ 与 $\xrightarrow{a'}$ 之间的关系，只能知道 $\xrightarrow{a} \gtrless \xrightarrow{a'}$ 或 $\xrightarrow{a} = \xrightarrow{a'}$。

比较而言，当我们在数量上比较各部分的彼此时，例如 A 和 $\overline{A}$ 或者 $\xrightarrow{a}$ 和 $\xrightarrow{a'}$ 时，“外延（extensive）”量化就出现了。最后，我们用“可测量（metric）”的量化来描述量的第三种类型，这作为第二种的特例。当部分（或差异）等价时，就有可能介绍单元的概念了：即如果 $A = \overline{A}$，那么 $B = 2A$；以及如果 $\xrightarrow{a} = \xrightarrow{a'}$，那么 $\xrightarrow{b'} = \xrightarrow{2a}$。

现在让我们试着看看引导儿童物质守恒的运算所引入的逻辑格式，以及在其中起调停作用的数量。假设我们有一个黏土块 C_1，从这个黏土中揉出一团足量的可以再次被分成几份的黏土块 B'_1：那么我们就有这样的一个关系 $C_1 - B'_1 = B_1$。B'_1 是从 B_1 的末端部分分离出的，现在改变 B'_1 的形状，让它变成与 B_1 部分有所区别的另外一个部分。现在我们手头有一个新的黏土块 C_2，并存在着这样一个关系 $C_2 = B_1 + B'_2$，其中 B_1 为保持原状的那部分，B'_2 则是为了做出新形状而添加的部分。在这个例子中，我们如何证明 $C_1 = C_2$？我们有且只有四个方法：（1）确定元素的同一性（类别或部分）；（2）单元的等同性；（3）空间关系的同一性；以及最后（4）差异的等同性。

在方法（1）中，我们可以通过构成基本成分元素的量化等同，直接建构 $B'_1 = B'_2$ 这一等式。例如，如果 B'_1 是由 A_1，A'_1 等部分组成，B'_2 也能够从中识别出来，或是被试随后在头脑中的替换物，那么我们在逻辑上就得到了等量关系（同一）$B'_1 = B'_2$ 和 $B_1 = B_1$，最后便可推出 $C_1 = C_2$。

其后在方法（2）中，让我们假设存在部分 A_1，A'_1 等，是彼此相等的：在那种例子中我们能够将它们一一列出，若是 $B'_1 = nA$ 且 $B'_2 = nA$，那么就再次可以推出 $B'_1 = B'_2$，且若是 $B_1 = xA$，那么 $C_1 = n + xA$ 且 $C_2 = n + xA$，从而 $C_1 = C_2$。显然这一运算过程不再属于逻辑性质的范畴，因为要得出 $A_1 = A'_1 =$ 其他小部分，儿童必须忽略他在第一种方法中认定的各成分所含量不同这一性质。

通过方法（3），我们同样能够通过空间关系的确认来证明这一关系。假设 C_1 为某简单的任意形状，其长为 $\xrightarrow{c_1}$，高为 $\downarrow b_1$；B_1 有同样的高 $\downarrow b_1$ 与长 $\xrightarrow{b_1}$；B_1 高也为 $\downarrow b_1$，但不同的是其长为 $\xrightarrow{b_1}$。若我们简单地将 B_1 转换至低于 B_1 且将其长 $\xrightarrow{b_1}$ 转换成它现在的高度 $\downarrow b_2$，如此我们就可以得到这样的关系 $C_1 = \downarrow b_1 \xrightarrow{b_1+b_2}$ 与 $C_2 = \xrightarrow{b_1} \downarrow b_2 + b'_2$。这样我们就可以顺理成章地进行推论：就 C_1 而言，C_2 虽然在长度上减少了，但是在高度上有所增加，又因为 $\xrightarrow{b_1} = \downarrow b_2$（关系的确认），因此，$C_1 = C_2$。

在方法（4）中，假设 C_1 形状过于复杂使得无法确认 $\xrightarrow{b_1}$ 与 $\downarrow b'_2$ 的等量关系。在该情况下，我们可以把物体空间特性差异看作是引领他们自己对单元或比例的认知建构。在此基础上可将 C_1 的形状做成圆柱状，然后将其拉伸成为 C_2，这样做的话它们各自的直径关系即为 $d_1 < d_2$，垂线关系为 $h_1 > h_2$。随后可推出 $d_1 \times h_1 = d_2 \times h_2$，从而得到相反比例的关系 $\frac{d_1}{d_2} = \frac{h_2}{h_1}$。

总而言之，由方法 1 和方法 3 引出了内涵的量化，在这里每个部分只是与总体比较，或者与自己（同一性）比较，方法 2 和方法 4 包含了外延的量化（等同于部分或者与部分有所区别），当方法 2 就是测量标准时，方法 4 就没有必要成为测量标准了。

应该注意的一点是，从逻辑的角度看，方法 2 和方法 4 基于相同的运算，但是分别应用在物体和空间关系上；它们自己的元素（方法 2）或者它们的维度（方法 4）缩减成一个真实的系统或者虚拟的单元。

另外，正如我们在其他地方展示的那样，首先按照逻辑[①]的观点出发，再从心理学的观点出发[②]，每个单元的系统来自于一个类别群集和一个非对称关系群集的运算融合物。因此，方法 2 和方法 4 是不可分离的，是对方法 1 和方法 3 的结合。

这些结论完全由我们所展示的被试的反应所证实而得出的。一方面，在呈现分

① 《日内瓦物理学与自然史学会会议纪要》，1941，第 58 卷，第 122–126 页。

② 皮亚杰和斯泽明斯卡，同前。

离的黏土球时他们的争论证明他们使用了方法1和方法2。当布吕说小球的时候："它似乎就是一个球"，当谢强调说"它的所有黏土都来自于球，但是切碎了"，他们正在把碎片当作所呈现的数量同一性的元素，无论它们是组合在一起的，还是分散开的，或者所谓单元，它们加起来就与整个球是相等的。当将碎片与原来的球比较时，格尔甚至说，"两边的数是相同的"。

比较而言，在不进行分割分离，只改变形状的例子中，儿童依赖于关系的协调，依赖于差异的对等性，显然他们在使用方法3和方法4。因此当诺和其他一些儿童说，"它更长一些，但是却更细一些；它依然是相同的"，他们的意思是特征的同一性（在一个能够可逆运算的群集中）抵消了这种变化的关系，其他特征的等同性产生了一个常识标准（例如，单元）或者比例的减少。最后，这些各种各样的运算程序，一些对应于物质的分离，另一些对应于不同的关系，是互补的，在心理上是相互依赖的，关于这点是明确的。这就是守恒是在逻辑群集（内涵量）与外延量的联合帮助下获得的理由，这也是方法2和方法4来自于方法1和方法3的组合的理由。

因此，我们可以认为，为什么一旦在所有的概括（generality）方面物质守恒得以建构，我们的被试将其视为先验必要性而非简单的经验假设，就是因为它是由逻辑运算的同时群集化及其数量化带来的：逻辑守恒，就直接自动延伸到数量守恒上。现在，如果我们回到物质的不变性之间的比较上，回到简单物体的知觉上，这些运算的具体意义就变得显而易见了。知觉上的物体，即使从表面上看产生了一些变化，仍保留着特定形状和维度，也还是一个不可分割的整体。相反，在一个物体的形状产生了真正变化时，恒定不变的东西就不再是一个知觉上的整体，而是作为恒定不变的物体的各个部分的总和。简言之，在获得守恒之前，物质只不过是一种无差别的特性，作为一个其他的支撑；一旦物质被当作一个不变的，并因此能得以量化的东西之后，它事实上就成为构成整体的所有小群集对象共享的特性。导致物质守恒的逻辑和数量的组成预先假定了这种部分组成了同质的单元，而且更重要的一点是，内隐的甚至外显的原子论之选择，在进一步讨论物质、重量和体积之间的关系后会变得相当清晰可见。

第二章　变形黏土球的重量守恒[①]

在第一章我们力图展示，儿童获得物质守恒时，首先需要领会黏土球形状转换时的可逆性，例如，需要对这些运算引起的关系进行整合，也需要对一个内涵和一个外延进行量化。但是为什么这些可逆性和量化并没有直接引起重量和体积的守恒呢？

就重量守恒而言，我们将看到重量的建构经历了与物质守恒类似的阶段，但是并非在八岁时，而是到了十岁，儿童才完成了重量的守恒。这是因为重量的守恒需要一个更为复杂的特性的量化，例如，与被试自己的活动（activities）紧密联系的特性。实际上，儿童很早就学会了通过举起物体时的肌肉张力来判定物体的重量，因此，他们会将重量和运动联系起来。

让我们回顾一下建构物体重量守恒时所经历的阶段：（1）阶段ⅡA 和ⅡB：物质守恒但是重量并未守恒；（2）阶段ⅢA：物质守恒，在重量守恒上出现中间反应；（3）阶段ⅢB：物质守恒和重量守恒而体积未守恒。

第一节　阶段Ⅱ（A 和 B）：未获重量守恒

我们将分别对黏土球变形和分离时的反应进行分析。首先，分析处于阶段ⅡA 的儿童对改变形状的黏土球的回答（中间反应涉及重量未守恒时的物质守恒情形）：

维斯（5；6）做出两个相同的球：“它们一样重吗？”——“是的。”——“天平会保持水平吗？”——“是的。”——将其中一个球变成线圈状之后：“它们还是一样重吗？”——“不，第二个（线圈）更重一些。”——“为什么？”——“因为它更大一些。”——“为什么？”——“因为它更长一些。”——“它与另外一个的黏土一样多吗？”——“是的。”将线圈状的黏土改变成一个长的条状之后：

① 与奥斯曼·卡里姆合作。

"它和线圈状的黏土一样重吗？"——"那个（条状的）更重一些，因为它更大一些。"——"它们的黏土一样多吗？"——"那个更多一些，因为它更长一些。"——"我现在做成两个条状物（相同的长度）。它们一样重吗？"——"是的。"——"一样多的黏土吗？"——"是的。"将其中一个条状物的首尾相接变成一个圆环："那么现在呢？"——"第一个更重一些。"——"为什么？"——"因为它更长一些。"——"它与另外一个比较，黏土相同还是不相同？"——"相同。"——"那么它们一样重吗？"——"不，第一个重一些。"——"为什么？"——"因为它更大一些。"

给被试展示了两个相同尺寸的棉绒填充物："它们一样重。"——将其中一个疏松开来："这个像那个吗？"——"不，那个（疏松的绒物）更重一些。"——"为什么？"——"因为它更大一些。"——两小捆相同量的香烟："这些呢？"——"它们一样重。"——将其中的一捆疏散开来。"那么那个呢？"——"那个要更重一些。"

邦（6；0） 有两个球，其中一个变成了圆线圈状："重量保持相同还是不同？"——"那个（圆线圈状的）变得更重一些了，因为它更大一些了。"——"以前它们有相同的黏土吗？"——"是的。"——"那么，现在呢？"——"线圈状的黏土更多一些。"——"你认为哪个更重一些？"——"线圈的那个，另外一个更轻一些。"——"为什么？"——"因为它更细一些。"把球变成了一个线圈状，把原来的线圈状又变成了一个圆环状："那么现在呢？"——"第一个（线圈状）更重一些，因为它更长一些。"——"它们的黏土一样多吗？"——"是的，因为没有拿走任何黏土。"——"那么它们一样重吗？"——"圆的一个（圆环）更重一些。"——"为什么？"——"因为它更圆一些。"——"如果我们把它们重新做成两个球呢？"——"它们将会一样重了，因为它们是一样的了。"

两个棉绒填充物："它们一样重吗？"——"对。"——将一个填充物压扁，将另一个梳松一下："那么现在呢？"——"第一个更轻一些，因为它更小，另外一个更重，因为它更大一些。"——"我们能够把散开的填充物做成和以前小的那个一样重的吗？"——"可以。"——"那么如果挤压另外一个，和以前比它将会有相同的重量吗？"——"它将会少一些重量。"

这里有一些处于第二阶段的儿童的清晰的反应（阶段ⅡB：获得了物质守恒，但是仍然在重量上未获得守恒）：

厄奇（6；0） 球状和线圈状："以前它们的重量相同吗？"——"相同。"——"那么现在呢？"——"第一个（球）更重一些。"——"为什么？"——"黏土更硬一些。"把线圈重新变成球之后："那么现在呢？"——"重量相同。"一个长的线圈状和一个圆环状："那么现在呢？"——"第二个更重一些。"将圆环状的打开做成一个与第一个一样长的线圈状："那么，现在呢？"——"它们一样重了。"将线圈状的打成结："那么，现在呢？"——"这个更重一些。那个节点（结的顶部）比剩余的部分重（！）。"将两个线圈状的黏土重新变成两个球状的黏土："那

么现在呢？”——“它们两个重量相同。”将其中一个球状的压扁之后：“那么现在呢？”——“球状的更重一些。”——“它们拥有的黏土相同吗？”——“相同。它就像第一个球一样。”——“那么它们有相同的重量吗？”——“球更重一些。”

“现在看起来，如果我们拿起一片奶酪，把它揉碎，那么奶酪和以前一样多吗？”——“是的。”——“重量呢？”——“不。”——“如果我将这个球状的揉碎，前后的黏土一样多吗？”——“一样多，因为没有带走任何黏土。”——“它的重量是相同的吗？”——“不相同，因为圆球状没有被弄碎，所以它更重一些。”

敏（6; 6）将两个球中的一个变成圆环状：“第一个（黏土球）更重一些。”——“为什么？”——“因为你把第二个变细了一些。”将球变成了一个圆饼状的：“那么现在呢？”——“是相同的。”——“为什么？”——“它们现在都变细了。”球状和线圈状：“那么现在呢？”——“第一个更重一些。”——“为什么？”——“它没有那么细。”——“它们相互之间比较，黏土一样多吗？”——“一样多。”——“因此为什么第二个更重一些呢？”——“因为把它拉长了。”

在两个相同的棉绒填充物中，将其中一个疏松了一些：“那个紧密一点的更重一些。”奶酪实验：“在没有捏碎它之前，更重一些。”

苏斯（6; 6）检查了两个球：“哦，当然，它们是相同的。”——“那么如果我将这个拉长成一个线条状，它们还是一样重吗？”——“我们还得看一下。”其中一个球被拉长了：“不，球状的非常重，但是那个稍微重一些，你将它拉长了，因此它一定会更重一些。”——“我们能把它再变成一个球状的吗？”——“可以。”——“它将会变得更大还是更小一些？”——“我不知道；哦，它将会是相同的，因为它就是以前那个球。”——“那么这两个相互比较，黏土量相同吗？”——“相同。”——“那么重量呢？”——“重量不会相同。”

安德（7; 0）“那个更轻一些，因为它是一根香肠状。”——“怎么是这样？”——“因为它更细一些。”——“这里的黏土和那里的黏土一样多吗？”——“一样多。”——“那么如果我们将这根香肠变得更粗一些呢？”——“球仍然稍微重一些：那个（线圈状）是圆的，但是球更圆一些。”

菲尔（7; 0）“线圈状的更轻一些，因为它更细一些。这个（球）更重一些，因为被挤压在一起了。”——“但是它们的黏土相同吗？”——“是的，它们的黏土相同。”

莫尔（7; 0）将其中的一个球变成一个圆筒状：“它们的重量仍然相同吗？”——“不同。”——“为什么不同？”——“球更重一些，因为它更大更圆一些。”——“它们的黏土相同吗？”——“相同。”——“那么为什么第二个更重一些？”——“因为你把它拉长了。”对棉绒填充物的反应是相同的：“那个挤压在一起的更重一些。”——“为什么？”——“因为它更圆一些，你疏松开的那个更轻一些。”

加伊（8；0） 球和线圈状的黏土："更长的重量更少一些。当把它挤压在一起的时候就更重一些。"——"为什么？"——"因为它更厚一些。"当把线圈状变回一个球状之后，将第二个球状的变成了一个圆饼状："那么现在呢？"——"球状的更重一些，当你把它拿起来的时候，你能够感觉到球更重一些。你能看到那一个（圆饼状）更轻一些；当它摊开的时候，它与球比较就少了一些重量。"——"但是，它们的黏土还是一样多吗？"——"当然一样多。"

鲁（9；0）"圆饼状的更重一些。因为它的边沿延伸出来了，因此它更重一些。"同样："球状的比香肠状的更重一些。"——"为什么？"——"因为它更大一些。"——"它们两个的黏土相同吗？"——"黏土相同，因为在变形的时候没有带走任何黏土。"——"它们两个一样重吗？"——"不一样重，因为（线圈状的）更小一些。"

阿多（10；2） 红色的球形状不变，将蓝色的球拉长成了一个线圈状："它们的重量仍然相同吗？"——"它们的重量不相同，红色的那个更重一些。"——"为什么？"——"红色的那个没有放出来，而蓝色的那个则放出来了。"——"你认为的'放出来'是什么意思？"——"它的意思就是让重量更少了一些。"——"黏土仍然相同吗？"——"相同。"——"但是重量不同了？"——"对。"将红色的球拉长成一个短的线圈状，蓝色的一个压扁成一个圆饼状："它们两个的黏土仍然相同吗？"——"相同，因为你没有改变黏土。"——"那么重量相同吗？"——"不，红色的更重一些，因为它更紧密一些，蓝色的那个更轻一些，因为它更松一些。"——"如果你拿来一个手帕，把手帕叠起来，它的重量仍然相同吗？"——"不相同，它变重了；当把它折起来的时候就紧密一些了，因此它就更重了。"——"如果我们将这两个球放在天平的托盘上，它们的重量会相同吗？"——"放红色的那个托盘会下降。"将两个球拉长变成相同长度的线圈状的事实，特别吸引了被试的注意力。接下来将蓝色的线圈状闭合成一个环状："它们的重量相同吗？"——"不相同，蓝色的更重一些，因为它更紧密一些，更圆一些。"——"那么当我们把一块奶酪揉碎的时候，我们改变了它的重量吗？"——"没有揉碎的奶酪更重一些。"——"你确定吗？"——"不是特别确定。"——"当我们将一个球变成线圈状的时候，你绝对肯定它的重量会发生变化吗？"——"哦，会变化啊。"——"你一点儿都不怀疑？"——"不，我不怀疑。"——"但是有些孩子告诉我重量并没有变化。"——"他们搞错了；重量不能保持相同，因为把它拉长了。"——"那么放在天平上呢？"——"这边的将会重一些。"

梅尔（10；0）"球更重一些。"——"为什么？"——"它是球状的，另外一个黏土（线圈状的）是细的。"——"但是当它是球状的时候，为什么就是重的？"——"因为它有更多的重量，而且因为那个（线圈状）拉长了（超出了盘子的边缘）。"——"那么这就意味着什么呢？"——"它的重量就少一些了。"——"那么如果我重新放在盘子中（半圆形），结果它就不会突出出来了。"——"那将

会使得它更重一些，但是仍然没有球重。当它像这样长时，一点点重量就被带走了。它更扁平了，但是当它在一个球中的时候，黏土是挤在一起的。"——"如果我将这个线圈状的变回到一个球呢？"——"它的重量稍微少一些，或者可能它会将相同的重量变回来。"——"为什么？"——"它过去就是一个球，我们看到它有相同的重量了。"

重新做两个球，将其中一个球压扁变成一个饼状："饼状的更重一些，因为它是扁的，而球是圆的。"——"为什么扁的时候它更重呢？"——"因为有更多的部分接触到了盘子。"线圈和饼状："那么现在呢？"——"饼状的更重一些，因为它扁平一些；那个（线圈状）更长一些，有一些延伸出来了。"两个饼状物，一个变成了水平状，另一个变成了垂直状："那么现在呢？"——"这个（水平状的饼状物）比那个竖立起来的更重一些，因为那个（垂直的饼状）接触的盘子没有那么多。"

在测试结束的时候，梅尔决定自己称一下球状的和圆盘状的黏土，他非常惊奇地发现它们是平衡的。他将球移动到更接近盘子中心的部分，而且将饼状物更压平了一些。最后他称重了线圈状和球状的黏土："它们的重量总是相同！"——"为什么？"——"这个（线圈状）是纵长的；你会认为它像那个一样更重一些，但是球有更多的重量，因为它在右边的中间，当它在中间的时候要比不在中间的时候更重一些。"在天平上称重的结果都没能让梅尔认识到重量其实并没有改变的事实。

格拉（10；6）也证实球要比线圈状的更重一些。在将两者放在手里掂量之后他说："当将它拉长之后，就更轻一些了，因为它没有鼓起来；我能感觉到这个（球）更重一些。"

米尔（10；0）"球更轻一些，因为它在天平的托盘上占据了更少的空间；线圈状的更重一些，因为它更长一些，而且更厚一些。"

简言之，看起来所有的被试都几乎确信形状的变化肯定会引起重量的变化，然而除了维斯和邦（阶段ⅡA）之外，其他的被试也都认为物质是守恒的。那么现在，他们为什么不能直接从物质守恒通达重量守恒，或者更为确切地说，为什么运算的可逆性协调引起了对物质不变特性的认识，而却没有由此自动迁移到重量不变的特性上来？原因是显而易见的，重量的固有特性的量化与作为不变量的物质比较，前者呈现出了一个相当不同的问题。建构重量守恒的时间点比建构物质守恒的时间延后了一点，这个特点强调了一个物理量在量化时的一般问题。

为了对与重量有关的例证引出的新问题有更为清晰的理解，我们需要对被试力图证明重量不守恒的例证进行仔细研究，再没有比研究不守恒例证更好的途径了。我们发现，除了处于阶段Ⅰ的儿童提出的有利于物质不守恒的理由外，他们还提出了一系列的特殊论点，这些论点的基础可以称为重量概念的最初的自我中心主义。

首先，许多儿童相信当球变成了线圈状之后，它就会失去重量，因为它少了一些紧密性，“拉长”（敏、格拉等），“更长”（加伊、梅尔等）或者“更细”（邦、敏、菲尔、梅尔等），而球是“圆的”（邦、梅尔），“更紧”（菲尔、莫尔、阿多、梅尔），“更厚”（莫尔、鲁），或者“更挤”（加伊）。处于阶段Ⅰ的儿童（甚至阶段ⅡA 的儿童）曾经常辩护说明物质不守恒，但是到了阶段ⅡB 之后，就会开始否定以前的观点，现在这些正好就成了他们的论据。那接下来就要问，为什么相同的论据，甚至都是相同的语句，在物质守恒的例子中曾经失去了其效用，而在重量守恒的例子中还在发挥着作用？

在我们回顾其他著作[1]和本书第一章第四节所考察过的引导关系数量的条件时，原因就变得清晰可见了。举两个表征黏土块的数量关系的符号，高度 $\uparrow b$ 和长度 $\xrightarrow{a}$ 的例子，这些符号的大小以零为起点而有所不同。现在假设我们将这个黏土块做得更长一些，但是更矮一些的形状：现在就有了 $\xrightarrow{a} + \xrightarrow{a'} = \xrightarrow{b}$ 和 $\uparrow b - \downarrow a' = \uparrow a$。忽略第三个维度或者尺寸（等同于高）来简化我们的公式，然后我们就可以说，一旦儿童意识到了对这两个不同（$+\xrightarrow{a'}$ 和 $\downarrow a'$）进行区分并能够抵消的话，他们就可以认为物质守恒是理所当然的事情了。换言之：$\uparrow b \xrightarrow{a} = \uparrow a \xrightarrow{b}$，因为 $\downarrow a' = \xrightarrow{a'}$。

具体而言，从黏土块到黏土线圈，当被试说线圈的高度没有以前高了，但是在长度上却更长了，这就是他们的具体而精确的表达。正如我们在第一章所看到的，一旦两个之间的关系等同于高度和长度之间的简单置换，总量并没有减少，这一步就已经包含了一个数学的量（即使还没有涉及数的问题）。例如，一旦儿童认识到总量 $\uparrow b \xrightarrow{a}$ 能够表达为比率（直接或反向）的恒定系统，甚至可以由一个空间单元来表达，无论元素的排列如何变化，空间单元的产生却恒定不变。但是如果关系中的外延量化简化为这个非常简单的格式，我们仍然想知道为什么物质守恒的例子比重量守恒的例子更加容易一些。

加伊、梅尔、格拉和其他儿童都非常明显地回答了这个问题。这是因为他们都认识到，一个球变成了一个线圈状之后，在物质数量上保持恒定不变，且理由相对简单，他们发现了一种规律，即简单置换并不能改变物质的本质：将球的某部分压缩（例如，$\downarrow a'$）了之后，却相应能够增加它的另一个部分的长度（例如，$\xrightarrow{a'}$）。因此，儿童仅仅需要掌握一个事实，即线圈和球体之间差异的抵消要归因于物质在数量上保持的恒定不变性（物质实质不过是作为量化的基本形式内容服务于未分化的一种特性）。比较而言，在重量的例子中，儿童必须得做出决定，在球体顶部取下的一块黏土，与将它变成线圈末端的一部分相比，是否前者会更重一些，更少一些或者两者一样重。就儿童对已给物质的重量的主观经验而言，简单视觉感受看起

---

① 皮亚杰和斯泽明斯卡：《儿童的数概念》，劳特利奇与基根·保罗，1952，第一章与第十一章。

来似乎与触觉表面的感觉相反，例如，鼓起来的块看起来更重一些，而当用手掌压扁之后看起来更轻一些。梅尔的解释正好说明了这一点，他辩称，因为球把它所有的重量都压低到盘子上了，所以更重一些，而线圈的一部分突起超出了盘子的边沿，所以它的重量没了。对他来说，很显然$\downarrow a'$的重量（例如，这部分黏土从顶部变到了底部）不可能等同于$\xrightarrow{a'}$的重量（例如，把黏土增加到了线圈的末端），即使他随时在强调物质的数量是守恒的情况下。当整个线圈随后马上变形，能够正好装在盘子里之后，梅尔还是继续用相同的方式论证："那会使线圈状的有一点儿重了，但是总体的重量还是没有球体的重。当它像那样长的时候，有一点儿重量不在了。它更加宽一些，但是它在黏土球中的时候是挤压在一起的。"格拉的反应更为明显，不仅仅持有相似的言论，而且他坚持说在自己的手里掂量了线圈状的和球体之后仍然是如此："当把它拉长之后，因为它没有在一团中，它就会更轻了；我能够感觉到这个（球）更重一些。"加伊也是，对所有的（变化）更是清楚，他说："更长的话，它的重量就更少一些。当把它挤压在一起的时候，就更重一些了。"简言之，阻止这些被试对明显差异的重量上的等量化，即阻止承认球不仅在实质上守恒，而且也在重量上守恒，究其原因是，就主观的肌肉印象而言，事实上，线圈状的黏土在长度上的增量并没有与它在高度上所失去的重量等同起来。在儿童手里一个扁平的物体比压成一团的东西看起来要更轻一些，我们的被试想当然地认为天平能证实这一点。这就是为什么梅尔如此确定地认为突出在盘子边沿外面的线圈末端没有重量的原因，也是为什么格拉认为球肯定要比线圈状更重一些的原因。

说起来也奇怪，那些持有相反观点的儿童，例如那些强调线圈状黏土块比球状的更重的被试，认为线圈状的更"突出"了一些，因此更重。他们竟然在用相同的方式证明不同的相反的感觉。当苏斯就线圈状的说，因为球状的黏土块在天平上占据更小的空间，因此更轻一些；因为线圈状的黏土块更长，更细一些，因此更重一些。他们试图简单地解释，如果黏土在托盘上占据的空间越大，就越重，这也就是一个直接接触到盘子的有凸起的黏土块，与从托盘上取走一些加到凸起的顶端而不接触托盘本身的黏土块比较，前者要更重一些的原因。简言之，儿童发现将有差异的不同部分进行等同化是不可能的，因此对一个量化的部分进行等同化也是不可能的，这是因为儿童还无法利用部分的同质性。因此，他欣然承认，如果所给的有凸起的黏土来自于球或者来自于线圈的尾端，它将包含有相同数量的物质，但是他却相信重量发生了变化，这点恰恰说明，他通过感受压力的方式对重量进行估计。

这两种类型的用相同的原则解释相反结论的评估，也出现在比较饼状物与球状物的过程中，甚至在这里的表达显得更明确一些。我们的许多被试都强调圆饼状的黏土块要比球状的更轻一些，正如加伊所指："当你把它拿起来的时候，你就能感觉到，你也能够看到这个（饼状的黏土）轻一些；当它是扁平状时，要比它是球状时

更少一些重量。”或者“当把它挤压在一起的时候就更重一些”。阿多的叙述表明，因为“更紧密一些”的球状黏土就更重一些，“更突出来一些”的饼状黏土“就更轻一些”，因此，即使饼状和球状所包含黏土一样多，但前者会更“少一些重量”。他还强调一个折起来的手帕变得“更紧密一些，所以更重一些”，这一切实际上都和主观上的感觉一致，最后他的结论是：“因为拉出来了一些，重量不可能不发生变化。”相对而言，对其他的被试来说，因为在手里或者盘子里的圆饼状黏土覆盖了整个手或者盘子的表面，所以它更重一些。鲁更为清晰地提出“因为圆饼状都延伸并超出了盘子的边沿，所以更重一些”。梅尔也是更明确地强调了这种说法，如他所说：“圆盘状的更重，因为它是扁平的……它的更多部分都接触到了托盘。”因此他的特别解释是，因为边缘部分悬空的一个圆饼要比边缘接触了托盘的一个圆饼更重一些，因为它“接触盘子的部分没有那么多”。再没有谁比梅尔对由重量的量化带来的问题解释得更好的了。即使只是在一个物体中的位置变化时，梅尔都拒绝将高和宽上的变化的差异等同起来。换句话说，他拒绝承认这种等同交换（$\uparrow a \xrightarrow{b} = \uparrow b \xrightarrow{a}$），因为他相信当应用在垂直方向（$\uparrow a'$），而非水平方向（$\xrightarrow{a'}$）时，$a'$ 就改变了重量。

将一个直的物体与一个闭合成环的线圈状物体进行比较时，凭借纯粹的知觉对重量估计也出现了类似的矛盾反应。根据一些被试（例如邦和阿多）的陈述，环状物是圆的所以更重。然而，根据其他一些被试的反应，结论却是线圈更长所以更重。这完全与我们的其他一些发现一致，尤其更值得注意的是厄奇的评价，因为这个评价揭示了所有这些解释背后的机制。在儿童认可两个线圈有相同的重量之后，再把一个线圈系起来打出一个结之后，他马上宣称打了结的那个更重，因为“那个结（结点）压重了其余的部分”。当个体采用主观印象的方式表达重量时就已经相信再没有更好的方式去表达这一概念了：自我中心主义代替了所有外延的方式，甚至内涵的量化也是如此，因为自我中心阻碍了儿童对各个不同部分具有等同性的认识，也削弱了将各个部分在逻辑上相加变成一个恒定不变的整体的可能性。

我们现在可以看到，这些儿童认为形状的改变是引起重量变化的真正原因。对他们来说，重量是一种力量，但与质量并不成比例。他们把重量看作一种既依赖于它的着力点，也依赖于对它施以影响的主体形状的活动压力。对厄奇来说，这就是为什么含有相同物质数量的球体与线圈状物体相比，前者更重的原因：球体的黏土“更硬一些”，例如，更紧致一些，而且就如同它更协调一些一样。显然莫尔同样也认为重量是一种压力，随着物质的分散、疏松而减小。这非常像梅尔所发现的，球更重一些，因为它“更紧密地挤在一起”，而线圈更轻一些，因为它“更展开一些”。因此，莫尔强调球更重是因为“球大而圆”。他补充说，当球变成了一个圈状物之后就会更轻一些，“因为你把它拉开了”，就好像部分如果更紧密地附着在一起就会产生更多的重量一样。这就又把我们带到了棉绒填充物和烟草的问题上了。一些被试

简单地认为铺开的棉绒填充物，散开的烟草更重一些，这是因为填充物的量变得更多一些（维斯和邦），这与被试认为更大的物体更重一些的主观印象一致；更多的另外一些被试认为看起来小一些的填充物更重一些，因为它更“紧密一些”（莫尔、敏、厄奇，等等）。这也是莫尔对黏土球的态度：它的重量因为压力和在空间上更集中而增加了。那么依据相同的途径，聚在一起的奶酪要比削成薄片的奶酪更重一些。

简而言之，所有这些反应都是相互矛盾的。对处于这个阶段的儿童来说，重量并不是一个独立于物体形状的恒定的物理量；被试相信在称重时或对重量进行评估时，不同的形状会引起不同的压力感，而且引起的这种压力感会投射在天平上，这种平衡则被认为是所称重的物体与盛放物体的盘子之间的空间接触点的反应。因此，重量现在还不是一个反映客观关系的物理量，而是一种活动，一种对应着某种肌肉经验的功能。重量到底是多少则因相应形状的物体在被试手里引起的肌肉紧张感的不同而有所不同。

我们不应该对这种反应表现出惊讶的态度。毕竟，处于这个阶段的儿童还没有发展出一个内涵，更不用说外延了。因此，此时的内涵和外延的量化仍然具有波动的特点，守恒更是如此。正如我们在第一章所看到的，物质的守恒需要可逆性的调和，也需要通过可逆所表达出的关系的量化。那么，如果我们的思考正确的话，在越来越离散的基础之上，这种量化会直接导致整体分解成为同质的部分，例如，对区分这些部分的差异性的等同化。当儿童仍然相信一个物体的多个部分和另一个（实质相同）的相同整体随着位置而改变时，换句话说当儿童依然对部分的特质同一性有所怀疑，以至于认为重量也会发生变化时，很显然就无法将这种运算应用在重量这个指标上。

现在让我们看看儿童对分解球体和线圈状物体时的相应反应。

厄奇（6；0）把两个球中的一个分成九个小球：“它们的重量相同吗？”——“大的更重一些。”——“为什么？”——“因为它更大一些，所以更重一些。”——“大球的黏土和所有的小球加起来的黏土一样多吗？”——“一样多。”——“因此它们有相同的重量？”——“不，大球更重一些。”——“为什么？”——“因为它更大一些。”

敏（6；6）将两个相同线圈中的一个分成七小份：“如果我把这个放到天平秤盘的一边，所有剩下的放到另外一边，它们的重量相同吗？”——“不，这一个（没有分开的线圈）会更重一些。”——“为什么？”——“因为没有切开它。”——“如果我把这些小的线圈重新组合起来，它们会和以前的相同吗？”——“是的，那将会相同。”

欧瑟（7；10）一个大球和七个小球：“那个（大球）更重一些，因为它的所有都在一起，而这些（七个小球）更轻一些，因为它们没在一起。”

罗尔（7；6）相同的问题：“这些更轻一些，因为它们更小一些。”

巴德（7；6） 相对而言，他认为五个部分的重量要比没有分割的球更重一些，“因为它们有更多块儿”。

加伊（8；0）将其中一个球分成六个小片：“它们与球不一样重。”——“为什么？”——“它在所有的小片中要比在一片中时更轻一些；大球更重。”——“为什么？”——“因为你能看到小的部分更细一些。”但是他认为将部分做成与“以前的一个大球一样的”是可能的。

达尔（9；6） 分解成部分的重量更少一些，“因为它们被分开了，更细一些所以肯定更轻一些。当把它们挤压在一起的时候就更重一些。”——“为什么？”——“它们没有得到剩下的重量，它们太小了，而且它们在托盘的边沿。”

阿多（10；2）“红的部分（四部分）更重一些，因为它们都是散开的。”红色的部分组合成一个单一的球，蓝色的球分成了四个部分：“红色的更重一些，因为蓝色的是分开的。”因此他自己是矛盾的。红色和蓝色的球都分成了四部分，蓝色的四部分几乎贴在一起：“蓝色的部分更重一些，因为它们相互之间更近一些。”

梅尔（10；0）“小的（分开的）部分更重一些，因为所有的都在托盘上，而且那个（球）正好在托盘的中间。”——“我们能够把它们重新做成一个球吗？”——“可以，它们将会有相同的重量，因为又有同一个球了，然后正好在托盘的中间。这样那些小块就占据了天平更多的空间，因此它们更重一些。”

戈（11；0）“球更重一些。”——“为什么？”——“因为你能很好地把它握在手里。”——“但是它们在天平上的重量还相同吗？”——“不会，（分散的）部分更轻一些，因为它们在天平上的重量更分散一些。”当球变成一个圆饼后，要求被试比较不完整的部分：“圆饼的重量更少一些，因为它更大，更细一些。”——“为什么它的重量更少一些呢？”——“因为重量更分散开了。”比较金字塔状和分割的不同部分：“现在呢？”——“圆锥状的重量有一些多，因为它更大一些。”

很清楚，这些问题引出了一个与前面相同类型的反应。这些儿童都对部分中包含的物质内容与一个没有分解的球中包含的物质内容是一样多的这一点有近乎完美的认识，即：“是相同的，这里的只是分成小的碎片了。”加伊指着物质（第一章，第四节）说。而且“它的黏土就是球的黏土，只是切碎了”（谢）。但谈到重量问题时，部分之和等于整体这个明显的事实对这些儿童来说既没有被唤起也没有被意识到。对其中的大多数儿童来说，部分之和的重量要比原来的重量更少一些，仅仅因为后者“更大一些”（厄奇），“没有被切开”（敏），或者因为前者“不在一片中”（欧瑟）。当戈说到大球更重“因为你能很好地把它握在手里”，而且说到“部分更轻一些，因为它们的重量在天平上更分散一些”（饼状的会更轻一些因为它的重量也是“更分散一些”），他就代表了相应态度方面的一个特别突出的例子。对儿童在重量问题上的自我中心倾向的方法，再没有比这能更清晰地说明了：重量是一个无法量化的特质，它影响天平量度的方式就像它在人手里影响着人的感觉方式一样。这也

是戴所表现出来的：当他说部分要更轻一些，因为“它们被分开了；它们更细小一些……它们太小了，然后它们还在托盘的边沿”；或者如加伊的意思，当他说“球在一片中”，而“你能够看到小的部分更细一些”。对其他的被试来说，意思则是相反的，部分要比整体更重一些“因为部分有更多片”。但是在这里，将部分之和与整体等同起来的再次失败并非源于逻辑资源的缺乏（毕竟这些资源是在物质数量化的整个阶段完全展开的）。理由是重量特质的自我中心特征是诸如可逆的、协调的真实运算方式。因此，梅尔辩称，“小的部分更重，因为它们占满了整个托盘”。“球更重”，因为它“正好处在托盘的中间”。这是戈的辩论，这更为简单但却完全相反。凭借主观的感觉，儿童能够得出这种不相容的，但是具有同等难度的状态的结论。阿多在几分钟之内就改变了自己的想法“因为他们都散开了”。之后，他继续强调相反的结论：例如红色的更重一些，“因为蓝色的更分散一些”！

但是有可能所有这些解释都是不可能的。而在所有这些解释中，出现的错误是完全合乎逻辑的，那么这些解释能够整合进连贯一致的、可以进行可逆运算的形式系统吗？因此命题“分散＝重”作为一个关系“群集”的基础，增加了范围，就增加了重量，相反的运算则基于关系“集中＝轻”。这也正是梅尔想表达的，当他回答问题“我们可以用它们再做成一个球吗？”时，他回答道：“可以，然后它们会有相同的重量，因为我们有一个球，而且，它正好就在托盘的中央，小的部分占据了托盘的整个空间，因此它们更重。”然而，且不说另外一种事实，达尔、加伊、戈等则会建构相反且矛盾的类别。因此，必须指出的是在空间上分散并不是这些儿童使用的估计重量的唯一标准。当分开的部分做得越来越薄时，梅尔则会强调整体的重量减少了，因为早一些（参见第一节开头），他宣称球要比线圈更重一些，因为“当黏土处于球中后所有的都是挤压在一起的”，而线圈则更轻一些，因为“它伸展得更开了”！因此他认为回到起点是有可能的。这时，他指的仅仅是一个经验上回归的简单思维，而不是一个真正的可逆思维。

在这里，我们认为儿童在知觉重量关系逻辑上的不可逆有一个真正的理由，这是值得强调的一个事实，因为这正是系统障碍的特征。在儿童能对物理量量化之前，他们必须克服以下所有方面的障碍：“分散＝重”的主观关系不能建构到一个相对模糊的、不确定的系列中，因为一旦它超越了一种特定的界限，它就结束了矛盾的状态：黏土是越分散就越重，直到最后黏土越“分散”越轻（开始于“分散＝轻”的儿童遇到了类似困难，例如戈，当要求他比较饼和分散的片儿的时候。）现在这些矛盾的出现是因为儿童最初使用的关系在内部无法协调整合。儿童使用的关系体现在分类时，一个类别群集中包含了不同成分的元素，例如有主观的和客观的，因此也是未分化的。另外，既然类似于重量是某种复杂的物理关系，即一个简单关系的逻辑乘法的结果，如果没有当初的分解就没有后来的“群集分类”。那么，当最后的关

系与当初的未分化的关系相互矛盾时，这种分解就是不可能的了。因此在理解上的进步发展有赖于从自我中心主义到“群集分类”的超越，例如有赖于将通过客观证据建构的群集为必要条件从自我中分离出来及其产生的结果：只有客观的关系才能够被整合进一个有不确定性和可逆性成分的运算系统中。之所以处于后面阶段中的儿童会认为重量随物体的扩展或分离而变化的观点十分荒谬，那并不是因为他们能从经验上去否定它（相反，类似的变化与他们的直观感受相符），而是因为他们无法对包含在重量中的关系从量上进行群集分类，除非这种群集分类的结果保持不变。

第二节　阶段Ⅱ（A和B）的继续发展：未守恒的重量与运动

在解决亚阶段ⅡB的问题之前，我们必须先研究一下重量未获守恒的另外一个方面：即重量和运动之间的关联。如果原始的重量观念确实与类似肌肉张力这种主观的特性有关联，那么我们就有权追问，儿童是否会认为，当一个球处于运动状态中时，它的重量也会随之变化呢？为了解答这个问题，我们给被试出示了两个相同的球，然后要求他们将球拿在手里掂量，我们给其中的一个球系上了绳子，让它转动，然后问，这个球的重量与另外一个球的重量是否相同。既然儿童在接下来的阶段会认为这是显而易见的，那么那些仍然认为一个物体的重量会随着它的形状或者分离的状态而发生改变的被试，也将会相信重量随着直接或者间接的运动而发生变化。

首先，这里有三个处于阶段Ⅰ的儿童的例子，例如，有儿童认为不仅物体的重量，甚至物体的数量也随着运动而发生变化：

鲁（4；6）“这里有两个球，它们中的一个比另外一个重吗？”——他把它们放在手里掂量。“不，它们的重量是相同的。”——“现在看看（旋转）它们的重量还相同吗？”——“不相同了。转动的那个更重一些。”——“为什么？”——“因为它更大一些。”——“它更大吗？”——“是啊。”——“为什么？”——“因为它在转啊。”

迪尔（6；0）“它们一样重吗？”——“不一样，转动的那个更重一些。”——“为什么？”——“因为它的黏土更多一些。”——“然后当两个球都放在桌子上呢？”——“它们的重量就相同了。”——“为什么？”——“它们的黏土含量相同。”——“如果我们旋转另一个呢？”——“那它会更重一些。”

萨拉（7；6）“那个静止不动的更重。”——“为什么？”——“因为它的黏土更多一些。”——“如果我们转动这个（我们转动第二个球，将第一个球放回到桌子上），它们的重量相同吗？”——“不相同。”——“为什么不相同？”——“静止不动的那个黏土更多一些。”——“为什么另外的一个黏土更少一些呢？”——“因

为当我们旋转它的时候，它就变轻了一些。”

这里还有一些处于阶段Ⅱ儿童的例子，例如，有一些被试否认重量的守恒但是却承认物质的守恒。

瑞德（6；6）说两个静止不动的球重量相同，但是认为当其中一个球转动的时候，重量就会轻了。“为什么？”——“因为它在转啊。”——“那么另外一个呢？”——“它更轻一些。”——“为什么？”——“它小一些。”——“但是刚才你不是说它们一样吗？”——“是的。”——“那么现在（转动）它们的黏土一样多吗？”——“一样多。”——“那么重量相同吗？”——“不相同。”——“为什么不同？”——“转动着的那个更大一些。”——“为什么？”——“因为它更重。”——“为什么？”——“因为它在转。”

莱特（6；6）“那个更重一些。”——“为什么？”——“因为它在转。”——“为什么转动的时候更重一些？”——“因为风一起拉我们。”——“那是什么意思呢？”——“因为它更结实一些。”

科德（7；0）“这个更重一些，因为它在转动。”——“如果我把它放回到桌子上，转动另外一个呢？”——“另外一个会更重一些，因为它在转。”——“为什么转动的时候更重一些。”——“因为它转得多。”

费尔（7；6）“转动的那个更重一些。”——“为什么？”——“你能够感觉到它在绳子上。”——“你能感觉到什么？”——“就是当它转动的时候更重一些。”

恰博（7；6）“转动的那个更重一些。”——“为什么？”——“很明显啊，因为风带动了雨。”——“你是什么意思？”——“……”——“但是这两个球的重量相同吗？”——“不相同，那个更重一些。”——“为什么？”——“肯定是因为当它转动的时候制造了空气。”

康（8；0）“它们的重量仍然相同吗？”——“不相同。”——“为什么不同？”——“转动的那个更轻一些，它有一个绳子（＝被支撑着）。”

在这里比较重要的一点是，这些回答以一种新的方式再次揭示了原始的重量概念的未分化特性。正如第一节所示，在发展的最低阶段，重量是物体在儿童手里引起的触压感，等等。很显然这里的运动也引起了类似的压力，造成的结果是儿童不仅会用质量，而且会用各种力量来衡量重量（这里的质量仅仅指期待中的质量）；另外，这些不同的成分从行动（动作）之中分化出来之前，彼此之间无法产生联系，而运动则被看作是很多儿童对事物进行量化的工具。这就是为什么我们的多数被试都相信旋转的球要比静止的球更重一些的原因，也是因为它“转得多”（科德），而且“制造了空气”（恰博），还因为“风把我们拉起来了”（莱特）。换句话说，转动的球因为转动有了更多重量，这得归功于球通过转动获得了力量：在这里推动或者拉动的力量和重量被视为相同的东西。对于那些相信随着运动重量减少的儿童来说，尽管他们的观点与第一组有关重量的观点是相互矛盾的，但是实际上其基础是相同

的："当我们旋转它的时候，它就变得轻一些了。"萨拉说。"它得到了一根线"，康补充道，意思就是它的重量随着相同的方式减少了，这就如同一个游泳的人因为有一个带子支撑着而感觉到自己的重量减少了一样。因此，无论是因为被试通过转动球致使球在手里产生压力进而认为球的重量增加了，还是因为通过与游泳者产生相似的感觉而认为球的重量减少了，不论发生何种情况，因为质量和力而混淆了重量，这都源于被试活动的肌肉触觉特性或压力感的减少。无论在哪种情况下，其结果就是，客观重量的量化的发展进步还是必须基于对可逆系统的建构。在这种可逆系统中，客观的关系建构了一个封闭的群集，在群集内的重量不能变化，但却能协调整合基于客观现实产生的主观感觉。

第三节　阶段ⅢA：介于重量守恒和未守恒之间的中间反应

对于物质的守恒，我们必须还要将那些否认重量守恒的被试组与那些强调守恒是一个先验的逻辑需要的被试组进行区分，并确定一个不同于上述两组的中间反应组。通过对儿童摇摆不定的表现进行仔细研究之后，我们会对引起重量守恒的逻辑-数学机制有更好的领会。首先，在这里有一些对未分解但是产生各种形状变化的黏土球的反应：

克吕（7；6）球和线圈："它不会是相同的。哦，是的，它会是相同的，因为你使用的是与以前相同的（黏土）。它的重量也与以前的是相同的。"——"我们能够把这个线圈变回到与其他一样的一个球吗？"——"我想这个会稍微重一些，这里的多一些（指着拉长的超出托盘边沿的部分）。当我们对这些火腿状的称重时（例如，把球状的重新做成线圈状的），会更重一些，因为你加入了一些黏土。"——"这个更重吗（实验者指着天平）？"——"不，它不会，因为你没有加入任何东西。"——"如果我把它变成一个球呢？"——"就会和以前一样。"——"重量一样？"——"我想是的。"

利普（7；10）圆盘和球："重量不同，因为这个细（圆盘），但是它（黏土）相同，因为它现在长了，以前它是一个球。"

弗隆（9；0）球和线圈："它们的重量是相同的，因为它们仍然是相同的球；哦，不是的，圆的一个更厚一些。而且如果其中的一个更厚一些，那么它们就不能有相同的重量了，它们能吗？哦，是的，它们能。因为细的一个更长一些。"——"所以？"——"它们仍然是相同的球；它只是变成了圆的，因此它们的重量肯定是相同的。"

本（9；2）"线圈会更重一些，因为它变长的时候得到了更多的重量。"——

"它里面的黏土更多？"——"不是，黏土是相同的。"——"那么重量呢？"——"线圈比球要重一点点。"——"为什么？"——"因为它有一点点大。当你把它变回到球的时候，你就看到了不同。"——"你看到不同了吗？"——"是的，我看到了。我在头脑中将它弄到一起了（做了一个重新制作球的手势），而且做出来后就会有一点点大。"

球和圆盘："这一个（圆盘）有些轻，因为它薄一些，所以更轻一些；它也不够结实。但它圆一些或者更长一些时，伸出来后，它就不能把蓝色的那个（球）拉下来了。"——"这是什么意思？"——"它在托盘上没有力量。"——"力量依靠的是什么？"——"当它在球状时是圆的，是大的，它就变得更重一些。"——"我们能够把圆盘状的变成球吗？"——"是的，它们几乎是相同的，因为我们以前称过它们的重量。"——"那么在此期间呢？"——"在此期间它就变得更重了，因为它更长了。（他现在正在思考有关直径的问题！）"——"但是仍然能够把它做成一个相同重量的球吗？"——"当然会的；当它重新回到球状中的时候，它就被挤压下来了。当它在球形中时要比在扁平状中时更重一些。"实验者将圆盘状的黏土变回到了球状，而把另外一个球则变成了圆盘状："好，哪个更重一些？"——"哪个都不是更重的，因为我现在看到，球的大小一样，因为重量相同。"本因此发现了重量的守恒，这得归功于我们对两种形状的物体同时进行互变的行动（动作）。

尚（9；6）球和线圈："这个（线圈状的）更重一些。"——"为什么？"——"因为它更长一些。"——"它包含的黏土也更多？"——"不，黏土相同（似乎领会到了什么）。哦，重量是相同的，因为以前称过的重量是相同的，而现在它的黏土更多一些。"——"如果把它重新变成一个球呢，还相同吗？"——"不……是的。"——"如果我把它变成一个圆盘呢？"——"重量是相同的。不，那个（圆盘状）的更重一些。"——"放在天平上呢？"——"也是更重一些。"——"如果我把它又变成一个球呢？"——"重量相同。"——"为什么？"——"因为它们以前的重量相同。"——"那么现在呢？"——"它们不同了。"

格拉（10；0）"看着这个球，如果我把它变成一个线圈，它的重量会发生什么变化？"——"重量仍然是相同的……不对，会更轻一些……不对，会更重一些。"——"你认为哪个是正确的呢？"——"重量是相同的，因为它们的黏土是相同的，相同的数量，但是它被拉长了。"过了一会儿，格拉同时以他"但是"的语气抢先强调："我正在想着看我们怎么能把线圈变回成一个球。线圈轻一些，球重一些。当它更长一些就会更轻一些，因为有更多的黏土延伸出来了。"——"那么如果我把它团在一起呢？"——"那重量又会相同了。"对圆盘状来说："我认为它更轻一些，因为它更薄一些；当它薄的时候肯定就更轻一些。"

萨斯（10；6）球和线圈："它们的重量相同。"——"为什么？"——"那

一个更长一些但是另外的一个更圆一些。”——“那么然后呢？”——“哦，不对，这些延伸出去了（线圈的末端超出了天平托盘的边沿），因此，那里的少一些，球更重一些。”线圈被削掉了半圈放在另一半的上边，这样线圈就不会超出到天平的外面了。——“现在重量相同了。”——“那么如果我拉出来一点呢？”实验者将线圈稍微拉长了一些，但是所有的都仍在托盘里面。——“那是相同的，因为都在托盘里面。”将球重新变成了一个圆盘状：“它的重量是相同的，它不够圆但是却更扁平。”——“其他的孩子告诉我说这个要更轻一些。”——“重量是相同的，因为如果我们用这个圆盘重新做成一个球，重量就会是相同的：这里的更薄一些（指着厚一些的圆盘）但是却更大一些，而且这里的球有一些小（宽）但是这里有一些厚（高）。”

这里有一些有关球的分割问题中的中间反应。

诺斯（7；6）将其中一个球分成了七份：“它几乎是相同的，但是因为黏土在小的部分中不像那个大球一样，重量有一点点少了。”——“如果我们把它们重新放回到一个球里面呢？”——“那就像另外一个球一样了，因为你什么都没有拿走。”——“那么它更大一些？”——“不，小一些，因为你把它压缩到一片中了；因为它会更小一些，重量会更少一些。”——但是当球逐渐分割之后，没有直接分成七份，诺斯掌握了守恒：“如果我把这个球分成两个小的呢？”——“它们的重量会相同。”——“那么如果我们把他们分成四份呢？”——“还是相同的，什么都没有拿走，重量肯定是相同的。”——以此类推，直到六份，八份和十份。

利普（7；10）开始也是强调未分割的球要比分成七份的球更重一些：“那如果我把它们重新变成一个球呢？”——“那重量会相同，因为它会大一些。”但是当球逐步分解成两个、四个、八个部分等时，叫他比较它们和未分离的球时，利普回答道，“它们的重量相同”。

丁（8；2）说所有的（七个部分）：“这些小部分会更轻一些，因为他们小。”但是补充道：“当你把它们变回成一个球时，就会是相同的。”线圈和九个部分：“是相同的，因为如果我们把它们放回到一个球中，它们的重量就是相同的了。”

尚（9；6）关于分割有些犹豫，像他以前做形状改变的实验时一样，但是完成之后说：“还是相同的东西，还是那些黏土，只不过分开了而已。”

萨斯（10；6）最开始相信碎片状的要更轻，但是随后说：“重量相同，因为所有的黏土都在里面了；它与那边球里面的黏土是一样的。”

山姆（10；6）对球和七个小球仔细观察之后说：“这里有许多小的部分，而那里仅有一个，但是球里的黏土与以前的一样，因此我真的不知道了。”——“为什么不知道了？”——“一个可能轻，因为黏土在小的部分中，但是这个没有改变天平（=改变重量）。这个球中的黏土和那些小的部分中的黏土一样多，有一样的大小、一样的重量。”

格拉（10；0）“哦，碎片更轻一些。”——“为什么？”——“因为它们都铺展开了……但是，如果你将所有的都挤压在一起就会得到一个相同的球，相同的重量。但是现在它还是轻一些，因为它到处都是。”接下来他赞成守恒，但是随后他又开始摇摆不定。

这些介于守恒与未守恒之间的中间状态的反应非常重要，因为正是这些反应，将思维的机制表露无遗，并在我们面前呈现了出来。我们的被试试图通过这种思维机制，解决出现在自己的知觉，包含在关系中的自我中心的观点和关系的理性协调整合之间的冲突。

首先，他们对重量的主观评价与处于阶段Ⅱ（第一节）的那些被试的反应基本相同，不同之处在于他们的语言有所变化（例如，本等说托盘上的圆盘状黏土要比球状黏土产生更少的“力”）。然而，在第二节中，我们看到更多类似将力和重量关联起来的例子，这些例子让我们看到这里并没有涉及真正新的元素和成分。实际上，所有这些阶段ⅢA 的反应，正如我们在阶段Ⅱ遇到的一样，这些反应的基础是，对于主观感觉到的压力而言，重量同样减少了。

但是我们的被试最终是如何丢弃了自我中心的观点而抵达客观量化的彼岸呢？我们将会看到，他们确实通过完全相同的建构过程获得了物质的守恒，例如，通过逻辑上或者包含在特性关系中的可逆组合的逐步发展，而且借助了将这些关系的外延量化之差异等同化的方法。然而，在重量（很明显因物质的分布而有所不同）的例子中，因为问题出现在新的语境中，在差异同等化上遇到了特殊的困难。结果而言，从自我中心主义到客观关系的群集转换，不是一个流畅的、持续的物质恒定不变的建构过程，而是包含了一个新的知觉关系的去中心化的过程。

首先让我们看看特性关系的逐步群集化，这点在（阶段ⅡA）说明物质实质时已经描述过，而且在阶段Ⅲ对重量描述的部分也重新研究过。无论在何种情况下，这种群集化是以产生直接结果的简单同一性为基础的，通过产生辩论加以认知的。儿童会发现掌握运算的结果要比掌握相应的运算机制容易得多。但是，在更多的例子中，就像我们的被试表现出来的正确行为（动作）所反映的一样，机制也能够得到被试的理解。

让我们开始跟随被试尚一起进行探究。尚曾经在开始时提出，线圈要更长一些，所以它要比球更重一些，在最后结束的时候则说“因为以前在称重时它们是相同的，所以重量还是相等的，而现在线圈的黏土要多一些”。同样地，当给他呈现分割的部分时，他说：“部分中包含所有球里面包含的黏土，只不过是分开放罢了。”也就是说，他在用最初的状态确认最后的状态。另外，基于这种有赖于物质外在形状的同一性认同，尚开始接受了重量的守恒（虽然，仅仅保持了那么一小会儿）。无独有偶，克吕在外观差异（因为线圈长，所以它更重）和同一性之间犹豫不决。他

在同一性认同上的表现是："你用的就是以前的黏土"，而且"你没有加任何东西进来"。这就提出了一个问题，为什么处于阶段Ⅱ的儿童，能够与处于阶段Ⅲ的儿童一样很清晰地认识到，即物质既没有增加也没有减少（他们都承认物质的守恒），却无法将这种守恒原理直接迁移到重量守恒的问题上。如果重量的守恒是一个基本的因素，而不是一个群集化运算的结果的话，我们就不能完全理解处于阶段Ⅲ的儿童在发展上的进步。实际上，仅凭同一性不能引起因变化而产生的同一性的整合。因此，让我们假定儿童确实拥有一个先验的概念，某种在将球转换到线圈的变形过程中恒定不变的东西（我们看到即使在阶段Ⅰ的物质守恒部分这也不是事实）。所以，这种信念不能确保他看到变化形状的物体重量是守恒的（我们看到，他处于阶段ⅡB时的认识是相反的）；而且，最为重要的是，如果他不把守恒（同一性）看作群集化的结果，同一性和转换变形就不能彼此消解，他也就无法理解它们相互之间的融合。这就能解释克吕的犹豫不决："这个火腿状的是重的，因为放了一点儿另外的东西进去（＝延长）"，但是它并不重"因为你没有加任何东西"。实际上，既然每个转换变形都是"另外的一个东西"和"相同的东西"，那么关键就在于准确地找到儿童到底是如何整合这两种相互矛盾的解释的。埃米尔·梅耶森（Emile Meyerson）在自己的整个著作中的哲学勇气是如此让人骄傲，在其中他很清晰地表达出了这样的观点：当心理活动仅仅限于同一性和不断变化的经验时，是无法做到这种整合的。

在同一性上已经失败时，可以确保可逆性吗？首先，答案有赖于根据直接经验回到起点的可逆的行动（动作）本质。这还不足以保证守恒，守恒的一个必要条件是群集化的运算（可逆的构成成分）。如今后者有赖于心理学的背景，例如，可逆是否是由实验说明者的问题所示，还是经验事实，或者是儿童是否自己掌握了引起球的变形转换运算的必要条件。现在处于阶段Ⅲ的儿童的反应给这些问题带来了新的启示，而且更为特别的是，允许我们跟随儿童从发展的脚步，从经验揭示的非协调关系到运算的（例如，完全的）可逆性，然后再到相应运算引起的所有关系的协调上。

让我们再研究一下尚的例子。他在对线圈的问题犹豫之后，否认了圆饼状的黏土与球状黏土有相同的重量，但是却强调如果圆饼一旦回到它最初的形状，那么它的重量就恢复到原始的量。为什么经验上的回归无法保证儿童获得重量守恒呢？理由是，一方面儿童对重量的守恒仍然心存疑问（他对这点表现出了不同的肯定与否认）；另一方面，他完全忽略了关系之间的协调。克吕和格拉出现了相同的反应，但是诺斯对运算的可逆性有了些许的领悟：他开始的时候否认守恒（在将球分成七份的时候），但当球逐渐从一个变成两份，再到四份、六份、八份和十份时，他突然掌握了守恒，因此发现了不变性。

本则取得更引人注目的进步。实际上，他试图通过一个真实的心理实验解决可

逆性的问题："我在头脑中将它们都放在了一起。"他说（做出对球进行重构的手势）。然而这很清晰地表现出了一个没有逻辑争议的心理实验——他的内部经验仍然在说服他去否认可逆性："我已经看到了（不同）；我在头脑中已经把它们放在一起了，它延伸出来稍微有一点大。"但是他却承认将圆饼再变成一个与原来一样的球是可能的："是的，它们几乎就是相同的，因为我们前面已经称过它们的量了。"然而——这区分了经验上回到原点的可能性与一个可逆的类比——他没有直接承认重量的守恒：当圆盘还是保持一个圆盘的时候，它是"重一些，因为它更宽一些"。现在经验上回到原点与实际的运算可逆性有所区别，且这种区别不仅仅体现在结果上，相应的证据还来自于下面的事实。本很快就发现了运算的可逆性，这得归功于一个新的事实：当将圆盘变回成一个球时，实验者同时将第二个球变成了一个圆盘，结果这使得本同时观察了两种形状转换。而同时的双向形状转换让本感到的并非只是困惑，还让他印象极其深刻。当问他哪个更重一些时，他马上大叫："哪个都没有，因为我现在看到球的大小尺寸相同，因此他们的重量也相同。"这种突然间产生的守恒，这种突然间的清晰化（"……我现在明白了！"）明确地展示出直到那一刻，本才领会了可逆性的观点。仅仅在给他同时展示了两种相反的运算后，就促使他领悟到了相应的可逆性运算的特征。因此，通过演绎推理出重量守恒就是理所当然的了。

那么，在最后的黎明到来之前，是什么阻止了本对可逆性的演绎推理呢？是什么阻止了本从他意识到经验的回归是可能的推断出可逆性呢？毫无疑问在于他不能将关系协调到一个通用的群集中：因此，在测试初期，他常用"大的"指代更长的线圈，而且指代更厚的球，这个事实揭示出他使用了含混不清的关系的本质。相比之下，萨斯的反应则体现出他将可逆性在多大程度上与关系协调综合起来考虑，也体现出完成可逆性所具有的必要特征的感觉是怎样从根植于通过可逆的组合所获得的运算群集分类的逻辑机制中产生的。像本一样，萨斯开始的时候对重量守恒有所怀疑：线圈比球要轻一些，因为线圈的末端延伸到了托盘外面，等等。但是，最终让他获得守恒的争论是非常严格的，也因此是非常重要的。"是相同的，因为如果我们将这个圆盘变成一个球的话，重量就一样了。"萨斯解释道。他没有留在原地止步不前（在那种情形中他可能仍然用经验性的回归术语思考），但是他通过一个真实的关系组合为他的发现辩护："圆盘虽然薄一些但是却更大一些，球虽然更小一些但是却更厚一些。"通过补充这个（逻辑上的）恒定关系的乘法（宽的增加＝高的减少，或者反之），萨斯用真实的量化分类的运算或者逻辑特征获得了他自己的可逆性。

真正的可逆性，总是伴随着关系的协调，这种关系建构确保运算性的群集组合。这些组合在弗隆和利普提供的解决问题的过程中也有清晰的体现。弗隆对长度的反应尤其具有指导性。在线圈的例子中，他首先强调了重量的守恒后（"它仍然是相同的球"），开始摇摆不定，记得球是"更厚的"，而"更薄的"线圈应该更轻一些。但

是他也记得“更薄的一个更长一些”，由此他最后的结论是：“它还是相同的球，仅仅在圆度上有了改变，因此它有相同的重量。”同样地，利普也宣布圆盘的重量和球的重量一样，因为即使它是薄的且轻的，它也是“长的”，例如，它的长度补偿了它的薄厚。换句话说，在运算群集及其群集产生的关系帮助下，他能够将变化和同一性联合起来。第一个是所有变化可逆性的保证，而第二个显现的不仅是一个经验上的数据，而且是一个所有可能组合的合成物的结果。

现在，这种在我们讨论物质守恒时遇到的，相同种类群集特性关系的协调是即刻可以拓展到一种外延的或者可计量的数量化运算上。在重量的例子中，这些运算反映了新的条件，但是在物质守恒中起作用的形式结构是相同的。因此，在形式方面，使得被试断言重量守恒的运算与我们在第一章末尾遇到的以差异的等同化表述运算（方法2和方法4）是相同的。然而，黏土球的实质，其组成物的颗粒在简单置换的形状改变过程中自己并没有发生变化，对于这点考量，相对而言是容易的，但是如果将这种格式应用到重量上则有更大的困难：处于阶段Ⅱ的儿童仍然认为，一个和另一个相同颗粒组成的物体在相互转换的过程中，重量会发生变化，认为物体引发的总体压力依赖于它所处的位置。因此，通过重量的量化所引出的特定问题就是，对整体中同等的部分相互补偿，换句话说，需要建构完成一个单元，其中的特性可以有所不同。因此，对重量守恒的掌握有赖于对重量均匀分布的认识，也有赖于将物质分解成同等的颗粒，且这些颗粒的重量之和与总体的重量相同的可能性的认识。我们发现，有中间反应的被试一开始要理解分解的例子很困难，而目前的理解却是精准的，就如同见证他们从“部分很轻，因为他们都是散开的”（格拉），到最终发现“这是球中所有的黏土，只不过是分开而已”（尚）一样。

他们是如何得到这些答案的呢？似乎是三个有关系的因素起了作用，并解答了问题。在这三个因素中，最主要的是由主观关系所引起的矛盾冲突，因此格拉在线圈是“更轻的”和“不，是更重的”之间犹豫不决，由此他得出结论认为：“是相同的。”第二个因素是他对关系的纯粹主观特征的逐步探索，例如，山姆所表现出来的，他将自己的主观印象（“一个人可能说它是比较轻的，因为它在比较小的块中”）与来自于天平的客观读数（“但是天平没有改变？”）区分开来——这清楚地展示出他放弃了以自我为中心的方式进行评估的信念。第三个决定性的因素是现在的重量与知觉层面上的直觉分离开来转而依附于客观事物本身了，例如，它的量化与物质的守恒融合在一起了。在接下来的反应中我们将会更清楚地认识到这一点。

第四节　阶段ⅢB：体积还未守恒的重量守恒和物质守恒

看起来处于亚阶段ⅢB的儿童马上就能确认重量守恒了，这是一种逻辑上的需求。

罗布（8；0）线圈和圆饼："它们的重量是一样的，因为它的大小尺寸相同；如果它们两个都是球的话就是相同的了。"

简（9；2）"重量是相同的。我们只是把形状改变了；如果它们的重量称起来不相同的话，我们应该从其中一个中拿出来一点儿黏土。"

福（9；9）"它们的重量相同。它们是相同的球，你仅仅将这个拉开了。"——"当我将它拉开来的时候，重量没有变化吗？"——"开始的时候它是圆的，现在它是长的，但是它包含的黏土还是相同的；你没有取走任何的东西。"——"我能否将它变回成一个球，它的重量称起来与以前一样吗？"——"你当然可以，没有多余的黏土。"

布吕（9；10）"它是相同的；它的重量是相同的，它是用相同的黏土拉长成了一个别的样子。"——"你确定它们的重量是相同的？"——"非常确定，因为它是包含相同黏土的球。"——"如果我把这个线圈变成一个球呢？"——"它的重量还是相同的，因为它还是与以前一样的球。"

邦（10；1）"它的重量是相同的；这个长一些，那个圆一些，但是重量是相同的。"

"有些男孩儿告诉我说它不同了。"——"这个（线圈）虽然细一些但是更长一些，而那个（球）更大一些且高一些，因此它们是相同的。"

塞尔（10；0）"虽然它是大的，但是重量是相同的。以前它挤压在一起，而现在把它拉开了，但是它的重量是相同的。"

迪布（10；6）线圈："它是相同的，因为当它是一个球的时候，它的重量就与另一个球相同。你把那个球的所有黏土都用上了，并没有改变重量。"棉绒填充物："你把它的大部分都撕开了，你把另外一个挤压在一起，但是它们的重量是相同的。"——"如果我从其中拿走一半紧密的棉绒，另外一半呢？"——"这一半和另外一半是相同的。"——"如果我拿走十分之一呢？"——"十分之一仍然与另外的十分之一相同。"

鲁（11；0）"它更长一些，但是在重量上没有任何不同。"——"为什么没有呢？"——"因为它虽然长一些，但是却更细一些且更直一些。我确定，它们的重量是相同的。"

盖（11；0）“它是相同的球，仅仅把它拉开了。”

玛（12；0）“它的重量是相同的，重量保持不变。因为其中的东西是相同的。”——“但是我们不是把形状改变了吗？”——“那对重量没有影响，它的数量还是相同的。”

现在来研究一下有关球的分割问题：

福（9；9）将球分成了八片：“它的重量还相同吗？”——“当然相同，这里没有多余的黏土，即使将它切开了，它仍然是相同的。”——“一些男孩儿认为它会更重一些。”——“当把它们分成片的时候更大一些，却更少一些，而当它们更小一些的时候却更多一些。它仍然是相同的。”

吉弗（11；0）将球分成七部分：“它还是相同的，因此它一点儿都不轻。”——“但是一些孩子告诉我说它要更轻一些。”——“但是我们得到了一个整体中的好多块，因此它加起来肯定是相同的。一个更大的球取代它们的地方；这就像你把它切成了四个小的蛋糕。如果你称它们的重量，又把它们放在一起，重新称它们，你将会看到刻度是相同的。”

欧克斯（12；0）“它的重量是相同的，因为你把这些部分聚合在一起的话，你会得到一个与以前一样的球。”

最后，将其中的一个系在一条细绳上进行旋转（西弗，第二节）：

阿德（8；0）“它是相同的，因为它的黏土是相同的。你旋转它的时候没有任何变化。”

我们现在可以解决第三节结尾（阶段ⅢA）遗留的问题了，例如，重量守恒和物质守恒之间的关系问题，特别是物质和重量各自的划分（partition）和加法组合之间的问题。

显而易见，处于ⅢB阶段的被试用了与处于ⅢA阶段的被试一样的辩护方式，但是他们却都完成了对重量守恒的认同和确认，这点是确定无疑的。因此福、布吕和迪布直接说重量还是保持不变，因为黏土没增也没减（认同）。罗布强调了所有的形状，而吉弗和欧克斯评价了分割，自发地唤起了可逆性，鲁、邦、塞尔和福定义了关系的组合，当他们说：“虽然它长一些但是却更细一些”（鲁），“这个更细一些，更长一些，而那个（球）更大一些且更高一些”（邦），等等。最后，福、吉弗和迪布的表现为有关量化的概念提供了丰富的例证。吉弗说：“但是我们有许多由部分组合成的整体，因此它加在一起是相同的。”显然，他使用了一个有关部分相加的格言（整体等于部分之和）。福解释说（组成整体的）部分数量与它们各自的大小成反比例：“当各个部分越大的时候，部分的数量就越少；当各个部分越小的时候，分割成的部分数量就越多。”最后，迪布建立了不考虑空间布局的质性相同的部分：一半或者十分之一的棉绒填充物在重量上等同于另一半或者另外的十分之一的蓬松棉绒。

现在这些数据能够证实我们在第三节对阶段ⅢA有关运算建构的分析，它们也揭

示了一个相对新颖的真相：儿童在对物质守恒的实现中蕴藏着重量的守恒。我们感觉到了这种联结关系在阶段Ⅲ显现了出来，这点是毫无疑问的。但是必须强调的一点就是，在逻辑上儿童对重量守恒确定无疑，对于这种逻辑上的确定感，其正当理由恰好是儿童越来越多地开始以物质守恒为基础考虑问题。“如果它们称起来不同”，例如，简说，“我们肯定要从其中一个（黏土球）中取出一些黏土才行。”这清楚表明，对他来说，物质的守恒就暗含着重量的守恒。福用类似的解释说明（黏土）在拉长的时候重量并没有发生变化，因为“没有多余的黏土”，“是把相同的黏土拉开来了”，布吕解释道。“你用光了球的所有黏土，重量没有改变”(迪布)。最重要的是：“其中包含着的东西是相同的，（因此）重量保持不变”（玛）。简而言之，所有这些儿童都想当然地认为物质的守恒必须包含着重量的守恒，而处于阶段Ⅱ（第一节和第二节所述）的所有被试都确认了物质的守恒，但是却否认了重量的守恒。我们如何才能解释这种明显的矛盾呢？既然从阶段Ⅰ到阶段Ⅲ，在重量和物质之间的连接的逐步建构是儿童最终掌握重量守恒的关键所在，我们能够做到的最好的总结概括就是对这个过程的要点进行重述，以更进一步总括本章内容。

处于阶段Ⅰ的儿童，既未获得物质守恒，也未获得重量守恒，这是由被试对关系的直接知觉所带来的两个结果，也是被试的自我中心主义和现象主义共同作用的结果。儿童将一个可称量或移动中的物体，基于自我中心主义的感觉，判断认为重量减轻了，并且很重视通过眼睛可以看到或者检索到的特征。既然在儿童的主观感觉上，某种特性会随着物体形状的变化而变化（变轻或变重），即使到一岁末时儿童已涉及对总体的知觉对象的重新组合过程，但是也还是没有将之扩展到构成这个物体的部分上，即没有扩展到由物质或者实质构成的基本对象的部分（某种特质的部分或者单元）上。如此说来，是现象主义阻碍了儿童从对知觉关系的重组和群集分类向理性系统的迈进，因此也阻碍了他们对表面现象的超越。

处于阶段Ⅱ的儿童，完成了逻辑上的守恒和物质数量的守恒。就如同婴儿领会的可知觉的物体实体，即使当它们消失在婴儿视线之外或者在表面上有明显改变的时候，婴儿也依然能够重新获取（认为物体并没有消失）一样，因此对儿童自己所用方法的去中心化还要归功于儿童对一个有空间位置特性的物体（物体的组合或者儿童的身体）的群集的建构。最后，逐渐长大的儿童最终发现了这一点。对于任何事物而言，某次形状的改变只是改变了物体的部分，儿童通过忽略改变的形状与自己主观知觉的联结，也能在心理水平上重新获取该物体，而且这也得归功于针对变形物进行定义时在有关关系上的逻辑群集。然而，当物质守恒在去中心化的帮助下得以建构的时候，重量仍然继续受困于自我中心主义和现象主义的束缚。实际上，儿童依然还没有把物体的实质的部分看作是同质的重量，因为儿童依然相信物体的分布影响着手中物体的压力感。因此，物质守恒并非必须将重量守恒作为它的必然

结果，在阶段ⅡB我们对介于两者之间的分离状态进行了更为详细的说明。

相对而言，对于处于阶段Ⅲ的儿童来说，物质守恒开始成为重量守恒的基础。为了解释这种突然之间的逆转，我们只需假定，称重这种行动（动作）因为其自身所具有的客观性特征，也已经脱离了自我中心主义的束缚而成为一种群集运算了（即使出现得有些迟），更为准确的原因是它提出了重要的知觉问题。现在这种新的去中心化，或者说这种超越中心主义和现象主义的新成功，正在通过物质实质恒定不变的先验建构进一步促进如下的情形：当把外部关系放在适当的运算框架中时，就通过纯粹的主观印象来理解明显的重量变化。相应地，确保了物质守恒的群集迁移到重量的守恒上，以物质形式存在的每个单元如果都与相应的恒定的重量对应的话，那么总体的重量就可以通过这些现存的同质的单元之和得到，这也就很像物体的总体可以通过组成物体的部分之和得到一样。就结果而言，物质和重量之间的关系，在自我中心主义和现象主义中两者最初是融合在一起的，到后来完成了分离，最后则又组合进了一个统一的合乎理性的群集中。那么到了这种程度，接下来需要继续探索的就是，这种分类群集最终如何迁移扩展到了体积的守恒上。

第三章　等同于物质密度的体积守恒

在第一章，我们看到物质实质或者数量的概念（在儿童的概念体系中）是没什么差别的。当儿童还没有掌握实质守恒时（阶段Ⅰ），对体积和重量这两个概念的理解依然是混淆不清的：如果球的实质增加了，儿童为了证明自己的观点，就会满不在乎地说球大一些或者重一些。相比之下，一旦儿童获得了物质守恒，但是还没有获得重量守恒时（阶段Ⅱ），儿童就开始将物质守恒从重量守恒中区分出来了，当然也就从体积守恒中区分出来了。因此虽然儿童最初不做区分地用“大”来描述物质的实质或者体积，但是现在儿童用这个术语时却有两种不同的意义。让我们进一步研究一下这方面的发展变化。

我们的首要问题是一个有关术语的问题：为了测试儿童有关体积的概念，我们不能只简单地区分口语中“大的”（large）和“量大的”（big），或者只在问卷中补充一些新题目来测试这种区别。实际上，通过反复的实验我们已经认识到，评估儿童对体积守恒趋近的最好方式，有赖于由黏土球置换的水量的多少。在将黏土球浸入水中之前，先用墨水或橡皮筋标记水面的位置，再将球浸入水中，然后询问儿童，水平面会上升，保持不变，或者会下降。在第一个问题中包含着一个仔细考察过的信号：关于这点我们在其他地方也发现过[①]，即多数介于五岁到八岁之间的儿童，当看到将物体放入水中，物体浸没，水平面升高后，很是惊讶，而且大多数八岁或者九岁以下的被试在解释水平面上升的现象时，使用浸没固体重量的术语要比使用有关体积的术语多，认为是因为浸没后的固体重量的变化引起了目前水平面的上升。这两个反应——不但不是期待中的对替代物体所产生的反应，而且是一种混淆了体积和重量的反应——对我们将要研究的体积守恒有一个直接的影响，正如我们在本章中以及在后面几个章节中要求儿童解决方块糖的溶解问题时将会看到的一样（第四—六章）。

但是现在先让我们回到测验本身。一旦被试注意到了水平面的变化，并标记了

① 让·皮亚杰：《儿童的物理因果性概念》，罗特利奇与基根·保罗，1930，第七章。

新的水平面后，给他再出示另一个大小和形状都相同的球，问他将这个球置入水中后水平面会上升多高（在本章中引述的所有儿童的反应都是正确的，这表明他们完全掌握了数据）。现在仍然使用这种测试方式，只是第二个球由其他例如线圈、圆盘等形状代替，或者将球分成了好几份之后再测试，每次都问儿童："那么现在，它还会像第一个球一样占据着相同的空间吗？水平面会上升多高？"等等。

在这种测试方式的帮助下，我们可以建立这种认识：即儿童是在获得重量守恒（阶段Ⅲ）之后的一个阶段（阶段Ⅳ），而不是在重量守恒阶段获得了体积守恒。因此，处于阶段Ⅲ的儿童承认物质和重量的恒常性，但是仍然相信体积随着物体形状的变化而变化，或者随着每次的分解分离而不同。相对而言，在亚阶段Ⅳ A，儿童开始接受了某些特定例子中的体积守恒，而到了亚阶段Ⅳ B则会接受所有例子中的体积守恒。

需要强调的一点是，这里研究的体积概念不仅是一个几何概念，也是一个物理量：球的体积是一种物质占有的空间，这个实质不能被穿透，也不能被压缩，或者至少在整个实验中其浓度保持不变。这个概念的复杂性不言而喻，而且这正是体积守恒为什么出现在随后一个阶段而不是其他阶段的原因。直到十一岁、十二岁时，物理体积就是被赋予与实质、重量一样地位的恒量，而且体积的组合和重量一道引出了密度的概念，或者压缩和解压的概念。

第一节　阶段Ⅲ（A和B）：物质与重量的守恒和与物体密度等同的体积的未守恒

我们首先要研究一下在黏土球形状改变或者黏土分离的过程中，还没有掌握体积守恒的被试。先从阶段Ⅰ和阶段Ⅱ的一个或两个例子开始：

埃达（6；0）不相信任何类型的守恒（阶段Ⅰ）。当把球分成六份时，他认为就体积而言"水平面上升得少一些，因为它们是如此小的一些个体"。——"它们当中包含的黏土一样多吗？"——"球中的黏土要多一些，它更重一些。"——"那么如果我们把这些部分变回成一个球，而将另外的一个球变成一个线圈呢？"——"球将会让水面升高，因为它团起来的更多（=成了一块）。"

罗德（7；0）接受了物质守恒但是没有接受重量守恒（阶段ⅡB）。球和线圈："圆的一个会让水升得更高一些，因为它更大一些，所以它就让水面升得更高一些。"将球分成了五份，将线圈重新做成了一个球。"置入碎片的水面会更低一些，因为它们薄一些，所以它们占的空间小一些。"——"它们中的黏土和球里面的黏土一样多吗？"——"一样多。"——"它们的重量一样吗？"——"小碎片的重量小一些。"——"那么它们所占据的空间呢？"——"它们会占据更少的空间。"

实验在继续，罗德注意到水平面保持在相同的水平上。“哦，是的，所有的小碎片加在一起和整个球仍然是一样的。”

纳尔（7；6）也处于阶段ⅡB，预测“水平面上升了，因为球会占据它的一些空间”。——“那么如果我把一些小的部分放进去呢？”——“水平面会上升得少一些，因为它们是小的部分，而且那是与球不一样的。”——“为什么不一样？”——“因为球是一整个啊。”——“那么如果我用这些小的部分做成一个火腿状的呢？”——“与把球放进去相比，那会让水面上升得更高。在之前，球是短一些的，但是现在的火腿更长一些。”当将线圈状的变成了一个球状，而第二个球则变成了另一个线圈状之后：“这个（新的线圈）会让水面上升得更高一些，因为它要更大一些。”

接下来我们列举的例证是处于阶段ⅢA的两个被试，例如那些毫无保留地相信物质守恒，但是在重量各方面产生中间反应的被试：

贝格（9；2）“如果我把这个球放进水里，会发生什么呢？”——“水面会上升，因为球在水中了。当我把手放水里后，也会让水面上升，因为我的手占据了水里的一些空间。”——“那么如果放进去的是这个线圈（第二个球的变形物）呢？”——“那水面上升得会更多一些，因为火腿长，占据的空间更大。”——“那么如果我这样放或者那样放（水平或者垂直），会有所不同吗？”——“像这个（水平）它就会占用多一些的空间，像那个（垂直），就会占用少一些的空间。”——“为什么？”——“……”——“那么当黏土是小碎片（由线圈分成的五部分）时呢？”——“那会占据少一些的空间，因为它们更小一些，更轻一些。”——“那么如果把它们恢复成一整块呢？”——“然后它就和以前一样了。”圆饼：“那会占少一些的空间，因为它是扁平的，它会沉在水底；它是薄的。”

克拉德（10；5）处于阶段ⅢA：“因为重量，水面会上升；如果你把石头放到水中，它们会占据空间。”线圈：“它会上升得少一些，因为圆圈更松散一些。”——“但是为什么水面会上升得少一些呢？”——“圆圈占据的空间少啊；有更多的到角落里了，而那个（球）就待在中间。”——“那么在托盘上呢？”——“圆圈会占据更大的空间。”——“那么在水中呢？”——“球。”——“为什么？”——“球是大的而且是圆的，而另外的一个拉长了，而且是细的。”——“那么如果是碎片状的呢？”——“如果是碎片时，就会占据更多的空间；碎片会进入到很多的角落，但是水面会上升得少一些，因为它们是轻的。”

最后这里还有一些处于ⅢB阶段被试的反应，例如那些被试确认了所有情形下的物质实质和重量守恒，但是，像前面的被试一样，即使在密度相同的条件下却还是否认了体积守恒：

美伊（8；0，晚期的）认为如果一个圆柱状的黏土呈水平状浸入水中，就会让水面上升到特定高度。给他出示了同样的圆柱状黏土：“它的黏土量是否一

样？”——“是的，它一样重。”——“如果我把它这样竖着（垂直）放到水里，水面会上升到与以前一样高吗？”——“不，低一些，因为它是细细的，占用的空间就会少一些。”将第一个圆柱状黏土切成碎片：“它们的重量相同吗？”——“是的，是相同的，因为这里所有的都在一起（=因为部分之和等于整体）。”——“这里的黏土和之前一样多吗？”——“数量相同，但没有那么大了。”——“那么如果放到水里呢？”——“那水面会上升得少一些，因为小的碎片会自由地（散落）到任何地方，所以占的空间少一些。”

拉德（10；6）“如果我把这个球放到水中，会发生什么？”——“水面会上升，当你把任何东西放进去的时候，水面都会上升。如果物体大一些，水面上升得就多一些，因为它有更好的机会。更多的都沉到底了，所以水就更容易上升了。”——“那么如果是这卷线圈呢？”——“火腿状的会占更多的空间。”实验者将线圈切碎。“你不用再切了，我知道接下来会发生什么：小块与球比，会使水面上升得少一些，因为它们都是更小的。”

戈（11；0） 第一个球：“水面会上升，因为它占据了空间。”——“为什么？”——“球大一些，它让水变得更大一些，让水面上升了。”——“那么这个球呢？”——“这个和第一个球一样大。”——“如果我把它变成一个线圈呢？”——“它没有以前大了，变细了，占的空间少了。”两个同样的圆柱状黏土，一个竖着放，一个横着放：“竖着放的比横着放的占据更多的空间，因为像那样竖着，它是大的，它会把水推上来，当它是横着的，占的空间就小一些。”两个线圈，一个保持垂直，另一个是螺旋状：“它们的重量相同。”——“如果在水里呢？”——“那个（螺旋状）要占更多的空间。”

弗雷（11；5） 球和线圈：“这个中的黏土和另外一个中的黏土一样多吗？”——“绝对是相同的。”——“你为什么这么确定？”——“重量是相同的，因为你没有拿走任何黏土，你还是能够把线圈重新变成一个球。”——“那么如果我把它们放在水里呢？”——“球会让水面上升更多；它更大一些，球比它的重量占了更多的空间（=它大一些，但是重量是相同的）。那个（球）是大的，而这个（线圈）是细的，因此线圈让水面上升得少一些。”——“看我现在做的（将球切成了七份）。”——“哦，我能直接告诉你，重量将是相同的。”——“为什么？”——“在小块块中的黏土和球里面的黏土一样多，如果你把它们弄在一起的话，会重新得到与原来一样的东西。”——“在水里它们会占一样大的空间吗？”——“球更大一些，所以因为球的缘故水面会上升更多，我说得对吗？”——“想想这个问题，为什么球就应该让水面上升更多呢？”——“这里的这些都是小的。哦不，它们是这么多，所以会占更多的空间啊。”将小块放在一起变成一个圆盘：“我能猜出会发生什么。这个是扁的，那个是大的；它们有相同的重量，因为它们两个黏土是一样多的。”——“水面会因为圆盘放在其中上升多少呢？”——“和球相比，

水位上升得会更少一些，这个圆盘细一些，那个球肥一些。”——“但是它们的黏土一样啊？”——“是的，因为如果你把它变成一个球的话，就是相同的了。”——“在水中？”——“哦，我错了，圆盘会占据更多的空间，而球（占据的空间）会少一些。”——“水面会上升多少呢？”——“圆盘状的会让水面上升得更高一些，因为它大一些，占更多的空间。”

被试的这些反应非常显而易见地昭示了儿童在通往固体体积守恒道路上的障碍，揭示了为什么直到相对较晚阶段的儿童才会掌握体积守恒的前因后果。事实是在这里前两组儿童（阶段Ⅰ—Ⅱ与阶段ⅢA）并没有告诉我们有关这个方面的新东西。既然他们还没有办法掌握物质和重量的守恒，那么我们也可以预期在测试体积守恒的任务中他们肯定也会以失败告终：当球变细或者扁平的时候，看起来似乎失去了一部分实质和重量，那么，很自然它就应该看起来会在大小尺寸或者体积上也减少一些。在这里我们还有另一个以知觉作为首要优势居于智慧运算之上的例子。然而，将被试的这些基本的反应与那些处于阶段ⅢB的反应进行比较，是相当有趣的，因为它们揭示了某个实体的物理体积是一个比未分化的实体的实质之量，或者说比一个未分化的实体的重量之量更为复杂的事件。实际上在知觉层面，体积看起来对物体形状的依赖，并不少于对物体的维度（Dimension）和实质内容的依赖，而物理的体积一旦得以数量化，并与其他的特性分离之后，就被当作物质数量与其压缩或者浓度之间的联结关系了。这就解释了为什么埃达认为小块状的要比球状的少一些体积，因为它们是小的，而球的体积比线圈状的要更大一些，因为球是聚集在一起的（＝整个）；为什么罗德认为球状的要比线圈状的更重一些，因为球状的要更大一些，而贝格说线圈状肯定置换了更多的水，因为线圈状的更长一些；或者说为什么克拉德强调体积越大的实体反而不会很紧凑（“圈是松的，就会有更多的水进入空隙里”，而球状的“就待在中间”）或者压缩更少一些（“当黏土是碎片时，它就占据更多的空间；小片的个体进入到了所有的角落”，但是它们让水面上升得少一些，因为它们都更“轻一些”）。简言之，当儿童依然将物质和重量当作不同的特性时，儿童在判定维度与维度之间，在物质的紧密度或者稀薄度之间，选择决定物质体积的标准时就会显得犹豫不决。

现在激动人心的问题由处于阶段ⅢB的被试提出了，实际上也是本章拟要力图解决的真正的问题：该阶段的儿童虽然接受了物质和重量的守恒，但是当涉及体积问题时，他们的推理表现，就恰如早期阶段在测试重量和物质守恒任务中所进行的类似推理。对梅尔来说，圆柱状的黏土在垂直放置时体积要少一些，因为它是“细的”；而这对戈来说：“它竖起来时比横着放置要占据更多的空间。”拉德认为碎块使得水面上升得更少一些，因为球状的“更大一些”，因此有一个“更大的可能”，等等。然而，所有这些被试都能很好地认识到部分组合起来的重量等同于整个球的重

量。那么如果他们能够很好地协调利用物体的形状所定义的关系，在涉及重量和物质的时候也能够利用这种关系将它们分到不同的群集中，为什么却无法由此很好地推理出物理体积的守恒呢？

原因是物理的体积涉及一个额外的协调，即物质的数量与元素的浓度。因此，假设黏土由于膨胀或者相互之间挤压改变了其形状。在那种情况下，黏土数量和重量的恒定，并不能推断体积的恒定。为了认识体积的守恒，儿童必须假定固体的每个部分与其他部分一样都占有相同的空间，也必须假定在位置改变时，既没有膨胀，也没有压缩。在数量守恒的例子中七岁儿童就掌握了物质的守恒，在大约十岁儿童的例子中他们获得了重量的守恒，既然部分的等价是如此精确，这也就提出了一个新的有关物理空间的问题。因此，当将球分成不同的部分之后，儿童没有理由假定分开的部分的总和必须等于整体。因为儿童相信后者的不同取决于黏土是在一片中还是不在一片中。也就是说，这取决于它的部分的安置。当美伊解释，各个部分加起来的总重量等于一个未分离的球的重量："因为球的黏土总是在一起的，但是整体体积变化了，因为碎片可以到任何它们要去的地方，所以占的空间小一些"时，使我们对这一点毫不怀疑。而弗雷表现出来的特定性有过之而无不及。他也意识到碎片是原来球的许多部分："这些小的部分与球中的一样多，如果你又把它们放在一起的话，你会得到一个与以前一样的。"但是很显然他感觉到不能将这种基于重量守恒得到的结论应用在体积上，因为"球是更大一些的"，或者是因为有好多碎片。简言之，所有这些儿童都相信体积依赖于整体的结构，也相信它的变形依赖于部分的分离。这就是为什么他们不仅相信体积随着形状的改变而改变，而且在他们已经认可了物质的守恒之后，在认为体积随着位置改变而发生改变时也是相当矛盾的：垂直的圆柱黏土是细的，比水平的圆柱黏土"占的空间少"（戈）。

这表明——接下来的内容都会用来证明这个观点——如果儿童假定物质有一个原子或者颗粒结构，其密度不会受到形状或者分离状况影响的话，儿童就能够掌握体积的守恒。因此，体积的守恒不但表明了物质的守恒，而且表明了一个恒定的浓度格式，这就是为什么体积的建构要在重量守恒之后，也是为什么我们将看到的体积守恒会出现在密度概念或者原子颗粒的压缩、解压的时间节点。简言之，像其他所有形式的守恒一样，体积的守恒不但有赖于部分的同质性，而且也依赖于在形状改变时，组成整体的部分既没有被压缩，也没有膨胀。现在，当自我中心主义和现象主义依然在持续起着作用，所有形状上的变化，或者位置上的变化和所有分离将会随着浓度的变化而变化时，仅有一个外显或者内隐的原子方法能够将儿童引导到物体体积守恒的概念上。

第二节　阶段ⅣA：体积未守恒和守恒之间的中间反应

我们必须再次将注意力放在中间情形的例子上，因为这些例子突出地展现出了儿童的犹豫不决，也因此揭示出他们在发展过程中所遇到的实际困难：

佩尔（9；0）“如果我把这个球放进水里，会发生什么呢？”——“它会沉到底部。”——“那么水呢？”——“水面会上升，因为底部的水会上来。”——“那么如果我把球变成火腿状的呢？”——“水面会上升得更高，因为火腿更长一些，占的空间会多一些。”——“那么像这样呢（垂直状）？”——“那就会占少一些的空间。”——“那么如果我把它变成一个蛋糕状呢？”——“那和球会一样的。”——“为什么？”——“它们占有相同的空间；它里面的黏土和球中的黏土一样多；它只不过是有另外一个形状。”——“那么火腿呢？”——“哦，也是相同的。”——“如果分成片呢（四份）。”——“它是相同的东西，它们所有的黏土都来自于球，只不过是分开了而已。”

德恩（9；0）球：“水面会上升，因为我们把东西放进去了。”——“那么这个火腿状的呢？”——“同样，也会让水上升，因为都是相同的黏土，仅仅拉开了而已。”——“它占据的空间一样多吗？”——“不，它更细一些；哦不，它们是相同的；这个长，另一个圆，但是它们占的空间相同。”——“那么如果我把它切成四份呢？”——“那也会沉到底部，但是小碎片比球占的空间小，小碎片比在一整片中时占的空间小。”

列尔（10；0）球：“水面肯定会上升，黏土占据了里面的空间。”实验在进行，在实验中对水面进行了标记。将球取回来，并将其分解成七或者八个小部分。——“如果像这样呢？”——“它会占更多的空间。哦，你能看到（小碎片还没有被放到水中）它会更大一些（=看起来更大）。小片占据更多的空间。”——“为什么？”——“有更多的部分，而且当你尝试把所有的都放到一个球中时，它们不会进去。”——“我们不能用它们做出一个一样的球吗？”——“如果你紧紧地挤压它们，你是可以的，但是你必须得非常使劲地挤压它们。”线圈：“水会上升一点点。”——“像球一样，还是不一样？”——“几乎一样。几乎没有任何差别，可能一点儿都没有。”

德雷奇（10；0）比较而言，他不能说出线圈比球的体积更大还是更小：“相同的东西。虽然不再那么圆但是是相同的。哦不，火腿会占有更多的空间。”——“那么如果我把它切成更小的部分，并把它们都放进水里呢？”——“那将是和火腿相同的。”——“也像球一样？”——“不，它要比球更多一些；它更大一

些。如果我们尝试把它变成一个球，它会使得球更大一些。"——"你想会是这样吗？"——"如果我们把所有这些都放进一个球中，水面会上升得更多一些，因为球更大一些。"——"那么火腿的部分呢？"——"是相同的。"——"那么如果我们把这些部分重新变成一个火腿呢？"——"大小相同。"

季夫（10；6）"水面会上升得更多一些，因为火腿比球长一些。因此它会占有更多的空间。"——"如果我把它压平呢？"——"那也是相同的。"——"如果我把它切成小片呢？"——"那也会占有相同的空间；就像我们把一个整体的火腿放到水中一样。"——"它与球比，占的空间多还是少？"——"相同的。我认为从头到尾都是一样的。火腿来自于球，就像你把整个球放到一起一样。"

维亚（11；0）球和线圈："球会使水面上升得更多一些，因为球更大一些；它有一个更大的体积。"——"如果把它变成圆饼呢？"——"是相同的，因为它有相同的重量。"——"但是球和火腿的重量不是相同的吗？"——"是的，但是它们占有的空间不一样。"——"如果我们把火腿重新变成一个球呢？"——"那会得到一个大小相同的。"——"变成小的部分呢？"——"它们所有加起来的大小和球是一样的；使得水面上升得一样多。"——"线圈呢？"——"哦，是的，那也是相同的。"——"为什么你以前不是这样想的？"——"因为球更高，这个更长。"

谢德（11；0）球和线圈："水面上升得相同，因为它们占有相同的空间；它虽然长但是更细。"——"如果我把它变成圆盘呢？"——"还是相同；不，圆盘不是相同的；是的，它是相同的，它大一些但是它的重量相同。"——"那些小的部分呢？"——"是相同的。"

我们马上想到的是，这些反应远非对新的基本元素的介绍，它们与处于阶段ⅡA（实质的守恒）和处于阶段ⅢA（重量的守恒）的儿童所表现出来的反应在形式上非常相似。

首先，这些被试的犹豫不决以及在支持体积未守恒方面的争论与我们之前遇到的类型是如此相似：线圈有更多的体积，因为线圈更长或者更大，或者线圈有更少的体积，因为它更细一些；球的体积更多，因为它是圆的，圆饼的体积少一些，因为它是扁的；多个部分的体积更多一些，因为它们是数量更多的，更分散或者体积更小一些，因为它们更小，等等。另外，关于体积守恒的争论恰恰也与早几月或者甚至早几岁的被试在实质和重量守恒上的论证基本相同：相当于由部分的等价或者差异的等价所带来的同一性，可逆的组成和量化。

因此，佩尔、德恩和季夫在为它们的体积守恒辩护的时候诉诸到黏土的同一性上：圆饼的黏土和球中"黏土一样多"（佩尔）；"它是相同的黏土，仅仅拉开了"（德恩）；"火腿状的来自于球；它就像你把整个球放到了一起一样。"（季夫）。但是如果同一性是那么简单一个东西的话，我们就有权利发问，为什么这些被试没有在发现

实质的守恒之后就马上发现体积的守恒呢？可逆的组合在所有的形式中也得以重现呢？对维亚来说，部分之和等同于最初的整体："加起来它们的大小尺寸是一样的"，线圈的延长弥补了球的扁平。同样地，谢德说："它虽然长但是更细"，等等。另外，由部分之和或者关系的同等性带来的这些组合引起的总体体积的量化在所有方面都与总体实质的量化或者总重量的量化相似。

对在物质实质、重量和体积的各自守恒上发现的时间存在间隔的仅有解释——因为导致每一个发现的论据恰恰从形式角度来看是相同的，所以时间的延后是更为自相矛盾的——是物体体积概念所特有的障碍阻碍了儿童对所包含关系的逻辑组成，也阻碍了儿童对物质等同差异性的逻辑组合。如第一节所表明的那样，现在的这种困难可能源于在球变形或者分离期间所引起的扩展或者压缩，这点在我们所引用的中间反应的例子中是很突出的。例如，在分离的例子中，有一些被试同意德恩的说法，"个体部分"要比"整个球"所占有的空间少，而其他的儿童（例如列尔和德雷奇）则持有相反的观点。第二组明显地提到了压缩的变化，而不仅仅像我们的一些年幼被试，只用很少的逻辑或者很少的技术程序内隐地证明自己的观点。因此列尔认为当球被切碎的时候，它就变大，因为"当你将所有切碎的放到一个球中的时候，它们不会进入里面"，除非你"使劲地挤压它们"。德雷奇的想法是相同的，虽然承认分解后的线圈的部分等同于未分离的线圈，但也认为后者要比用部分做成的球更大一些。因此，关于为什么这些儿童认为线圈要比球在体积上更大一些的理由是相当简单的：当把球拉开的时候，认为黏土就会在体积上伸展开来了，而物质的数量和质量则保持不变。简言之，当这些有中间反应的被试坚持认为体积发生变化，他们假定在置换或者分离时，部分会变得紧缩一些；而且，一旦他们自始至终支持守恒时，就是因为他们已经开始认同了部分的同等性，因此也认同了浓度上的等同性。为了让问题更为简单，对处于更低一些发展阶段的年幼儿童来说，所有的物质看起来都是不稳定的，或者是有弹性的，它会因为外形的变化而发生扩展或者压缩，而体积的守恒则需要各个部分保持一个恒定的浓度（除了在特殊的环境下之外）。就像我们之前所表明的那样，也就是儿童为什么对体积守恒概念的掌握要更晚一些：体积守恒包含了一个原子的格式，也伴随着支配物质浓度或密度的更为精确的关系。

第三节　阶段ⅣB：体积的守恒

现在让我们研究那些已经开始认可黏土球的体积在所有变形或者分离情境下都保持恒定不变的儿童的反应。

贾斯（9；6）将黏土球变成了线圈状："胶泥（＝黏土）仅仅是变得长了，火腿还是占有相同的空间，因此水会上升到相同的水平面上；它们的体积相

同。”——“如果我们把它切成碎片呢？”——“它还是相同的，它们有相同数量的黏土。”

布尔（9；0）线圈状：“它就像一个长的球，因此肯定水平面的上升是相同的；长的球与圆的球是一样的。”——“如果我们把它切碎呢？”——“它仍然是与球一样的，因此水面上升得与以前一样。”

埃尔（10；0）分解成多个部分：“你放入的黏土量与球中的黏土量几乎是一样的，因此水平面上升得高度一样；它会上升到相同的高度，因为它的黏土量与球是相同的。”

维卡（10；6）线圈状：“它让水面上升得一样多。”——“为什么？”——“因为有相同的重量；我的意思是说它会占有相同的空间。”——“为什么？”——“如果我把它变成一个球，它就会短一些，但是更高一些；当它是长的时候，它就更大一些（＝高），但是更扁平（＝短）。因此它占的空间一样多。”——“那么分割成几部分呢？”——“它们与球放入其中，上升得一样多；部分小但是在数量上是相等的，毕竟在开始的时候两个球是相同的。”——“如果我们把一个线圈变成一个圆饼呢？”——“它还是相同的，它圆一些但是扁一些。”——“像这样（线圈垂直放着）呢？”——“还是相同的，仅仅是立起来了而已。”

迪布（10；10）“球会占有一些空间，因此水面会上升。”——“那么圆盘呢？”——“你已经改变了形状，但是它会让水面上升得一样高，因为它的重量相同，所占的空间相同。”——“线圈呢？”——“水会上升得一样多，因为黏土和以前的一样多。”——“你怎么分辨出它占有一样多的空间呢？”——“是显而易见的，它的黏土数量是相同的。”——“但是它会有相同的体积吗？”——“是的，因为它有相同的黏土，所以所占的空间肯定是相同。”——“如果我们把它变成一个环呢？”——“它的体积仍然相同，因为它的重量相同。”——“如果变成片呢？”——“还是相同的东西，占有相同的空间，因为它有相同数量的黏土和相同的重量。”——“你怎么知道的？”——“因为我看到保留了所有的黏土。”

比福（11；0）“水面为什么会上升？”——“因为球占据了水的空间。”——分解成八个部分：“水面上升得和以前一样多。因为当黏土是碎片的时候，还是有相同的数量；那个（球）看起来稍微大一些，但是它应该占相同的空间。”——“你说的‘应该’是什么意思？”——“因为如果我们用那些碎片做一个球，就会得到一个相同的球。”做成线圈状：“总计起来是相同的。”分解成四个小线圈：“你能够把它分割成你喜欢的数量，但是当你把它们所有的都放在一起的时候，它们总计起来还是和球相同的。”

罗格（11；6）线圈状：“它会占有相同的空间，它虽然细一些但是什么都没有加。它长一些但是更细一些。”

埃尔（12；0）圆饼状：“它在水里占的空间相同。”——“如果我把这些棉

绒填充物都挤压在一起，它会占有相同的空间吗？”——“不，少一些。”——“那么关于它的重量呢？”——“那是相同的。”——“如果我把这个球拉长，它会占有相同的空间吗？”——“哦，是的，它长一些但是细一些。”

就像ⅣA阶段被试的回答，在形式上与对重量和物质的中间反应一样（阶段ⅢA和ⅡA），因此对于这些物理体积守恒（阶段ⅣB）的理由，也在所有方面上与对重量和实质守恒（阶段ⅢB和ⅡB）的理由一样。这就把我们又带回到了第一章开头对一般的守恒机制的讨论上。

尽管复杂的发展为有关阶段ⅣB的这些反应准备了路径，但给人印象最深刻的是这些反应是如此的简单。看起来儿童在这里并没有遇到什么特殊的问题：守恒对儿童来说是如此显而易见，人们可能很容易就会认为儿童从来不会怀疑守恒，而且这说明了一个先验论（先天性）是一个较长发生过程成熟的结果。换句话说，它代表了一个终结点，而不是一个起点。从逻辑上讲，这些被试所用的论证似乎还原到纯粹的同一性上，这又将我们带回到同一性问题上——这个同一性问题的解决方法，就像我们现在所认识到的一样，考虑了我们迄今为止可以清晰区分的所有四个阶段。

实际上，这些反应反映了一种内在和外在的双重同一性：某个整体的不同部分的内在同一性（将整体分解成部分或者改变整体的形状，既没有让整体的体积、重量或者实质消失，也没有给整体添加任何东西）和某个实质守恒的同一性与重量和体积守恒之间的外在同一性，如此一来儿童就可以将它们用在任何其他的地方作为辩护的理由。既然我们对这些发展的所有方面都很熟悉，我们很容易看到两种类型的同一性来自于运算群集。如果没有这种可逆的运算群集，儿童对于解决这些问题将会一筹莫展。

某个整体的不同部分的内在同一性，可以是一个逻辑类型（性质的等同）或者是一个数学类型（数量的等同）。为了证明守恒，儿童能够在构成整体的部分或者它们的关系组合基础之上进行论证。在第一个例子中，儿童试图建立已给元素的简单代替物，并让基本元素保持不变（方法1：元素或者元素类别的逻辑同一性）；或者儿童能考虑到所有的元素等同于另外一个，因此，建构了很多单元（方法2：数量的同一性或者单元的数学均等性）。如果儿童又一次通过协调关系，能够（例如，在简单的分解例子中）确保自己发现的所有关系保持同等性（部分加起来的长度等于未分离线圈的长度等），并因此应用这种逻辑同一性的方法或者关系的性质同一性的方法（方法3）。最后，儿童可能认识到比例保持相同，因此将关系简化到普通的一般的定量标准（方法4：差异的均等性或者关系的数学均等性）。实际上，刚才描述的这四个方法也就是第一章最后介绍的四个方法。

因此，当贾斯宣称“火腿占有相同的空间，只不过胶泥是纵长的”，或者当迪布说部分占有的空间和线圈一样多“因为我看到所有的黏土都在”，很明显他们都在应

用方法 1：虽然被转换了，碎片部分还是保持不变。当他说到碎片“你放进去的黏土和球的黏土一样多”，或者当维卡说到竖立着的圆饼“它是相同的，只不过是直立的”，他们在应用方法 3：圆饼的高变成了它的长，长则变成了高，各个部分组合的维度与原来的球是同等的。当比福说：“你可以用它切出你想要的数量，但是当你将它们又放在一起的时候，它就会和之前的球一样了”；或者“当分割成碎片时，还是相同的数量”，他在结合使用方法 1 和方法 2，例如，使用一种组合，就像我们在接下来的章节所看到的一样，这种组合的方法将会扩展到外显的原子论上。最后，当罗格说到线圈“它更长一些但是却更细一些”，当维卡和埃尔说了几乎相同的事情，差异的等同性将他们从方法 3 引到了方法 4。总而言之，所有这些被试都使用了元素或元素之间关系的逻辑同一性（性质的同一性），然后将这些同一性扩散融合进了数或大小尺寸的数学同一性（数量的同一性）中。

然而，很明显这些同一性仅仅在与整体的运算群集进行联合的时候才能得以建立，可逆运算确保了同一性的存在：“如果我们用那么多的部分做成一个球，就会得到一个相同的球”（比福）。这就引出了一个问题，运算是否根源于同一性，或者可逆是否是真的。实际上，差别特性只是一个纯粹的口头上的语言。因为我们看到，包含在每个新的不变量（恒等式）建构中的真正问题是，在球的某一个部分被取代的时候是否仍然保持不变。如果它保持了其材料的同一性，那么总体的实质就是守恒的；如果在天平上施以相同的压力，那么即使形状有所改变总体的重量依然保持恒定不变。但是恰恰在三个例子中各个部分的同一性居于替代物之上，这依然是一个问题。正如自始至终我们所看到的一样，随着儿童从实质到重量再到最终体积的发展，在同一性的建立上，面对着不断增长的困难。

那么，在所有这三个例子中，在同一性和运算之间的精确关系到底是什么呢？

首先，让我们将逻辑或者数学的运算从物理的运算中区分开来，物理运算包含着时间或者空间上的部分或者替代物，逻辑或者数学的运算包含空间的概念或数的替代物，以及时间序列的演绎推理的替代物。现在逻辑运算包含着同一性和变化：它们组合转换，但是转换相对恒定不变。因此如果$A+A'=B$（由此$A=B-A'$和$A'=B-A$），然后A，A'和B是不变的，它的转换由它们的加（$+$）或者减（$-$）表达。现在我们怎么知道A，A'和B是恒定不变的，例如$A=A$，$A'=A'$以及$B=B$？因为它们在加法群集中建构了这么多的同一性运算，在其中它们出现了[①]：$A+A=A$，$A'+A'=A'$，$B+B=B$。如果单位项（terms）不同，加法运算几乎是不可能的，因此如果没有由它形成的部分的运算系统，是无法建立同一性的。我们能说在运算出现之前，儿童通过比较它与$A+A'$的差异，在纯粹直觉上掌握了同一性$A=A$吗？但是这种恒定性仅仅意味着，在等式$A+A'=B$中，我们不能用A'替代

① 参见让·皮亚杰：《分类的加法群集》，《日内瓦物理学与自然史学会会议纪要》，1941。

A，因为在那种情形中我们将会得到一个荒诞的结果，$A = B - A$，而 A 总是能够被它自己替代，就如同能用 B 替代 $A + A'$ 一样。因此同一性来自于所谓的“同一性运算”，除了所谓的一个所有群集的功能之外，并没有一个精确的意义。

这些评价在数或量的同一性的例子中就更不用说了，在这些例子中，迭代 $1 + 1 = 2$ 取代了同义反复 $A + A = A$。对于另外的单元 $1 = 1$ 的同一性，如果不是在加法或者乘法的数群集中，任何单位都可以被其他单位代替的这个事实，那还有什么呢？

现在让我们从逻辑的或者数学的运算过渡到物理运算上。在头脑中考虑一个类似黏土球变形或者分离的经验转换的例子。每种转换都反应在年幼儿童用自我中心附带现象学术语评估的定性变化中。首先，当球在体积、重量，甚至在物质的量上发生改变时，球吸引了儿童的注意。但是当儿童试图对这些关系进行群集分类时，由于通过矛盾的方式强迫儿童去做，这不可避免就让儿童处于一个缺失的系统中，他必须满足所有群集的共同条件，也就是说，必须将转换定义为恒定不变的功能，反之亦然。现在，貌似出现在直觉层面上的恒定不变，也归功于知觉的探索发现，回到起始点是可能的。因此一个可以伸缩的绷带在拉长的时候改变了它的体积，但是随后马上会重新恢复它最初的体积。同样地，当一个黏土球变成一个线圈的时候，看起来扩展了，但是通过相反的行动（动作）能够使它变回到原来的样子。然而，即使这种探索发现引发了儿童的运算，儿童还必须要克服一个非常巨大的困难：只要对形状改变的探索还仅停留在经验上，并且无法在心理层面上建构它们，那么看起来它们依然像是一些无中生有的创造，而相反的回到起点的行动（actions）更像是很多具有破坏性的动作（acts）。在最终的一个状态可以被重新看作是最初状态的必然结果之前，或者反之，儿童必须首先认识到两种状态的相同性和不同性，不同点能够由一个（＋）或者一个（－）来表达。这就介绍了一个用增长的术语来建构恒定性，用运算动作来定义形状改变的运算。既然因为知觉层面上的改变无助于被当作同等性的增加或者减少，也因为知觉层面的物体不能被简化为另一个或者等同的构成，用一个理性的物体和理性的关系置换感知物和性质之后可逆运算才能得以建构。当这些发生的时候，运算恒定不变的单元项将会成为与物质具有同等性的元素，而运算的行动将会成为一个纯粹的时空转换。知觉的性质将会从这些运算的群集中出现，自此之后也会与物体紧密相连。因此，一个物理的运算是一个类似逻辑或者数学运算的可逆性转换。但是在类别的加法、减法、乘法和划分中，数和关系在空间和时间中是由部分和替代物取代的，由颗粒或者部分组合的类别和数能够用另一个组合，这还要归功于这些时空关系。

最后让我们看看在阶段Ⅳ出现并起作用的第二种类型的同一性，例如儿童的物质守恒的同一性与重量或者体积的守恒。实际上体积的守恒与其他两种守恒相关，就如同重量守恒与实质守恒相关一样（见第二章）：不守恒中共同蕴含的内容跟随在

三种恒定量分别建构之后，最后通过守恒表现出来。因此，在阶段Ⅰ，儿童逐渐将球的体积上的表面变化归到实质和重量的变化上，反之亦然。在阶段Ⅱ，相对而言，儿童不再通过物质实质的变化来证明体积的变化，而是通过重量的变化证明体积的变化。在阶段Ⅲ，恒定不变的重量和物质实质再次被看作彼此的表示说明，但是不存在于体积之上。最后，到了阶段Ⅳ，所有三种恒定变量发生了关联。因此，当贾斯说各个部分组合在一起将会与整个线圈的体积相同，因为“黏土的数量是相同的”时，他就在用物质守恒证明体积守恒；而当迪布说到圆环：“它的体积仍然是相同，因为它的重量相同”时，他在用重量守恒证明体积守恒。迪布甚至走得更远，他如此说：“它占有的空间相同，因为它有相同的黏土数量和相同的重量”，因此显而易见这依赖于对外部的认同之上。现在让我们试着来阐明它们运作的机制。

在这种联结中出现了两个问题：如果我们定义的所有的物理运算的群集出现在阶段Ⅱ的话，为什么在三种恒量的建构上最初存在着一种时间后延的差异或者滞差？而且为什么最终三者又达到了融合统一？在可以回答这些问题之前，我们必须首先在运算的群集建构中定义主观和客观的关系，这能够将我们带回到一个基本问题上，即我们最后一章提到的从简单的自我中心主义到群集的转换上。首先，我们必须要小心谨慎，不要把运算群集的建构误以为仅仅是为了给知觉增加推理：不但必须对知觉层面的数据保持正确的推理，用一个更为深刻的东西完成对表面世界的表征；而且也必须用类似的方式保持修正被试自己知觉层面的自我中心主义。在这种方式中，重建成了一个去中心化的或者转换的方式——一种在小范围内的哥白尼式的革命，这掠夺了儿童最初所拥有的特权参照系，并将之整合建构到了一个客观群集的系统之中。

为了更好地理解这个过程的一般本质，我们将在第四至十二章中考察所有以此为基础的关系，让我们简要回顾一下由儿童的实践智慧所详细展示的首个恒量建构的过程：知觉物体的建构。在心理发展的初期，感知－运动物体看起来在形状和维度上的变化持续不断，而且当这种变化超出知觉领域的界限时，有时这种知觉层面上的物体会遭到破坏。到了生命的第二年，相对而言，儿童开始理解了物体的守恒。现在我们揭示与一个作为整体的空间建构相同的建构，这在别处[①]已经揭示过：通过将移动物体的连续印象与庞加莱（H. Poincaré）所描述的“置换类别”相适应，儿童设法将它们协调进一个恒常的物体中。但是在儿童能够做到这点之前，必须首先能将自己的活动空间去中心化，并将后者整合进一个合适的运动“群集”系统中：直到那时，物体和主体才完成了分离，主体成为主体自己建构的宇宙当中的唯一的元素。因此，从激进的自我中心主义到客观的群集类别的转换，可以说这类似于从地心说跨越转换到了哥白尼的日心说。

---

① 皮亚杰：《儿童“现实”的建构》，劳特利奇与基根·保罗，1955，第一章与第二章。

现在这三个恒量（物质、重量和体积）的建构让我们从个人的角度继续这个基本过程，或者在每个活动（activities）的新水平上重演这个过程。现象学的中心主义回到了阶段Ⅰ，处于那个阶段的儿童面对一个改变形状的黏土球时，拒绝接受物质守恒。然而，儿童现在怀疑的不再是整个物体的守恒，而是组成整个物体的各个部分的守恒。到了阶段Ⅱ，相对而言，儿童脱离了自我的中心化方式，从外部的现实中分离出了主观的或者表面的元素，也就是说，从保留有未改变的物质数量的物理转换群集中分离了出来。因此，在许多类似的相同途径中，当儿童开始领悟到自己的位置和运动实际上对恒常物体在形状和维度的表面变化上负有不可推卸的责任的时候，他就认识到了自己对球的知觉无法改变球所包含的实际的物质的量，以及他对每个变化的知觉的矫正，例如将球拉长成为一个线圈，必须通过自己在知觉层面上对已经出现的变化对比原来的情形得以矫正。然而到了阶段Ⅱ，主体和客观现实之间的分离仍然只局限于物质实质，仍然还没有在一个更为广泛的重量知觉的层面上表现出一个类似的分离：儿童继续相信重量随着知觉的改变而改变。但是因为在将其整合进他已经建立的协调关系时产生了矛盾，这就促使儿童到阶段Ⅲ的时候，将重量关系归类到一个外延更广泛的系统中，而这个系统因此就与物质实质的关系产生了联结。相应地儿童就开始认识到物质的每个恒定的部分都有一个恒定的重量，而且表面的变化源于主观的因素，儿童再次领悟到产生于一个特殊知觉的知觉变化必须与其他的知觉进行协调时才能得以矫正。例如，儿童发现，既然圆饼看起来要比由圆饼做成的球更轻一些，是因为圆饼的重量看起来“更分散一些”，天平却证明这个判断是虚假的，是错误的，由此主观印象（在手掌之上越分散的物体越轻）必须得以矫正。但是这种从客观元素中分离出来的主观又一次并没有立刻对体积的知觉产生影响，因为对体积的知觉还依赖于其他的因素。这就能够解释为什么对体积的现象学和中心主义的方法一直持续到了阶段Ⅲ，为什么我们所描述的分离仅仅出现在阶段Ⅳ。当体积上的变化成为像其他的特性那样能够进行分类时，当物质的每个部分被看作不但在重量上守恒，而且在体积上也守恒的时候，所有表面的矛盾或者整体的膨胀都可以被理解为由主观角度造成。

我们现在就明白了为什么在阶段Ⅳ，体积的守恒由物质的守恒或者重量的守恒得以证明，反之亦然：在所有的这三个例子中，儿童必须用其基本部分的性质来表达整个物体的性质，这些基本部分可以通过替换的物理运算而成为根本，从而回到原始的状态。因此，这种明显的简单同一性也是一种非常复杂的东西，因为它要求相互独立建构起来的三种运算群集的协调整合，这在接下来处理儿童从守恒到原子论的发展进步历程的章节中，将变得更为清晰可见。

第二部分　从守恒到原子论

第四章　物质的消解与糖的溶解

对儿童在解决黏土球变形过程中发展出来的概念的研究，让我们可以逐步再现对物质、重量和物理体积守恒的起源发展过程。在接下来的三章里，我们将借助方块糖溶解的新实验来重新研究审视整个问题。我们应该会遇到一些熟悉的反应，这自然没必要说，但是由这些反应衍生出来的问题将会是全新的。所以对黏土球来说，仅仅涉及形状的改变，而糖的溶解涉及的却是物质状态的改变以及由此引发的更深层次的变化。不仅如此，糖在溶解时，所呈现的似乎是一种消失的现象，然而当我们问儿童这是否永远不守恒时，我们要求他付出更大的心理努力。无论如何，这是一种完全不同的智慧建构。最为特别的是，有关守恒的这三个概念在这里呈现出来的似乎比在黏土球实验中所呈现出来的关系更为密切。因此在黏土球的变形过程中，很容易将儿童的注意力分别吸引到物质（“有什么东西被拿走了吗？”）、重量（“如果什么东西都没有拿走，这种变化改变了重量吗？”）和体积（“其他的条件都不变，球的伸展是否包括了整个物体的膨胀或收缩？”）上。相比之下，当一块或两块糖在一杯水里溶解时，儿童能够参考的唯一实验材料仅仅是糖在溶解过程中和溶解后的水平面是否有变化的事实。在这种情况下，儿童仍会建构守恒的三个原则吗？如果是，儿童是同时还是相继建构这三个原则的？是否与在解决黏土球任务中表现出的顺序相同？以及为什么？

最后，非常重要的一点是，糖的溶解引出了第三个问题，可以说是之前所提问

题的一个自然延续，即原子论和相伴随的物理运算的“群集”问题。尤其当糖块在表面上消失了，儿童却还是理解了糖的守恒时，儿童是否相信糖和水融合在一起了？或者儿童宁愿相信糖块变成了不可见的却相互分离的微粒？儿童是否接受巴什拉（Bachelard）的“形而上的尘埃”观呢？如果真是这样的话，我们是否依然可以坚持可逆运算组合的守恒观呢？

第一节　方法和综合结果

首先给儿童出示两个装有占据水杯四分之三体积的水杯。然后将两个水杯放在天平两端的托盘上，天平平衡，表明两杯水的重量相同，而后问儿童如果将一块糖放入其中一个杯子将会发生什么。儿童可能会以这样或那样的原因说水面将会上升，或者发表一些毫无关联的言论。先用墨线或橡皮筋标记初始水位，然后在水杯中放入两到三块糖并标出新的水位。接下来，要求儿童预测糖溶解时水面的高度，同样也要求儿童在糖溶解前称量那杯水的重量并且预测溶解后的重量。当糖溶解后，问儿童糖是否还在杯子里，如果回答是，再问（糖）以何种形式存在？加入糖块的水会和自来水一样纯净吗？这水会有什么味道吗？味道会持续存在吗？如果是这样的话，为什么？一旦糖块完全溶解，便要求儿童确定水位和重量，随后问儿童水位为什么没有下降到原来的位置，重量是否保持不变，对糖而言发生了什么。

这里十分有趣的一点是，当对一百多名四岁到十二岁的儿童提出这些问题时，我们发现儿童的反应与在黏土球实验中出现的状况一样，我们可以清晰地划分出相似的阶段。所以，在阶段Ⅰ，儿童认为物质完全消失了，体积和重量都不守恒；到了阶段Ⅱ，儿童认为物质是守恒的，但重量和体积都不守恒；到阶段Ⅲ的时候，儿童建构了重量的守恒；最后到了阶段Ⅳ，儿童建构了体积的守恒。这些阶段的存在不仅由与每一阶段相对应的平均年龄所证实——这是一个有争议的论点——也得到了对重量守恒的理解总是和对物质守恒的理解密切相关，且对体积守恒的理解总是和对重量守恒的理解密切相关这一事实的证实，但反之却不成立。不仅如此，从阶段Ⅱ发展到阶段Ⅳ的过程中，逐渐从守恒转向原子论的被试数量也在增加，在第四章到第六章所要检验的正是这一发展变化趋势[①]。

---

① 可能会有人反对我们的实验规范性——水位恒定不变——是无效的，因为体积会因为一些外部因素而减少。这些外部因素可能包括：部分能量以热量的形式散发；液体糖的体积比晶体糖的体积要稍小；分子的体积随温度的变化有轻微改变，等等。然而所有这些变化都不影响我们研究的问题，我们并不是非常关心我们的被试是如何解释现象的细微之处的。我们想要了解的是儿童能否（完全地或部分地）理解物理转换中的守恒。

第二节　阶段Ⅰ：物质、重量、体积的非守恒性，或糖块的彻底消失

（1）儿童对现象的自发态度

与第一章所描述的相应阶段一样，在阶段Ⅰ儿童是以完全依赖直接经验为特征，因此也以拒绝演绎推理为特征。所以，一旦糖块从眼前消失，儿童就会得出糖块已经彻底消失的结论。儿童无法对这一糖块消失的骗局进行解释，也没有一定数量的矛盾证据（例如，糖溶解后水位没有回到原来的位置或重量依然没有变化）足以动摇已有信念。

在这一阶段，儿童认为糖块使水变甜，对该效应的认识是经得起考验的，即使这种认识只是持续了那么一小会儿。大多数儿童认为甜味是由外来因素引起的，绝不会把这种变化与物质、重量和体积的守恒联系在一起。

在观察儿童的反应之前，我们应当说明通常很难决定儿童是否真的认为物质不守恒，例如，被试是否真的相信糖已经不存在了，或他们是否相信一旦糖溶解了，它就会失去重量和体积，然后继续作为某种无形的物质存在着。只要这一问题不是因为语言本身的问题——此种情况下应当改进提问的方式——而是由于被试自己的思维过程所致，我们就必须对此特别留意。因为在那种情况下，它反映的才是儿童在建构持久（守恒）物质的概念时所面临的真正困难。

下面是阶段Ⅰ儿童的一些典型反应：

耶娅（6；1）“如果我把这些糖块放到水里将会怎么样？”——“会变成糖水。”——“水位会上升吗？”——“不，不会上升，因为糖块很轻。它会变成很微小的东西。”——将三块糖放到水里。——“仔细瞧瞧！”——“喔，水上升了。”——“为什么呢？”——“我不清楚。”——“接下来还会发生什么？”——“糖块会溶化。”——“这意味着什么？”——“将会没有剩下的。”——糖块溶解后，实验者继续：“现在它是什么味道？”——“糖的甜味。”——“为什么？”——“糖块溶化时把它的甜味给了水。”——“那么水里还有糖吗？”——“没了，糖不在水里了。”——“几天后水依然是糖水吗？”——“是的……不是。”——“是还是不是呢？”——“不是的。”

片刻之后：“现在糖去了哪里？”——“消失了。”——“看着水，水位升高了吗？”——“是的，一旦水位上升了就留在高处了。”——“为什么呢？”——“我不知道。”——“你能再称一下水杯吗？”——儿童称了杯子后说“重量和原来一样”。——“为什么呢？”——“更重是因为里面有更多的水。”——“为什

么里面会有多的水？”——……——“多出来的水是哪里来的？”——“我不知道，来自日内瓦。”——“但是为什么现在会有更多的水？”——“这发生得太突然了。”

曼（6；4）“请看着这杯水，我要给里面加三块糖。水位会保持在这一位置吗？”——“水位会上升。”实验：“是的，有一点。”——“那然后呢？”——“糖会溶化。”——“糖溶化时会怎么样？”——“水位会回落，因为糖不再大了，你必须得放些大东西才能使水位上升，但是现在里面只剩下微小的碎屑了（=少数尚未溶化的微粒）。现在全部溶化了。”——“糖怎么了？”——“溶化了，什么都没剩下，水把糖全部溶化了；你什么都看不到，什么都没剩下。”——“但是糖到哪里去了呢？”——“它在杯子里溶化了，没有剩下的；它掉到杯底，后来……”——“那么，后来怎样了？所有的糖都消失了还是有一些还在？”——“糖还在，但是溶化了。”——“如果你喝水，会有味道吗？”——“有糖的味道。”——“什么是味道？”——“像是气味，你能闻到却看不到。”——“那是一些糖隐藏于其中了吗？”——“不是的，所有的糖都溶化了。”——“水位回到原来的位置了吗？”——“水位就在上升后的这个位置。”——“为什么呢？”——（思索。）“是这个墨点（记号）让水上升的。”——除去墨点，“不，水位还是没有回落……（思索。）我不明白了。”——“但当糖溶化后有一些隐藏起来了还是都没有了？”——“都没有了。”——“那为什么水没有回归原位？”——（思索。）——“当我们什么都看不到时，同样会有一些糖还存在吗？”——“一点都没有。”

弗尔（6；9）“水会是什么味道？”——“糖的甜味。”——“什么是味道？”——“像水蒸气一样，几天后就会消失。”——“那它去哪了呢？”——“我不知道。”——“现在糖几乎消失了，水位还在原来的位置吗？”——“不，它落回去了。（注视。）不，它在原来的地方。”——“为什么？”——“我说不出来，依旧有一些糖的碎屑在水里但它们不占任何空间。”——“水位会上升吗？”——“不，水位将要下落。”——过了一会儿：“水位下落了吗？”——“不，它停在原来的地方了；但是我确信它明天会下降的，因为会没有味道。”

马尔（6；9）“糖会溶化并且让水尝起来是甜的。”——“之后呢？”——“之后，糖会溶化；我们无法看到它。它将全部溶化掉。”——“这意味着什么？”——“一点都没有了。”——“那水呢？”——“下降到原来的位置，因为糖已经溶化掉了。”——“将会变成纯净水吗？”——“不，糖已经使它变成糖水。”——“那糖还在里面吗？”——“不在，溶化了。”——“水会一直是糖水吗？”——“不，不会的。”——“那重量呢？”——“会变轻，因为全部溶化后就没有糖了。”过了片刻：“水位降回去了吗？”——“是的，回去了。”——“仔细看看。”——“往回下降了一点点（相信事实）。”——“重量呢？”——（称了称杯子。）“和原来一样！”——“为什么呢？”——……——“如果我们把水煮沸蒸发会剩下糖吗？”——“不会，全都没了。”

以下是一些儿童的零星反应，虽然最终得出了同样的结论，但却揭示了“无形物质”存在的迹象。然而，这些反应是如此偶然，以至于不能被看作是更高级阶段的特征，因为在更进一步的测试中，或是当儿童面对实验现象（水位和重量）的时候，这些反应就不那么明显了。因此，为了给阶段ⅡA 儿童的中间反应做一下铺垫，我们至多还可以谈谈亚阶段ⅠB 的反应：

乌德（6；10）“水位会上升一点。”——“为什么呢？”——“就像你把手伸入水里一样；水位上升，是你的手让水位上升的，糖也是一样的。”——“那当糖溶化了呢？”——“水位会降回原点。糖会变成尘土一样的微小碎屑。”——“但是水位为什么会下降呢？”——“因为看不到糖了。”——“但是你刚才对我说糖变成微小碎屑了。”——“没错，但随后它就消失了。”——“它就不在了？”——“会待在水里，但然后就溶化，我们只能得到水。”——“纯净水？”——“糖水，因为水里有些糖。”——“糖藏起来了，还是其他什么东西替代了糖？”——“不，水里没有什么东西了，但是水还是糖水。”——“几天后还是吗？”——“几天后我们会看不到任何东西。”——“会像纯净水一样吗？”——“不，不纯净……喔，是的，会是纯净的，如果你把它放置足够久的话。”实验：“水位下降了吗？”——“还在原位，因为糖都没有溶化，但几天后会下降。”——“重量呢？”——“和以前一样，因为糖溶化了。”——“自己称一称。”——（惊呆了。交换两个托盘再检验，然后在手中称量杯子。）“我无法解释。”

克拉（7；0）“糖会使水位上升，因为它有重量能增高水位。”一小会儿后：“水位会下降，因为糖溶化了。我们什么也看不到了。”——“糖依然在里面吗？”——“它会一直在，但是你看不到。”——“重量呢？”——“将会轻些。”实验：“水位降回了吗？”——“没有。”——“糖溶化了吗？”——“是的。但没有什么东西让水位下降。”——“水现在是什么味道？”——“甜的，因为里面有糖。”——“稍后呢？”——“不再是糖水了因为味道不在了。”——“糖发生了什么？”——“一开始是一块，然后到杯底变平，最后消失了。”——“重量呢？”——“变少。”（称量。）“喔，没变。”——“为什么没变？”——“水比之前变多了。”——“多的那部分水是哪来的？”——“……我不知道。”

这就是处于阶段Ⅰ的儿童做出的主要反应。在解释它们时，我们必须得仔细辨别儿童在实验前的预期和在示范了糖溶解后重量和水位不变时产生的反应。

预期看起来似乎十分清晰：不存在体积、重量的守恒，甚至也不存在溶解了的物质的守恒，即儿童相信物质完全消失了。这能从儿童使用的词语“溶化”中推论出来，即儿童所说的“将会没有剩下的”（耶娅），“一点都没有了”（马尔），或者“它消失不见了”（奥，7；0）。但我们真的可以从儿童所相信的糖消失过程的言辞中得出结论吗？或者认为儿童只是简单地想要表明糖被水吸收了，它以固体形式消失，但无论如何与水或空气神秘结合了。

似乎有一些迹象支持第二种解释。首先，一些儿童认为，在消失之前，糖变成“碎屑”（曼、弗尔，等）或者是“尘土”（乌德），这表明儿童考虑的是没有尺寸和重量的无形的微粒。然而，对于这一阶段的儿童来说，这些微粒不是别的，只是糖在溶解过程中的可见残留物，而不是以不可察觉的微粒形式持续存在的实体。还有，当问及这些儿童在刚刚完成溶解时糖是否消失了以及它去了哪里时，我们再次获得了似乎正是第二种解释的回应。所以，曼一开始已经说“什么都没剩下”，却在接下来说“糖还在，但是溶化了”。相似地，乌德似乎觉得糖变成了水，但后来又说“水里没有什么东西了”，甚至糖水的味道会消失。克拉也用相同方式解释糖“会一直在，但是你看不到”，水是甜的“因为里面有糖”，却补充道“味道会消失”。

然而，我们认为第二种解释不适用于阶段Ⅰ的儿童。此外，即使适用的话，也绝不包含对物质守恒的理解：我们的被试都深信糖在溶解时甜味减少了。也并非全部被试相信这点。当我们研究阶段Ⅱ时，我们就能知道儿童把表面现象上糖的消失归咎于一种变化。相比而言，年幼的儿童只注意到消失而不受原因的困扰。因此有些因素，但是好像只有零星的因素支持了第一种解释。

最初，我们得到的所有答案都和后来的不一样。现在，儿童的确非常习惯于这一矛盾，尤其是在两种假设之间犹豫不决的时候，但矛盾衔接得如此紧凑，这告诉我们，务必小心谨慎，以免把纯粹的话语和真正想表达的观点混淆起来。

其次，儿童相信糖完全消失的这一设想似乎在心理学上更具有合理性，这是因为阶段Ⅰ的儿童对我们呈现给他们的问题并不感兴趣，比如对物体的恒久性就是如此。对于这些被试，糖的溶解包括两个完全不相关的阶段：在消失之前，糖是逐渐分崩离析的块状；然后顷刻之间烟消云散。正是问题的陈述者要求儿童猜想溶解的物质会是什么；儿童自己对这种明显消失了的东西却并不关注也未表现出好奇之心。

这点也得到了儿童对有关味道变化观点的佐证。如果有什么观察到的现象可以使儿童相信糖并没有消失的话，那就一定是甜味的保持。现在，我们发现大部分被试所相信的恰恰相反。比如，弗尔就非常自然地说道：“像水蒸气一样，几天后就会消失”，甚至在儿童观察到水位没有回落之后还宣称：“我确信它明天会下降的，因为不会留下任何的味道。”乌德和克拉持相同的观点。此外，恰恰是这些儿童（除过弗尔，他发现水位不变后稍微有些尴尬）以及那些似乎假定糖水味道持久性的儿童，绝对不会理解糖水味道和物质守恒之间的联系，即便这对于后来阶段的儿童来说似乎是一种很明显的关系。比如，耶娅说道：“糖溶化时把它的甜味给了水”，但当问他这是否意味着水里还残留有一些糖时，他回答道：“没了，糖不在水里了。”同样地，解释味道就像气味的曼（“你能闻到却看不到”），又继续说没有残留的糖。当弗尔说味道“像是水蒸气”，他是在思考味道的虚无形式，因为他用这种比较来证明味道不会持续存在。乌德建立了自己的准则来表达味道的非实体性：“水里没有什么

东西了，但是水还是糖水。”总之，所有这些儿童都相信尽管糖的味道会存留一段时间，但是它最终还是会消失。正如其中一个儿童所说的：“不存在糖了，因为存留在水里的只是味道，它会消失的。”味道是没有物质支撑的品质，所以就如同影子，以一定的距离伴随着物体然后和它一起消失。

所有这些都证实了我们的观点，即处在阶段Ⅰ的儿童相信溶解了的糖完全消失了。但是，让我们再重复一次，就算儿童相信糖显著减少了，他们对物质守恒仍然没有丝毫的概念，所以这一阶段与第一章所描述的很明显是一致的。作为关于两个容器重量预测的一个证据，这个结论更适用于糖在一个容器当中溶解前后的重量守恒。我们所有的被试都意识到如果两个容器（A）和（B）装有等量的水并且重量相同，那么当给（B）中加入三块糖时，（B）肯定会变重些。可是当（B）里的糖完全溶解后，对容器（A）和（B）各自对应的重量进行预测时，儿童全都主张容器（A）和（B）重量相等，例如，一旦糖块溶解就失去了它全部的重量。正如马尔提出的，“会变轻，因为全部溶化后就没有糖了”。克拉，就他自己来说，宣称一旦糖块溶解重量就“变少”了，并且乌德解释说，在糖块溶化之前，“糖块和水会重一些因为里边有糖”，但是他未能得出结论说即使糖在溶解后，其重量也一定是守恒的。简而言之，所有这个阶段的被试都相信在固体颗粒消散时重量会减少。现在，在这一阶段，重量、体积和物质仍然被认为是相互不可分离的，儿童也因此很直率地将重量的不守恒与物质的不守恒联系起来，或者反过来也是将物质的不守恒与重量的不守恒联系起来。

毋庸赘述，儿童对体积守恒也有类似反应。这一阶段的所有被试在看到把三块糖放入水中后水位上升时，都期待当所有的糖都溶解后水位将会降回原处。一旦儿童意识到糖在水里是要占据空间的，儿童就更加确信是表面现象上的物质消失导致了体积的完全消失。在这一联系中，我们能做的只是观察儿童在发现将三块糖放入水中后水位上升时的反应（儿童是否预料到这一点无关紧要），因为此时，儿童不能把体积、重量和物质进行区分，这种显而易见尚属首次。我们的大多数被试都提到了糖的重量。比如，耶娅认为水位不会上升，“因为糖块很轻”。那些预测水位会上升的儿童反过来也会使用同样的论证：“糖会使水位上升，因为糖有重量会使水位上升”（克拉）。但是在儿童看来，重量与体积相对应，是一种造成水位上升的力量或原因（见第七章）。这就是曼在谈到重量和体积时都使用了“大”这一词语的原因，也是乌德把糖放入水中和把手放入水中进行对比的原因：“你的手使水位上升，糖也是一样的。”总之，水位上升了是因为糖块既坚固又“大”，这是儿童谈及的与重量和体积相结合的另一个词语。现在，除了耶娅认为糖溶解后水位不会回落是因为“一旦水位上升了就留在高处了”（该儿童是唯一预测水位不会上升的被试）这种纯粹现象上的原因外，其他所有的被试都假设，随着糖的溶解，糖会慢慢没有了体积、

重量和力量，于是水位就回到了原来的位置："水位会落回原位，因为糖不再大了"（曼）。

换句话说，在真正看到实验现象前，这一阶段的儿童对于非守恒的理解是彻底的消失，这种彻底的程度竟然深到儿童宣称糖味是非物质的。现在我们有了这一阶段儿童自我中心主义和现象论特征的进一步证据：觉察不到的东西也就不复存在了，所有的东西都是能够直接觉察到的。

第三节　阶段Ⅰ：糖的彻底消失
（2）对预料之外的实验现象的反应

在调查问卷的第二部分，给儿童出示两个重要的事实，即年龄较大儿童所认同的一些守恒的证据，它们是：（1）盛有已溶解糖块水杯和把糖块刚放入水杯时的重量是一样的；（2）水位高度是保持不变的。阶段Ⅰ的被试对这一与预期解释完全不符的现象又该如何反应呢？

现在——只有经验主义者和不加批判的现实主义者会对这一事实感到震惊——我们的被试越是坚信实验结果就越陷入现象论的泥沼。阶段Ⅰ的儿童所遵循的系统的规则似乎是，无法作为感觉经验的对象都不是真实存在的。这就是儿童不能获得守恒概念的原因，这种守恒概念需要一个明显的与视知觉现象相冲突的心理建构，同时，这也就可以解释为什么当儿童已经发现了水的重量和位置保持不变时，他们的判断却还丝毫未受到任何影响。当我们承认所有真实的经验都正好包含了这种智力建构和演绎推理，并且除了自我中心的现象论外这两者并不矛盾之后，这种明显的悖论便也随之消失了。

那么，当被试看到糖块溶解后水位仍然保持不变，他们会有什么反应呢？其中一位行事最为谨慎的儿童说这让他们感到困惑不已。"我不知道了。"耶娅说；"我无法理解。"曼也坦白了；而马尔和其他儿童则在一声叹息之后陷入了沉默之中。其他儿童还是简单地否认了这一事实：弗尔看都不看就说"水位回落了"，马尔也持同样的观点。另外，儿童预测水位再过些时候会下降："水位停留在上升后的位置，"弗尔说道，"但是我确信它明天会下降的，因为会没有味道。""几天后会下降。"乌德说道。第三种反应类型是力图给出一种，但却是最为特殊的一种解释：将当前所感受到的各种信息随意地关联在一起。这就是为什么耶娅解释说"一旦水位上升，然后就停在那"，或"这发生得太突然"，这相当于将事实弄成合理的、非因果的关系。克拉则更进一步：他一开始假定由于糖块有重量，因此将其放入水中水位会上升，甚至说"它会一直隐藏于其中但是你看不见它"，也同意水位会"下降因为糖块会溶化"。然而，当克拉的第二个预测被证实是错误的时候，他并不将这项奇怪的发

现归因于糖一直存在的可能性上；由于对现象论深信不疑以及对解释说明的推论不屑一顾，他自得其乐地陈述，水位没有下降是因为“没有东西让它落下来”。可能没有更好的方法能表明克拉坚持直接实验现象的决心了：糖块溶化了，“会没有味道”，但是水位还在上升后的位置，是因为糖块使它上升却没有新的原因介入“使它降下来”！最后，敢于尝试找出关联的曼，假设是“这个墨点”（=杯子上的标记）“使得水位上升”，这也因此就成了一个更引人注目的完全现象论解释的例子。

由实验所展示出来的事实是重量保持不变，这与儿童做出的重量减少的预测相悖，儿童对此的解释几乎是相同的。从这一发现中，儿童从未得出糖依然还在水里的结论。“之所以更重是因为里面有更多的水。”耶娅解释道，并补充说多出来的水来自水龙头，比如说多余的水“来自日内瓦”。当进一步追问时，耶娅则最终调用了我们所谓的现象论手段：“这发生得太突然了。”乌德则显得更为谨慎些：“我无法解释。”他承认道；几经犹豫后，克拉的答案也很相似，他不知道多余的水来自于哪里。

这些反应具有极其重要的意义，因为它们最终会把儿童引向守恒和原子论的演绎协调系统中，且比其他东西都更好地揭示了处于阶段Ⅰ的儿童所经历过的经典矛盾：作为儿童的总体特质的现象论系统中相互冲突的结果，它们相互并列与融合但绝不会互不影响。在整个测验中，儿童将注意力集中于对直观现象进行逐次检查：糖的外观，先是大块然后是小颗粒，以及最终消失；糖块溶解后水的味道；水位的高度和高度的恒定；溶解前和溶解后糖水的重量，等等。要最终正确解释这两个实验，儿童必须将这些不同性质的现象关联起来，这需要一种合乎逻辑且能够定量的运算格式，也还需要一种能让儿童从一项发现过渡到另一项发现却不会陷入自相矛盾之中的运算格式。如今，阶段Ⅰ的儿童已经很好地意识到糖使水位上升了，但却不能将这一已经察觉到的基线和糖“破碎”或完全溶解时水位没有下降这一事实协调起来。此外，儿童已经发现含有三块尚未溶解的糖块的水称起来比纯净水要重，但却绝不会将这一发现与“在糖已经溶解后重量还是会保持不变”这一事实联系起来。儿童也不能将糖味的持久存留与水的体积或重量中任一个联系起来。“碎屑”的表象并不能让儿童觉得这是处理分裂过程的第一步，也不能让儿童不断超越知觉上的限制：一旦“碎屑”消失了，“什么都不会剩下”。简单地说，这发生的一切都好像说明，儿童只对知觉到的现象进行了登记，却并没有将它们整合在一起使得它们成为连贯统一的整体。

不可否认的是，没有什么品质是能够被独立知觉到的，即使是在受到自我中心的现象论束缚时，儿童依然建立了基本的关系，这不仅是由于儿童的实证发现（比如，当放入一块糖时水就会上升）所致，而且还由于儿童自己的动作所揭示的前关系（比如，糖会使水位上升就像手也会使水位上升一样：“你的手会让水位上升，并

且糖也是一样的”）所致。在精神生活中没有什么是完全被动的，某种知觉为运算最终转变成以及达成怎样的关系创造了条件：运算延伸了直觉，同时也修正了直觉。但这些原始的关系依然受限于实际知觉的范围，比如，糖块的溶解和糖水的味道之间的关系，或水位上升和重量增加之间的关系。相比之下，为了建构一个整体系统，儿童必须首先要把这些实际状态当成是很多物理运算的结果，比如在时间和空间上可以进行可逆的替代。现在，阶段Ⅰ的儿童所缺少的正是这种可逆性的建构：即使儿童已经建立了实际的联系，他们还是会并列这些连续状态而不是将它们在运算上联系起来。

比如，一旦在知觉层面上让儿童了解到糖块放到水里水位就会上升之后，儿童无疑会得出（1）＝“糖占据了水的空间”，由此得出结论（2）＝“排开的水占据了初始水平线以上的部分”。一旦儿童建构了这种系统，一个可逆的运算（1），例如把水中的糖拿走，会让儿童认为（1*A*）＝“把糖拿走后腾出来的空间被水填充了”，由此得出结论（2*A*）＝“水又回归到了原来的位置，撤出原来水位线以上的地方”。但当儿童预测糖块溶解后水位会下降时，他真的是这样想的吗？儿童一开始假设（3）＝“溶解了的糖消失了”，这似乎印证了（1*A*）和（2*A*）。然而这种建构不是一种可逆的转变，并且命题（3）也阻止了运算（1*A*）的反演，例如，这种关系是不可能组成的，因为其中有一项在中途就不存在了。不仅如此，当儿童发现水位停留在上升后的位置，儿童一定会为了协调（3）和（2*A*），而去否认（2*A*），并且假设（4）＝“一旦上升了，它就停在那了”（耶娅的假设）或“没有东西把它降下来”（克拉）；紧接着，为了协调（4）和（1*A*）以及协调（4）和重量的恒定，儿童一定会祈求出现更多的水，或者（5）＝“这发生得太突然了”（耶娅），这可谓是为了弥补糖的消解（3）而提出的纯属无中生有的说法。我们可以用类似的方式去解释溶解、重量和味道之间关系的无条理性和非可逆性。简单地说，儿童在“转化”（斯特恩）或者在“强行解释”而并非在“演绎推理”。例如，儿童通常通过融合和并列而不是通过可逆的协调来改变自己的组合系统。

现在，儿童感知或建立的关系的不可逆性和前运算的特性，不仅解释了儿童在阶段Ⅰ理解守恒时的一般失败，尤其还厘清了儿童不在其发现的基础上继续推进的根本，例如，从块状“破碎”成细微颗粒推进到原子论，更解释了为什么在随后的阶段中，当儿童采用运算方法时，看到同样的现象致使儿童得出糖块不但可以分解还可以重组的结论。加斯东·巴什拉已经证明[①]以初期原子论为基础的直觉模型是粉末和灰尘。现在，对糖而言，我们的被试在日常生活中既能看到它的粉末形式又能看到它的能分散成为“小碎屑”的块状形式，这将会对这种类型模式的建构格外有利。但是为什么糖块的“彻底粉碎”不能直接把儿童引向原子论的解释呢？我们要

① 加斯东·巴什拉：《原子的直觉》，巴黎，博伊文，1993。

对此进行简单的检验。

阶段Ⅰ的所有儿童都注意到了糖在溶解时的“彻底粉碎”。因此耶娅主张糖“变成了微小的东西”，一旦溶解了，“就会一点儿也不剩下”。相似地，曼认为水位会下降因为“剩下的都是一些微小的碎屑”，但随后立即补充道，“它到瓶底然后……”——思考且默不作声了。弗尔说“还是有一些小碎屑在水里但是它们不占据任何空间”。最后，乌德明确地说道“它将会变成像尘埃一样的小东西”，然后继续说，“但之后就会消失”。总之，所有这些反应都有太多未来的“粉尘形而上学（powder metaphysics）”的元素，但却仍然与现象学的知觉关系密切，儿童并不是以真正的原子论为其终点，例如，并不是基于心理建构的原子论为终点，只是以纯粹知觉的原子论为终点。现在，没有什么比这最后的一步更简单的了：所有这些儿童必须要做的只是去理解由最初的糖块分解而来的“小东西”、“碎屑”和“粉尘”，以及如果这一过程持续进行下去，最终的产物将会是大量的不可见的却依然是物质的微粒。在这一步中易于引用的最好证据就是很多儿童在阶段Ⅱ所采用的。那么，既然这种假设已经被证明是有助于儿童从已经陷入的现象论的矛盾中脱离出来，为什么阶段Ⅰ的儿童却不采用呢？

儿童不以运算化的方式来构想糖块的解体，而是把它看作自发的过程，原因很简单：正如耶娅提到的，糖“变成了微小的东西”。无须多说，如果分解被设想成是一种自发的过程，那么它就不能被设想为可逆的，那么只有把糖看作是被破坏了且不能重新组合的才合乎逻辑。但是一旦那个过程被视为运算，那么无论那些原子颗粒多么微小而不可见，儿童总是能够产生一个心理上的运算反演并且从可逆组合的结果中推论出糖的物质正如它的重量和体积一样是守恒的。

因此我们可以认为所有处于阶段Ⅰ儿童的反应所反映的各种元素完美统一。在实验前儿童的自发期待中，不亚于后来者出现的反应，所有这些儿童都表明在建构运算系统上的无力感，并因此也就无法通达用以支撑守恒或原子论的群集。不仅如此，该阶段儿童对物质消失的看法和处于心理发展的（生命第一年年末）感觉运动阶段儿童的看法惊人相似，即物体如果从视野中消失时就不存在了。但即使这些事实证明现象论者对实验所发现的（或对理性经验）依然是不予理睬，儿童的现象论还是无法从自我中心主义中分离出来，这种自我中心主义将知觉现象同化成动作格式（其中重量 - 力量、味道 - 品质以及“碎屑”都归因于生物形态的过程，物质被简化为渐强或渐弱的力）。这两种智慧活动的极端形式又一次揭示了现象论者的自我中心主义和可逆性组合的群集。

第五章　糖的守恒和原子论的开端

在阶段Ⅰ，糖的实质就如黏土的实质一样（见第一章的第二节），几乎没有从它所代表的特性中分离出来：它被看作是可以与一种重要法则相提并论的动态力量，也因此就成了一种可以生长或毁灭的对象。它是本质至关重要的能量，不是一种前苏格拉底式的[①]基本的和恒定不变的物质。相比较而言，我们现在要对阶段Ⅱ进行研究检验（与第一章第三节和第四节所描述的第二阶段一致），此阶段的儿童发现了物质的守恒，但是还没有对重量或体积进行量化。这一守恒的初级形式是基于物质的恒久性的，并且也同样包含着直觉的转变和物质的量化。在一种进化或质变（糖变成水）和一种原子组合（糖块分裂成没有重量或体积的不可见颗粒）之间的波动式转变中，伴随着各种介于中间的折中反应态度（颗粒变成水等）。在这两种情况下的量化是相同的，即使它显著地受到了儿童初期原子论的影响。

第一节　阶段ⅡA：居于守恒与未守恒之间的中间反应

在那些相信糖完全消失（见第四章）和那些明确支持守恒的儿童身上，存在大量的应受到更加密切关注的中间反映的情况。这些被试或多或少还是会相信溶解的糖消失了，但是当他们观察到水位和初始重量却保持不变时，这就迫使他们务必就糖的守恒找出一种合理解释来，尽管他们在逐次观察中还是会出现迟疑和自我反驳的情况：

格里（6；10）开始的时候出现的是一种阶段Ⅰ的典型反应："我们把糖放到水里将会怎么样呢？"——"我们会在一段时间之内看到它，然后就看不到了。它会溶化掉然后就不在水里了。"——"它会在其他什么地方呢？"——"会有少

① C. A. 伯杰：《发生的根源》，巴黎，冠军，1925。

量的残留，然后就像细白砂糖，然后全部溶化掉，一点儿也不剩，水会和以前的一样。”——“会是什么味道？”——“糖的味道。”——“然后呢？”——“不再是糖水了，因为所有的糖都溶化掉了，并且一点都不剩。”水位：“上升了因为糖占据了空间。”——“那全部溶化后呢？”——“水位下降因为瓶底没有一点糖了。”——重量：“会再次变轻，因为剩下的糖消失了。”

但是在观察到重量没有改变时，格里改变了主意：——“一部分糖仍然藏在水里。”——“但是全部溶化后重量怎么没变呢？”——“因为总会有一些残留的糖，但是就像粉末一样，所以我们看不见。”——“看看现在的水位！”——“水位没有回落，因为还是有少量的我们看不到的粉末状的糖。”

布尔（8；4）在守恒和非守恒之间举棋不定：“所有的糖都会溶化了。”——“你说的是什么意思？”——“我的意思是糖会变小，然后我们就看不到了。”水位：“水位会上升，因为糖很重（向下的手势）……它猛烈（＝迅速）下沉使得水位上升。”随着溶解的进行，布尔认为水位会升得更高，但是会再次降回原处：“最初，水会持续上升一点。”——“为什么？”——“是因为糖。水比之前多是因为还有残渣。”——“什么残渣？”——“当少量糖溶化时会掉落残渣，这些残渣上升至顶端。”但是过了一会儿后他宣称糖已经“消失”了。——“是有什么东西替代了它的位置吗？”——“没有。它消失是因为它溶化了。”——“那剩下了什么吗？”——“什么都没有。”——“它去哪了？”——“在杯子里。”——“但是它在还是不在那里了？”——“糖不在那里了，但是残渣依然还留在水里。糖已经没有了。”——“那么之后糖怎么了？”——“它变成了小颗粒。”——“残渣呢？”——“它们比颗粒还要小。”——“杯子里还剩下了什么东西吗？”——“有，溶化了的糖的残渣。”——“它们在哪里？”——“在水里。”——“那糖在哪里？”——“它没有了，全都溶化了。”——“你是什么意思？”——“意思是全都不在了。”

接下来，要求布尔比较一杯装有三块糖的纯净水和一杯已经溶化了三块糖的水的重量。“这个（第二个）不一样重，因为糖都没有了。”——“那之前呢？”——“它们一样重，但是由于糖块已经溶化了，重量就不再相等了，糖块已经没了。”——“它们变成了其他东西吗？”——“是的，变成了残渣，变成了微小的颗粒。”——“如果我们把糖块放在天平的一端，把所有的残渣放在天平的另一端，称称重量将会怎么样？”——“糖块重些，残渣轻些。”——“如果我们称量一整块糖和压碎了的糖呢？”——“它们的重量是一样的；它们仍然是一样的残渣。”——“两个托盘会怎么样？”——“只要糖不溶化它们就是一样的。但是当溶化了就不一样了，因为之后所有的糖都会没有了。它（糖块）会越来越小直到什么都没有剩下。”当给布尔展示重量和水位保持不变时，最终他才决定支持物质的守恒。

普菲（8；6）也在两杯溶液之间举棋不定但最终支持了原子论：“糖将会消

失；它将变得越来越小，最后没有剩下的。”——“水会是什么味道？”——“甜味。”——“几天后呢？”——“会变得不新鲜了，味道就会没了。水位会上升因为糖块占据了空间。”——“那么当它们溶化了呢？”——“还是会占据空间，但是会少一些。”——“那么一旦它溶化了糖还在里面吗？”——“是的，留下一丁点儿。”——“看起来是什么样子的？”——“它会溶化，我们再也看不到，它将会消失。”——“水会再次下降吗？”——“不是立刻下降。”——“为什么不是？”——“即使溶化了，糖还是有重量。”——“里面的糖吗？”——“是的，我们看不到，可它仍然在里面。”因此普菲同时预期体积、重量和物质在部分上是守恒的，并且发现无论如何重量不变，水位也保持不变时，他非常震惊。他快速地调整了自己的解释以适应新的现象：“没有动。”——“为什么呢？”——“因为即便我们看不到糖，它的重量还是同样的。”——“糖怎么了？”——“它在没有人可以看见的碎屑里和微小的颗粒里。”——“甚至使用透镜也不行吗？”——“不行，它们太小了。”

巴尔（8；7）开始也有同样的说法：“糖将会消失，没有剩下的。”——“水会是什么味道？”——“哦，我想想，糖消失了，但有一部分仍然还在水里使其变成糖水。”——“怎么是这样？”——“它完全溶化了，然后什么都没了只剩下糖水。”——“所以呢？”——“味道会一直都在。”至于重量：“当糖溶化时会变得轻一些。”——“水位会停留在那么高还是会落回去？”——“会停留在那么高因为糖是重的，当你把它放进去，它会使水上升，所以水会停在高处。”——“糖还会在吗？”——“不，不会的。”——“糖水和另一杯水一样重吗？”——“不会，因为你给里面加了糖。”——“所以糖的一些东西在水里了？”——“是的，是糖的味道在水里了。”——“为什么这杯会比另一杯重？”——“因为这杯里面的糖溶化了，另一杯里什么都没有。”——“那么糖的一部分残留了？”——“是的，(残留了）味道。”——“味道有重量吗？”——“不，没有重量。”——“为什么糖水会更重？”——“我想不出来了。”——对水杯进行称量后，巴尔能看到它的重量没有发生变化：——“那么，糖还在不在里面？”——“不，不在了，但是它现在成了液体；里面有一些糖汁并且拥有和糖同样的重量。汁是稀的。”

葛（8；11）“糖会一直变小然后几乎消失。”——“杯子里会一点都不剩吗？”——“是的，一点也不剩，但是味道还会在，因为糖溶化了。”——“味道会保留下来吗？”——“不。哦，对，会的。”——重量：“当糖溶化了，重量会和什么都没有的时候是一样的。”——水位：“一旦全部溶化，水位就会落回，因为糖块不在了。”——但是在实验之后，他说：“还有一些很小的颗粒在里面。”——“如果我们把它们汇合在一起，会形成三块糖块吗？”——“不会，有一些溶化了而有一些没有变化。”——“最终呢？”——“不会直接降回原处；一些微小颗粒将会留在瓶底。”——“它们不会溶化？”——“不，它们最终会溶化。”——“那

为什么水不会再下降？”——“因为水里有糖。”——称重：“盛有溶化了糖的杯子比另一个重一点，因为里面还是有一些糖。”

诺尔（9；4）“糖块变成了小碎屑。”——“水会是什么味道？”——“甜味，因为糖没有了且将水糖化了。出现了糖颗粒。”——“几天后呢？”——“不再有糖味了。”——“没有剩下的糖？”——“没有了，一点也没有。”——“全都不见了？”——“是的。”——“但是怎么可能那样呢？”——“啊！（改变主意。）糖颗粒不能消失，它们只能到与水一样高的位置（到达水面），然后在那里它们全部溶化了。”——“什么意思？”——“糖颗粒不存在了。所剩下的只有一点水。就像雪溶化时那样，所剩下的只是一点水。”通过实验测量水位：“哦，水位保持在上升后的位置。那是因为糖变成了汁，所以水现在多了一点。”他预期重量将会“当糖溶化时变轻，因为没有剩下的”。对杯子进行称重，他给出了与解释体积时一样的解释。

科尔（9；6）认为糖的体积消失了以及“只有味道留了下来”。重量也消失了：“重量和没有糖时是一样的。”但是看过水位之后，他解释道：“当糖溶化时产生了一些额外的水；糖变化了，所以你就拥有了带有糖味更浓的水。”

巴（9；8）“水会再次下降因为它没有额外的重量，所以它不占据额外的空间。”——“为什么不？”——“糖块已经没了；一开始它们变得很小然后突然不见了。”但是在看到水位保持不变后，他说：“水位还保持在上升后的位置，因为所有的糖都化成了水。”然而，他还是预期重量将会消失：“它不再重了，现在它是糖味的，但过一会儿就什么都不会剩下，它将会是纯净水。”但是看到重量保持不变时，他纠正了自己的解释：“糖块都化成了糖化水。”

吉尔（9；10）开始也是说体积和重量会消失。——“因为所有的糖都会溶解。”——“什么意思？”——“全部都会消失不见。”但是看到水位和重量保持不变后，他补充道：“我认为糖仍然更重些。它已经溶化了，但是那却使它仍然更重些，因为糖还在里面，尽管我们再也看不到了；它变成了那么小块以至于我们什么都看不到。”

马特（9；10）“它将和纯净水的重量是一样的，因为糖会消失不见。”随后，想起来水是“糖味的”，他继续坚持认为，“糖还在，但是它仅仅是瓶底的小颗粒了。此外，所有的小颗粒散开使得水变成糖水”。

我们已经相当仔细地考量了这些反应，因为这些反应涉及了守恒和原子论的起源和发端。事实上，所有这些儿童，就像那些阶段Ⅰ的儿童一样，仍然倾向于认为糖的实质在溶解期间就消失了。但是，事实上他们并非只停留在年幼被试的单纯的现象论上，也在两方面都取得了进展。有些人，像格里、巴和吉尔，他们一开始就很明确地否认了守恒，但当观察了水位和天平称的平衡后，这使得他们有所领悟，然后他们就开始转向寻求一些守恒方面的解释。其他大多数人，比如布尔、普菲、

巴尔、葛、科尔和马特，从测验开始就表现出（或者是在测试中，但是无论如何，任何一种情况都属于呈现实验现象之前就发生）对守恒有一定的理解，并且尝试使这种理解与基于现象论所产生的糖消失了的发现相吻合。然而，这两个发展进步实际上是同一个发展，这也正是我们要把这两种反应聚合在一起的原因。所以说那些可以接受守恒观点的被试，只有在实验现象所迫时才会选择那样做（第一组），不过无论如何，他们还是采用了新的概念，因为面对同样的实验现象，却无法让处于阶段Ⅰ的儿童完全相信这一点。这说明演绎推理的建构是对实验现象正确解读的必要条件。另一方面，那些似乎单独就能解释守恒的（第二组）被试无疑还是受到了过去的观察经验或者提问者在测验中给他们呈现的问题的影响。因此，在任何一种情况下，我们在推理以及关注与直接经验相对立的真实数据（例如建构数据）上都取得了进展。

首先应该注意的是，这两组（介于守恒与未守恒）的中间反应说明，儿童极少能够达到对糖的守恒状态的完全理解，例如，极少达到对物质的量是恒定的完全理解。大多数情况下，儿童只是假定有某些东西存留下来了，并且愿意去深入了解到底是何种形式的；儿童从不会不厌其烦地去反问自己，是不是物质的总量都保持不变呢！但是对品质永久性的这种初始理解，毫无疑问代表了在超越阶段Ⅰ儿童认为特性完全消失的观点上的巨大进步。

最基本的发现是，即便在糖溶解后也有一部分物质会存留下来，当然一定要将这个发现首先归因于经验本身："糖化成水"的味道的存留便是新建构的起点。此外，无论儿童在最终的验证中是否发现了水的重量和水位的不变性特征，经验同样在这一发现过程中起着至关重要的作用。总之，我们不可以低估部分经验在实际上是守恒这个创世纪的黎明到来时所起的作用。只有当儿童开始意识到物质总量的不变性是一个先验逻辑的必然性之后，例如，当儿童使用演绎推理之后，我们才可能说儿童已经超越了直接经验；只要儿童把守恒仅仅归因于某一部分糖，那么他们还是只专注并依赖于观察到的事实。这就解释了为什么糖味的存在甚至是重量和水位恒定的发现都不会动摇阶段Ⅰ儿童对糖完全消失了的信念，而同样的事实却足以使我们现在的被试相信糖是守恒的。那些声称糖完全消失了的被试对水是甜的这点十分清楚，但他们给出的解释却是，味道是与糖的物质无关联的"一种蒸气"，并且几天后一定会消失的。相似地，如果他们发现水位停留在上升后的位置，并且重量保持不变，他们将会告诉你，在实验期间神秘地创生出了额外的水。总之，由直接经验提供的感知的关系不足以让儿童产生物质守恒的认识：只要儿童还停留在阶段Ⅰ的自我中心的现象论的特性层面上，他们就不能够使直接经验屈从于演绎推理的组合，这也就是儿童在糖的消失过程中所观察到的现象无法动摇他们的信念的原因。那么，我们现有的被试是如何从这些观察中成功理解了守恒的概念呢？又或者说是

什么使得他们能够抵制相信糖消失的自发倾向呢？

事实上，这个阶段儿童超越自我中心现象论所进行的实验归纳，已经是一种建构，这个建构是最初组合的构成，一旦新的协调关系在一个可逆的群集系统中形成，后者就成为可演绎的建构。这就是阶段ⅡA 如此妙趣横生的原因了：它是从直接的和主观的经验到理性和运算演绎推理这一过程起源的里程碑。

首先，对于味道的重新解释意义巨大：从短暂的和非物质的糖味已经变成一种持久的且是物质显现的东西。因此格里、普菲和罗尔，就像阶段Ⅰ的被试一样，一开始都设想味道迟早都会消失："不会再是有糖味的了，因为所有的糖都会溶化，没有一点剩下的"（格里）。几天后"会变得不新鲜了，味道就会没了"（普菲）。"不再有糖味了"（诺尔）。巴尔、葛、科尔和马特的表现却相反，相信味道会一直存在，并且因此会导出糖的守恒来。所以葛一开始认为糖"几乎消失"了，但却补充道："它的味道会依然存在。"当被问及味道是否会保留时，他回答道，"不。哦，是的，它会的"，因此接受了守恒的概念：事实上不久后，在他对比了陈述（*B*）"当糖溶化了"和陈述（*A*）"当糖没有了"之后，使他清楚地意识到，陈述（*B*）中的杯子包含了某些即使没有重量和体积却仍然是实物的东西。类似地，巴尔一开始说"糖会消失，不会有剩下的"，但当问他水的味道时，他这样回答道："糖消失了，但是一部分却依然存在，从而使水变为糖水……味道会一直都存在。"目前正是这个观点将他引到了物质的守恒（尽管不是重量）上："糖已经不在了"，考虑到重量，他说道，但其中一些物质保留了下来，例如味道。对此，科尔明确说体积和重量消失了而糖的实质——味道——保存了下来；马特由味道被直接引到了原子论（见下文）。相比之下，其他被试（比如达格）直到已经通过其他方式（重量和体积）理解守恒之后才开始提及味道。

但是，在儿童认为味道是短暂（即非物质的）现象的时候，在儿童理解味道的永久性并因此理解物质恒定特点的时候，在这两种认识之间，儿童的思维到底发生了哪些变化呢？很明显，直接经验不可能是这一变化的原因，因为在儿童决定检验糖化水是否在几天后还保持原来重量之前，他一定对守恒的概念已经有较为清楚的了解。甚至有关一种物质承载着一种味道的观念也是一种建构而非感觉。简单地说，我们的被试开始假定甜味的永久性和实质性特性的原因是他们已经超越了自我中心的现象论——根据可以脱离物质基础而存在的品质，因为这些品质被儿童感知到了——因此儿童现在开始寻找客观上的协调。事实上，没有其他的解释：要么似乎品质是自给自足的，在这种情况下品质自发地与知觉者的动作联系在了一起；或是被当作真正的群集的某一部分，在这种情况下品质必须提供一种基础的材料（基质）。这就是为什么味道的两个新特征，即它的持久性和实质性，就是一个东西，也是有相同的特性：它们是开始协调去自我中心化的反映，而不是基于物理运算现实

性的反映。

儿童理解重量守恒的方式遵循类似的历程。我们的所有被试都相信，在最终的实验之前，糖块一旦开始溶解，重量就会消失或者会显著地减少。格里说："它会变得更轻因为不会有一点糖剩下。"布尔说："一点也不会剩下（重量）。"葛和其他人解释道："当糖溶化了，将会和没有糖的重量是一样的。"科尔、巴、吉尔和马特持同样的观点，但是，普菲相信部分重量将会保留下来："即使糖溶化了它还是有重量的"；但是不会和块状的一样重，因为水"上升了"随后会回落"一点"（"不是立刻下降"）。巴尔也说"糖溶化后会变轻些"，因此表明他不相信重量会完全消失。科尔在两种观点之间摇摆不定。因此，所有这些儿童不由自主地相信了重量的消失或缩减。现在，只要最终的实验让他们明白重量保持不变，他们就会立刻得出物质守恒的结论。所以，格里之前没有表现出确认守恒的倾向，解释道："一些糖仍然还留在里面"，然后补充道："总会有剩下的糖。"类似地，吉尔已经认为所有的糖都会不见，而在最后的实验之后，他却说："我认为糖仍然更重些……因为糖还留在里面，即使我们不能再看到它。"对于布尔、葛和巴来说，重量的恒定仅仅只印证了他们最初认为的物质守恒的观点（基于重量或体积）。普菲和巴尔一开始就设想重量是部分守恒的，所以他们对实验的结果一点也不感到惊讶。简而言之，鉴于最终称重未能说服阶段Ⅰ的被试相信糖的存留，这就造成阶段ⅡA 的被试要么改变他们想法，要么更确信物质守恒的结果。新的协调有着和味道是一种物质化的东西这一发现相似的原因，也就是说所有能感知到的品质一定会有一种基质，它的存在与变化能够适应一套客观的系统。现在非常有意思的是，只有当儿童意识到重量的恒定时，才能获得重量和物质之间的协调一致：儿童会做好认同糖会以味道或者无重量的物质的形式保留下来的准备，但除非他事先理解了物质的不变性，否则他对任何重量守恒都无法想象。所以，巴尔解释说水会"在糖溶化时变轻"，但却继续说糖化水要比纯净水稍微更重一点，"因为你把糖放进去时糖很重"——这是一个在意识到重量守恒之前一直都无法解决的问题。

尽管我们在一些反应中发现了残留的现象论（比如布尔和巴尔），但体积和物质之间的协调沿着相似的路线前进。大多数被试相信一旦糖溶解后，水位就会回到初始的标记处，但是一旦他们发现事实并非如此时，就得出糖被保存下来的结论。因此，葛首先就说，"一旦全部溶化，水位就会回落，因为糖块不见了"。但是当看到水位停在高处后他纠正了自己的说法，"里面留有一些微小颗粒"。无论是什么原因，那些从一开始就假定糖是守恒的儿童，只是觉得他们的观点通过实验得以证实。因此，我们可以说与重量守恒一样，体积守恒不是自动伴随着物质守恒的，反而是水位（还有重量）的恒定将儿童直接导向了物质的不变性上。现在，布尔和巴尔在理解物质恒定前就理解了体积恒定，这一事实可能说明这种解释是错误的，而他们真

正所做的声明水位会保持在高处的原因只是出于纯粹的现象论解释：是将糖块放进水里让其下沉的力量，是让“碎片”上升（布尔）的力量，或者让糖块“沉重”（巴尔）的力量。换句话说，他们的反应方式和阶段Ⅰ的儿童很像，他们就认为“因为没有东西使它降下来”，所以水位还停在高处。因此，我们在此所得到的不是那些早熟儿童对守恒所产生的理解：因而仅仅在发现重量恒定之后，巴尔才假设糖转变成了液体，也才对水位保持恒定这一现象有了正确理解。

总之，在进行最终实验之前，儿童自发地将糖的味道与物质的存留进行协调，还通过糖的守恒（减少的）实验所揭示出来的事实对不变的重量和不变的体积进行最终协调——阶段ⅡA的被试采取的两个新步骤——这两者都要归因于儿童从自我中心的现象论（阶段Ⅰ）到运算组合（阶段ⅡB）上的进步。对于自我中心的现象论，正如我们在第四章所看到的，直接特性是不协调的，也是相对未分化的：当被同时知觉且结合进同一种相似的主观格式时，它们是未分化的；并且当它们被儿童相继知觉到且仅仅是并列着时，它们也是不协调的。结果是，体积和重量在动态格式中被混淆了起来，这就解释了为什么糖块导致水位上升，而糖化水的味道却与糖的其他任何特质都无关的现象。相似地，儿童对水位和重量恒定的发现没有牵涉到任何形式的演绎推理的组合。相比之下，阶段ⅡA的儿童使用一种分化和协调的过程来补充知觉的特性或关系，并且这一初期的组合足以解释他们对物质守恒的早期理解。尤其是，它包含着一种通过在时空上对各个部分进行划分和置换的系统，进而涉及了对直觉的逐步置换，例如，通过移动着的物体让流畅和主观的特性在置换后依然保持不变的置换系统。事实上，这一阶段的儿童使用了三种格式。其中最简单的一种格式是糖到水的转变；最复杂的格式是糖块的原子化的彻底粉碎；居于这两种之间的是一种伴随着发生在当下不可见颗粒的溶化之后的粉碎格式。

第一种解释是最初始基本的，因为它只是简单地包括了糖的溶化，所以几乎没有扩展到知觉的现象。但是虽然它未能将溶解转换成空间运算并且继续基于一种直觉的不可逆的过程，它能够使儿童在糖溶化时仍然将其看作是恒定的物质，其在水中的置换不再改变自身性质。科尔和巴尔为这一过程提供了极好的案例。他俩开始都认为只有味道还存留着，重量和体积都没有了（巴尔很坦然地宣称一部分重量保留了下来，但却是作为某种与物质没有直接联系的剩余压力而存在）。然而，一旦他们发现了重量和水位的恒定时，他们就会立刻抛弃了最初的无重量和无体积的物质观，然后得出结论认为“糖变化了，所以你就拥有了带有糖的味道的更浓的水”（科尔），或者认为一些“拥有和糖同等重量”的“糖汁”加到了水中（巴尔）。如此而言，当巴说“糖块已经变成糖化水”时，即清晰表达了一个事实，味道、重量和体积被结合成一种单一的不变量。

对这些儿童中的另一组来说，物质的守恒同样基于溶化，但随之而来的是一种

粉碎，这预示着原子论的开端。所以诺尔认为糖一开始变成分布在水中的“碎屑”或“颗粒”并且产生了糖味。他很清楚地思考着在完全溶解之前他还能看到移动的微小颗粒，并且他相信只要味道还在它就一定会持续存留于液体中。然而，他还相信最终没有什么东西会保留下来。现在对心理学家来说很有意思的一件事就是，诺尔反而已经从不可逆性的概念发展到了可逆运算，因为当问及他颗粒怎么可能已经消失了的时候，他做出的回答显示出他开始以时空置换的方式来思考问题，而并非以一种直觉的过程来思考问题：“啊！”他说，“糖颗粒不能消失，它们只能到达和水一样高的位置”（＝到达水面）。但是他并没有想着“颗粒”就像这样循环，一种可能会是原子论的解释，他试图将他的发现与糖消失的表象相吻合，所以他争论道，颗粒“像雪一样”融化了！当他后来发现重量和水位都保持恒定时，他找到了一个现成的答案，“糖变成了糖汁，所以现在水多了一点”，这使得我们回想起了第一组的解释。相似地，葛一开始假设糖“几乎消失”了，但是它的味道却以一种没有重量的物质混在水中却不占据空间的方式存留了下来。然而，当他发现水位和重量的不变性时，他立刻得出结论，糖块已经破碎瓦解成了“微小颗粒”。但他并没有坚持这个格式，也没有通过这些颗粒的置换来解释味道、重量和体积的恒定，他认为其中一些一动不动地留在了杯底，而其他的则变成液体四处游动（“有一些溶化了，而有一些待在原地”）。布尔似乎在糖分解成为小块或“残渣”和糖变成了水这两种说法之间更加犹豫不决。换句话说，虽然他采用了原子论的方法，他却不能想象出类似时空划分和置换的所有变化，也因此继续在溶化的守恒和非守恒与原子论的守恒之间举棋不定。

最后，第三组被试直接从糖的粉碎到完全消失中得出了结论，或者说是采用了一种守恒的原子论解释。部分是自发的原因，部分是受实验结果的影响，因此他们获得了一种因果的组合形式，这种形式用运算的划分和由此造成的微粒置换取代了糖的直觉的和不可逆的转换。比如，格里一开始说“不会有剩下的（溶化的糖）；水会和原来一样”，又从实验所发现的得出结论认为重量保持不变，溶化的糖从可见的粉末（“细白砂糖”）变成了不可见的：“会一直有剩下的糖，但却是作为我们看不见的粉末而存在的。”相似地，普菲一开始相信“最后不会有剩下的”，后来改变了他的想法并宣称有“一小点”剩下的，“我们看不见，但它依然存在于里面”。所以他只是发现重量是恒定的就直接得出结论，糖“是碎屑，是没人能够看到的小碎屑”。吉尔一开始同样声称所有的糖都会消失不见，但当他发现重量和水位恒定不变之后，他说“糖还在里面，即使我们不能再看见它；它是那样微小的颗粒以至于我们看不到”。最后，马特得出了同样的结论：他一开始说“糖还在，但是只是瓶底的小颗粒”；但是为了解释为什么味道遍布于水里时，他说：“所有的小颗粒分散开了并把水弄成了糖水。”

所以，阶段ⅡA的最前列的被试既可以解释糖的物质永久性，也可以解释他们由最终的实验所发现的糖的重量和体积的恒定，他们是通过一种能够协调所有数据的物理运算系统做到的：糖块是由颗粒组成的，在糖块分裂后颗粒就会分散开，糖块以一个可以由全部颗粒重新组合而成的整体的方式保持完整。到了能使同时或继时知觉到的所有联系都符合一个运算群集的成功程度，儿童就可以理解物质稳定性的概念，也就能够摆脱阶段Ⅰ的自我中心现象论的特征束缚了。总之，必须强调的是，这些被试最初的原子论是因为我们刻意地将他们自发的反应和由最终实验引发的反应相结合而得以显现的。如果将之仅仅留给他们自己的认知装置的话，他们中没有人能够从基于糖味存留的物质守恒自然发展到重量和体积的守恒上。这一点会在接下来的实验叙述中更为明显。

第二节　阶段ⅡB：物质守恒但重量和体积未守恒

在检验了诸如那些在现象论和糖的物质守恒的肯定陈述之间举棋不定的被试的类似中间反应之后，现在我们应继续来研究那些将后者视作逻辑必然性的被试的反应：

卢（8；8）“水将是有糖味的。”——“糖呢？”——“它会溶化。”——“什么意思？”——“它变成了小颗粒，我们看不见，但是它们却仍然存在。”——“你确定？”——“哦，是的，因为水是有糖味的。”——“一直都会是有糖味的？”——“是的。”——“水位升到最高点会停留在高处吗？”——“会上升一点，就像你把手深入碗里；它会占据空间。”——“然后呢？”——“当糖溶化了，但只有全部溶化了，它才会回到和现在一样的高度。”

实验者指着一杯充当控制组的纯净水。——“重量呢？”——“比纯净水更重一点。哦，不对，溶化了的糖和纯净水一样重，因为那时糖溶化了，水会更具有糖味。”——“糖本身呢？”——“不会剩下一丁点重量。”——“甚至我们用透镜也看不到吗？”——“不，我们还是可以看到一些微小的颗粒。”——“它们没有重量吗？”——“没有的，它们没有重量。”

水位和重量：“我绝不会想到会有这么大的差异（糖水和纯净水之间）！是在里面的糖；我从没想过会这样。”——“但糖已经溶化了呀？”——“是的，但是少量还是有一丁点的重量：我知道它们是有的。当它在里面溶化时就和我们在外面粉碎它是一样的。”——“你说的溶化是什么？”——“分解成碎屑。”——“在透镜下呢？”——“我们可以看到微小碎屑。”

邦（9；6）“糖会溶化。”——“什么意思？”——“我们不能看到它；它是像粉末一样的微小颗粒，你看不见那些。”——“如果我们称重呢？”——“溶化

了的糖没有重量。"——"水呢？"——"小颗粒占据了一些空间；那使得水位上升，并且当全部溶化时，水位会再次降回到之前的地方。"——"但是糖是不是依然在水里面？"——"在的，一点点。"——"那为什么水位会回落？"——"一点点糖不占据空间。"——"那它会比纯净水更重吗？"——"不，不会的，颗粒太微小了。"——"它们由什么组成？"——"它们由糖组成，以一种非常细小的粉末的形式。"——"它们的味道怎么样呢？"——"所有细小颗粒都保持着它们的味道。"

桑（9；10）"糖会溶化。"——"什么意思？"——"它会变成由糖粉构成的小球。"——水位会上升"因为糖占据了空间"，但随后"它会再次回落因为糖会变小，非常细小"。——重量："会再次变轻，和以前一样。"到那时候"糖会变成微小的颗粒"。——"我们能看见它们吗？"——"不。"——"那我们怎么知道它们在里面？"——"因为我们之前看见过它们。"——"但是它们还会有同样的重量吗？"——"不，因为它们会变成小碎片，而不是一整块。"

但是一旦呈现出事实（水位和重量），桑解释道："这是因为依然还留在里面的糖的重量。"

哈伯（10；5）一开始解释说"溶化意味着水会进入里面；糖变得越来越小并且水有甜味。"——"糖还在吗？"——"它会和水混合起来并且变成像面粉一样微小的粉末。"还有："它会一直有同样的味道。"实验之后，哈伯解释道："糖里面有水，这使得水多了一些。"

奥莉（11；0）相信当所有的糖都溶解时"会将水变成糖水，并会变得像灰尘一样"。——"糖还在里面吗？"——"我们看不到一丁点，但是糖还在里面，全都溶化了。"——"然后它会怎么变化？"——"变得比灰尘还细小，并且我们不会看到它。"这就是为什么"水会一直保持甜味"。水位会下降，因为"糖会自己占据水的位置，糖溶化然后分解"。一旦糖溶化了"水会留在原位"，因为"糖溶化后会有更多体积"，不仅如此，"溶化了的糖会比纯净水更重，因为糖里面会充满水"，但是"一旦全部溶化了，糖就没有一点重量了，因为溶化了的糖比糖块轻"。

奥莉从实验中得出结论："糖的体积占据了水的体积，使水上升，"并且水位："停留在原处，这说明糖保留了体积；它还在里面但是以粉末状的方式。"重量："当糖溶化了仅仅丢失了微量的重量。"

杰卡（12；0）认为溶化了的糖将会"变轻因为它全部分解了，和蒸发类似，溶化了"。——"你说的'溶化了'是什么意思？"——"变成微粒，一直在变成更小的微粒。"溶解后水位会下降。至于味道："水会一直保持糖味，因为瓶底的微量糖会释放味道；糖会一直都留在那。"

水位和重量："这是因为留在里面的微小的糖球，"还有"重量没有变。"——"为什么没有？"——"因为糖没有蒸发"。

这些阶段ⅡB 的反应的共同特征是它们从一开始就反映了对物质守恒的完全理

解，而对重量或体积守恒却无法理解。这促使我们思考的问题就是，为什么对物质守恒有如此坚定不移的信念，但却无法直接迁移到重量或体积的守恒上。

我们不必要回到守恒所涉及的协调的所有层面的问题上：这些儿童只停留在我们在第一节所描述的反应上。他们之前所有的协调都符合一种单一的时空组合系统，而且正是他们所采用的群集的局限和不充分性，可以解释为什么他们不能将其拓展到对重量和体积守恒的理解上。

让我们回顾一下前一节最后一段所检验的三种解释：纯粹的溶化，溶化所带来的湮没粉碎，以及真正的原子论。

进一步举出纯粹简单溶化的例子是毫无意义的，此外在阶段ⅡB 中，这些例子也比在阶段ⅡA 中更不常见，并且在随后的阶段也越来越少，因此这也说明这种解释就是一种原始的解释。相比之下，阶段ⅡB 儿童的反应更为频繁地为第二种解释提供了例证。所以哈伯会宣称糖变得“像面粉一样微小”，但是一部分糖却混入了液体：“糖里面有水，这使得水多了一些。”十分有意思的是，第三种格式，即纯粹的或原子的粉碎，是这些儿童们所采取的最普遍的一种解释。所以卢谈到了不可见的，没有重量的以及在水里不占额外空间的“微小颗粒”；邦谈到“像粉末一样的微小颗粒”或谈到“不占据空间的一点点颗粒”，“保持着它们的味道”，以及没有重量；桑谈到“糖粉构成的小球”；奥莉谈到没有重量的“粉尘”；杰卡甚至宣称这些“微小颗粒”“一直在变得更加微小”。

我们现在必须试着判定这三种解释是在某个事件发生之后儿童对守恒的偶然表征，还是说是儿童可以依靠自己去发现存在着某种守恒运算机制的反映。现在，毫无疑问，第二种假设比第一种更接近事实真相，不是因为需要儿童理解溶化或原子论之后才能按照守恒的原则来思考问题，而是因为构建守恒所需的逻辑运算与持续引导儿童走向原子论的运算是同一种运算。事实上，阶段ⅡB 的被试在如黏土球这种物质是守恒的（第一章）例子中是如何假设一个先验论呢？他们是通过长度和宽度等（物质的置换）之间的关系与部分和整体（物质的划分或分隔）之间的关系的双可逆组合做到的，例如，通过同一种运算中或互补或混合的两种组合，在这种情况中它们会引起外延的数量化。我们在第一节中看到的儿童对协调的每一次尝试，正如儿童从自我中心的现象论发展到糖的守恒一样，精确地通过运算（分解和置换）代替定性过程：溶化和原子论也因此引发了守恒的运算格式的直接结果，前者仍旧参与定性过程，后者则协调分解和置换的运算。所以当杰卡争论，溶化了的糖将会“全部分解，和蒸发类似”以及“变成一直在变得更微小的微粒”，他还是在消失和守恒之间摇摆不定，这是因为他未能使置换和分解相互协调。然而，一旦向他展示水位和重量的恒定性时，他随即坚定地支持了守恒：“微小的糖球”已经“留在水里”，还有“它们没有蒸发消失”。所以很明显，一旦儿童意识到糖块分解产生的

糖颗粒并没有溜走而是分散在杯子里时，他们就能领会到物质的守恒：粉碎和分散结合起来揭示了味道的持久性，因此也就揭示了物质的守恒性。总之，儿童初期的原子论构成了一种组合的格式，其中自我中心的现象论给完整的物质不变性开辟了道路。

但是在那种情况下，为什么这种组合依然仅限于物质守恒，不能即刻迁移到重量和体积的守恒上呢？我们看到，在发现实验现象之前，每一个儿童都自发地说糖的原子微粒“没有重量”以及“不占据空间”。现在除了糖的物质的量化外，分解和置换联合起来的运算也应当引起重量和体积的量化。为什么他们不能做到这点呢？我们在此面对的问题，虽然换了新颜，但还是和我们在有关黏土球的实验中遇到的问题是一样的，并且如果我们在此回顾它的话，不仅仅是因为我们希望核实我们早期的结论，更是因为这一问题影响了原子论和物质的压缩或解压之间的整体关系。至于糖和黏土球的体积和重量，我们注意到了从自我中心的现象论到基于动作的运算群集的转变。所以，如果物质相当于检索物体的动作，重量相当于称量的动作，体积相当于包围或环绕物质的动作，儿童将会十分明显地发现，在糖块或黏土球的分解以及碎片的分散中，给第一类动作分组要比给第二类动作分组容易些，并且给第二类动作分组要比给第三类动作分组容易些。这意味着现象论和自我中心主义在第二类动作中比在第一类动作中更加根深蒂固，等等。在糖块的例子中，糖块溶解成不可见的碎片并因此不符合像黏土球一样的心理动作或实验，儿童还是会发现想象每一粒分散开的微粒都能够得以还原还是相当容易的。相比之下，想要称重和测量被一些“比灰尘更细小”并且更不可见的东西（奥莉）所占据的空间，一定让人觉得感知它们的时候有更大的难度，正如目击者邦的评论那样，颗粒“太微小”了，以至于没有重量且更不占什么空间。

就糖的物质、重量和体积的量化而论，我们就发现儿童必须解决和在黏土球中遇到的类似问题，就是判定一个给定的物体是否可以被分割成碎片且分散开来却还维持它原有的品质。就物质本身来说，答案似乎相对简单一些：不管我们是否能看见颗粒，或者它是否已经从一边被挪到另一边，这些颗粒“还是一样的”。“我们之前看见过它们”，桑在解释不可见的“由糖粉构成的小球”的存留时这样说道，因此说明不管它们多么分散，这些微粒的总和依然还是和整体（即没有溶化的糖块）相等。然而，儿童发现把同样的组合应用于重量却是极其困难的。就像桑指出的，颗粒的总重量不可能和最初的糖块相等，因为“它们会变成小碎屑，而不是一整块”。因此当卢发现重量没有变时表现得很是惊讶。“（溶化了的）糖屑还是有一丁点的重量，我知道它们是有的，当它在里面溶化时就和我们在外面粉碎它是一样的。”换句话说，阻止儿童自发地理解重量守恒的其实是他们对分散颗粒的总和与一整块相等无法进行领会。但只要他们从实验推断出总量实际上是保持恒定的，他们就即刻能

掌握正确的组合：他们将“颗粒”视作整体的一部分，并且开始领会糖“在里面和在外面”是一样的，即无论糖是一个块还是分裂成不可见的碎片，重量都是相等的。

同样的论述大体上也可以应用到体积上去。鉴于儿童倾向于认为一整块会占据空间，小颗粒则不会，（a）因为它们只是“非常小的糖屑”，还有（b）因为它们分散开了。那么颗粒之和就又不等于整体了。但是一旦儿童发现水位恒定，他就直接进入了正确的组合中：“水位停留在上升后的位置，这说明糖保留了体积；它还在里面但是是粉末状的”（奥莉）；或者：“是在里面的糖；我从没想过会这样！”（卢）

总而言之，儿童对糖的溶解的反应也因此完全能与他对黏土球变形的反应相提并论。这个聚合尤为重要，因为这两种情况是完全不同的：在现有的一系列测试中，和起初不一样，物质不仅改变了形状似乎还消失不见了。现在让我们来看看是否还能在两个其他不变量的建构中观察到这种相同的聚合。

第六章　糖溶解后的重量和体积守恒以及原子论的实现

阶段Ⅱ引发了儿童对糖的物质守恒的自发发现，但却不关乎其重量和体积守恒的实现。在阶段Ⅲ儿童建构了第二种不变量的特征，在阶段Ⅳ儿童则建构了第三种。在这一发展过程中，我们将要研究的是原子论的进一步扩展和简单溶化格式的保留。

第一节　阶段Ⅲ（亚阶段ⅢA 和ⅢB）：还未获体积守恒时的重量守恒

我们可以从一些有中间反应的儿童的例子开始研究，就这些儿童来说，他们一开始是否认重量守恒的，但是在测试期间却得出了重量守恒的结论，他们要么是自发的，要么是在受到他们要解决的问题的影响之后得出守恒结论的（阶段ⅢA）。这样就把他们与那些坚持视重量守恒为先验必然性的ⅢB 阶段的被试区别开了。

雷恩（8；10）假定糖会以“微小碎屑”的形式留在水里，它们“可能”能被看见，但“只有借助透镜”才能看见。糖浸入水中后水位就会上升，“因为糖会占据空间”，但当糖全部溶解后“水位会再次降回到原来的水平，因为糖块会消失；因此水就会占据与原来相同的空间”。重量：“会比纯净水更重一点，因为糖块依然留在里面了。”——“它们和糖块的重量相同吗？”——“不，因为糖块会大些，而小颗粒遍布于水里各处。”——“为什么它会比纯净水重？——因为里面有糖。”但当在天平的一个托盘上放一杯水和一块糖，在另一个托盘上放上一杯溶解了一块糖的水时，雷恩预测“重量将会一样，因为两杯是一样的，每一杯都有一块糖”。——“但是水位会不会回落呢？”——“会的，因为糖块很大但是现在溶解了就非常小。”向他展示水位的标记位置后：“水位没有降回因为糖还在里面并且占据了空间。”——“重量呢（实验）？”——“和我说的一样。”

查（9；9）“会有溶化了的糖留在里面吗？”——“一些颗粒会留在瓶底，像盐或细白砂糖一样。”——“重量呢？”——“糖在里面的时候，会重一点，糖有一点重量。”——“那它全都溶化之后呢？”——“它会留在里面，重量还是一样，只是我们不再能看见它了。它不再是一整块而是很像细白砂糖。重量还是一样的。”——“那水位呢？”——“会停在上升后的位置，水位会停在那。哦，不，会下降一点点儿。”——“里面的糖和块状的时候一样多吗？”——“是的。”——“那当糖全部溶化时，重量还是一样吗？”——“不，会像半块糖一样；它变得越来越稀薄，有一些总会留下来但是你看不到。”——“那么它会保持相同重量吗？”——“是的；不是的。当它是块状的时候会重一些。”

列尔（10；9）溶解了的糖“将会变成粉末”。——“我们能够看见它吗？”——“不能。”糖块会让水位上升，但是一旦糖溶解了“水位又会回落”。——“为什么？”——“因为它不再那么重了。”——“怎么会这样？”——“它和以前不一样重了。块状的比粉末状的更重些。”但是当向他展示一个托盘上放有一块糖，旁边再放一杯水，第二个托盘上放着一杯糖已经溶解了的糖水，他说：“糖在水里溶化了和把糖放在旁边是一样的。”——“水位会停留在同一高度吗？”——“会回缩一点，因为重量少了”。注意相互矛盾的地方：就像在天平上称量的一样重量保持恒定不变，但是重量之力（使得水位上升的力量）减少了，因为糖块不再是一整块了！——“但是你刚还告诉我它们在天平上称重时是一样的呢？”——“是的，水位下降了是因为重量变少了，但是在这儿（天平上）两边的重量是一样的。”

沃伊（11；0）一开始也主张“水位会回到原来的线上，因为糖没有那么重了”。——“那重量还和以前一样吗？”——“不，会重一些，因为糖留在了水里。”——“怎么回事？”——“它变成了非常细小的粉末。”——“我们能看见吗？”——“不能。”糖还在杯子里的证据是它能够被还原：“我们应该把它烘干，然后我们就能得到留在瓶底的糖了。”——“那看起来是什么样的？”——“像是铺开的小颗粒。”在用天平比较重量之前，沃伊依然认为“糖丢失了一部分重量”。但是称量之后他说：“啊，你看，里面这些微小颗粒的确是有重量的！”

利克（11；7）一旦糖溶解了“我们就再也看不见它了，但它还在水里。它将像水一样在水里……当糖溶化了就会变成水”。装有溶化糖的一杯水“将会（比一杯纯净水）更重，因为它里面有更多的水”。但是“糖块放在旁边的一杯水会更重那是因为糖会比糖水更重”。称重：“重量一样是因为这个糖（糖块）和那个（溶解了的糖）拥有同样的重量。”然而，他预测水位会下降，甚至拒绝相信他亲眼所见的证据：“我认为它依旧是下降了一点的，但是你几乎看不到这点。”

以下是一些更明显的能够接受重量守恒的逻辑必然性但依然拒绝体积守恒（亚阶段ⅢB）的Ⅲ阶段被试的反应：

萨克（8；4）认为溶解了的糖将会变成“小颗粒”，会给予水以一种“将会永久保持的”甜味。水位会上升但随后“会再回落，因为糖不在里面了；糖全部都溶化了”。——“它将会消失吗？”——“不会，它还是在水里的，因为当所有的小颗粒放到一起时它们就会组成糖块。”——“水还是会下降吗？”——“是的，因为糖块不见了。”——“那重量呢？”——“会一直都一样，因为我们放了一块在这（在杯子旁边），另一块在那（水里），并且两杯里的水重量一样。”——“即使重量一样水会再次下降吗？”——“是的，当糖块在里面时会占据较多空间，当它溶化时会占据较少空间。”在观察了实际的水位后说：“那是因为糖在里面，使得水位上升。”——“块状的时候上升得更多吗？”——“不，因为有大量的微小颗粒。”

托克（9；1） 溶解了的糖已经变成了“粉末”。托克认为水位会上升，“因为糖溶化了从而产生了更多的水”，但是“水位又会回落，因为所有的糖都会溶化”。然而，重量“会保持不变，因为即使糖完全溶化了还是保持一样”。——“我们还能看见吗？”——“不。一旦溶化我们就再也看不到了，因为它变成了粉末。”——“如果用透镜呢？”——“我们可以看到微小颗粒。”——“这两个呢（一个托盘上放着一杯糖水，在另一个托盘上一块糖放在一杯纯净水的旁边）？”——“它们一样重，因为你把一块放在水里面而另一块放在水杯旁边，所以它们是一样的。”——在观察水位后说：“那是因为，即使溶化了，小颗粒还是在里面的。”

迪德（10；0） 溶化了的糖“已经变成了粉末”，放入糖块后水位会上升是“因为糖占据了某些空间”，但它会再次下降“因为糖会溶化掉”。重量保持不变是“因为糖把重量留在了里面”。——“怎么做到的呢？”——“它溶化掉了，但它留下了与先前同样的重量。”看了水位之后：“因为水没有下降所以它一定占据了一些空间。”

库姆（12；1） 溶化了的糖“会变成很小的东西”。水位会先上升而随后“会再次下降，因为当糖还是整体的时候，有一块地方是水不能占据的，可是一旦糖溶化了，就和水混合了，并且水位会下降一点”。糖水比纯净水重，因为“水的重量之上有糖的重量”。——“你确定吗？”——“我是这样想的，因为重量不可能减少。”如果水蒸发了，“所有的糖都会留下来”。——“我们能用这些组成一整块糖吗？”——“可以，要把它们弄成一整块，因为那样会使它恢复先前的硬度。”

所有这些反应给我们提出了两个明显的问题：儿童是如何理解糖的重量守恒的？为什么同样的心理过程不能直接将他们导向糖的体积守恒呢？

首先，对守恒的最普遍的解释似乎只是简单的认同。所以雷恩在测试最后说，“重量将会一样，因为两杯是一样的，每一杯都有一块”；而托克预测重量会“保持不变”；迪德解释说，糖溶化了但留下的重量“和它先前一样”。在所有的陈述中最好的是利克的解释：“（重量）一样是因为这个糖（糖块）和那个（溶解了的糖）拥

有同样的重量。”然而，糖的情况就像黏土球的情况一样，很明显这些认同是理性建构的结果，而不是建构本身。实际上，儿童所假定的同一性，不管如何置换，整体和颗粒的总和都是相等的。现在，没有什么比这个最终的相等更复杂的了，正如我们从阶段Ⅰ到阶段Ⅳ一直探寻的整个群集的历程所展现出来的一样：同一性（整块的重量）＝（分散颗粒的重量），毫无疑问是一个可逆组合的产物，反之则不成立。

读者可能会想起在阶段ⅡB（见第五章第二节）时，虽然儿童通过同时进行分解和置换的组合来建构物质的恒定特征，但是儿童还是拒绝将这种组合应用于重量上。实际上，如果儿童单独思考物质的话，水杯里分散颗粒的总和很明显会与最初的糖块是相等的，而当他继续坚持认为分散开的颗粒比由彼此相连的颗粒组成的糖块轻的话，那么重量将似乎无法保持恒定。因此，阶段Ⅲ的被试掌握重量守恒的原因是，他们采用了一种确保与总重量相等，与颗粒总和相等以及单独颗粒相等的系统的组合，例如，无论某个部分被转移到哪里，这个部分同一性守恒都是如此。

我们可以很明显地在阶段ⅢA的被试的反应中看到这一点，他们还在我们刚提到的问题和新的群集之间犹豫不决。例如，雷恩依然相信糖溶解后的重量会减少，“因为糖块在一起时会更大些，而小颗粒则遍布于水中”。但是随后他还是认为初始的整块与颗粒的总和是相等的，因为“两杯是一样的，每一杯里面都有一块糖”。相似地，列尔一开始认为当糖还是块状时“它比粉末状要重”，但后来却改变了主意说：“溶化在水里的糖与放在旁边的糖块是一样的。”

相似地，查在重量的现象论概念和他最终转向的理解之间犹豫不定：“会像半块糖一样；它变得越来越稀薄，有一些会一直留下来但是你看不到……当它是块状的时候会重一些”；相等：“它不再是一整块，很像细白砂糖……但是重量还是一样。”相比之下，亚阶段ⅢB的被试却立即就接受了重量的守恒，并且正是利用我们刚才提到的一对组合，进而精确地将重量守恒与物质守恒联系了起来。所以当萨克说道，如果“把所有的小颗粒放到一起它们就会组成糖块”时，他以一种特别明晰的方式定义了整体和颗粒的总和是相等的，由此得出结论，重量“会一直都一样”。“放在一起”和“组成糖块”的话语不再只是对可能的实验的描述，而是涉及了真正的心理运算。相似地，当库姆说道，糖块“会变成很小的东西”，并且得出“重量不可能减少”的结论，他恰恰是把在年幼儿童们看来很是疑惑的事情看成理所当然的，即“很小颗粒”的重量不会因置换而发生变化。

但是为什么在先前的阶段中相等或同一性都被儿童强烈抗拒着，而发展到了这一阶段分散颗粒的重量相等或同一性就得到理解呢？不是这种组合的形式机制阻碍了阶段Ⅱ的被试，而是因为他们将这一特殊组合应用到了物质上。“极小颗粒”的重量的等同性被延迟了的原因很简单——正如我们一再看到的——“称重”的动作与自我中心主义的关系比其与“恢复”的关系更密切，因此，结果就是“重量之力”这

一特质更加持久地依赖于重物的形式和方位上。现在，阶段ⅢA 的一些被试提供了一些十分引人注目的例子，这些例子是在被认为是组合关系的重量和被认为是动作特质的重量之间对立的例子。这正是为什么列尔在想到部分和整体的可逆组合时接受了重量守恒，但给出的解释却是和年幼的儿童们所习惯的对水位上升的解释一样：他将其归因于糖块的重量。但他对重量的概念和其他人的有着十分明显的不同：他的概念是一个物理上的或量化上的概念，脱离其本身且纳入运算群集之中，而其他人的概念依旧陷于现象论的自我中心主义中。然而，当列尔明确地将所谓的水位下降归因于重量丢失时也是自相矛盾的，同时他承认在天平上“两边的重量是一样的”。相比之下，在亚阶段ⅢB，对重量的直觉观念最终被抛弃掉了，从而支持了量化概念：我们因此可以得出结论，重量的量化以及由此产生的差异或颗粒的等同性要再次归因于原先是自我中心特征的去中心化以及把它们整合进一个群集的协调，这要归功于儿童的去自我中心化。

因此，我们也只能期待这种群集或可逆的组合能够反映在通往原子论的更远的发展进步中。一方面，阶段ⅢA 的所有被试——除了利克认为糖变成了水之外——都采用了基于“小颗粒”、“碎屑”、“粉末”等格式的原子论的形式。另一方面，因为他们赋予了这些元素以恒定的重量和恒定的物质的特性，他们的原子论趋向于更具运算性并且获得了定量组合的真正格式。不可否认的是，这一方法在之前的阶段中就被纳入认识中了，但只有在阶段ⅢB 中被儿童毫不保留地采用了。这就是为什么这么多的被试通过演绎推理的原子论得到初始糖块复原的可能性：如果水蒸发了，“所有的糖都会留下来”，库姆也解释说，它可以还原为一个糖块，“通过把所有的小颗粒放在一起……因为那样可以使它获得之前的硬度”。至于沃伊，他解释说，如果烘干溶化了的糖，“我们就能得到留在瓶底的糖了”。

可是如果重量的守恒是来自于与原子论的组合相联系的可逆建构，那么为什么它不会自动引发体积的守恒呢？如果认为总的重量保持恒定是因为它是由在溶解时分裂并且分散开的颗粒的重量的总和组成的，那么为什么总的体积和分散开的“颗粒”的部分体积的总和被认为是不相等的呢？现在，正是这个阶段的存在说明了重量的守恒出现在体积守恒之前，而且重量守恒的发现并不会直接引到体积守恒的发现上。在回顾一开始（阶段Ⅰ）时，物质、重量和体积是相对无差别的，这就更令人困惑不解了。换句话说，只有当后两个概念分离时它们才不再协调一致。糖溶解之后的这种情况可以和黏土球在这个方面相比较吗？

我们已经假设，为了把转化的物质组合进协调一致的群集中，儿童一定要减缩出一套可逆的物理运算系统。这些运算要么包括在逻辑上相当于类运算或在算法上相当于基数运算的分解（或重组），要么包括相当于非对称的逻辑关系和数的序数化的置换与相应的逻辑算术运算所不同的物理运算，其中，他们用时间上的连续和空

间上的外延取代了逻辑上的连续和外延。因此，为了解释物质守恒和糖溶化之后的重量守恒，儿童将水里的糖块看作逐渐分解的越来越多的更小的颗粒，将最终的产物视作分散在水中的东西，这个群集使基本客体不变量可以进行置换[①]，并且这个群集的分解保证了它们总和的恒定。

这些运算能否像被应用在重量上一样简单地被运用到体积上呢？我们的被试发表的言论让我们对回答这一问题有些许的把握。就物质而言，阶段Ⅱ的儿童开始意识到没有颗粒损失掉并且人们总是可以把它还原成原始的完整样子；一岁半到两岁的儿童也同样知道，即使已经离开了视野，感觉运动的客体还是持续存在的。但到目前为止还没有什么能够让儿童相信在微粒被置换或者分散开时，它还是保留了自身原有的重量这一点。在阶段Ⅲ，儿童发现，只要他们放弃重量依赖于肌肉力量的想法，而是假定重量代表的是物体之间的关系时，颗粒本身和它们的总和就都保持了它们的重量。然而，这并不意味着它们在水里总是占据着同样的空间；因为当它们分离或散开时，它们可能会很容易收缩或者扩张。所以库姆主张“当糖还是整体的时候，有一块糖的地方水是不能占据的，可是一旦糖块溶化（＝变成‘微小的碎屑’）就和水混合了”；萨克宣称“当以块状的形式在水里存在时，糖会占据较多的空间，但当它溶化（‘变成小颗粒’）时会占据较少的空间”。相似地，雷恩说“因为糖块会消失，所以水位会再次回落；结果水所占空间就与原来一样”，因为“小颗粒遍布于水中”。

总之，在黏土球部分的置换过程（变形和分割）中，儿童们用以否认黏土球体积守恒的相同言论会让他们觉得更有理由将其应用于糖的体积上，因为此刻颗粒不仅缩小到不可见的程度而且散布于液体之中。此外，因为糖是可以渗透的，似乎它就没有合适的体积：它的粉末就像一堆沙子吸水却不膨胀一样，而水本身却被认为因为富有弹性以至于水位不会受所放小颗粒的影响。因此，在能够建构固体尤其是液体的体积守恒之前，儿童不仅先要学会协调物体的维度（见第三章），而且也要学会协调它的相对密度，它的满和空，更要学会不再纠结于压缩或解压方面的限制。总而言之，在体积这个特性上进行自我中心关系的去中心化，并将它们组合成运算的整体行动（动作），要比在重量上进行相关过程更困难一些。

第二节　阶段Ⅳ（亚阶段ⅣA 和ⅣB）：体积、重量和物质的守恒

在大约十一岁时，体积守恒也加入到了另外两个不变量的行列中。由此，在第

① 对于“客体”“置换群”，见让 · 皮亚杰《儿童“现实”的建构》，罗特利奇与基根 · 保罗，1955，第一章和第二章。

四阶段出现的特征便可以和我们在第三章研究过的情况相互比较了。

让我们以一些介于守恒和未守恒的中间反应（亚阶段ⅣA）的例子为起点进行研究。其中，重量守恒在一开始就被看作是理所当然的事情，但是体积的守恒依然受到怀疑，至少测试结束前是如此：

欧内（10；0）水位："会上升。"——"为什么？"——"因为糖比水重。"——"那当它全部溶化后呢？"——"水位会回落。"——"水里会有溶化的糖吗？"——"是的，到处都有，和水混合在一起，全都非常微小。"——"水位会回落吗？"——"哦，不！水位会停留在那里。"——"为什么？"——"因为糖在水里，全都非常微小。"重量："重量是一样的。"

邓姆（12；0）"糖已经没有了，它不见了，全都和水混合在了一起。"——"它消失了吗？"——"味道还在，糖还在里面。"——"如果我们用透镜观察我们能看到什么东西吗？"——"我们会看见微小的颗粒，但是透镜（的功能）必须非常强大。"糖浸入水中后水位会上升是因为"糖占据了空间，所以水被迫上升"。——"那全部溶化后呢？"——"水位会下降一点点儿。粉末形式占据的体积不会像块状时候的一样多，因为块状时候它没有和水混合（在一起）。"——实验者将糖块丢入水中："不，它不会回到原点。"——"为什么不会？"——"因为糖还在里面。"——"但是你刚在说它会回落的？"——"我想的是（溶解的）糖会占据更少的空间。但那是不对的。"糖块完全溶解后："我是对的。"——"那重量呢？"——"重量不变。"——"为什么不变？"——"我刚才看到，甚至糖已经溶化的时候水还保持在同样的位置。"

杰（13；9）说糖"在水里的重量和干燥的时候一样"，但是溶解后，"水位会下降一点"。——"为什么？"——"糖先是干燥的，然后水进到里面并且糖溶化了，所以水取代了糖。"但随后他补充道："但我不确定，我们必须得看看。"最终的回答是："（溶解后的）糖与还没有溶解的糖所占的空间一样多。"

接下来是从一开始就认同体积完全守恒的被试的反应（亚阶段ⅣB）：

弗伊（9；6）水会上升是因为"糖的体积"。——"然后呢？"——"它会溶化。"——"什么意思？"——"它将会在水里变成很小的东西。"——"水位会下降吗？"——"哦，不会，它会停在顶端就像糖块在里面一样。糖已经溶化了，但即使这样它还是在水里占据着空间。"——"重量呢？"——"和糖块时的一样；它现在是一种液体了，但是液体和糖块是一样多的。"

布雷（9；9）糖会"变成碎屑"。——"水位呢？"——"水会停留在顶端，它仍然包含同样数量的糖。"——"糖还在里面吗？"——"是的。水会保持在同一高度，因为当你把糖放进去，它还是糖。我想要表达的意思是它还是同样的东西即使我们看不见它。"——"重量呢？"——"也是一样的，因为始终是同样的糖。"

杰尔（9；11）"糖会溶化，然后它分解成两块进而分解成小颗粒。"——"它

会不会比糖块占更多空间？”——“当它是块状时比它是颗粒时占的空间多一点。不，不对，错了；占的空间一样。我认为水……看，就好像我拿着我的杯子并在里面放入了一块糖，然后我拿起另一个杯子也在里面放一些糖，但这次是糖颗粒，使水上升得一样多。”——“它全部溶化后重量会怎么样？”——“一样。就好像我们给糖块称重：它分解成小块，但是我们把它们全都放在一起，这些小块就会组成一大块。”

斐尔（10；11）“小块糖溶化成为我们看不到的微粒糖，但是所有的小块在一起，也就是说如果不掉落的话，将会组成一大块。”——“当我们把糖放进水里水位会怎么样？”——“它会上升一点。”——“那全部溶化后呢？”——“水位停留在（上升后的地方）；糖在水里是不可见的颗粒。不管是分开的糖还是一整块糖都是一样的；它们所占体积是相同的。”——“重量呢？”——“如果我们在水里放入一些糖并且迅速称重（=它溶解前）——就说我们放入200克吧。当糖溶化了，它仍然在水里，所以它有重量。如果没有蒸发的话它依旧是200克；糖依旧在水里。”——“你怎么知道的？”——“因为它总会有同样的味道。”——“有人告诉我味道不变，但是重量减少了。”——“如果我们称重的话——证据就是如果我们拿出细糖将它压成一块，这两个的重量会是一样的。”

吉弗（11；2）水位会上升，因为“甚至已经溶解了的糖还是占据空间，因为那时候糖是微小的颗粒”。——“但是你却在杯子里看不到一点儿颗粒，难道可以吗？”——“那是因为颗粒非常小。”——“一旦它全部溶解后会有多重？”——“它的重量总是一样的：里面还是有同样的小颗粒，不过现在它们非常小。”

苏姆（11；6）“糖会溶化，小颗粒会分开并且我们再也看不到了。”——“如果我们对水进行蒸馏呢？”——“我们还会得到糖，就像海盐。”——“重量呢？”——“它总是有同样的重量。小颗粒散布于水中，糖还待在杯子里，没有什么东西被拿出来。”——“水位呢？”——“当所有的糖都溶解了的时候，水还是会停在同样的高度：小颗粒和大糖块占据相同的体积。”

安迪（12；0）“糖会溶化。”——“什么意思呢？”——“所有的小颗粒现在都凝聚在一起，但当糖溶化了，所有的小块将分开，水吸收它们。所以我们将不能再看见它们，但是它们仍然在里面。”——“水是如何将糖溶化的呢？”——“它将糖变软，进入糖内部。小颗粒不再凝聚，它们被分开。”——“有没有可能出现糖颗粒小得不能再进一步溶化了？”——“是的，就像土，由细小的不能溶化的颗粒组成，但是糖微粒还要小得多，我们看不见它们。”——重量：“重量还是相同的，因为所包含的东西是一样的。”——体积：“将还是占据同样的空间。”

赛尔（12；6）“当你放入糖时水会上升，因为它会占更多体积。”——“那当它全部溶化呢？”——“水位会停在高处。组成糖的小颗粒留在了水里，但是我们不再能看到它们；它们变成透明的了。”他看着糖溶化：“是的，我认为它不

会下降。这些混乱的小颗粒（残渣）将会留在瓶底，并且如果我们把它们搅乱，它们就会再升起来，但是它们仍然会占据同样的体积。”——“那当它全部溶化呢？”——“水位不会下降。”——“那糖会在哪里？”——“溶化了，溶解了。我们只能够看到这些环（糖溶解留下的踪迹）；它们形成云状物。”——“这些环是什么？”——“它们是糖。”——另外：“量还是一样。”——“重量呢？”——“也不会变。就好像我们把一块石头压碎成尘土。还是同样的东西，同样的重量是因为石头是由小沙子颗粒组成的。”

德雷（12；9）认为水位会停留在高处：“它占据同样的体积因为糖始终都在里面。”——“怎么会是这样呢？”——“它留在水里只不过是以大量的小颗粒的形式。它占据了同样的空间，拥有和立方块一样的体积。”

这些被试的进步不但在于发现了三个不变量之中的最后一个不变量——固体糖在溶化后的体积是守恒的，而且他们的进步还在于发现了组合方法中的最重要的方法（凭借这种方法儿童就可以掌握新的守恒原则）与他们提出的特殊类型的原子论。让我们先来看看最后一点。

阶段Ⅰ的前原子论只是对即将溶解中的可见的“碎屑”的知觉表征，与之伴随产生的是一种一旦微粒不再能被观察到之后也就不再存在的信念。到了阶段Ⅱ，这一初始的原子论在溶解后的碎屑或颗粒仍旧是导致持久味道的不可见的颗粒这一见解中延伸了下来。然而，因为这些原子被认为既没有重量也没有体积，所以它们仅仅反映了一种物体总是可以被恢复的直觉信念。在这种信念中蕴含了儿童对物质的内在的量化。等到了阶段Ⅲ，值得注意的进步产生了：“颗粒”受到了一个第二次的量化组合，这个量化组合要归功于每个颗粒被赋予了重量及其所有颗粒的重量之和与最初的糖块重量相等。但是这一组合模式并没有被扩展到体积上，而只是建立了一种将部分简单相加或组合的方法。现在，阶段Ⅳ被试的真正成就就是，他们不仅成功地将该格式应用到基本颗粒的体积上，且成功地对这一格式进行了概化，而且其成功还在于将基本颗粒的体积整合进了包含压缩和解压等更广泛的格式中。这种格式说明了糖的轮廓变化，正如它从立方体转变为一种透明的糖汁，或者“环”、“云”等，可以自由地在水中穿梭流动。

实际上，阶段Ⅳ的儿童不再将像糖、石头、黏土等这些物质当成是简单的溶化的集合体（＝固体）或分散开的颗粒（＝粉末、尘土等），而是将其视为由于压缩（“紧”）和解压（“松”）的潜在的格式所致在紧凑性、硬度、阻力或密度上不同的东西。他们因此开始区分（1）我们对整体的体积的称呼，即是单独小颗粒体积的总和而不是缝隙结合成的体积的总和，和（2）我们所称为的全部的或全部微粒的体积，也就是不带缝隙的单独的颗粒的体积之和。因此，在下一章我们所要研究的儿童面对玉米种子膨胀的例子中，他们完全意识到了一点：虽然总体的体积在增加，但是面粉的基本颗粒在体积上却不会增加，仅仅只是在高温的影响下分离了而已。现在，

至于糖块的问题，正是全部微粒体积和整体体积之间的困惑解释了这些困境和早期未守恒的特征。所以当杰（亚阶段ⅣA）仍然相信水位会下降，因为"糖先是干燥的，然后水进到它里面并且糖溶化了，所以水取代了糖"，或者当库姆（阶段ⅢB）说道，"当糖还是整体的时候，有糖块的地方是水不能占据的，可是一旦糖块溶化，糖就和水混合了并且水位会下降一点点儿"，很明显他们未能使分散开的颗粒的体积之和与总的体积相等，这正是由于他们未能从总体体积中区分出颗粒体积的总和。此外，他们不能在这两种概念之间进行辨别的原因很明显，他们未能意识到虽然颗粒的整体体积随着压缩和解压而变化，但是所有微粒的体积却保持恒定这一点。相比之下，当安迪（阶段ⅣB）解释道，初始的糖块中"所有的小颗粒现在都凝聚在了一起，但当糖溶化了所有的小颗粒将分开……水将糖变软，进入糖内部。小颗粒不再凝聚，它们被分开了"，压缩和解压的格式能使他从恒定的总体积之和中辨别出变量的整体体积包括整块的糖的体积也包括每一个糖颗粒的体积。相似地，当斐尔说道"糖在水里是不可见的颗粒。不管是分开的还是一整块都是一样的；它们占据同样的体积"；或者当苏姆说"小颗粒散布于水中……小颗粒占据和大糖块一样的体积"；或者当赛尔解释说溶解糖变成"环"或"云"以及"就好像我们把一块石头压碎成尘土一样……因为石头是由小沙子颗粒组成的"，他们都是在运用压缩和解压的格式，并且在所有微粒的体积和整体的体积之间进行了明确的区分：后者会在微粒散开、展开、形成云状等的时候变化，而前者则保持恒定不变。至于那些没有明确参照压缩和解压格式的被试，在问他们为什么糖溶化了而鹅卵石却不会溶化[①]时，他们通常只满足于想出的答案，例如鹅卵石的构成是"干涸后粘在一块儿的沙子结晶"（卢格，10；1），或者是石头"更紧密"、"更充实"、"压得更紧实"以及"更坚硬"（贝尔，12；0，还有许多其他人）。

换句话说，全部微粒的体积是随着全部的几何轮廓以及与之相对应的内容的充实而来的，是基于压缩和解压格式的：它看起来是恒定的，因为它总是和所有微粒的恒定的体积总和相等。相比之下，整体的体积随溶解而改变，而每一个独立颗粒的体积则保持不变。

更简明地说，整体的体积随着压缩或解压而改变，但这些变化并不影响碎片或由碎片组合而成的总体体积。现在，这一解释受到一种很严肃的反驳。我们已经在黏土球的情况中提到过，到达能够理解体积守恒的阶段之前，我们的被试假设物质拥有一种被动的弹性，比如每一次变形都会造成颗粒和整体的扩张或收缩，这不亚于糖的情况。我们已经尽力证明对整体的物理体积守恒的理解，取决于在没有任何微粒从整体中分离时会改变体积的认识，以及对没有任何一个物质的"块"在变形或分割时会改变浓度的认识。因此可能会有争论说，相信浓度的改变只不过是压缩

① 参见第八章，第四节。

和解压的格式，越是这样，这一格式就正好会和固体的守恒同时出现。然而，对付这一异议，只不过类似于处理一个语义问题般简单容易。事实上，物质不稳定或伪弹性的假设只不过是儿童相信直觉过程的结果，在这一直觉过程的最后，颗粒和糖块都没有全部或整体恒定的体积：因此，这种信念既是对浓度不变的否定，又是对元素的体积不变性的否定，即它停滞在对整体体积的各个部分的总微粒体积的困惑上。现在，没有了必不可少的不变量，压缩和解压的格式就无法使用，也就没有任何组合了。相比之下，有了这种格式的儿童就有了一种运算方法，用这种运算方法，儿童可以用恒定的整体体积和总体体积解释元素的聚合或分散的可运算的方法。至于黏土球这种固体，它则引发了对浓度不变的理解以及由此产生的整体和总体积不变性的理解。另一方面，至于溶解的糖，它使得儿童能够将颗粒的体积看作是不变量，即将整体体积和颗粒体积之和视为相等，以及认为整体体积随部分的聚合或分散而变化。简单地说，这两种水平的特征概念相去甚远，就像未分化的直觉是来自可逆组合方法的运算格式。

一旦采用了运算的格式，体积的守恒就不证自明，而且不能从我们所描述的原子论的组合中分离。首先，很明显，这种像布雷的“当你把糖放进去，糖就留在里面了。我想要表达的意思是即使我们看不见它，它还是同样的东西”这样简单的认同，是包含了分解的运算（整体和部分相等）和置换的运算（解压时微粒的总体积恒定）在内的复杂运算论证的最终结果，其他的被试也明确援引过这一点（吉弗、苏姆，等）。特别地，其中一些被试通过使用明确参照反演运算来强调运算的可逆性。所以杰尔在解释说初始的糖块分解成两个进而分解成小颗粒，以及假设整体和部分相等（“就好像我拿着我的杯子并在里面放入一块糖，然后我拿起另一个杯子也在里面放一些糖，但这次是糖颗粒，使水上升得一样多”）之后，接着又描述了反演运算：如果将初始糖的所有碎片放在一起，“这些小块就会组成一大块”。相似地，斐尔：“小块糖溶化成为我们看不到的微粒糖，但是所有的小块在一起，也就是说如果不掉落的话，将会组成一大块”（参看他关于重量的言论）。总之，因为两者都基于分解、置换和压缩的三个运算以及它们的反演，所以这一水平的原子论特征和体积守恒组成了一个且是同一个解释系统。

但是还有另一种证明守恒的方法，即通过三个不变量（物质、重量和体积）的外在的协调。事实上，通过原子论的组合或者我们描述的任何一种认同方法都足以说明三个不变量中的任何一个的守恒，这是由于阶段Ⅳ的儿童在三个变量之间建立了逻辑关系，所以儿童可以将这个证据直接扩展到其他两个中去。因此，邓姆通过体积证明了重量的守恒：“重量不变，”他说，“我刚才看到即使糖已经溶化了，水还保持同样的位置。”其他人使用物质守恒中最质性的形式——味道，来推论重量和体积的不变性：“就说我们如果放入 200 克吧。”斐尔说，“当糖溶化了，它仍然在水里，

所以它有重量。它依旧是200克。”当向他索要证据时，他说：“因为它总会有同样的味道。”还有，其他人也用物质或重量的守恒来证明体积的守恒，等等。

所以，糖的情况不亚于黏土球的情况，物质、重量和体积这些概念，一开始就被混淆在同样的自我中心和现象论格式中，并且一旦儿童将这些概念区分开来，它们就会按各自的方向发展，最终会协调进一个连贯统一的整体系统中。没什么比对重量和体积的协调都更能显示这一过程的特征。我们看到，在前面的阶段中，这种关系距离互惠还非常远：当儿童发现溶解后水位没有下降时，他常常得出重量保持恒定的结论，即使他之前没有意识到这一现象；但当他看到天平上重量守恒时绝不会就体积不变下结论。也就是说，不仅重量的守恒自发地发生在体积守恒之前，甚至在测试最后的实验示范中，这些不变量中的第二个经常会引起第一个，但反之则不行（明显的例外是由于剩余的现象论：儿童简单地相信水位一旦上升就不会下降，是因为没有东西使它降下来）。相比之下，在阶段Ⅳ，因为所有涉及的所有运算群集都已经完成了，所以看上去在三个不变量中的任何一个中，都隐含着其他两个不变量。

第三节　结　　论

在第四至六章中所研究检验的四个阶段中，三个平行的系列事实已经显现出来了。

首先是以儿童的预测为基础的观念：最初缺乏所有的守恒，随后出现物质守恒，重量守恒，最后出现体积守恒，三个不变量中的任何一个都会与之前的不变量相互结合，直到这个发展的最终阶段具有总的守恒特征。

第二是可以让儿童通过基于守恒或非守恒性的原子论格式来描绘物质的说明性观念。非守恒性与儿童从糖块分解成“碎屑”到最终消失在水中这一直接经验中提取出来的表征有着密切的关系。物质的守恒与从纯粹的溶化到糖以一种不可见的极轻的“颗粒”形式存留下来这一概念同步发展。由于最初的整体与各个部分总和之间相等不再能被应用于物质（味道）以及重量的量化上，重量守恒推动了原子论组合的发展。作为最后一步，由于压缩和解压的格式以及整体体积与颗粒体积之和之间的差别，在关系中的体积守恒带来了更高级的发展。

第三，在研究测试的最后，由实验示范（关于重量和水位的恒定）所产生的反应也适合相同系列。不能理解守恒和原子论这点也体现在儿童无法珍视由实验所揭示的含义中：儿童简单地使数据符合他的自我中心和现象学的方法，也因此否认了物质的守恒。一旦儿童发现了物质的守恒，随后就会朝着原子论的方向发展，即开始思考物质的但无体积的极轻颗粒，儿童也就开始更加注意实验，即使对他们而言

还未能达到完全的协调一致：他们从水位的恒定推论出体积守恒以及随后的重量守恒，但反之则不成立。在阶段Ⅲ出现了在推理与经验两者之间进行联系的两个进步：一方面儿童通过预测重量恒定对经验有了预期，另一方面他遵从了实验所示范的体积守恒原则，并且将之与重量守恒相互协调，虽然用的是归纳而不是预先演绎推理的方法。最后，在阶段Ⅳ中发生了与阶段Ⅰ中所出现的完全不同的情况：儿童推断和协调了三种形式的守恒，并且在所有的实验中所做的只是对他们的先验结论进行证实。

我们要从这三个系列的事实关系中得出什么呢？既然原子论和三个不变量的建构要么来自于实验，要么来自先验的演绎推理，或还来自于这两者的组合。为了弄清守恒的一般机制，我们一定要从分析经验和推理之间关系开始。现在这种关系在第三个系列中似乎特别矛盾且颠三倒四，这恰恰说明儿童对这三种不变量的建构不是出于纯粹经验或纯粹推理的结果，而是一种两者之间的复杂组合。守恒和原子论的原则不是一个纯粹先验的起源，这在它们的发展中是非常普通的。所以我们所有的被试都知道糖溶解之后的味道或多或少会在水里持续留存一段时间，一旦他们超越了自我中心的现象论之后，这一事实会启发他们理解某些物质一定会保存下来的原则。不仅如此，很有可能稍年长的儿童已经发现并认为一杯咖啡的水位在加糖后会保持恒定不变。最后，即使糖溶解之后是透明的且其微粒不可见，但事实仍旧是一旦采用了原子论的儿童就会直接将原子论扩展到消失的糖的颗粒上去。尽管如此，明显的是，我们的实验并没有将儿童导向完整的守恒或者原子论的组合，演绎推理的因素没有帮助到可感知的数据的结构和完型。这一点得到了事实的证实，即每当建构起一个新的不变量（阶段ⅡB、阶段ⅢB和阶段ⅣB），儿童就将其视为一个先验的必然性，这与他早先的、纯现象学的方法形成鲜明对比。现在，儿童对逻辑上的必然性的领会，像科学家一样，超越了实验数据本身并且见证了演绎推理的干预。的确，仅凭单独的实验如何解释伴随每次新守恒而出现的量化呢？很明显儿童从来没有尝试着去通过自己细心的称重和测量实验来查明糖的物质、重量和体积的全部守恒。因此儿童的新信念不仅仅是纯观察的结果，而且还是推论的必然产物。现在，量化已不再是一旦建构了后者就只简单附着于其原则的特征了，而是达到那一守恒的组合方法的关键。最后，说这种诸如味道的持续、恒定的水位或糖块到“颗粒”的转变这种实验数据说明了物质、重量和体积的不变性，仅仅是说这些数据可能只是服务于格式精细化的元素，但很明显这些数据只能通过将数据本身整合进一个连贯的运算系统来提供一个可推论的建构并帮助数据的结构化和完型来服务于格式的精细化。由同样的实验所提供的事实也未能给还没有能力进行演绎推理的阶段Ⅰ的儿童们留下任何印象，必然的协调整合只在随后的阶段中才能慢慢出现。

所以，就像原子论一样，守恒需要经验和演绎推理两者的协调。让我们逐一回

顾四个阶段，并且记住这四个阶段在实践中是不可分割的。在阶段Ⅰ，儿童使用了从外部的数据到诸如味道－品质、重量之力、主观的增长、直觉的容量等内部格式的自我中心的同化方式；至于经验，它只体现在如同现象论一样的自身的直接感知形式中。自我中心主义和现象论的融合也因此成了最浅层觉知和最浅层经验的最原始连接。到了阶段Ⅱ，被试自身的动作开始从外部经验中分化了出来，并且之后这两者可以相互协调而非彼此妨碍：味道成了一种持续的品质是永恒物质存在的暗示，就如同最终的称重和测量实验表明了重量和体积守恒一样。在阶段Ⅲ和Ⅳ，演绎推理和经验的分化和协调变得突出出来：前一个使重量的量化成为可能，接着使体积的量化成了可能，第二个则证实了儿童的预测。总之，似乎只要演绎推理能被用于某一个领域（物质的不变量）中，对实验进行归纳的方法就可用于其他的（重量和体积）领域中，直至整个系统最终变得能够演绎推理且完整统一。

换句话说，对经验和推理的正确解读必须基于包含着演绎和归纳关系的单一系统。归纳的组合是逐步建构的，演绎推理的运算将关系整合进了一个完整的系统中。而如果这种关系尚未协调好，正如阶段Ⅰ中对组合的每一尝试都以无法克服的矛盾而告终一样，演绎推理和正确解读实验数据都将是不可能的，但是当分化的心理运算出现并且数据不再受到经验本身的歪曲时，正确的演绎和归纳也就自然地随之出现了。所以说经验提供了关系而演绎推理协调了这些关系，这就过于简单化了：因为被试自身的动作调停着关系的精细化，帮助用可逆的运算置换不可逆的过程以及这些关系的协调，即使这些关系的协调无法脱离内容的限制，但却变得局限于将实验的转化组合变成为有效的群集。需要强调的是，演绎推理和经验之间联系的发展从无意识地集中于自身的现象论类型开始到物理运算群集的建构结束这个过程中，最初的情境，因为其参照系统仍然基于自我中心主义，反映着在使用客观协调上的全面溃败；以逻辑学和实验协调为特征的最后阶段，因为已经去中心化的最初系统，就为将自我活动融入一个可逆转换体系中的一般组合让路了。实际上，阶段Ⅰ的儿童所建立的物质、重量和体积之间的关系不能被组合成为一个单一的演绎推理系统，这是因为这三个都保留着主观的，且与直接感知紧密相关的单一品质：因此它们只能引起后传导并列（并置）（postductive juxtapositions）或传导（transductive）的融合[①]。相比之下，演绎推理以及与它相伴的归纳或产生经验的可能性，则以一个既适宜又以一种倾向于采取群集形式的可逆组合的建构作为开始。

我们的被试使用了什么群集来精确地建立溶解物的原子结构的守恒呢？正如我们反复碰到的情况一样，它们包含用运算（分割和置换）对直觉关系进行替换。因此，我们所遵循的逐渐发展的作为结果的原子论，绝不是一种表征格式的集合物，而是一种组合系统，而且当想象为这些组合提供了符号基础时，同时想象也服从于

① 这句话根据语境可以译为：因此它们只能引起事后推导的并列或转换推导的融合。——中译者注

符号的需要时，最终结果是运算性逐渐超越表征而获得优势。

现在，由演绎推理的逐步结构化所产生的群或群集的形式对推理和经验之间关系的一般理论有着重要的意义。我们看到我们所讨论的群集的内容总是以经验为源头：物体的体积、重量、物质的量之间的关系，对原子颗粒的理解、分割、置换、压缩等引发的变化，这些都是此类事实强加上去的。那么，在物理运算的精细化中，心理共享的是什么呢？随着儿童从现象论的自我中心主义发展到群集当中，即从他关注于自己的动作到所有可能观点的协调中，儿童一开始就没有忽略行动（动作）：一个运算，任何一个群集元素的运算，一直就是一种行动（动作，action），一种偏离自我中心的行动（动作），并且由于这个行动（动作）已经具有可逆性，就可以与任何其他的运算组合在一起。因此，不管经验的进步是多么富有归纳性，也无论实验数据多么符合经验，儿童的行动（动作）将总会基于逻辑的必然性，这种必然性可由演绎推理单独提供，并且反映在运算与其他运算或者与它们完整的且对所有组合都开放的内部系统的组合中。因此行动（动作）与客体之间的联合在最终和一开始一样都很紧密：但是不是将宇宙缩小到主体自身身上，而是将主体作为宇宙的一部分，儿童最终能够协调一致，这要归功于他们可以将外部转换并入一个可逆的运算系统中去。

第三部分　压缩、解压和密度

第七章　玉米粒和水银柱的膨胀[①]

在上一部分，我们对一种组合格式的出现进行了描述，这是一种不同于分离或简单替代的压缩和解压的格式。我们现在必须更为严密地审视这种格式，以确保现在的研究和接下来的分析研究之间的连续性。让物质的重量和数量保持不变，先从体积的变化开始。有两个合适的实验能满足这个条件，且第一个实验比第二个更为可取些。在第一个实验中，将玉米粒放在一个石棉器皿上加热，让儿童去观察它的“爆裂”过程。然后问儿童物质的重量和数量是否保持不变？体积为什么会增加？因为玉米粒里的水分会轻微蒸发，所以物质守恒和重量守恒都不是完全的。这就使我们很容易看出来：儿童是因为前面的逻辑原因否定了恒定性，还是因为水的蒸发而认为物质减少了。然而，这个方法还是有不足之处的。至于儿童对整体体积，例如扩张或者压缩这种变化的解释，就像对糖块溶化的解释一样，可能基于一种原子的组合。这就又引出了一个问题：这种原子论到底是特殊阶段的一个特征，还是在所有的发展阶段都具有的特征。

在第二个实验中，让一个温度计中的酒精或者水银发生膨胀，再次询问儿童膨胀时重量或者物质的数量是否发生变化，并要求儿童对这种膨胀进行解释。这个实验的不足之处在于：儿童可能对温度计的结构不够熟悉，并因此会将注意力集中在

① 与尼利·格鲁纳合作。

第二个问题上；并且由于玻璃管在构成系统上的封闭性，这就人为地促成了守恒的概念。因此，我们将温度计的测试仅仅作为一个控制实验，只是顺便提一下而已。

在玉米粒的膨胀实验中，产生了一些反应，这些反应符合我们所描述的四个阶段。处于阶段Ⅰ的儿童，认为物质和重量随着膨胀而增加，这也被当作一个即时的过程和绝对增加的过程。阶段Ⅱ的儿童获得了物质守恒，但是没有获得重量守恒，他们一般认为重量由于膨胀或者颗粒的胀大而减少。到了阶段Ⅲ和Ⅳ，更多被试发现了重量的守恒，认为体积增加了，并采用了原子论的解释：处于阶段Ⅲ的被试将膨胀归因于颗粒自身，认为每个颗粒都是独自膨胀的。在阶段Ⅳ，被试引入了体积恒定的基本颗粒的解压观点。温度计的实验证实了这些阶段的连续性，但是对于此，儿童仅仅通过说“滴”或者“球”来表达他们对原子组合的理解。

第一节　玉米粒的膨胀：阶段Ⅰ和阶段Ⅱ

我们对阶段Ⅰ和阶段Ⅱ的反应所进行的分析，不仅是要核实从第四章和第五章中得到的结论，更是因为它们阐明了物质和重量还未守恒时，儿童还没有一个清晰的概念，尤其是没有关于膨胀的原子论解释时的压缩格式。当然，对基本颗粒的理解甚至可能在阶段Ⅰ就存在了，但是这仅仅是作为一个知觉上的概念而存在的。此外，在这个阶段，儿童仍然倾向于认为这些颗粒的数量随着膨胀而增加。相对而言，处于阶段Ⅱ的儿童，认为物质实质还有颗粒数量是守恒的，但是认为重量是会变化的。

首先，在这里先描述一些处于阶段Ⅰ的被试的反应：

诺斯（8；0）“玉米粒会保持它的大小吗？”——“不，它会变得更大一些，它会膨胀。”——“为什么？”——“因为加热了。它有点爆开了，然后它会肿胀起来，感觉就像火烧了你的手指一样。”——“你怎么解释这个？”——“里面有颗粒，加热会让颗粒都跑出来。”——玉米粒爆开了：“它的重量仍然相同吗？”——“它变得更重一些了。”——“为什么？”——“因为它更大一些。”——“如果你在一个显微镜下观察这个（一个加热的玉米粒＝A），你认为会看到什么？”——“小的颗粒。”——“这个（A'＝膨胀的玉米粒）呢？”——“这一个有更多的颗粒。”——“你为什么这么说呢？”——“哦，不；它们的数量相同但是它们变得更大了。”——“这个里面（A'）比那个里面（A）有更多的玉米面粉还是相同？”——“更多。”

温（9；0）“接下来会发生什么？”——“玉米粒会像米粒一样膨胀。”——玉米粒爆开了：“为什么？”——“它膨胀了，因为火让它变得更大了。”——“它像以前一样重吗？”——“不，这个（A'）称重更多，它更重些。”——“为什

么？”——“因为它变得更大，它比原来有更多的原料。”——“什么更多的原料？”——“玉米面粉。”——“我们加了什么东西吗？”——“没有，但是是火加的。”——“怎么加的？”——“……”——“玉米粒发生了什么？”——“里面的东西变得更大了。”——“什么东西？”——“玉米面粉的颗粒，来自于玉米粒的颗粒。之前它们全是小的，现在它们是大的了，因此它们和某些东西称起来是一样的。”——“但是颗粒和以前一样多还是不一样？”——“比以前的更多一些。”——“大玉米粒比以前重了还是没有？”——“变重了因为它更大。当我小的时候，体重就少一些。”

索尔（9；6）在玉米粒爆开了之后：“里面爆开了。”——“为什么？”——“温度升高了，在压力之下表皮爆开了。”——“在什么压力之下？”——“在内部的压力。”——“内部是什么？”——“玉米粒。”——“你认为重量发生了什么？”——“它会变得更重，因为它随着热量而增长。它挤了出来，变得更大了。”——“怎么这样呢？”——“因为里边的东西想出来。它像一个玉米种子，当有温暖的时候它发芽发得更快。”——“它像以前一样多吗？”——“有更多的玉米面粉。”——“多出来的玉米面粉来自于哪里？”——“它自己增加而且变得更大。热量已经把它挤出来了。”

我们即刻就发现，没有一个被试对重量守恒有一丁点儿的理解。他们都认为玉米粒的重量应该随着体积的增加而增加，这是十分自然的，因为他们通常相信重量和体积是成比例的，例如，物质本身会随着扩展而增加。现在，无论物质是连续的（索尔所说的“玉米面粉”）还是断续的（温所说的“颗粒”），它的数量总被认为是增加的。例如索尔说“有更多的玉米面粉”，因为“它自己增加而变得更大”；他这样说不仅是想要表达它已经膨胀了，而且还想说它像一颗长大的玉米种子一样“挤出来”了。同样地，那些提到了颗粒结构的被试假定颗粒的数量也随着膨胀过程而增加了。例如诺斯说“这一个有更多的颗粒”，温说“比以前的更多”。抑或他们声称物质中的基本颗粒增长了，例如诺斯还说道，“它们变得更大。”他并没有意识到自己只是对问题进行了替换而已。换句话说，他拒绝在实验者为了影响他而人为提供的两种假设之间进行选择。

非常普遍的情况是，玉米粒一旦膨胀，它就应该在物质数量和重量上有所增加，就如同植物或者动物在生长时获得重量和身高一样，所有这些被试都认为这是不证自明的。这就是温在比较玉米粒和他自己的身体时所要表达的意思：“当我小的时候，体重就少一些”；或者当索尔想要表达的“它随着热量而增长。它挤出来了。”诺斯甚至将玉米粒的膨胀和水泡进行类比：“它会肿胀起来，感觉就像火烧了你的手指一样。”

简言之，因为处于阶段Ⅰ的儿童简单地将他们对现象的直接知觉印象转换成了自我中心的语言，所以他们错误地将膨胀看作是一个在物质上增加的过程。相比之

下，处于阶段Ⅱ的儿童开始去划分和组合实验数据：就像黏土球和糖块实验中的情形一样，在仍然认为重量会变化的时候，却开始认为物质的数量是守恒的。但是很有趣的是，在这里实验中的被试通常认为重量是减少的。

美伊（7; 6）“喔，玉米粒在变大。”——“那么它的重量呢？”——“既然胀开了，那么它的重量就减少了。”——“为什么？”——“因为里面有更多的空气。”——“怎么会这样？”——“空气来自于火，烟进到了颗粒里。”——“但是里面和以前一样还是不一样？”——“一样，但是轻了些。”

西尔（9; 6）“在颗粒中有些非常细的粉末。”——玉米粒爆开时：“发生了什么？”——“它变大了。”——“在天平上我们会看到什么？”——“它会变轻。”——“为什么？”——“在这里（A）它很紧凑，因此它更重一些，但是在那里（A'）它完全开了，它爆裂了，因此它的重量少一些。”——“里面的玉米面粉量相同吗？”——“少一些；不，量是一样的。”

格里尔（9; 9）“会发生什么？”——“它将会变大。”——玉米粒爆裂了：“它爆开了。”——“为什么？”——“它像一朵花，像一个发了的芽儿。”——“那么它的重量呢？”——“它会变轻。”——“为什么？”——“我不知道为什么，但是你自己能够看到啊！”——“里面的更多了还是更少了？”——“它是相同的。”——“什么是相同的？”——“小的颗粒；在这里的（A'）小颗粒变成了面团。”——“为什么当它变大的时候就变轻了？”——“它爆开了；热量总是这样做的。”

马特（10; 0）“热把它们弄大了。这些玉米粒吸入了热量。”——“这是怎么发生的？”——“热量进入到里面，占据了里面的空间。”——“但是怎么会这样？”——“颗粒中有小孔，热能通过小孔。”——“它的重量仍然相同吗？”——“这一个（A）更重一些，那一个（A'）更轻一些。”——“为什么？”——“空气的重量要比玉米粒的重量少；它拿掉了一部分重量。”——“为什么？”——“那个（A）没有被热量打开；当它打开的时候，它就会失去一部分力量。”——“但是这个（A'）怎么会更大更轻呢？”——“热量占据了一些空间，在其中的东西已经被冲开了。”——“什么东西？”——“互相包裹着的紧密的表皮。”——“热量做了什么？”——“它把它们拉开了。”——“如果我们数一数，在这里的（A）和那里的（A'）一样多吗？”——“是的，数量一样，因为有相同的颗粒。一个冲开了，一个紧密地包裹着，但却是相同的。”

我们看到，并不像阶段Ⅰ的儿童，所有这些儿童都假定了物质的守恒：“一样，但是轻了些”（美伊）；“量是一样的”（西尔）；“它是相同的”（格里尔）；而且最为重要的是，“数量一样，因为有相同的颗粒”（马特）。然而，他们都拒绝承认重量的守恒。对大多数被试来说，膨胀的玉米粒变得“更轻”，这并不意味着他们认为相对重量减少而绝对重量保持恒定不变，而是绝对重量也改变了。更确切地说，这些被

试仍然没有领悟重量和密度之间的区别。那么，他们是通过什么推理系统达到了物质守恒而拒绝承认重量守恒的呢？第一部分的问题是很容易回答的，但是第二部分却不容易回答，因为第二部分的问题涉及压缩和密度所涉及的全部问题。

实际上，儿童仅仅需要使用方法1和方法2（参见第一章结尾）就可以发现玉米粒的实质不变这个特点。因此，一旦儿童假定玉米粒是由玉米面粉、面团、“小的颗粒”或者“表皮”等组成的，他就认识到在取代过程中，如果每个“表皮”或者小的颗粒保持它的同一性，实质就保持不变（方法1），也会认识到颗粒数量保持不变（方法2）。当格里尔说由于“小颗粒变成了面团”，爆开了的玉米粒含有和未加热的玉米粒“相同”的物质，他是在使用方法1；当马特说“数量一样”时，他显然在使用方法2。

然而，在体积剧烈膨胀的情况下儿童理解了物质的守恒，这一事实难道不是儿童获得对密度，比如质量和体积之间的关系，进行直觉理解的信号吗？另外，当儿童认为重量随着体积的增加而减少时，难道这不就意味着儿童在对相对重量而非绝对重量进行思考吗？这也意味着我们的解释是完全错误的吗？换句话说，难道儿童没有使用压缩和解压的格式——正如看到儿童使用例如“紧”或者“爆开”之类的词语一样——在物质守恒和体积增大之间进行协调吗？在我们看来，这种解释完全无效。因为，这距离成为一个真正组合的信号（除了物质守恒之外）还相距甚远，儿童所使用的词语仅仅表明他们将对玉米粒膨胀的发现收编进了基于物质不稳定性的自己的直觉或者前运算格式中。

实际上，当儿童辩称爆开的玉米粒变“轻”了，他们真正思考的到底是什么？例如，美伊声称玉米粒“既然胀开了，那么它的重量就减少了”，而且这是“因为里面有更多的空气”。他绝不是在表明改变了的是一种相对的重量，因为在那种情形中他可能会简单地说：“重量相同，但是它更大，因此它变轻了。”相似地，西尔确信天平会对重量绝对减少的情况进行揭示：“在这里的（A）它很紧凑，因此它会更重一些，但是在那里（A'），它完全开了，它爆裂了，因此它的重量少一些。”格里尔也没有考虑过所谓的重量减少密度就减少这个问题，却将其当作一个绝对的丧失，不仅如此，这点在他身上是十分明显的：“我不知道为什么，但是你自己能够看到啊。”最后，当马特确切地陈述道：“玉米粒吸入了热量”，以及“空气的重量要比玉米粒的重量少；它拿掉了一部分重量”，他想出了一个更充分的解释，因为当玉米粒胀开时“它失去了一部分力量”。对这个阶段的儿童来说，没有更清晰的说明方式了，重量还不遵从通过部分之和定义整体的组合规则，但是重量保留了一种力量，因此通过它在手上施加出来的压力，能够以直觉的方式来评估它。如果顺着这个思路思考的话，一个紧密的玉米粒似乎真的要比填充了空气的玉米粒更重一些，也可以说更坚硬、更有力量一些。

换句话说，使用如“紧”和“爆开”这种表达来描述加热之前和之后的玉米粒，绝不是儿童对压缩和解压的理性格式进行使用的证明。例如，通过这种格式，整体的重量和总的颗粒体积保持不变，仅仅只是整体体积发生了变化。实际上，直到阶段Ⅲ，儿童才会掌握重量的恒定性；直到阶段Ⅳ，儿童才能从整体体积中区分出总体积之和这个概念。因此，在现在这个阶段我们不能简单地说一个压缩和解压的运算格式只是一个经验“膨胀”格式的简化，根据这种格式，只有物质是恒定不变的，但是空气填充进去，随即改变了它的重量和体积。因此，美伊宣称玉米粒“因为里面有更多的空气”，所以玉米粒已经“膨胀开了”，而且空气来自于火：“烟进到了颗粒里。”就西尔来说，只是简单地描述玉米粒已经“爆开”了以及“它完全开了”。格里尔解释道“小颗粒变成了面团”，因为“它爆开了；热量总是这样做的”。马特认为玉米粒像一个由连续的层次构成的洋葱一样，他相信热量将“互相包裹着的紧密的表皮”拉开了。现在，这些反应没有一个是基于分离和取代的，压缩和解压是颗粒的空间排列的直接结果的原子格式的一部分。反而，由这些儿童提及的“膨胀”词汇反映了一个认为玉米粒有一个伪弹性或者不稳定的结构的信念，比如它仍然建立在一个直觉的和知觉的格式之上，就像将“膨胀”看成是改变了玉米粒重量的证明一样。

第二节　阶段Ⅲ：体积还未守恒时的重量守恒

我们看到阶段Ⅱ的儿童只相信物质守恒，却认为重量在减少体积在增加。重量从物质数量中分离出来的结果是一个司空见惯的事情，因为在黏土和糖块实验中，（这种情况）在阶段Ⅱ的儿童身上也发生过。相对而言，重量从体积概念中分离出来却是一个新特征，我们会在软木塞和水晶透镜实验（第八章）中再次遇到这种情况。在阶段Ⅲ儿童的反应中，当重量获得守恒时，从而允许了大（ponderous）颗粒的合理组合变得更为显著。伴随着这点，儿童认为整体体积和微粒的体积都是增加的（就如在阶段Ⅱ发生过的一样）。这就出现了重量和体积得以联系的格式还无法超越对简单“膨胀”的直觉理解这样一个结果。我们在重量关系的范围中已经取得了进步，但是在体积上却还没有取得进展。

先让我们看一看仍然在重量守恒与未守恒之间（阶段ⅢA）摇摆的过渡反应的例子：

伯特（10；0）“为什么这些玉米粒变得更大呢？”——“是热量，它使得玉米粒的温度升高，然后胀开。”——“但是它是如何变得更大的呢？”——“……”——“它的重量又是如何变化的呢？”——“重量应该是一样的，或许变重了。当玉米粒还小的时候，其重量不是很大。但是当它变大时，它就更重了。”——“里面有

更多的玉米？”——“不是的，玉米和以前一样多。”——“那为什么变得更重了呢？”——“因为它变得更大了。哦，不是，重量一样，因为在这（A），它在里面所以是小的，在那儿（A'），它胀开了，但重量不变。”玉米粒“胀开”的原因是在“这个（A）里面有非常小的颗粒”。——“那么那一个呢（A'）？”——“它也有小颗粒。”——“同样的数量？”——“不是，应该是多一点，或许一样多。”——“哪个是对的？”——“一样多。数量一样多，但是在这个（A）中它在里面，也很小，但是在那儿（A'），玉米粒胀开了，颗粒变大了。”

克莱乌（11；0）“A' 更轻。”——“为什么？”——“它分离开，像气球一样充了气，然后冷却变硬。”——“如何变的呢？”——“当你对它加热时，它就变软，就分离开了，然后气（热空气）使它胀开了。”——“重量一样吗？”——“它变大了，所以它更轻了。”——“为什么？”——“在这儿（A），它是密的，在那儿（A'），它变大了。”——“是因为在那儿有同样多的玉米还是不是？”——“应当一样多，只是变大了。”——“怎么会这样？”——“它胀开了。”——“所以它更轻了？”——“哦，不是，一样的。在这儿（A），它包在一起，而在那儿（A'），它变大，被挤出来了。它的各个部分仍然一样，但是它们变大了并且因此占据了更多的空间。在那儿（A），它被挤压在一起，而在这儿（A'）它们一个一个被分离且依次排开。它们的重量一样但是体积更大。”

这里有一些明显属于阶段Ⅲ的反应的例子（亚阶段ⅢB）：

鲁（10；0）“这些玉米粒是由什么组成的呢？”——“里面是玉米面粉。”——玉米粒炸开后：“它变大了。”——“在里面有更多的玉米面粉？”——“不，一样的，因为它仍然是同样的玉米粒。”——“与以前比它是重了还是轻了？”——“一样的。”——“为什么变得更大呢？”——“玉米面粉蹦出来了。”——“玉米面粉是由什么组成的？”——“小颗粒。”——“如果我们能数的话，当爆裂的时候，其数量跟以前一样多吗？”——“是的。”——“那么当玉米面粉爆裂的时候发生了什么？”——“小的颗粒膨胀了。”——“怎么回事？”——“高温使得它们飞散，胀开了。”——“什么意思？”——“它们变大了。”

奥尔特（10；0）“玉米粒变得更大了。”——“那它的重量呢？”——“重量一样，那就是玉米粒啊。”——“但是为什么重量一样呢？”——“因为什么都没有减少。”——“玉米粒是由什么组成的？”——“玉米面粉或粉末。”——“现在有更多的玉米面粉吗？”——“一样多；它更大了，但是跟以前一样。”——“为什么变大了呢？”——“当它爆开时膨胀了，它变得更大更细了。”——“什么变大变细？”——“玉米面粉。高温使得玉米粒爆裂，玉米粒的外皮爆开了。”——“这个（金属）棒是由粉末组成的？”——“不，粉末是由小的颗粒组成的。”——“为什么当你加热的时候粉末会膨胀呢？”——“因为颗粒变大了。”——“当我们加热的时候会有更多的颗粒？”——“不会，但是小的颗粒变大了。”——“为什么

玉米面粉会膨胀呢？”——“高温很强大。”——“那会怎么样？”——“它使得很小的颗粒变大。”——“怎么回事？”——“……”——“有什么事干扰了你？”——“是的，我不知道小颗粒是如何变大的。”

巴斯（12；0）“发生了什么？”——“高温使得这些黄色的东西（外表）爆开，于是玉米粒膨胀了。”——“你说的‘膨胀’是什么意思？”——“里面的颗粒变大了。”——“如果我们对这些颗粒称重的话会是什么样子？”——“大的重量少些，高温带走了它们的一部分。哦，不，它们保持一样，重量依然是一样的。”——“为什么？”——“因为什么都没有减少，它仅仅是变大了。”——“怎么回事？”——“高温使得其裂开了。”——“是什么裂开呢？”——“颗粒。”——“如果我们数一下它们呢？”——“数量将是一样的。这里（A）它们更小，那里（A'）它们更大，但是数量一样，重量也一样。”

因此阶段Ⅲ儿童的反应的典型特征是，将整个玉米粒的膨胀归因于组成它的基本元素的“膨胀”，因此重量和物质的量一样保持恒定不变。

首先，儿童对重量守恒的解释，与在黏土球（第二章）和糖块（第六章）实验中的解释恰好一样。例如，奥尔特将一切都说得很清楚：“重量一样，因为什么都没有减少。”不可否认，这些中间反应的情形表明这一重量和物质之间的联结仍然是受到质疑的，至少在测验的开头，他们相信当单个玉米面粉颗粒“膨胀”时，它们的重量也会发生变化，但是到了阶段ⅢB，儿童就获得了重量守恒，而且自此以后重量守恒就能够独立于体积守恒而存在了。

至于这些被试用以解释总的玉米粒膨胀的“膨胀”格式，除了不仅仅将玉米粒看作一个整体且应用到组合的“玉米面粉”或者粉末的基本颗粒外，其他的与我们在阶段Ⅱ遇到的是一样的。实际上，因为这个阶段的儿童已经知道重量和物质的组成，他就在通向原子论的道路上迈出了里程碑的一步。在阶段Ⅱ，一个被试可能不仅提到表皮或者面团块，还提到相当于构成整个玉米粒的基本元素甚至是恒定数量和物质的玉米面粉颗粒，这些都已经出现了。但是因为这些被试仍然否认重量的守恒，并勉强使用了一个总体膨胀的格式，他们还无法考虑在膨胀过程中的这些小颗粒的行为（behaviour）。阶段Ⅲ的被试可能也会强调，颗粒转换成了面团或者面块，但是在更多情况下，他们明显地引用了粉末，这些粉末的构成颗粒在由颗粒的“肿胀”引起膨胀过程中是守恒的。因此伯特解释到，“小颗粒”的数量保持恒定，但是“当它胀开时颗粒就变大了”。根据克莱乌所说的，基本的“颗粒”已经“变大”。首先，它们是“被挤压在一起”的，但是在玉米粒爆开之后“它们一个一个被分离且依次排开”。对鲁来说，他相信当玉米粒爆开的时候，“小的颗粒”在数量上保持恒定不变。奥尔特认为“小的颗粒变大了”，因为“高温很强大”；即使他补充说自己并不知道精确的过程是怎样的，但是这表明他对物质进行了严肃的思考。根据巴斯所说的，颗粒在玉米粒爆开之后变大了，但是“数量是一样的”。

因此，在阶段Ⅲ，原子论已经成为一个共同的解释准模式。然而，他们能够用两个十分不同的原子论格式来解释玉米粒的整体膨胀。首先，阶段Ⅳ的特征是：颗粒或者“小颗粒”在体积上保持恒定，但是当加热的时候就分离了。这是压缩和解压的正确运算格式。其次，阶段Ⅲ的特征是，问题简单地被替换成了整体膨胀的原因是原子自身的膨胀的基本原理。很明显我们在此所持有的不是一个真正的组合（当然除了重量和物质的组合），但却是一个直觉的转换：认为每个颗粒的体积都是变化的，整体体积的增加要归因于无法解释的总微粒体积的增加。因此可以毫不夸大地说，阶段Ⅱ儿童的直觉“肿胀”格式已经传递到了阶段Ⅲ，在阶段Ⅲ它简单地扩大到了基本元素上。我们必须小心地将这种格式与在阶段Ⅳ才出现的压缩的运算格式进行区分。如果这样做的话我们就会发现，与在第六章（糖块的溶解）所描述的发展非常相似，其中压缩运算的组合也没有出现在体积守恒之前，体积的守恒直到重量的守恒之后才开始得以建构。除了一个包含溶解，而另一个包含膨胀外，这两个发展之间的仅有区别是，在第二个发展中，原子论的方法比在第一个发展中更不常见：它能够被一个可见的微量或者部分的系统所取代。因此，当仅有少数的被试将溶解的糖看成一种糖浆时，相当多的被试现在相信玉米粒是一种持续的面团或者可以被拉开的棉绒。然而，即使对于他们而言，我们还是很容易区分阶段Ⅲ的体积特征的直觉转换和阶段Ⅳ的运算组合的特征。换句话说，原子论并不是突然出现的，而是从前面的阶段Ⅱ逐渐发展而来并得以巩固的，每个阶段都有一个组合的典型模式，原子论仅仅是一个顶峰而已。

第三节　阶段Ⅳ：颗粒体积的守恒与压缩和解压的组合

在阶段Ⅳ，颗粒——无论被看成是断续的颗粒还是连续的块——都被认为是在物质、重量和体积特性上恒定不变的，最重要的是玉米粒的扩张既可以由（1）颗粒的分离，也可以由（2）连续团块的膨胀来解释。

让我们开始先看看属于第一类型的反应——颗粒分离的例子：

伦斯（9；6）“一旦玉米粒爆裂，其重量将不会发生变化。”——“为什么？”——“有同等数量的玉米面粉。”——“为什么会变大呢？”——“是因为发生了爆裂。”——“玉米面粉是完整的吗？”——“它充满了小的颗粒。”——“当我们给它们加热时，会变多还是变少？”——“数量相等。”——“那为什么会爆裂呢？”——“小的颗粒大小保持不变，但是它们爆出来了。”——“什么意思？”——“它们合在一起就少了，分开就多了。”

舍夫（10；0）重量和物质将会保持不变：“那么为什么会变大呢？”——“因

为分得更开了。”——“是什么东西？”——“里面的东西，一些白色的东西：一种很小的白色粉末。”——“它是由什么组成的？”——“小颗粒。”——“你说‘分得更开’，是什么意思？”——“当我们给它加热时，使得小颗粒更小了。”——“怎么会这样？”——“那部分分离出来，分得更开了。”

乔尔（11；0）“物质多了吗？”——“没有，它没有变大，分得更开了。”——“那如果我们把它放在天平上称重呢？”——“它的重量是一样的，因为它内部空了一些。”——“玉米是由什么组成的呢？”——“玉米面粉。”——“为什么当我们加热的时候它会分离？”——“因为玉米内部充满很小的颗粒，这些颗粒会分离和爆裂。”

杰卡（12；0）“它膨大了。”——“什么东西？”——“玉米粒里面的东西，玉米面粉，我的意思是面团。”——“面团和以前一样多吗？”——“是。”——“如果我们称一下呢？”——“它的重量一样，它仅仅是膨胀了。”——“为什么？”——“一些空气进入到颗粒中，由于加热而产生的热气进到里面了。”——“然后呢？”——“然后空气进入玉米面粉的颗粒中，使得大的颗粒膨胀。”——“玉米面粉里有颗粒吗？”——“有的，它像一种粉末。”——“当我们给它加热时会得到不同数量的颗粒吗？”——“不，数量是一样的。”——“它们会变大还是变小？”——“它们保持原状。”——“那么它们为什么膨胀了呢？”——“因为热空气把它们拉开了。”——“那么在热空气拉着它们分离之前这些颗粒是什么样子的呢？”——“紧紧地挤压在一起。”

下面的例子属于第二种反应类型——连续团块的膨胀：

索罗（11；0）“高温使得它打开并发生爆裂。”——“为什么？”——“高温使得它变大。”——“如何变大的？”——“我不知道，从来没有人告诉过我。在它里面有一些空气。”——“在玉米粒里面有比以前更多的东西吗？”——“不，一样多，只是它的外皮容易爆裂。它变大了。”——“如何变大的？”——“它打开了。”——“什么意思？”——“它瓦解了，它里面填充进了空气，我认为是高温干的。”——“但是它是如何变大的呢？”——“在这（A）它是紧密的，挤压成整块，但是随着高温它爆开了。”——“它更重了吗？”——“一样重，因为这个（A'）和那个（A）完全一样。”——“你是怎么知道的？”——“因为那个（A）是一整块，它们挤压在一起，但是这个（A'）在高温下已经爆裂了。”——“将你在显微镜下看到的两个玉米粒画出来。”他画了个大的圆圈表示 A，画了更大的圆圈表示 A'，用一系列的交叉线代表颗粒的分离。——“你可以看见这个 A 非常满，充满白色的物质。如果我们把那个（A'）放进这个（A）里，我们能把它完全充满。”——“你能肯定它们的重量相同吗？”——“是的。”——“你如何解释？”——“在这儿（在 A' 里直线间的间隙），只有空气没有别的。”——“它是怎么进去的？”——“有许多小洞，它不像第一个一样完全密封。”——“如果把它们放在显微镜下面，

我们会看到什么呢？”——“我们会看到一个带有小孔的大球。”

这些反应与那些阶段Ⅲ儿童所产生的反应有非常明显的不同：这表明（这个阶段的）儿童获得了他们所能找到的最合理的解释。儿童第一次通过将守恒（包括总体的微粒体积的守恒）原则应用于颗粒这个基本元素上，解释了玉米粒的整体体积的变化。实际上，和阶段Ⅲ的被试不同，儿童不再相信“小颗粒”或者基本颗粒的“肿胀”，即他不再通过转化问题来解释整体的膨胀了。例如，伦斯和杰卡两人宣称小的颗粒“大小保持不变”。至于索罗，当他认为面团在膨胀期间“打开”了，他并不是在说颗粒的浓度的“肿胀”或者变化。换句话说，所有这些儿童已经开始认识到，整个玉米粒体积的增加是由于体积保持恒定的基本元素在空间组合上变化的结果。根据索罗所说，玉米粒“随着高温爆开”，但是在常温下是“挤压在一起的”，例如当还没有被加热时玉米粒是“整块”或者“非常满”的，但是当热气通过“小孔”进入里面时就爆开了。根据伦斯所说，“小的颗粒”爆开而且分离了。根据舍夫所说，玉米粒中的“小颗粒”变得更小，作为粉末状的颗粒产物“分离开了”；根据乔尔所说，“小的颗粒分离和爆开了”。当杰卡说，在玉米粒爆开的时候本来常态下是“紧紧地挤压在一起”的颗粒，没有发生类似的变化，但是“热空气把它们拉开了”时，杰卡就产生了一个非常精确的格式。

很明显，玉米粒的压缩和解压是由于它分离成了谷粒或者颗粒及其随后的替代，这是相同群集运算的结果，我们在阶段Ⅳ的儿童对糖块（第六章）溶解的反应中遇到过，只是现在变得更外显了。这些运算的发现非常好地体现在逆运算的形成中。在早期阶段，“肿胀”被看作是一个不可逆的转换，因此很明显这就与解压的运算格式有所区别：即使被试可能想象“肿胀”颗粒能够恢复初始状态，儿童也是在对一个经验过程进行思考，并非进行可逆运算，而且这恰恰是因为他们仍然不能够用 A 中的元素体积组合成 A' 的总体积。相比之下，当索罗解释道：“如果我们把那个（A'）放进这个（A）里，我们能把它（A）完全充满”，他正在心理层面上演示压缩的运算和它的逆过程，这就能够证明他解释的正确性。因此有联系的可逆性运算首次得到了证实，这种发展进步正是阶段Ⅳ的首要特征。

在阶段Ⅰ，是完全不可逆的，因为玉米粒的膨胀源于物理学上的一个单维的发展生长过程。到了阶段Ⅱ，我们有了第一种可逆组合，但这个可逆组合只局限于物质的实质：原始的玉米粒由表皮、生面片或者玉米面粉的小颗粒等组成，而且这些颗粒，每个都多多少少变成了膨胀的玉米粒，这些被认为在重量和体积上发生了变化，但是在物质数量上并没有发生变化。因此如果 S 是最初实质的总体的话，而 S_1，S_2，S_3，…就是它的各个部分，如果 S' 是最终的物质实质的话，S_1'，S_2'，S_3'，…则是它的各个部分，如此一来，我们就有公式 $S_1+S_2+S_3+\cdots=S$，和 $S_1'+S_2'+S_3'+\cdots=S'$。另外，无论它们之间在表面上如何不同，我们还有公式 $S_1=S_1'$，$S_2=S_2'$，S_3

$= S_3'$，等等，由此 $S = S'$。但是 S 和 S' 的体积，或者重量都还不能够在这个或者另外的其他可逆方式中得以建构。实际上，阶段Ⅱ的儿童将玉米粒的膨胀想象成了一种受热空气影响而产生的整体膨胀，这就以一种不可逆的方式彻底转化了整个系统。例如，让我们假定那些儿童相信重量和体积同时增加的情形（例如，$V' > V$，$W' > W$，而 V 和 W 是初始的体积和重量，V' 和 W' 是最终的体积和重量），使用组合 $V' = V + V''$，其中 V'' 是因为加热而增加的体积，$W' = W + W''$，其中 W'' 是因为体积的膨胀而引起的重量的增加。所以，要么 V'' 仅是热空气的，即 V 的部分之间的间隙空间的体积，我们将有一个阶段Ⅳ的不属于这种情况的反应；要不然 V'' 仅仅是经验的差异，在这种情形中，在表达上逆转，为了达到分类的目的或者使得数据序列化而应用公式 $V = V' + V''$ 都是可能的。但是即使这样，仍然不可能用 V 的元素建构 V' 或者 V''，因为在膨胀期间这些元素本身就被认为发生了变化。那么如果体积 V 是由各个部分的体积 $V_1 + V_2 + V_3 \cdots$ 组成的，并且 $V' = V_1' + V_2' + V_3'$，我们就无法得到 $V_1 = V_1'$，$V_2 = V_2'$，等等。在儿童对重量的建构上也遇到了同样的困难。

但是即使儿童可以假定重量随着体积的增加而减少，我们就真的能够宣称儿童已经掌握了比率 W/V 的可逆性组合吗？不言而喻，通过从绝对的重量 $W = W_1 + W_2 = W_3 \cdots$ 中区分出相对重量 W/V，儿童能够通达这个组合，但是到了阶段Ⅱ，儿童仍然在 W 与 W/V 之间产生困惑，结果还是不能由 W 建构出 W'；在一种没有恒定不变的元素参与的情况下，由膨胀和相关联系不可能建构出一个包含可逆性的群集。需要承认的一点是，儿童可能对他们知觉到的或者主观设想的不同进行序列化，也可以对相关的项进行分类，或者甚至同时序列化和分类，这就又回到了计算或者测量上，但是来自于这些形式运算结果的组合只不过不再是例如关系的系统或者规则（这可能是真的或者假的）的逻辑群集或者数学群了。而有关原因的解释，直到这些关系（能够分类的、序列化的或者数字化的物质）的重要内容看起来恒定不变时，例如直到现实自身已经得到类别化后，才会出现；如果没有一种时空类型的物理运算参与的话，这些都是不可能的。

另外，正如我们将在第Ⅳ部分所看到的，类似的形式关系，直到关系的内容为组合准备好的时候，才能得到建构。因此当儿童发现 A 与 B 有相同的重量，而 B 与 C 有相同的重量，他没必要由 $A = B$ 和 $B = C$，再得到结论 $A = C$；如果要这样做，儿童首先必须要将重量当作一个量子。而且如果 $C = D$，儿童没有必要得出结论（$A + B$）=（$C + D$）；实际上，如果 A 由铅制成，而 B、C 和 D 由铁组成，即使在发现了 $A = B = C = D$ 的等式之后，基于“铁和铅要比铁和它自身更重一些”，儿童一般还是认为（$A + B$）要比（$C + D$）更重一些。现在，当阶段Ⅱ的被试假定 W'（膨胀的玉米粒的重量）要比 W（最初的重量）更轻一些是因为加进去的 W''（热空气的重量）是轻的，他们恰恰在用相同的方式进行辩解。因此，正如美伊解释的，

“胀开”的玉米粒重量更少一些，“因为里面有更多的空气……一样（里面），但是轻了些”；或者正如马特表达的：“空气的重量要比玉米粒的重量少；它拿掉了一部分重量”；例如 $W' < W$，因为 $W' = W + W''$！换句话说在阶段Ⅱ，除了物质的数量之外，体积和重量的组成还是不可逆的，所以这个阶段的原子论特征还不能形成运算格式；A 和 A' 的元素 S_1，S_2，S_3，…在物质上被看作是相同的，但是仍然无法建构一个单元或者甚至是重量或者体积的逻辑同一性。

在阶段Ⅲ，可逆性从物质实质延伸到了物质的重量上；例如儿童开始认识到，尽管玉米粒膨胀了，颗粒 $S_1 + S_2 + S_3 + \cdots = S$，这在 S' 中以 $S_1' = S_1$，$S_2' = S_2$ 等的形式上守恒，也在重量上守恒，由此得到（$W = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots$）=（$W' = W_1' + W_2' + W_3' + \cdots$）。但是儿童用以解释膨胀的方法仍然具有不可逆性，因为在想到基本颗粒自身时，儿童依然把后者当作一个“胀大”的东西。现在，如果儿童假定 $V_1' > V_1$，$V_2' > V_2$，等等，那么任何组合都是不可能解释 $V' > V$ 的，这就把问题从整体转换到了各个部分上了。

最后，儿童在阶段Ⅳ达到了完全的可逆性。到了这个阶段，压缩和解压的格式就取代了“肿胀”格式。这多亏了这种新的组合系统，儿童只通过引用 V 的基本元素及其相应替代物，就解释了 A' 的体积 V'，并且将压缩和解压当作是向心的或离心的而不是随机取代的。就结果而言，玉米粒被看作在体积上，还有物质实质和重量上都是守恒的，儿童还能够区分微颗粒的总体积（$V = V_1 + V_2 = V_3 \cdots$）和变化的整体体积，原子论因此获得了它的各个特征的运算的联合，而且原子论也能够引发因果关系的解释。实际上，原子论只不过是群集的表达，是引导被试进行并完成物质、重量和体积守恒的建构的表达；而这恰恰因为后者定义了我们称之为原子的组成元素，并且由于它不仅可以解释实验揭示的不变性，而且还可以显示出种子在爆发后扩大的明显的神秘的变化。因此，当我们比较玉米粒实验和那些在糖块和黏土实验中得到的结果时，我们应该能够发现，儿童从简单的守恒到原子论，再到压缩和解压格式的逐步发展中，存在如此接近的平行模式，这一点儿都不会让人感到惊讶。

第四节　水银的膨胀和收缩

我们还测试了被试对水银温度计中水银波动的反应。既然水银一般表现的“滴”或者可见“颗粒”的概念，而非不可见之原子的概念，这就非常出色地提供了一个可以证明我们的其他结论的方法。现在，正如即将看到的一样，即使这是一种产生较弱表征的测试，儿童在其中的反应却与最后一个一样具有相同的逻辑精密性，这就是我们在此所考量的全部内容。

对刚开始有点儿发展苗头（处于阶段Ⅰ）的被试来说，膨胀的水银既不在重量

上守恒，也不在物质的数量上守恒；他们只是把膨胀看作物质的一个简单增加过程。

亨（7；0）不能告诉我们水银柱上升的原因："与以前比较，有更多的液体或者更多的物质吗？还是没有？"——"有一点点多。"——"你只是这样说说，还是真的有些更多了？"——"有更多的液体。"——"如果我们称重呢？"——"它会更重一些。"——"当它又缩回去的时候呢？"——"那里面会更少一些，而且会更轻一些。"

沃尔（9；0）"它升高了，因为它更热了。"——"为什么当它更热的时候它就升高了？"——"……"——"如果我们称一下重，会怎么样？"——"它会更重一些。"——"为什么？"——"因为我们加了更多的。"——"更多的什么？"——"我不知道。"——"你仅仅只是在说增加了一些东西，还是说这是真的？"——"不，是真的。它更重了，因为有更多的水银。"

处于阶段Ⅱ的被试承认物质实质的守恒，但是仍然相信重量是变化的，无论是加的还是减的变化。

艾帕（8；0）当你加热管子的时候"液体上升了"。——"为什么？"——"因为……"——"什么？"——"因为它是热的。"——"将有更多的液体或者说液体还是相同的吗？"——"是相同的数量，但是液体升得更高了。"——"为什么？"——"……"——"那重量呢？"——"液体轻一些了，因为在相同的地方它少了一些（=因为它热胀了）。"

马登（10；0）"当它是冷的，它就像一块石头，但是热量让它变成了液体，并把它推上去了。"——"怎么回事呢？"——"当加热的时候，它就变成了蒸气，蒸气把它推上去了。"——"与以前比有更多的液体，还是没有？"——"没有新的液体形成，但是它占了更多的空间。"——"重量呢？"——"当它升上去的时候，它就更重了。"

苏姆（11；0）在问有关玉米的问题之前："热量让水银膨胀了；当热量进入到水银中的时候，水银就膨大了。热占了一些空间，而水银膨大了。"——"热量是怎么进入其中的？"——"它非常精细，它是液体。"——"如果我们把温度计放到冷水中会发生什么？"——"当水银是冷的，就会收缩，当热量进入其中的时候，它就变大。"——"当它冷的时候它为什么会收缩？"——"因为它收缩了，它就会小一些。"——"当它膨胀的时候，重量还相同吗？"——"热占了一些空间并且更轻，因此整个的东西都变轻了。"——"当我们把它们冷却下来呢？"——"就没有热量，因此它就会变小，重量就变得和以前一样了。"

因此，在阶段Ⅱ中的做过玉米粒实验的儿童与没有做过的儿童之间的反应有非常接近的相似性。对一些像马登的儿童，认为膨胀的水银因为有更多的体积所以就更重一些（他也解释认为并没有加进去新物质，这点是让人颇为惊讶的）。对其他的

儿童（这类儿童占多数）而言，他们认为膨胀的水银重量更小一些。当艾帕说：“液体轻一些了，因为在相同的地方它少了一些。”他表现出了一个纯粹主观的观点。对苏姆来说，当他宣称热量“进入”水银中的时候，热量就引起了水银的“膨胀”，结果水银就变轻了，而与此相反的是，当“没有热量的时候”，水银就“变小了，就变成了与以前的重量一样的”。这为我们提供了一个很好的经验例证，但是并非一个合理的可逆性例证（参见第三节）。因此，他解释得非常清晰，他没有用到真正的可逆性特点：如果 W 是水银的初始重量，W'' 是“热实质”的重量，那么 W'（膨胀后的水银重量）$= W + W''$；但是，根据苏姆的反应，“热占有了空间，它更轻一些，结果每个东西都变轻了”！换句话说，因为他利用可加的群集对重量进行合成时，只是凭借可以表达为“一个重的物体加上一个轻的物体，重量要比原来单独重的物体更轻一些”的类似自我中心评估，所以是失败的。我们将会在第十章看到，这个方法是尚未发展到群集化的被试所使用的一种典型方法。

到了阶段Ⅲ，儿童获得了一个物质实质和水银重量（如同玉米粒）的完全守恒，但是将热胀要归于元素的“肿胀”，这种元素被认为是分离的“滴”或者作为持续整体的一个简单部分。

莫斯（11；6）“它上升了，但是冷的时候，它会收缩。”——“为什么？”——“因为加热的时候，小滴就会伸展并上升。”——“什么小滴？”——“当你溅出水银，它就组成了小球。”——“那当它冷的时候呢？”——“它们就会跌回到底部。”——“当它升起来的时候它会更重一些吗？”——“不，不是的。小的球没有改变，仅仅是因为热让它们伸展开了并且膨胀了。”

卢格（11；10）“它上升了，随着加热而增加了。”——“比以前有更多的水银还是更少？”——“相同的。当加热的时候，它就溶化了，会流动，但是它没有变多。”——“那么重量呢？”——“更重了。哦，不，还是相同的，因为是一样多的水银。”——“但是为什么它升起来了？”——“它占了更多的空间，就像水结冰了一样。”——“冰比水更重吗？”——“不，是相同的。”——“为什么？”——“因为没有添加任何新的东西。”

有趣的是，即使儿童还没有使用一个原子论的方法，他们也恰恰就是在使用一个与阶段Ⅲ对应的处理玉米粒问题一样的相同建构。下面是阶段Ⅳ的儿童的反应，在这些反应中，经验的格式已经为一个（或多或少更高级的）空间组合的格式让道了。

韦尔（11；0）“为什么水银上升了？”——“当水银冷的时候，就像一块冰块，当加热的时候，水银就伸展了。”——“冷的时候，它很硬吗？”——“不，当冷的时候，水银更挤一些，当热的时候，水银伸展开了。”——“它现在是挤压在一起的吗？”——“是的，当冷的时候，挤在一起，就像在健身房里孩子们都肩碰肩一样。”——“什么挤在一起？”——“水银的部分。”——“它们有更多吗？”——

“不，它们总是保持相同的。”——“为什么？”——“如果你在零度打碎了一个温度计，就会有一定数量的水银，如果你在八十度的时候，打碎了温度计，水银仍然是那么多。”——“那么重量呢？”——“有相同的重量，因为只是伸展开了。”——“怎么会这样？”——“当加热的时候，它有蒸发的趋势，因此就上升了。然后当升起来了就分离成小的单元，但是重量保持相同。”

锡（12；0）“当加热的时候，会让物质有更多的液体。”——“为什么？”——“如果你加热一块儿巧克力，它会流动而且占据更多的空间。”——“为什么？”——“之前它是硬的，现在它膨胀开了。”——“怎么会这样？”——“液体的部分都挤在一起，但是当你加热的时候，它们就分散开了。”——“重量呢？”——“它是相同的，相同的部分。”

利克（13；0）“热量让它膨胀开了。”——“有更多的水银吗？”——“不，水银数量是相同的，但是现在拉伸开了。”——“怎么弄的？”——“它变细了，而且松了。”——“这是什么意思？”——“不挤了。”——“怎么变成这样的呢？”——“是热气，热气和水银混在了一起。当你加热的时候，你就会在水银中得到热气的泡泡，使得水银分开。不，不是气泡，是水银泡泡；非常小的球，当空气进入其中时，它们就分开了。”——“那么当它冷的时候呢？”——“它们就聚在一起，它们全部相互堆积在一起。”

我们看到，即使这些儿童还没有采用一个类似玉米面粉或者粉末，能够非常自然地表现出它们的匹配物的颗粒结构的概念，但是他们借以建构恒定不变性的逻辑却将他们引入了各个部分的空间组合的格式上了。实际上，当阶段Ⅲ的儿童首先了解水银膨胀的变化既没有改变物质的数量也没有改变重量的事实时，他们就已经在思考由各个部分“肿胀”所引起的延伸问题，但是（遗憾的）只是将问题简单地转移到了后者上。如果一旦他们认识到了这一困难，他们就被迫将同样的组合格式运用于体积，那个格式使得他们无法排除表象变化的影响而建构物质和重量的守恒，只有在这一差异下，体积才在事实上发生了变化。然后他们想象了各个“部分”或者“小球”的存在，它们的总体积是恒定不变的，但是它的整体体积随着排列的不同而有所不同，因此将解压的格式应用到类似水银的膨胀上。例如，根据韦尔的反应，给膨胀事先假定了分离：“当加热的时候，它有蒸发的趋势……当升起来了就分离成小的单元”；但是当它冷的时候“它就像一块冰……水银的部分”“就像健身房里的孩子们都肩并肩一样挤在一起”一样。锡也强调，当冷的时候，“液体的部分都是挤在一起的，但是加热的时候，它们就散开了”。利克非常明显地描述了解压的机制，他说，当水银是冷的时候，组成水银的“小球”是“全部相互堆积在一起”的；但是当它是热的时候，因为空气进入到其中，它们就不再那么“挤”了。因此他的解释与阶段Ⅳ儿童对玉米粒膨胀的解释是一致的。

换句话说，即使在这一系列的测试中，他们非常屈从于原子论解释，但是在相

同组合的帮助下，我们还是见证了相同的恒定不变性特征的建构过程。这再一次表明压缩的格式是作为一个整体系统的一部分得以建构的。

第八章　密度的差异

在考察了压缩和解压格式的建构和原子组合之后，我们现在必须对这种格式在何种程度上帮助儿童解释了密度上的差异这个问题进行研究。为了达到这个目的，我们给儿童出示了一个木塞和一个虽然小但是比木塞重的石头（或者出示一块比木塞重但比石头轻的木块与一块中等体积大小的木块），要求儿童判断哪个更轻一些，哪个更重一些及其相应的原因。我们也制作了两个形状和大小相同但是重量不同的石头，例如一块浮石和一块卵石（或者一块银和一块铜），要求儿童解释它们的不同。我们在这里得到的组合答案或多或少可以与我们在前面章节中区分的四个发展阶段相契合。阶段Ⅰ的儿童还不能将重量从体积和物质的数量中分离出来，相信更大块的肯定更重；一旦称重时天平上的刻度显示情况并非如此之后，儿童就开始基于来源的不同或者两个物体增长方法的直觉论据来解释结果。到了阶段Ⅱ，儿童开始将重量从物质的表面数量中分离了出来，但是儿童仍然通过直觉论据解释密度上的差异，未曾涉及元素的体积和重量。在阶段Ⅲ，儿童将重量上的差异等同于体积的差异，用物质数量和两种物体的元素组合项来解释重量与体积是反比的事实，但是在这个组合中仍然还未包含压缩和解压的概念。最后，到了阶段Ⅳ，儿童认为密度的差异源于元素（空间组合）的压缩和解压。

第一节　一个木塞、一个木块和两个卵石：阶段Ⅰ和阶段Ⅱ

首先，在这里列举的是阶段Ⅰ的四名儿童对卵石和木塞测试的反应。

凯克（4；6）说木塞要比卵石更重，"因为卵石更小一些"。——"小的东西总是更轻一些吗？"——"是的。当东西大的时候，里面包含更多。"——"你为什么认为这个木塞要比卵石更重一些？"——"因为里面有更多的东西（＝物质实质）。"——"你自己看看。"——他在手里掂量了一下木塞和卵石后："哪个更

重一些？”——“木塞更轻一些。”——“为什么？”——“因为其中只有木塞，别的什么都没有，而且木塞不重。”——“那么这个木块呢？它比卵石轻，还是重？”——“卵石更重一些。”——“为什么？”——“因为木块更轻，而且它也小一些（这个木块实际上要比卵石大）。”——“但是它比卵石大吗？”——“是的。”——“它更重还是更轻？”——“我不知道。”

达德（5；0）“木塞更重一些。”——“为什么？”——“必须是，因为大的东西重。”——“在你的手里称称它（他这样做了），怎么样？”——“卵石更重一些。”——“为什么？”——“因为它就是那样的。”——“关于这个木块呢？”——“石头更重一些。”——“为什么？”——“因为石头是用来铺路的，木块是用来做桌子的。”

盖尔（6；0）“哪个更重一些？”——“木塞。”——“为什么？”——“因为它更厚。”——“你自己看看。”他在手里掂量它。——“是卵石。”——“为什么？”——“因为木塞是由软木做的，卵石是一个石头。”——“为什么一个石头更重一些？”——“因为木塞是瓶子上的，如果木塞重了，瓶子就会碎。”——“但是为什么即使石头小一些，却更重一些？”——“因为房子是由石头建造的。”

祖儿（8；1）“哪个更重一些？”——“木塞。”——“为什么？”——“因为木塞更大。”他在手里称了一称。“不，石头更重。”——“为什么？”——“因为石头要比木塞更大一些，因此它肯定重。”——“但是它真的是更大一些吗？”——“不是。”——“所以呢？”——“……”——“为什么它更重？”——“石头是小的！如果是更小的那个，它肯定更重！”

八天之后我们再次看到祖儿，问了他一些问题。他说“石头是重的”。——“为什么？”——“……”——“什么在困扰着你？”——“木塞更大一些！”在这里拿出两盒火柴问“是否这个比那个更重，为什么是那样？”——“因为它里面有更多的火柴。”——“那为什么石头比这个木塞更重？”——“因为它里面是白色的。”

接下来列举的是阶段Ⅰ的儿童对所给的两个卵石或相同尺寸硬币的一些反应。

拜尔（5；0）认为铜法郎要比银法郎更轻一些，因为“它是黄色的”。

谢（6；0）认为铜法郎将更重一些“因为它更厚”。——“你自己看看。”他在手里称了称。——“不，是那一个。”——“为什么？”——“因为那一个更厚。”——“什么意思？”——“称重是不一样的。”

弗拉（6；6）“哪个更重一些？”——“那一个。”——“为什么？”——“它更大一些。”——“比另外的一个大？”——“不是。”——“那为什么它更重？”——“因为……”

贝尔（6；0）卵石比浮石更重是“因为它是打火石，你能够用它点燃火柴”。

里尔（7；0）银币更重一些是“因为黄色的银币被做得更轻一些”。——“但

是他们怎么把它做得更轻一些的？”——“因为他们就是像那样做的。”

德拉（7；0）“银币更重些，因为它是白色的金属。”——“为什么白色的金属比黄色的金属重呢？”——“因为那种金属就是那样的。”

玛（7；6）卵石要比浮石重，因为“石头是被创造的。它们会生长。开始它们像小的石头一样非常小。在那之前什么都没有。”

西（8；0）“灰色的石头轻一些，因为它来自于大海，而其他的来自于湖泊。海里有更多的水，因此有更多的石头；它们是轻的，它们总是那样的。”

我们看到，这些阶段Ⅰ儿童的反应与在前面的章节中讨论的反应有些对应。在物质的实质、重量和体积之间没有进行区别，既没有守恒，也没有原子论的格式超越知觉数据。事实上，所有的这些儿童想象重量是与长度或者厚度成比例的，因此物质的数量和球体体积也是如此。因此，凯克认为木塞要比卵石重，因为“当东西大的时候，它们的内部就含有更多的东西。”达德、盖尔和祖儿解释说“大的东西更重”，卵石更重，“因为它是厚的”与“因为它是大的”。同等密度的物体，当体积增加的时候，重量也在增加。儿童的这些反应可能简单地表明，四至七岁的儿童并不知道木塞的密度是较小的。然而，许多在家使用过木塞的儿童几乎都异口同声地告诉我们，木塞是比较轻的物质。凯克说：“除了木塞，里面其他什么都没有，木塞不重”；盖尔解释木塞是轻的，“因为它是由软木做的”。因此，并不是由于儿童忽略了木塞的相对重量才使得儿童认为卵石更轻一些，这里的真正理由是：这些儿童不能将物质的数量从体积中分离出来，也不能将物质的体积从重量中分离出来，或者更为精确的表述就是，他们无法领会到 *A* 可能比 *B* 重一些，也会小一些这一点。当两个物体的体积相等时，这些儿童发现很容易预测物体的具体重量或者密度。但是一旦重量和体积成相反比例的时候，他们考虑到后者与前者是成比例的，甚至在对木塞和石头的重量进行称量后，他们仍然坚持保留已有格式：物质的重量＝体积＝数量，从而否认了他们自己的感觉证据。例如，凯克断言木块要比卵石更小，实际上却是木块更大一些；例如，凯克声称木块比鹅卵石小，而事实上比鹅卵石更大，祖儿虽然年龄稍大一些，但走得更远：当他意识到即使鹅卵石比木塞重，但却比木塞小，他引用了我们在其他地方[①]所描述的逻辑部分，并解释说“石头比软木大，所以它一定更重”。八天之后他还是对此充满了怀疑，因为他记得实际上石头在两个展示物中是较小的一个。同样地，谢宣称因为铜法郎比银币“更厚”所以更重，但是当他看到银币更重一些的事实时，他却通过宣称在两者中银币肯定要厚一些而宣告了这场对话的终结！弗拉再次强调“黄色”硬币更大所以更重。

简言之，阶段Ⅰ的儿童，无法将重量上的数量差异从物体的体积与物质数量中分离出来。然而，在儿童举起不同东西的时候，既然我们无法帮助儿童觉察到重量

---

① 皮亚杰和斯泽明斯卡：《儿童的数概念》，劳特利奇与基根 · 保罗，1952，第七章。

上的差异，就迫使他寻求一种原因解释，那么当出乎意料的证明与他习惯上的感觉截然不同而使他处于困惑中时就无法让他获得一个有关重量和体积的数量关系来。最简单的解决办法是将重量和体积转化成物质的数量，并将之一直呈现在那里。因此当儿童试图考虑自己的观察时，他们可能会产生简单的争论，像凯克认为因为“其中没有别的，只是木塞”，所以木塞更轻；像盖尔认为因为“它是由软木做成的，而卵石是石头”，所以木塞更轻；像德拉认为因为“那是一种金属”，所以银币更重。其他的儿童则又一次将物体的重量归因于一些仅仅基于现象论得出的固有品质上，例如“因为它是黄色的”（拜尔）；或者“因为它里面是白色的”，所以卵石更重（祖儿）。要不然他们就会举出一些类似目的论类型的解释：因为“必需的，它就是那样的”，所以卵石更重，或者因为它是用来“铺路的”，所以更重（达德）。类似的，盖尔认为木塞肯定是轻的，否则的话它会打碎瓶子，石头是重的，因为石头是用来建造房子的。儿童因此常常从目的论行进到人为主义上，要不然在讨论时他可能会引出原始的地方或者物体发展的过程：“石头做出来的。”玛解释道，“它们会生长。一开始它们非常小，并且在那之前什么都没有。”

阶段Ⅱ带来了一个里程碑式的进步：体积、物质数量和重量有了分离。在前面的章节我们看到，完整的未分化的原始阶段紧随着第二个阶段的脚步；在此阶段，物质的守恒（但仍然不是重量或体积的守恒）得到建构，一个原子论的基本形式仍然无法基于一个真实的空间组合服务于解释歪曲、溶解、膨胀或者冷缩的永恒性特点。现在，相同的阶段也出现在当前的系列实验中。在那里，采取基于密度上的不同对重量进行了正确的评价形式，例如，基于发现，儿童认为物体的重量并非单独由体积决定，而且又由“物体当中包含什么”来决定。然而，在这个阶段，因为重量的守恒在应用到形状改变的例子中时（第二章，第五章，第七章），仍然还不能得到充分的数量化。重量保持在一种现象学和自我中心主义的直觉概念上。换句话说，它还保持在一个物质的实质品质上，在这个阶段被试仅有的进步在于他们能够将重量与物质的内容联系起来，而不再单独地考虑体积。然而，这个新的角度仍然不能让儿童在物质重量和数量关系之间，或者重量和体积之间获得解释它们真正关系的组合能力。因此，对待密度差异的方式与第一阶段儿童的方式是一样的。

达夫（7；0）在进行物质实验之前，实验者问：“大的东西总是比小的东西重吗？”——“不是。”——“为什么不是？”——“因为一些大的东西要比小的东西轻。”展示一块卵石，一个木块和一个木塞：“哪个更重？”——“卵石。”——“更轻的呢？”——“木塞。”——“为什么卵石要比木塞重？”——“因为一个是软木制成的，另一个是石头。”——“那么为什么石头要比软木重？”——“……”（在黏土球的实验中，达夫已经采用了物质实质的守恒，但是没有采用重量的守恒。）

杰德（8；0）“卵石更小，因为它是一个小的石头，但是卵石更重，因为它

是石头组成的。”——“为什么？”——“因为它是由土壤组成的。”

罗伊（8；0）三个物体：“哪个最重？”——“石头。”——“那最轻的是什么？”——“木塞。”——“为什么？”——“因为它是木塞。”——“哪个是最大的？”——“木塞。”——“最小的呢？”——“石头。”——“那么为什么它更重？”——“因为它是一块卵石。”——“为什么那使得它更重呢？”——“它得到了更多的重量。”——“为什么木塞是轻的？”——“因为在木塞里面的东西要比在卵石里面的东西轻。”——“精确地说里面是什么？”——“树上的木块。”——“为什么那是轻的？”——“……”——“哪个更重，木塞还是这个木块？”——“木块。”——“为什么？”——“因为它不是来自同一棵树上的。”——“所以呢？”——“木块得到了更多的重量。”——“但是为什么当木块更小一些时它应该更重一些呢？”——“因为它不是相同的木块。这里（他指出在木塞中有裂缝）有一些地方没有软木，你可能会说是洞；它们恰好没有被填满。”——实验者劈开了木塞，“哦，不，它完全满了。”——“所以呢？”——“木塞要少一些重量，因为它不是由同一棵树制成的。”

查（9；0）是另一个被试，通过黏土球测验发现他处于阶段Ⅱ：当要求减少其中一个球的重量时，他只是尽力将它压扁。当给他展示卵石和木塞时，他说：“卵石更重，因为卵石由石头制成。”——“哪个更大？”——“木塞。”——“所以呢？”——“卵石更重，因为它更小，它是由石头制成的。”

下面是一些阶段Ⅱ的儿童比较两个石头的例子。

卢（8；8）“这个（浮石）更轻，因为它来自于大海深处。”——“但是为什么那会让它更轻呢？”——“水让它更柔软，更轻。你可以看到另外一个来自大山。”

诘（9；6）“水改变了它。这个（卵石）在水中变得更重。”——“怎么是这样？”——“水是重的，把石头放进水里，它也就重了，并且既然另外一个（浮石）不在水里了，它就更轻一些。”

伊尔（10；0）“它（浮石）是一个更年轻的石头；它更轻，因为它没有得到种植；它在地上待的时间不够长，因为少一些培育，就少一些重量。”

加尔（10；0）“这些石头来自于不同的地方，因此它们要么重，要么轻。”——“这些石头来自于哪里？”——“来自于所有的地方，轻的来自于土壤轻的地方。”——“为什么？”——“在山里它比较干。在水里的土，当你将它取出来的时候，它更重。因为水的重量，山石更轻，它们来自于干的地方。”——“如果我们带重的石头到山里呢？”——“它仍然是更重的，因为它长在水里。”

将阶段Ⅱ儿童的这些反应与我们以前遇到的类似反应进行比较，就非常具有指导性。

首先，直接宣称卵石比木塞与石头更重的所有被试在黏土球的问题上已经被质

疑过了，而且这些所有的被试都假定了物质守恒，但是还未假定重量和体积的守恒。现在他们认为物体各自的重量与它们的体积成反比例，甚至预测在两个不同的物体中，一个更大的物体并不一定会更重。这个事实也表明，在现在的系列测试中，他们不再对物体的重量、总数量与体积感到困惑不解了。就如同他们相信的：当黏土球的形状改变时或者当玉米粒爆开的时候，物质数量是守恒的，而重量或者增加或者减少，结果他们也相信木塞比卵石更大，因此包含着更多的物质实质，但是由于物质品质的原因，却会更轻一些。

那么，是什么促成了这种奇特的重量概念呢？更为特别的是，这些被试又是如何解释密度上的差异呢？因为我们对儿童在密度的初始解释和最终解释之间的差异进行比较，进而阐明儿童在物理运算组合上的发展进步，再没有什么做法比得上这点了，所以值得我们在这个问题上驻足研究。

阶段Ⅱ的多数被试相信，物质的数量与体积是直接成比例的，但与重量成反比例。然而接下来他们重建物质数量、体积和重量之间的直接比例，但是将物质的微颗粒数量从外显的或者球形的数量中区分开来，将微颗粒的体积从球形体积中区分开来，则要归功于相对“完整”（阶段Ⅲ）和相对“紧密”（阶段Ⅳ的压缩特征的格式）的概念。结果，他们来假定卵石比木塞包含着更多数量的元素；但是即使是木塞，如果在一个压缩的状态中，作为两个中更大的一个似乎包含有更多的物质。既然这是一个微粒子类型的基本组合，那么就能够解释密度上的不同，而在物质实质（这也因此几乎提高了“质量”的地位）、重量和体积之间强调简单的运算关系，这也要归功于压缩和解压的格式。简言之，因为这很像玉米粒的膨胀脱离了物质的实质、重量甚至是不变的微粒子的体积而最终被当作一个球形体积的变化，所以，卵石、一个木块和木塞在密度上的差异最终要归于一种重量随球形体积和物质表面数量而发生反比例的变化，直接与物质的真正数量和微粒体积成正比例变化的事实。阶段Ⅰ被试的错误在于，他们直接简单地将正比例关系应用在表面数据上，而没有将表面数据从微粒关系中区分开来，一旦这点得到纠正，初始的关系就变成运算的关系，并把它们自己整合到了可逆组合当中。

现在，虽然阶段Ⅱ的被试相信物质的表面数量或者球形数量或多或少会因为球形体积而有所变化，但是因为缺少一个充分的微颗粒组合，他们还不能将这些总体从物质数量或者元素的体积中区分出来。非常明确的一点是，这个阶段的儿童仍然不能把一个主体设想成由重量和体积守恒的大量部分组成的不变整体，尤其是因为他们还没有考虑到各部分之间紧密相关的程度，所以即使在形状改变的过程中，当第一个保持恒定而后者有所变化时，他们也只能把整体的物质数量直接与球体体积成比例来考虑。那么在那个例子中，他们是如何考虑密度上的差异呢？

在阶段Ⅱ，既然他们还不能通过引用体积或者物质的总体数量做到这点，那么

儿童没有别的选择只能依赖于直觉——正如我们所看到的，这是一个典型阶段Ⅱ中重量有所差异的取向。这就解释了为什么这些被试，像那些阶段Ⅰ的被试一样，仍然引起了基于模式或者各个不同主体来源之处的实质特性，这些被试的发展进步仅仅在于，他们已经调节了他们的万物有灵论和人造主义，而且试图通过纯粹的特性组合解释重量上的差异。因此杰德说因为石头由土制成，所以石头重，罗伊引出“里面是什么”，在组合上没有尝试。然而，当他强调木塞没有得到“合适的填充”时，他似乎走在正确的轨道上；但实际上，他没有将这部分应用到微颗粒的结构上；他所想的只是一个洞（木塞中有缝隙这点让他产生了这个观点），一旦他看到劈开的木塞里面的时候，他就放弃了自己的观点。对于两个石头，最常见的论点是水使浮石变轻了，这就解释了卵石为什么更重一些……或者说恰恰相反（参见卢和诘）。根据艾的说法，因为浮石小所以更轻，而因为卵石在地里待了更长时间，所以更重：“它被种植得少。”加尔解释说即使在置换的期间，原来的特性总是守恒的：如果浮石转换成了一座山，“因为它长在水里，所以它还是更重”。奇怪的是在固体形状改变过程中还没有掌握重量守恒的这些儿童应该相信原始的，想象的品质是如此的持久不变——至少当他们的论点要求他们应该如此时是如此！

第二节　阶段Ⅲ：用“相对充满”对密度进行解释

在阶段Ⅲ，出现了两个用微颗粒的组合成功解释密度的例子：一个对应着相对充满的概念，另一个基于压缩和解压的格式。两个例子之间的差异与玉米粒元素的膨胀及其相对压缩的格式之间的差异是类似的。阶段Ⅲ的特征是重量守恒和物质数量在运算上联结起来了。然而因为卵石、木块和木塞的重量与相应的体积是成反比例的，由此看起来重量与物质数量似乎也是成反比例的，而仅有的协调重量和物质数量的表面手段就是对物质或多或少是充满的这点进行考虑，而这也恰恰是被试所做的，即使他们是通过一个十分新鲜不同的方式在物质的表观数量或者整体的数量与微粒或总体数量之间进行考虑。在前面已经完成讨论的部分，在很大程度上已经解决了物质形状改变时的物质守恒问题，而在本章我们要解决的是不同密度物体的守恒问题。对于玉米粒来说，儿童甚至都能够构思一个保持实质守恒的基本元素的膨胀；然而在现在的例子中，儿童必须将主体的相对充满性归于微粒物质中的数量差异性。

在分析儿童有关卵石、木塞等体积的概念的过程中，实际上我们必须在“充满”和“紧密”之间进行仔细区分。当儿童说有些是“满的”，他的意思就是说火柴盒里装满了火柴：火柴盒里的火柴越少，盒子就越轻。换句话说，还不存在真正的空间组合，经常也没有精确的原子结构，仅仅只是有了真空和充满的概念。相对而言，

例如，压缩和解压格式的“紧密”暗示了微粒的概念，微粒的分离受制于空间组合，整体体积的存在与紧密性成反比。更别说我们将会发现许多介于中间的反应，尤其在缺少严肃的辩论时，一个被试宣称一个方法有助于另外一个方法。

这里先介绍一些处于边缘阶段Ⅲ（亚阶段ⅢA）的被试的反应：

玛斯（7；6）相信在物质守恒中，仍然没有重量的守恒。他对卵石、木块和木塞的重量即刻有了正确的评估，首次对大的物体并不总是最重的进行了描述：“为什么不是？”——“因为卵石要比这个木块重，即使木块更大‘一些’。”——“卵石怎么会更重一些呢？”——“因为它更满。”——“那是什么意思？”——“意思是它更厚。”——“它比木块更大？”——“不，它更小。”——“那么它怎么会更厚？”——“因为小的卵石比块状的木块更厚。”——“为什么？”——“因为它们更满。”——“在这两个中（木塞和木块）哪个更重？”——“那个（木块）。”——“更厚的呢？”——“那个（木塞）。”——“为什么？”——“因为木塞比木块更大。”——“为什么它更轻？”——“因为有时候块状的木块要比一个木塞更重，因为木塞更轻。”——“但是怎么木块既是更小的，又是更重的呢？”——“因为在这个木块中有更多的东西，在木塞中有更少的东西。”——“那意味着什么？”——“意味着它更满。”

贝（9；6）接受了物质守恒，但是并不确定重量的守恒：“石头更重，因为塞子是由木塞做成的。”——“为什么石头更重？”——“因为硬的东西是由石头制成的。”——“为什么这让它更重？”——“因为它里面是不同的：木塞有好多洞，而石头里面填满了沙砾。”——“为什么这让它更重？”——“因为它是石头。”——“那这个呢（一个黏土球的模型，体积与石头一样）？”——“石头更重，因为黏土球是用土制成的。它里面得到了水，水是液体。”——“那么怎么样呢？”——“黏土球是轻的，因为它不是硬的。”

戴博（10；0）也开始将重量和硬度联系了起来，但是超越了阶段Ⅲ的格式特征：“木块最大，而卵石最重。”——“为什么？”——“因为这个木块最长，而石头更硬。”——“为什么当它更硬的时候就更重？”——“因为它里面填满了。”——“那么木块呢？”——“它轻，因为它长。”——“怎么会这样？”——“它长，因此它很容易拉开（=它不硬）。”——“那么怎么样？”——“它被拉开了。它更轻，因为它有更多的尺寸（参照‘膨胀’的概念）。”

接下来对阶段Ⅲ的一些反应（亚阶段ⅢB）进行澄清：

哈伯（8；0）假定了重量的守恒。木块和木塞：“木块更重。”——“为什么？”——“它更满。”——“那么那个呢（石头）？”——“石头是所有当中最重的；它一直是更满的。”——“为什么？”——“它是充满的。”

哈尔（9；0）“木塞并不那么重，石头更重。”——“为什么？”——“石头中有更多的东西在其中，这让它更重。”

斯柯（9；0）“石头更重，因为它是满的，里面有更多的沙砾。”

雷柏（10；0）“卵石要比木塞更满。”

科瑞（10；0）“石头是满的，木塞更蓬松，没有那么满。”

格罗（11；0）“卵石是满的，木塞松一些；我们能把它拉开（参照‘膨胀’的格式）。”

帕特（12；0）“石头中有更多的东西；它是更满的，这就使它更重。”

下面是对两个石头比较的一些例子：

埃尔伯（8；8）“它们相互一样重吗？”——“很难说（再放在手里感觉它们）。哦上帝，就看这个（指着天平），你可以说它（浮石）完全是空的。”——“所以呢？”——“这个（卵石）是完全满的，而那个是完全空的。”

奥尔特（10；0）“一个其中有点儿空，它里面可能有些洞；另外一个完全是满的。”

利尔（11；7）“因为一些石头比其他的满，这个里面是充满空气的；它有很多空隙。如果我们把它打开，我们将会看到有些地方的石头不见了（画了一个圆圈，另外一个填满了洞）。灰色的这个和糖块一样轻，因为它的里面有些空，那就是我想的，另外一个更结实，它是满的。”

沃克（11；8）称了两个石头的重量，然后宣布：“哦，我从来就没有相信过。这一个更结实。有人可能说另外一个因为水空着，这个是硬的，里面的东西比另一个里面的多。”——“怎么会这样？”——“你必须得看看，如果我们将这个石头打碎（卵石），我们就会发现有好多洞；它有许多充满空气的小洞。”——“那么另外一个呢？”——“比另一个石头里面有更多的东西。”

夏尔（12；0）“这个比那个更轻一些，因为它没有那么满，也不是那么满的物质。”

这些是阶段Ⅲ儿童的主要反应，本阶段的儿童开始在物质数量与重量的数量之组合的导向下对密度的差异性进行解释，也开始对物质的表观数量或者整体数量与物质的颗粒数量进行区分。因此，在整个ⅢA阶段，儿童的进步发展是非常明显的，尤其以玛斯的反应作为见证。这不像前一个阶段的被试，对前阶段的儿童来说重量是充足的充分特质，无法得以数量化，因此独立于体积和物质数量。而玛斯试图将重量与后者（体积）进行联结，他首次通过对相对充满的和厚度概念的介绍，将重量从最重要的体积中分离出来了。然而，他还没有马上完成对这些新概念的概化，还处在摇摆不定之中，而且，这些以最有启发性的方式表现出来。对于卵石和木块，很明显儿童用“充满”对厚度进行定义：因为卵石是更满的，所以它更重；因为它更厚，所以它是更满的。由此儿童给予微粒一个物质数量的意义，并将它从总体体积中分离出来。相对而言，当儿童对木塞和木块进行比较时，首次提及“木塞更轻”的说法，他们继续宣告，因为木塞更大，所以它一点儿都不厚。换句话说，他们不

再用微粒项对物质的数量进行思考，但是再次将物质数量与总体体积予以关联。另外，这个返回到早期观念的过程（用括号来说，这为我们提供了对在第二节中提出的观点的极好佐证）迫使玛斯重新将重量作为物质的特性：一个木块，尽管不厚但是更重："有时小块的木块比木塞重，因为木塞更轻。"显然玛斯对这种解决办法还不满意，继续采用阶段Ⅲ的外显格式特征进行解释：木块比木塞更小且更重，是"因为在木块中有更多的东西，在木塞中有更少的东西。"换句话说，他已经将重量减缩到物体的微粒数量上：木块更重，因为它更满。另一方面，贝和戴博提供了一个有趣的转换反应：他们仍然在将重量作为实质特性，还是作为微粒数量之间摇摆不定。贝说石头更重，因为它是由"很硬的东西组成"的；橡皮泥更轻，因为"它里面有水"，因此"它不是这么硬"！现在硬度仍然是物质的特性，但是它包含着一个有关内部结构的线索：木塞不硬，因此不重，因为它"有好多洞"；石头硬，因此重，因为它"充满了沙砾"。戴博在他的解释部分，认为硬度使得石头更重的理由是"它里面是满的"；木塞更轻，因为它不像（石头）那样硬，因此它"更容易拉开"。这个"拉伸"的概念与阶段Ⅱ和阶段Ⅲ的被试所引出的玉米粒的膨胀是相互映照的，但是有所不同的是，"不硬"已经变成了"更轻"和"包含更少的颗粒物质"的同义词。

因此，在阶段Ⅲ所介绍的"满"和"空"的概念标志着儿童对微粒与物质的表观数量之间进行区分的开端，也是在微粒术语中重量数量起源的标志。这个方式毫无疑问表明儿童凭借的是满盒子与空盒子的日常经验和对不同表面特征的检查对问题进行反应的：一个木塞有小的空隙，一个浮石看起来有很多孔，重的卵石看起来光滑，甚至充满了物质。但是如果这个格式是基于日常观察，为什么出现得如此之晚呢？理由是阶段Ⅱ的儿童精确应用该格式的方式，要比一个满的或空的简单盒子的模型更为复杂。这可能表明：重量已经成为一个"东西在其中"的数和表观体积之间的数量关系。因此，当哈尔和帕特说"其中有更多的东西，这使得它更重"；或者当斯柯解释"石头更重，因为它更满；有更多的沙砾在其中"（比木块或者木塞包含更多的元素）；或者，最重要的是，当沃克说两个石头中的一个比另外一个"有更多东西"。显然他们都正在使用这种数量。因此"满"的术语暗示其中有"更多微粒物质"，因此更重。这个概念的反义是儿童有时用的"空"术语，利尔在解释卵石有"更多的空隙，如果我们把它打开，就会发现其中有些小的地方，石头不见了"中就使用类似术语。对于这点，沃克补充说"如果我们打开这个（卵石）石头，会发现有很多洞"。因此，我们在这里再次得到的是"膨胀"格式，但是应用于与它所比较的重量更小，粒子物质更少的物体上。

显然这个表观体积和"里面东西"的数关系，标志着密度数量的开端，它必定迟早引出压缩和解压的格式："满"显然代表的是紧密。然而，我们不相信一个密度

的原子取向是儿童在表面上学会使用紧密的概念之前就出现的。实际上，压缩和解压的原子格式是一个分离颗粒的格式，一些颗粒能够挤进某些颗粒之间的空隙中或者让某些颗粒进一步分开，而阶段Ⅲ的多数被试仍然把高黏度物质，即使有小洞或者缝隙（参照利尔的例子）也当作多少有些连续的物质。毫无疑问，现在当这些基本的未分化的原子形式被应用到耐抗的固体上而非面粉或者粉末上，怎么说都只不过是一个消极的类型。在它与原子论（proper）之间，我们发现了一系列的中间反应：因此，斯柯宣称石头充满了沙砾，而沃克首先想到浮石是多孔的（“我们将会发现有很多孔”），但是随后继续解释说卵石比浮石有“更多的东西在里面”。但是，我们的问题不是在连续的阶段之间设定一个严格的界限，如果这样做的话，那将是一个完全人为的过程，我们应该注意的是阶段之间的差异和相同性。在这个意义上说，这是非常明显的，阶段Ⅲ通过一系列难以察觉的过渡导向阶段Ⅳ，是决定性转折点的标志。

第三节　阶段Ⅳ：用压缩和解压对密度进行解释

到了阶段Ⅳ，儿童不但对物体的重量与物质的颗粒数量成比例这一关系开始领会，而且对物质的颗粒或多或少能够结合在一起，其结果与微颗粒体积等同，物体的压缩与其表观体积成反比例等有了理解。简言之，儿童认识到了密度所反应的事实，物体的表观体积随着物质的微粒数量成正比变化，并有所不同：

里克（10；8）“石头比木塞更重。”——“为什么？”——“因为如果你把它放在水里，它会沉入水底，而木塞则不会。”——“为什么是这样？”——“因为石头更紧密。”——“那意味着什么？”——“它更挤。”——“是什么？”——“里面的小东西（更挤）。”——“怎么会那样？”——“石头是由挤压在一起的沙砾制成的。小的沙砾被压在了一起。”——“你说石头将会沉到水的底部。木块会怎么样呢？”——“它不会。”——“哪个更重，水还是相同数量的木块？”——“水。”——“为什么？”——“在水中，水全部被紧压着，但是木块有小洞。”

马尔特（11；6）“卵石更重。”——“为什么？”——“因为里面的东西；一大堆小的东西被挤压在一起。它是一堆小石子堆积在一起（组成的）并且小块挤压在一起，而木塞没有那么紧密，它充满了小洞。”——黏土球要比卵石稍微大一些：“哪个更重？”——“卵石。”——“为什么？”——“它更厚。”——“但是它不是更小吗？”——“是的，如果你仔细看的话，你会看到它们是由不同的东西组成的。”——“有哪些不同？”——“如果你仔细看，石头拥有的更多。”——“什么更多？”——“更多沙砾，更多小块。”

接下来比较卵石和浮石：

莫尔（10；2） 卵石更重："因为里面的小块比其他石头里面的小块更重。"——"为什么？"——"沙砾挤压在一起，堆成了一块；沙砾粘在了一起，做成了石头。"——"另外的一个呢？"——"我认为也是由小块做成的，但是它们更轻。"——"为什么？"——"因为沙砾更好，它更容易粉碎。"

基尔（11；2）"那个（浮石）来自于一块柔软的岩石。"——"那是什么意思？"——"一块更加容易扩散的岩石，所以它可以被分离；另一个是由更硬的材料组成的。"——"为什么？"——"它更紧，是由挤在一起的沙砾组成的，像在岩石中一样。"

贝特（12；0） 浮石更轻，因为"水可能在里面创造了洞（他弹着它说）。不，中间不空，但是没有那么紧密"。——"另外一个呢？"——"它更重，因为它更紧。"——"为什么这个石头要比另外一个更紧密呢？"——"因为空气。可能在这个（浮石）中的空气已经挡住了它，没有让它变厚（=紧密）。"——"那么这个呢（卵石）？"——"它更加紧密。"[①]

如我们所见，这些儿童不再满足于通过"里面的东西"将密度看作已有体积的相对"填充物"。他们不仅通过引用物质内容的颗粒结构，而且尤其是通过对元素或多或少紧密组合在一起组成了总体体积进行假定定义了"填充"模式。因此在这里我们有一个空间原则，它允许儿童把密度上的差异归于压缩和解压的格式。那么，当要求里克比较木塞、木块和石头时，他说石头由压缩的"更挤"的沙砾组成，甚至增添了运算系统的内在和谐性，这使得他辩称，虽然水是液体，木块是固体，但是水的元素比木块的元素"更紧"，而且因为木块漂浮在水上，所以木块肯定比水更轻："在水里，它被压缩得非常紧密。"马尔特在借用相同的格式解释，卵石要比黏土球小，因为里面的"小东西"是"紧紧挤压在一起"的。对于两个石头来说，第一眼看起来，莫尔简单地将所有重量上的差异归于各自小块的差异，因为他强调在一个石头中的"小块"要比另外一个"更轻"石头中的小块"更重"。然而，实际上他确实也在思考差异的相容性：石头的颗粒"粘连在一起"，"所有的都存在于一个块里"，而浮石中的"更多"沙砾"更容易粉碎"。事实上，当谈到解释密度的差异时，就像在前一章中那样，不再像前一章一样用物体的膨胀与同一物质，那么想象不同维度的谷物就没有任何不合理之处了。因此基尔也将相容性等同于密度：浮石"能够被分离开"，而卵石"更紧密"。贝特同阶段Ⅲ儿童的表现一致，开始用"洞"，也是在赞同压缩中摒弃了相对充满而告终："不，它（浮石）不空，但是也不紧密……

---

① 在联结这些阶段Ⅳ的反应时，我们应该很喜欢提及一个年轻人的例子，他回忆说当他还是一个小孩儿的时候，他常常通过相同的原子格式解释不同的现象。对他来说，所有的东西都是"永久蠕动的小颗粒"。它们的相对密度不仅为不同的具体物体的重量负责，而且为它们的协调一致，颜色，甚至声音负责！因此，他认为亚当的苹果是由一个"声音颗粒组成的小麻袋，逃离了嘴，或多或少很快就依赖于呼吸的力量，每个都成了一个小裂缝"，因此，当一扇门嘎吱嘎吱响的时候，"它就从铰链上掉下了小颗粒的铁；门转动得越快，音高就越高，声音就越大"，等等。

可能（因为）里面的空气。”这种从充满的简单概念到更多浓缩或者更少浓缩的颗粒结构概念，就很清楚地表明第二个概念有遗传学上的优越性：还未曾观察到过有什么反向的发展。

但是，压缩的格式具体是以何种方式成为两者中较好的那一个呢？看起来两种格式都包含着一个空间组合，都有恒定不变性的意蕴，并且最终都表现为某种形式的数量化。那么为什么紧密或疏松的概念就从来没有出现在满和空之前呢？虽然目前的一系列测试仅仅揭示了这种序列的存在，但只要我们将目前的结果与前几章讨论过的结果联系起来，其性质就会变得清晰起来。

首先，认为物体的重量与其整体体积及其表观物质量成正比的特性是第一章至第七章所述的所有阶段Ⅰ的反应，即基于否定所有三种守恒反应的反应和各种形式的原子论。在那个阶段，儿童经久不变地依赖于知觉的和直觉的表现，依然没有学会使用基于分离或者替代的组合。当一个已给固体通过分离或者膨胀改变形状时，儿童就相信它的实质、重量和体积都会有所不同，那么当要求儿童比较两个或者三个不同密度的固体物体时，他们就没有理由认为固体的重量独立于固体的体积，也没有理由认为物体的物质数量不依赖于它们的一般形状。

比较而言，我们已经介绍（见导言）在所有的领域中阶段Ⅱ儿童在物质实质数量上获得了守恒，因为重量和体积依然与直觉概念相联系，所以它们的守恒就从现有的物质数量守恒中分离开来了。那么，在这种情况下，在询问儿童有关黏土球的变形问题时，他会承认物质数量的恒定不变性，但是会对每个替代物随着重量和整体体积而发生变化的情况困惑不解。糖块溶解后产生的颗粒（数量）据说再次保持了守恒，但是重量和体积则有所减少。在玉米粒膨胀时，儿童认为体积增加了，重量一般来说却减少了；那么，物体的守恒让重量从物质实质的概念中分离了出来；体积、物质实质和膨胀被当作一个简单的膨胀或者扩张的过程：依然还未有元素体积的组合。特别相同的事情发生在了密度不同的物质上：重量从体积中区分出来了，但是却保留了一种品质和直觉的概念。至于对物质实质来说，它的确可以通过外延和内涵的量化来构成，但由于物质的元素（无论它们是否是以块状还是不可见的颗粒存在）不是与生俱来就有重量或体积恒定不变的特点，所以儿童仍然没有办法能将物质的颗粒数量从整体或者外观上的数量中区分开来。当儿童能直接对溶解或者膨胀的真实过程进行观察时，这就迫使儿童采取一种微粒的假设，融合或者“膨胀”引起的某种结果格式就可以调和表面变形和微粒的恒定不变性之间的矛盾；但是在不同密度的两个物体的例子中，儿童通过这个格式，只能够基于表观体积将表观数量从颗粒数量中区分出来；因为在什么特性都还没有得到量化之前，儿童就无法从重量的测量或者微粒体积的组合上演绎出这些结论来。因此，孩子限制自己的假设是，物质的数量大致与表观体积成正比，而重量保持独立，每种物质都具有特殊的重或轻的特征。

通过阶段Ⅲ儿童的反应，我们介绍了重量的量化，重量与物体数量组合之间的协调性。与黏土球的问题很类似，在溶解后的糖块和玉米粒实验中，儿童不但对重量的守恒予以承认，而且通过给每个实体的颗粒贴上固有重量的标签对重量的守恒进行了证实。那么结果是物质守恒就自动地传递到了重量的守恒上。在不同密度的实体例子中，这个发现有两个重要的后果。首先，儿童认识到小卵石比大木塞重的原因，其理由是小卵石包含了更多物质，由此完整的概念和重量的量化，以包含在整体的表观体积中的元素数量项表现了出来。第二，物质的量分化为：（1）更为精确的微粒数量的概念［这是“质量”（mass）起源的表征］，通过对象中元素的数量或者对象的丰满度与每个粒子的不变权重相关联了起来；（2）由表观体积决定物质的外观或者宏观（肉眼可见）的数量。然而，因为重量或者实质的微粒数量与总体体积或者物质的表观数量之间的关系仅仅得到了强调，依然缺少一个精确的体积合成物，且还未导向到任何的建构物上，所以这种组合的模式依然不完整（正是这个不完整的缺陷解释了丰满概念与紧密概念的起源属性）。实际上，将元素与它们所包含的总体积组合起来的唯一方法是赋予每个元素恒定的微粒体积，并从这样定义的基本体积的总和中区分一个可感知的总体积，这个总体体积会随着元素之间的距离有所不同。这恰恰就是在糖块实验中的阶段Ⅳ出现的压缩和解压格式中发生的事情，也是在玉米和密度实验中的阶段Ⅳ介绍清楚的问题。

因此，有关密度概念的研究表明儿童到了阶段Ⅰ之后，在他们认为一个实体的重量与它的总体积和物质的知觉数量成比例期间，儿童继续把重量当作一个特殊的特性，并将它与其他特质予以区分（阶段Ⅱ）。

在阶段Ⅲ，儿童将重量与物质数量再次关联了起来，认为重量也是由颗粒组成的，独立于知觉到的体积。最后，在阶段Ⅳ，儿童在压缩和解压格式的帮助下，将这种物质的内部数量“空间化”，这种格式暗示着体积的微粒概念的产生。简言之，当重量、物质的数量和体积首次融入到了一个知觉总体中时，它们仅仅相互关联组合进了一个直接比率的系统中，但是在一个微粒水平上与在重量、质量和压缩之间有联合的形式中，密度概念是作为内在质量和外在体积之间的关系而出现的。

第九章　由物质的重量和数量之间的关系引发的特殊问题[①]

儿童对密度的建构将他们逐步导向到物质的量化上，这种量化的基础是重量与知觉体积的反比关系。在本章中，我们将会更清晰地看到这种量化的机制[②]。

为了避免基于语言概念的分析，我们只要求儿童简单地做出某个特定的动作，并将注意力集中在动作上。例如，我们可以请儿童做一个与木塞有相同重量的黏土球，或者请他们建造一堆与小沙堆同样重量的玉米颗粒，或者最后做一个重量是原先木塞的一半或者四分之一的黏土球。这里的这些测试的重要性不但在于它们允许我们检验先前已经提到过的语言类测试的结果，这些结果还会揭示在密度建构中儿童使用的关系机制和它们的十分特别的量化关系。正如我们即将看到的，这种关系提出了很多让人感兴趣的难题。

在第一节，我们将会考察儿童对两个不同密度的实体在重量和体积之间反向关系的建构问题。为了达到这个目的，我们会给儿童设置一个重量恒定不变、体积变化的运算问题。在第二节，我们继续相同的问题，但是是在一个物体和另一个物体的一半或者四分之一之间进行比较，由此会涉及外延的量化问题。在第三节，我们将会再次涉及外延的量化问题，但仅仅让儿童把不同材质制成的条形物的重量和它们的长度（宽度恒定）联系起来。

第一节　有关重量和体积关系的三个测试例证

第一个测试是纯粹词汇类型的测试。给儿童出示两个条状物，一个是铅色，另

① 与特鲁德·施特劳斯合作。

② 我们为什么要谈重量和物质数量之间的关系，而不谈重量和体积之间的关系？理由仅仅是，体积只是一个整体的知觉类型，在其中只要求儿童比较（例如整个的木塞和半个木塞）物质的表观数量的比例。因此，没有期待儿童对一个整体的体积和总体积（阶段Ⅳ）进行任何比较。

一个是铁色，问儿童："相同尺寸的铅块和铁块，哪个更重一些？"大多数儿童会回答，铅块更重。如果回答是铁块更重的这些儿童将不再继续参与测试。接下来我们会问："在那种情形中，一个铁球与一个铅球一样重吗？它们是一样大，或者铁球是更大还是更小？"

第二个测试要求儿童采取行动解决问题。给被试展示一个小而轻的干蜡球，并要求他们根据蜡球体积做一个相同的黏土球。当儿童注意到它们在重量上的不同时，给他们出示一个稍微大一点的蜡球，再次要求儿童做一个与这个蜡球的重量相同的黏土球。在测试中，原来的两个（体积相同的）球留在桌上。

因此，儿童要做的是从一个体积（或者物质的表观数量）相等的行动（动作）到一个重量相等的行动（动作），这就是那种我们将在这段要讨论的运算（关系的逻辑乘法）。我们把言语测试任务（第一个问题）和操作测试任务（第二个问题）当作不同的问题，以更好地揭示抽象反思与行动（动作）之间的差异。最后，我们将考察第三个测试任务，这个与第二个测试任务相同：建造一堆与小沙堆相同重量的小米粒，反之亦然。

现在，证实被试对这三个测试问题（任务）的反应是相同的。不需要多说，我们让一组儿童参加了干蜡和黏土的测试，另一组儿童参加了铁球和铅球的测试。从一个阶段发展进步到另一个更高阶段的儿童在平均年龄上的仅有差异是：使用词汇任务的（铁和铅）要比实际操作任务（蜡和黏土或者两堆东西）测试组的平均年龄更大。这一点都不奇怪，因为对抽象的问题而言，儿童回答起来要更加困难。正如我们所言，对于所有这些，三个相同的解决办法给予了所有的三个任务情境。在密度的建构中（第八章第一节），前两个对应着阶段Ⅰ，第三个对应着阶段Ⅱ。在前两个任务中，儿童试图通过相同的体积做成两个或者两堆重量相同的东西，或者甚至通过让更重的比更轻的体积更大达到目的。这种基于操作的荒谬反应也不亚于基于言语词汇层面的测试任务，并且表明处于阶段Ⅰ的儿童要找到将重量从体积中分离出来的操作是多么的困难。与阶段Ⅱ对应的正确的解决方法（随着密度的不同，体积与密度成相反的关系，即密度越大，体积应该越小）在前面的章节有所叙述。

让我们首先考察在词汇测试中的一个处于阶段Ⅰ儿童的典型反应：

珀拉（7；0）"哪个更重？铅块还是铁块？"——"铅。"——"如果一个男孩想做一个铅球，与铁球的重量一样，他会做成相同尺寸的还是不同的？"——"如果一样重，就做一样大的。"——"为什么？"——"为了让重量相同。"——"但是相同大小的铁和铅，哪个更重？铁还是铅？"——"铅。"——"那么如果做成两个重量正好相同的球，会是怎样的？"——"相互一样大。"

接下来是一些在实际操作测试中反映出来的体现阶段Ⅰ的儿童的反应（蜡和黏土）：

贾柔（7；0）“如果重量一样，它们肯定一样大。”

闰克（7；6）“它们的大小肯定相同，因为一样重。”

尤恩（7；8）“它们的大小要一样；它们在铁中与在铅中将会相同。”

可儿（8；9）“做出来的它们要一模一样。”

里克（4；11）“拿起这个（蜡），放在手里掂量它的重量。”——“老天啊，它是轻的！”——“是的，它是由蜡制成的，它非常轻。现在给我做一个与这个大小一样的黏土球。”——他做出来了。——“给你。”——“好的，现在把黏土球拿在手里掂量一下重量。哪个更重？”——“这个（黏土）。它更重，因为它是由黏土制成的。”——“现在，仔细听。这里还有另外一个蜡球。现在再给我做一个黏土球，和蜡球一样重。——仔细听。——是一样重，也就是说不能比这个蜡球更重。”里克收集来所有他能找到的黏土模塑，做成了和第一个黏土球大小一样的，并且说：“还要用这个里面的一点黏土。”他仔细检查了结果，并加了一些黏土。——“你在干什么？”——“我正在让它和应该的样子一样大。”——“它应该更大一些？”——“是的。”——“为什么？”——“让它一样重。”——“这两个（第一次实验中得到的两个球）哪个更重？”——“那个（黏土球）。”——“因此如果这些（他正在做的两个）一样大，它们还会一样重吗？”——“一样重。”——“为什么？”——“因为它们一样大。”

阿尔（5；0）给阿尔展示了一个蜡球，比黏土球大，但是与黏土球一样重。他说更大的一个球会更重。——“你再确定一下。”——他掂量了重量之后说“不，它们一样重”。——“为什么？”——“其中一个更硬，另外一个不是。”——“哪个更硬？”——“小的一个（那个是柔软的黏土，但是‘硬’显然意味着重或者紧密）。”——“好的，然后，这里有一个小的蜡球，你做一个，让重量与另外的一个相同。”他做成了相同的体积。——“它的重量是不是更重一些？”——“是的。”——“为什么？”——“它正好就像那个（小的蜡球），它一样小。”

加斯（6；0）要求他做一个与蜡球相同体积的黏土球，他便做了。——“哪个更重一些？”——“那个，黏土球。”——“为什么？”——“如果它一样大，它肯定就更重。”——“非常好，现在看。现在这里有另一个蜡球（稍微大一些），给我做一个黏土球，和它一样重。”他做了一个相同体积的。“给你。”——“它的重量是一样的吗？”——“是的。”——“为什么？”——“它们一样大。”——“但是你告诉我，它们一样大的时候，黏土球肯定更重。”——“是的。”——“是吗？”——“是的，我记得（表现出难为情的表情）。”——“那你必须做什么？”——“我也不知道。”

现在这里有两堆（沙子和小米粒）：

奈尔（5；4）“看，这里有一小盒沙子和一小盒种子（两个一样大小的盒子）。哪个更重？”——他称了一下它们的重量。“沙子更重，米粒没有那么

重。”——“好！那从这里拿走一些沙子，从那里拿走一些米粒。现在给我堆一堆一样重的沙子和米粒。”——他建造了两堆大小相同的东西。“这两个盒子，哪个更重（控制组的盒子留在桌子上）？”——“装沙子的一个。”——“那么你堆的两堆一样重吗？”他检查了一下，看看它们的大小一模一样。“种子更重，这堆更大一些，我的意思是这堆米粒（给沙堆又加了些沙子）。”——“那么现在呢？”——“现在，它们一样重了。”

纳德（5；0）在掂量了两盒东西之后堆了两堆。——“它们的大小一样吗？或者其中之一更小一些呢？”——“大小相同。”他完成了他的建造。——“它们一样重吗？”——“是的。”他称重了一下，发现自己错了。“哦，不是的，沙堆更重一些。”——“然后呢？”——“我们需要更多的沙子。”

卡尔（6；0）确定沙子更重，但是建造了两个相同的堆。——“它们彼此一样大吗？”——“一样。”——“你为什么那样做？”——“让它们一样重。”——“但是当你称重的时候，两盒一样重吗？”——“沙子更重。”——“因此，为了让两堆一样重，我们是不是应该放更多的沙子或者更多的米粒？”——“不。”

特里（8；0）知道沙子更重，但是做出了两堆相同体积大小的东西。——“你为什么让它们的大小相同？”——“我想让它们的重量相同，因此我放了相同数量的米粒。”——“但是这些（两盒）有相同的数量？”——“是的。”——“那么它们的重量相同吗？”——“不。”——“那么你为什么在这里放相同的数量？”——“让它们一样重。”

很明显，关于这种反应的解释有两个。要么儿童忘记了他们刚才所确认的（加斯的反应正属于这种情况），要么儿童确实能够想起自己所确认的，但是却在转换这种相反的关系时失败了：“在体积相等的情况下 A 比 B 重”转换成“要让两者重量相等，就得让 A 比 B 的体积更小一些”。现在，低龄儿童在这种转换上的失败就被轻易地归结于数据信息的丢失。但是就它本身而言，并不能验证第一种解释，因为我们的任务是要确定忘记信息和数据是不是由智慧困难造成的。

在这里，我们问了不止一两个儿童。在这个主题还不确定的时候，频繁出现的这种反应类型以及没有这种反应时的第二种反应（前面已提到过）都强烈地表明：在阶段Ⅰ中，遗忘和干扰并不能够完全解释儿童的反应；显然，不断增加的关系所引起的逻辑上的困难才是重要的因素。

首先，让我们关注引用的所有包含相同推理的反应。在 A 和 B 体积相等时，A 要比 B 更重，被试一开始都确认了这点。如果 $A \overset{v}{\cong} B$ 表达了体积的相同性，而 $A \xleftarrow{w} B$ 意味着 A 的重量要比 B 的重量大，我们得到关系（$A \overset{v}{\cong} B$）=（$A \xleftarrow{w} B$）。现在，儿童从这个方法（系统）可以得出结论，当要求预测铁球和铅球的重量时，或者制作一个与蜡球重量相等的黏土球时，或者堆出与一堆小米粒重量相等的沙粒堆时，对（$A \overset{v}{\cong} B$）=（$A \overset{w}{\cong} B$）而言，就是拒绝了原来的前提。当要求儿童在抽象层

面预测铅球和铁球的重量时，犯这种错误的年龄要比在实际操作任务中犯相同错误的年龄更晚一些。但是不管在哪个例子中，它都反映了相同的逻辑结构。为什么是这样的呢？

我们可能会说，我们的被试不能看到，在最初发现重量不相等时，例如（$A \overset{v}{=} B$）=（$A \xleftarrow{w} B$），与接下来的例如构建两堆相等重量或者两个相等重量的球的数量问题之间的联结。在第一个例子中儿童已经发现了体积相等重量不相等的现象，儿童得出的结论是，重量是一种实质性的特质，比他的纯粹的自我中心和现象主义的方式定义的特质的量化更具铅、黏土或沙子的特征（参见第一至六章）。在第二个例子中，相对而言，要求儿童解决的数量任务是从实际操作层面建造与另一个球或者一堆（B）在重量上相等的一个球或者一堆（A），需要儿童自己决定它（A）的体积大小。但是结果是儿童要么不能对其予以重量量化，要么不能将之与体积关联。儿童只简单地告诉自己，要获得等量的重量，他们就必须让其他的东西都相等，例如儿童提出（$A \overset{v}{=} B$）=（$A \overset{w}{=} B$）。

那么为什么重量和体积的量化阻碍了这个阶段儿童的发展呢？这是我们真正感兴趣的问题。对于这个问题有两个可能的答案。我们能够应用物理学的推论回答：在这个阶段，重量不过是一个直觉的东西，因此带有自我中心和现象学的特性，这种特性被认为能够随着形状的变化而变化，因此不能借用它本身去测量和量化。或者我们也能够应用逻辑的推论回答：每种量化都需要一个逻辑组合，这个阶段的儿童仍然还不能够对重量关系进行群集分类，更别说乘法关系了。但是在这两种解释中，到底哪种是正确的呢？是因为物理学知识的缺乏阻碍了儿童重量逻辑的建构吗？还是因为逻辑性的缺乏使得儿童在重量概念上表现得如此出于直觉且如此带有非物理性的特点？

非常可能的情况是在这两种解释中只有一种是正确的。分离和置换的物理运算只不过是在时间和空间上的逻辑运算成功应用于不同的物理特性上：首先是物质实质特性，随后是重量特性，然后是体积特性，等等。一点儿都不用怀疑的是这些都伴随物质实质发生，或者更为确切地说是随着物质的外观数量的变化而发生。概念的建构与一般数量的建构是一致的，因此概念是数量的初次形式。现在，阶段Ⅰ的实质仍然没有得到数量化，更别说重量了；仅仅到了阶段Ⅱ的时候，物质的数量就被看作一个恒定不变的量了，重量也能够从这个量中分离出来。后者（重量）的数量化提出了一个新的问题，而这个新的问题直到阶段Ⅲ才能够得以解决。因此，我们就可以认为，没有逻辑推理，重量要获得物理上的数量化是不可能的。

现在，除了我们已经给出的反应外，实际上还有另外一种类型的反应：当儿童发现，违反所有他们的预期时（A 比 B 重），他们就得出结论：认为为了建造一堆 A 或者一个球 A，在重量上与 B 相同，就必须制造一个比 B 更大一些的 A 出来。首先，

这里有一些在词汇测试任务中对铅和铁的反应：

雷特（6；0）“铅比铁重。”——“好。那么，如果我们做一个和铁球一样重的铅球，是不是就要做一个和铁球一样大的铅球？”——“我们必须让其中一个大一些。”——“哪个？”——“铅球，因为铅比铁重。”

哈尔（7；6）“一根铁棒比一根铅棒重还是轻？”——“轻。”——“那么如果我们想做一个重量相同的铁球和铅球，如何考虑大小呢？”——“我们必须把铅球做大一些，因为铅更重。”

诺伊（8；0）“铁的会更小一些，因为铁的更轻。”——“所以说一个要比另外一个重？”——“不，如果我们把铅的做得大一些，它们重量将会一样。”

下面是有关蜡球和黏土球的例子：

拜德（5；8）“给我做一个和那个一样大的球。”——他照着做了。——“哪个重呢？”他把两个球称了一下。“那个重，因为它是由黏土做成的。”——“好，那么这儿有一个大蜡球，做一个和蜡球完全一样重量的黏土球。”——“必须要比蜡球大。”他做了一个和蜡球一样体积的黏土球。“那么这个和其他的一样重吗？”——“不，它必须要大一些。”——“为什么？”——“为了重量一样。”他增加了一些黏土，做成了一个大球。——“那么现在呢？”——“重量会相等。”他称了一下。“哇，不，更重了！”

博尔（6；0）“给我做一个和那个一样大小的球。”——他照着做了。——“哪个更重呢？”——“黏土球。”——“现在看看这个蜡球，给我做一个同样重量的黏土球。”他把所有的土块堆放在桌子上。“你想做什么？”——“他做成了一个比蜡球大的黏土球。我必须让它们重量一样。”——“那你认为一样重了吗？”——“是的，但是我不能确定。”——“为什么？”——“我认为没有足够多的黏土。它必须要大一些，这样才会一样重。”递给他一些黏土，然后他做成了一个更大的球。“称一下。”——“哇，重了！”——“因为黏土多了。”——“接下来该怎么做？”——“用同等数量的黏土。”

还有两堆沙粒和小米米粒：

凯德（6；0）说明沙子比小米粒重。把一小堆沙子倒在托盘上，然后要求他堆起同等重量的小米堆。他不能使用足够多的小米粒。——“你将如何做？”——“我需要更多的沙子，因为沙子更重一些。”

玛格（6；0）有同样的反应。——“称一下。”——“哇，沙子多了。”——“好，把沙子减少到正确的数量。”她拿走了一些沙子，但是不够多。——“现在哪一堆大？”——“仍然是沙子。”——“为什么？”——“为了让重量一样。”——“但是哪个更重呢？是一盒沙子还是一盒小米粒？”——“沙子。”——“那为什么你让沙子堆更大呢？”

茱西（7；6）首先做了同样体积大小的沙子堆和小米堆。——“你为什么那

么做？”——“它们体积一样大，重量也就一样大。”——“但是在盒子里的哪个重？”——“沙子。”——“你做什么才能使得这两堆重量相等呢？”——“哦，我必须放入更多的沙子。”他这样做了。——“它们现在是什么？”——“重量相同。”

很显然，不能将这些被试的反应仅仅归于对某些问题的遗忘上。实际上，对于铁球和铅球测试来说，就纯粹机械关联方面而言，一个（铅球）比另一个（铁球）“更多”一些可能是由词汇测验的本质造成的。然而，即使如此，拜德、博尔、玛格和茱西还是对他们存在的争议进行了逐步建构。一旦观察到展示出来的重量和体积是互相独立的之后，他们明显在努力地将重量从体积中分离出来。因此，仅仅在儿童尝试完全将重量从物质数量中分离出来之后，才使得儿童重新回到直接的比例关系上，尽管它们就是它们自己。例如，拜德开始做一个与蜡球一样大小的黏土球，但是随后纠正了自己的做法，并且说道：“它必须要更大一些才行……为了让重量相同。”这明显不是一个“更多”与另一个在词汇上关联的结果，而是一种徒劳的协调。博尔甚至认为他的球还不够大，因此他加了一些黏土后说道：“为了让重量相同，它应该更大一些。”换句话说，他假定两种物质的体积相同时，重量将会不同，然后得出结论认为如果一种物质的密度更大，两种物质在体积相等的情况下，数量才会相等，但儿童认为为了让密度大的那个物体与密度小的物体的重量一样，密度大的体积要大一些才行。玛格非常惊奇地发现他放在平衡称托盘上的沙粒太多了，虽然如此，但是还是继续给一堆更重的沙粒中添加更多的沙粒，只为了“让它一样重……因为沙子更重”。茱西刚开始堆了两堆相等的，然后突然记起来沙子更重，认为“我必须放更多的沙子进去”，才能让重量相等。因此，在某种意义上来，对某些被试来说“更多”就意味着“更多”，但是因为他们不能对关系进行叠加，最重要的是还没有掌握重量和体积之间的相反关系，就无法通过词汇进行关联。实际上，他们的论证是如此的“非口语化”，他们实际上通过建构了一个更大的黏土球或者一个更大堆的沙粒来复制蜡球的重量或者一堆小米米粒的重量，虽然嘴上说的时候认为，当体积相等的时候，第一种物质要比第二种物质更重一些！

我们怎么解释这些离奇又特殊的反应呢？首先我们注意到的是，关于这些反应并没有什么特别的。在考虑时间和速度时，我们希望对这两个概念有特殊的研究。我们发现，儿童认为经过相同的距离时，一个快速移动的实体比一个慢速移动的实体会花费更长的时间；或者在相同的时间内，一个实体穿越一种更窄的同心路径时要比一种穿越更宽的路径时移动得更快。所以，关于我们提到的这两种反应类型，就没有什么可大惊小怪的了，特别是当两者都包含两种平行的解释（一个物理学的，另一个是逻辑的）时。首先，让我们看看物理学的解释。如果我们正好在想这个发展阶段的儿童还不能够对重量，体积，甚至外观物质数量进行量化，那样就不能获得守恒，例如他们将所有这三个都融合进了一个自我中心的，现象学的整体中，然

后他们必然基于下面的事实得出结论：在体积相等时，一个物质（A）比另一个物质（B）重，或者（A）有个对重量与体积之间的比率无影响的实质特质（第一反应）；否则（A）通常都会在哪个方面都天生带有“更多”的特征。读者可以回忆一下祖儿和谢（第八章第一节）的反应，他们预测，一个更大的木塞要比一个更小的石头更重，一旦他们醒悟过来后，却继续说石头要比木塞更大（祖儿），或者认为一个银法郎要比一个铜法郎更重，因为银法郎更厚，而刚刚却还把它说成是更薄一些的（谢）。相同地，毫无疑问我们现在的被试都相信，更重的（A）肯定要比更轻的（B）有“更多”一些东西，“更多”的存在的东西是无差别的，整体的。因此，当要求儿童建构一个 A 的球或者一堆东西与 B 在重量上相等时，他们认为因为 A 比 B 有更多的重量，那么它肯定也会有更大的体积。因此当凯德说，“我们需要更多的沙粒，因为沙粒更重”，他仅仅正在表达一种失败，一种将物质的数量和重量区分开来时的失败。而且正是这种失败，解释了他和其他儿童在建构时的类似困难：它阻碍了两个概念的相反置换。简言之，儿童（1）期待重量将是与物质的数量成比例的，例如（$A \overset{v}{=} B$）=（$A \overset{w}{=} B$），但是一旦发现（2）A 的重量更大，例如（$A \overset{v}{=} B$）=（$A \xleftarrow{w} B$），他就决定，为了平衡重量，他必须（3）增加物质 A 的数量，例如建构（$A \overset{w}{=} B$）=（$A \xleftarrow{v} B$）。

显然，伴随着这种物理学的解释，我们也必须寻求一个逻辑学的解释。这里提出的并不是什么新的问题：从（$A \overset{v}{=} B$）=（$A \xleftarrow{w} B$）不能得出相反的关系（$A \overset{w}{=} B$）=（$A \xrightarrow{v} B$），这仅仅是一个显著的有困难的例子，是一个该阶段被试面对的可逆组合的例子。现在，甚至没有执行这种运算①。不对称关系的双向一致性增加的分组儿童很容易能够找到一个直觉的或者经验上的解决办法。儿童不能这样做的事实浅显地表明，他仍然没有学习到用一个可逆运算代替自我中心的关系系统。

因此，物理学的和逻辑学的因素之间的联结再一次看起来是如此接近。不需要说，我们必须将实际的反应（蜡和黏土，或者沙子和米粒）从纯粹的词汇反应（铁和铅）中区分开来。在实际的反应中，物理的表征和推理之间的互动作用是非常明显的，词汇的反应则是残差的，而且是保持更长时间的。我们也必须记得，一旦物质实质的量化得到建构，那么逻辑机制的使用就指日可待，即使它还不能直接扩展到由新的物理问题引发出来的重量和体积上。

因此，最重要的是，阶段Ⅰ的两种反应类型建构了一个均匀的同质的整体，它的共同原则——重量、体积和实质的未分化——展示了它在逻辑上无法进行可逆的组合和量化。相对而言，到了阶段Ⅱ，儿童发现了正确的方法，这件事情还要归功于儿童能将重量从物质的数量中分离出来这个过程，当第一种还处于直觉的层面上时，第二种已经向组合开放了。正如我们在前面两章看到的一样，这种分离使儿童明白

① 见《日内瓦物理学与自然史学会会议纪要》，1941，第58卷，第45页。

了重量和体积之间的反比关系，因此正是因为掌握了这种关系，才让儿童能够解决我们在这部分所考虑的三个问题。但是，正如我们在第二节将要考虑的一样，因为在阶段Ⅱ这种可逆关系仍然没有表明一个物体的部分（一半或者四分之一）的量化，所以这种关系也能够通过直觉的方式被得以发现。在更加清楚地对这点进行研究之前，让我们先列举比较铅球和铁球的一些阶段Ⅱ的典型反应：

唐（6；6）“如果铁球和铅球的重量一样，铁球将会比铅球大。”

赫姆（7；6）“我们必须让铁球和铅球一样重。不，铁球必须要更大一些，因为我们需要更多的铁，这样才能使得它们一样重。”

翁斯（8；0）“铅球必须小一些，因为它更重。”

瑞德（9；0）“铁球比铅球轻，所以我们需要更多的铁，这样才能使得它和铅球一样重。”

加尔（10；0）“铁球要更大一些，因为我们需要更多的铁，这样才能和铅球一样重。”

下面是一些解决实际问题的例子（蜡和黏土）：

莫尔（6；0）“在这做一个和蜡球一样大的黏土球。”他照着做了。——“哪个更重呢？”——“黏土球。”——“为什么？”——“我不知道。”——“看第一个蜡球，你要做什么才能使得它们重量完全一样。”——“我必须让它小一些，因为这个（指的模型）是由蜡组成的。”

克尔（6；6）“我们必须让它小一点。”——“如果一样大呢？”——“那就重了。”

美伊（7；0）“我们需要少量的黏土，因为黏土要重一些。”

下面还有沙堆和米堆的例子：

托恩（6；6）“沙堆更重一些，但是一样大。”——“好，接下来你能不能让这两堆一样重呢？一堆是沙子，一堆是小米。”——“我得让沙堆小一些，因为沙子更密集一些（相当于重）。”——“做一下。”——“我需要一个更大的（体积更大的）小米堆，因为小米不是很重。”

雷尔（6；0）“沙子更重，所以小米堆应该大一些，因为小米不是很重。”

玛斯（6；6）“我们需要更多的小米。”——“为什么？”——“因为沙子更重一些。”

梅伊（7；0）“因为沙子更重，所以小米堆需要大一些。”——“为什么？”——“这样，他们重量就一样了。”

在纯粹的物理学术语中，所有这些反应都是重量从物质的量化中正确分离的反映，这符合阶段Ⅱ的一般特征。它们也是儿童整合两种相反关系的逻辑能力的反映。然而，既然物质实质在这个阶段已经得到量化，体现为内涵和外延两种形式，而它与重量的可逆关系不需要一种新的运算，实际上可以是一种纯粹的经验或者直觉发

展进步的结果。换言之，重量就其本身而言，保留了类似直觉的品质特征，并不是专指的量化特性。实际上，这就是我们将在第二节要讨论的：在阶段Ⅱ，重量和体积之间的相反关系仅仅适用于整个完整的物体，而不适用于一半或者四分之一的物体——明确的证据表明尽管问题可以得到广泛的量化，但重量仍然保持着实质的特性。这也正好就是为什么要描述我们刚刚当作第二阶段反应讨论的所有反应，而且也正好就是为什么需要更为复杂的测验来区分阶段Ⅲ以后的反应。

第二节 软木塞和黏土

给儿童出示一个大的木塞和黏土模型，木塞的宽要比高长（专门用来出售给泡菜坛子用的木塞），黏土模型是各种不同松散的碎块，要求儿童将黏土变成一个“像木塞一样重的东西”。一旦儿童完成了这个任务之后，就要求儿童检查答案，根据需要进行修正。接下来给儿童出示另外一个相同尺寸的木塞，但是从垂直方向被切成了两半，然后要求儿童做一个与其中一半的重量相同的黏土球。最后，要求儿童做出一个相当于原来木塞的四分之一大小的黏土球。

因此，需要儿童解决一个双重的任务：不仅必须要将重量和体积通过例如记住木塞的密度和黏土的密度等方法区分开来，而且也要能够把一个明显的重量分成两份和四份（量化分解）。

现在从他们的反应中，我们将会看到阶段Ⅰ的儿童还没有将重量从体积中分离出来：他们构造的黏土与二分之一的木塞与四分之一的木塞在形状和尺寸上倾向于相同。接下来到了中间反应阶段（阶段ⅡA），这个阶段的儿童预测，一个与木塞相同尺寸的黏土球会更重一些，但并非基于这些预测完成他们的构造任务。到了阶段ⅡB，儿童正确地将完整木塞的重量从其体积中分离了出来，而且做出了一个比模型要小一些的黏土球，但是等到制作一个与二分之一木塞或四分之一木塞一样重量的黏土球时，儿童忽略了量化的关系：并不是简单地将他们已经完成的构造物分成两份或者四份，而是制作了任意体积的新的黏土球。最后，到了阶段Ⅲ，儿童做到了正确的量化（在这个测验中，没有收集到阶段Ⅳ儿童的反应）。

下面介绍阶段Ⅰ的几个反应的例子：

里克（4；11）做了一个和木塞几乎相同大小的黏土球。——“它们一样重吗？”——“不一样。”——“哪个更重？”——“木塞。”——“为什么？”——“因为木塞比黏土球大一点。”——“你称一下。”称重后。“哦，太重了。”——“下面你该做什么？”——“我将会移走一些。”他移走了一些软木。“不，我弄走得太多了。”他把刚才移走的那些软木又放回原处了。经过一系列的修正以后，他对于四分之三大的软木塞有着同样的反应。

爱贝（5；7）“木塞重吗？”——“不。”——“黏土球重吗？”——“重。”——“好，给我做一个和木塞完全一样重的黏土球，不能重，也不能轻。”他开始着手做了。——“为了重量相同，大小会相同吗？还是不会？”——“大小肯定相同。”——“为什么？”——“因为黏土更重一些。”——“那么，如果它更重，你需要做什么？”——“我把它做得一样大。”他这样做了。——“那它们是不是一样重了？”——“是的。”——“为什么？”——“因为一样大。”在称重以后，他发现黏土球更重，当试着再做一个木塞一半重量的黏土球时，他犯了同样的错误。

雷恩（5；7）“为了做一个同等重量的球，我们必须做什么？”——“使它和那个（木塞）一样大。”——“黏土球和木塞一样重？”——“不，黏土球更重。”——“为什么？”——“因为软木更轻。”——“好，给我做一个和软木塞一样重的黏土球。”他做了一个和软木塞一样大小的。“给你。”他称了一下发现黏土球更重。“不，错了。”他捡起一点新鲜的黏土做了一个与第一次一样大小的黏土球。“现在对了。”他称了一下，发现了自己的错误。“噢，天哪！”——“现在你必须要做什么？”——“我必须去掉一些它的东西。”他在黏土球上做了个洞，但没去掉任何东西，然后重新称了一下。“它还是太重了，我必须让它更小一些。”他去掉了一些。——“现在，给我做一个和那个（软木塞的一半）一样大的黏土球。”他加了一些黏土，照着模型的形状和大小做了一个。——“称一下。”他一步一步地修正他的制作物。——“那这个（四分之一大的软木塞）呢？”与前面的反应相同。

安德（5；10）从容地看了一下软木塞，然后捡起几个小块黏土，其意图很明显是想做一个外形一样的黏土球。结果却做了一个更小的球，然后他说：“它不重了。”——“为什么？”——“它不够高。”他加了一下黏土，然后就结束了。外形或多或少跟软木塞一样大。他称了一下，发现太重了。——“你现在要做什么？”——“去掉一些黏土。”他去掉了一小部分，把剩余的又称了一下，这样反复了几次。做四分之三的软木塞时他也有相同的反应。

勒格（6；6）去掉一些黏土使得它和软木塞一样重。他做了一个和软木塞一样直径的圆盘以便于检查模型。然后，他增加了第二个圆盘，又测量了软木塞的直径。——“你为什么要做这些圆盘呢？”——“为了让它和软木塞一样圆。”——“你认为会一样重吗？”——“软木塞要更重一些，因为软木塞更大。”——“好，让它们重量一样。”他又增加了一个圆盘，然后说：“我将会做一个像那个（指着软木塞）的，然后重量会一样大的。”——“但是你为什么要一个接一个地拿圆盘呢？”——“因为我不能很快做好。”他最后做出了一个软木塞的复制品，然后称了一下，惊讶地发现黏土球重了。他一个接一个地移走圆盘，带着逐渐惊讶的表情他称了一下重量，最后说：“天哪，黏土球重。”在最终发现重量相等之后，我们给他看一半的软木塞。可他没有把自己做好的东西分成两半，而是再一次加进新的黏土来仿照模型做一个体积一样的作品。他称完了后惊叫：“噢，不。需要的

少。"——"为什么？"——"因为一半软木塞不会有这么重。"

所有这些反应，像那些在第一节描述的反应一样，反映了在总体上将重量和体积或者物质数量进行区分的缺失。因此当里克以一个黏土球结束他的任务时，黏土球仅仅比木塞模型更小一些，而且认为木塞更重一些，"因为木塞有一点点大"；当爱贝和雷恩在描述了黏土比木塞更重之后，还是宣布他们将必须建造某个"相同大小尺寸"的东西；当安德认为他的球在重量上比模型更小一些，因为"它不是那么高"；而且当勒格小心地堆起一个黏土饼的时候，每个儿童都会核对检查模型。显然，所有这些儿童仍然没有开始将重量从体积和物质的数量中分离出来，因此证实了我们在上一章的第一节得出的结论。现在这些证实更为重要，因为在第八章有关纯粹词汇的反应的描述可能是错误的。我们现在看到，阶段Ⅰ的儿童在应用相同的原则指导着自己的行动。

关于这些新的数据是如此显著，它们是清晰的引证证据。这个阶段的儿童在重量、体积和物质数量之间建立了直接的比例关系，但这关系绝不是精确量化需要的反映，相反却是基于知觉等价性的主观直觉的反映。尤其是爱贝和雷恩的反应告诉了这个方面：两者都很明显地对黏土要比木塞重一些进行了描述，但是得出的结论却是：为了得到相同的重量，黏土片必须是"相同的尺寸"，这恰恰是爱贝所解释的"黏土更重"的理由。

我们已经在力图用物理和逻辑的术语（参见第一节）解释这些看似荒诞的反应。现在我们必须通过展示这个阶段中为什么既不是重量也不是体积得到了量化而完成我们的分析。当儿童说黏土重、木塞轻时，他仅仅在考虑自己的主观印象（两个物质实质在它手上所产生的压力），甚至从来没有怀疑这些印象能够由客观的方式去测量或者评价。另外，当要求儿童做一些相同重量的东西时，他只简单地试图做出一些他能够做到的模型复制品，因为他相信知觉等价必须与重量等价联合起来。爱贝的论据："因为黏土更重它就要相同的大小"，因此不再荒诞了，这简单地意味着，既然黏土和木塞的特性不同，如果最终的结果是要产生相同的印象，那么模型就要尽可能地忠实于拟要模仿的复制品。同样地，当雷恩认识到，重量不同时，他说："我们必须拿掉一些"，他并没有考虑如同改变物质的形状一样，改变物质的数量：因此他在黏土中做了一些洞。

这还没完。当这些儿童已经发现黏土片必须要比木塞更小一些之后，继续复制出与木塞的一半重量或者四分之一重量相同的，他们完全忘记了自己的发现，而只是简单地将球或者黏土块切割成两份，又一次试图复制出与模型体积一样大小的东西。勒格甚至更离谱，当他发现小块的重量与整个木塞的重量相同时，他想给黏土块添加更多的黏土，因此其行动（动作）就如同一半要比整个更重一样。这种系统的错误在整个阶段Ⅱ持续了下去。这充分说明，在早期密度的建构中儿童在重量和

体积概念上的非量化本质。

在整个中间亚阶段（阶段ⅡA），我们必须致力于更少的语言表述，儿童确实也成功了，一旦他们发现黏土比木塞更重后，在对重量、体积和物质的数量进行排序后得出结论，如果让黏土块与木塞的重量相同的话，黏土块就要比木塞更小一些。但是当他试图将这些观点转变成实际行动（动作）的时候，它始终会回到无差别化的原状上，又一次仅仅复制出一个相同体积的模型。下面描述两个例子：

萨姆（5；11）“软木塞不重。”——“那黏土球呢？”——“黏土球重。”——“你能不能给我做一个和软木塞一样重的黏土球呢？”——“可以。”——“它会和软木塞一样大吗？”——“不，不一样大。”——“更大还是更小？”他捡起黏土做了一个和软木塞一样大小的黏土球。——“一样。”——“重量会相同吗？”——“不，这个（黏土球）会更重。”——“我让你做什么了？”——“让它们重量相同。”——“对，为什么不做呢？”他捡起一块新鲜的黏土，再一次复制黏土球。“正确了吗？”——“软木塞会更轻。”——“你能把它弄合适吗？”他一直在移动黏土，最终找到了正确的方法。“那这个呢（软木塞的一半）？”他加了一些黏土，复制了一个外形体积和模型一样的黏土球。

丁（6；11）直接说：“黏土球更重。”——“那做一个和软木塞同样重量的黏土堆，我们必须让它同样大小呢？还是什么？”——“我们必须让它小一点。”虽然这么说，他还是做了一个同样大小的黏土球。——“它会比黏土球重呢还是轻呢？”——“一样重（称了一下）。噢，不，重了。”他移动黏土，直到重量相同。——“这个呢（半个软木塞）？”他复制了一个体积完全一样大小的。——“那个呢（另外半个）？”出现了与前面同样的反应。——“如果我们把这一堆（两堆分别代表两个软木塞一半的体积）和那一堆（整个软木塞）称一下会是什么？”——“黏土球将更重，因为它在两堆里而那个（软木塞）在一堆里。”——“如果我们称一下这堆呢（也就是把黏土球切成八块）？”——“软木塞将更重，因为这些小的部分什么也没有。”

柯尔（7；0）说：“我们必须让黏土球更小一些。”但是一旦他完成他的小土堆，他便添加更多的黏土，直到得到和软木塞一样大小的外形。然后权衡了一下说：“应该小了。”

对于四分之三的软木塞，他直接复制了体积。在重复称重以后，他得到了一堆和半个软木塞同等重量的黏土球。实验者把两个软木塞半球放在天平的一个托盘上，递给被试一块刚才做成的，另外一个重量相同。“做一块和那两个软木塞重量相同的。”他没有用刚才给他提供的那两块，反倒取出一个随意添加了许多黏土。

这些阶段Ⅱ的反应是非常有趣的，因为它们反映了这个发展水平的被试是如此深陷在未分化格式中的情形，甚至在他们自己宣称：当黏土球和木塞的重量相等，黏土球肯定要比木塞小时，他们却还是制作出了一个与模型相同形状和大小的黏土

块。换句话说，知觉格式的专制依然继续存在于关系的整合中。因此，它们组合整体的部分在整个阶段Ⅰ没有任何进步：尽管在第一次称重的时候他们就了解到每件事情了，但是为了做出与木塞的一半重量一样的东西，他们持续给原来的黏土块中添加黏土，以让其与整体在重量上相等，当到四分之一的时候，也是在重复着相同的事情。如此无知就是他们的组合法则，他们相信八分之八在重量上要小于二分之二，或者整个木塞的重量要比八分之八重（丁），或者做出一片黏土在重量上与两个四分之一的木塞相等时，必须要加一个随意数量的黏土到黏土片中，以表征四分之一的重量（柯尔）。

简言之，这些被试像阶段Ⅰ的那些被试一样，甚至不怀疑重量对体积或者物质的数量承担着一个可以计量的关系；他们简单地将它当作一个主观的特性，例如一种颜色或者一种味道，即使他们开始拥有一种信念认为重量必须从物质的外显数量（体积）中分离出来，但是还是不能在实际操作中表达出这种观点。他们预示着下一个阶段的到来，甚至当在实践中时秉承第一。

相对而言，亚阶段ⅡB的儿童对自己在分离上的信念在实践中给予了表达：他们不仅预测到黏土要比木塞更紧密一些，而且在要求做一个与木塞相同重量的黏土块时，他们直接构造了一个更小的黏土块。就像本章的第一节或者第八章的第一节处于阶段Ⅱ的儿童一样，他们假定一个物体可以比另外一个更小却更重。虽然能够把重量从物质的数量和体积中分离出来，但是在对重量进行量化的时候还是失败了，还是继续把重量当作一个简单的特性对待。因此，当要求他们制作一个在重量上与半个木塞或者四分之一个木塞相当的黏土球时，不是采取将原来的作品分成两份或者四份的简单做法，也不是用这些比例做一个新的黏土块，而是做了一个随意大小的黏土块，有时候甚至比原来的黏土块更大，这无论如何都太大了。

亚历（6; 0）“你看到这黏土了吗？把它变成和这个软木塞一样重的东西。”他捡起一块和软木塞一样大小的黏土，迅速移除了一部分。——“你为什么那样做？”——“因为黏土更硬更重，它会翘起软木塞（在天平上）。”他做成了一个很小的黏土块说：“现在一样重。”——“如果把这个软木塞切成两半会是什么样呢？”（他看着软木塞的一半，把它和一个小球相比较，这个小球和整个软木塞球的重量相同。）——“我们必须添加一点。”——“为什么？”他称了一下。“不，太重了。”他不停地取下黏土直到他得到一个合适的重量。——“那半个软木塞球呢？”——“我们必须取出一些，因为它比较轻。”但是他没有简单地把他自己的那块切成两半。

班（6; 0）很快做了一个软木塞大小的球 A，然后减少变成 B，最后变成 C（正确的）。“现在给我做一个和半个软木塞球一样重的球。”半个软木塞放在他面前，他不但没有把 C 切成两半，反而捡起新的黏土，看着那半个软木塞，做了一个比半个软木塞小一点的球，但是几乎跟 A 一样大。在进一步修正后，要求他做

一个和软木塞的四分之一重量一样的球。他说“这个球会更小”。他没有称剩余的重量，只是简单地取掉了一小块。

泊尔（6；10）做了一个明显比软木塞小的球，然后发现仍然太重了，便用力挤压以减少其重量。当为了达到相同重量他连续移走一些碎片后，给他演示了把一个软木塞切两半的场景。“什么样的球会和这两半重量一样呢？”——“必须要比以前的大，因为现在有更多块。”他做了一个更大的球，称了一下，然后减少，最后说：“噢，不，一样的。”——“那么整个软木塞和这两半跟这个球的重量一样。现在，如果我拿走一半，让你做一个与另外一半一样重的球，你会怎么做？”——“我把它做得小一些。”——“多小？”——“……”——“非常小？”——“我不这么认为。”——“那多小呢？”他取掉了一点黏土，一直在取，直到天平平衡。——“给你。”——“这四分之一的软木塞？”——“我们必须让它更小一些。”但是他取掉的却太少。

凯斯（7；7）拿起一小块黏土。——“为什么？因为它太轻了，所以我要少拿一些。”他不停地拿，直到重量合适。——“那这个呢（一半软木塞）？”他拿起一个和相应的整个软木塞相同重量的土块，在他的手里掂量了一下说：“太多了。”——“该做什么？”他切掉十分之一。——“给你。”——“那这个呢（整个软木塞）？”他把取掉的那些又放了回去。“你做了什么？”——“首先，我切掉了一点，现在我已经放回去了。”对四分之一软木塞的反应是相同的。接下来给他出示了一整块软木塞和一块同等重量的黏土。“我们该减少多少呢（第一半）？”他取掉了大约相当于整个软木塞的八分之一，然后指着剩余的说（也就是八分之七）：“这个。”——“那个呢（另外一半）？”他从取掉的里面减少了八分之一。——“你认为这样对吗？”他从八分之七里取掉了八分之五。“像那样。”——“这个呢（给他整个软木塞）？”——他把两个半球结合到一起，也就是把八分之一的球和八分之二的球结合到一起，忽略了剩余的部分。——“那剩余的该怎么处理呢？”——“我不知道。”

塔尔（9；0）类似地，他在做一个和整个软木塞一样重量的小球上没有费多少事，但是当要求他复制一个和软木塞一半重量的球时，他首先移走了球的一部分，然后，为了另外一半，复制了一个。当要求做一个和两个半球一样重量的球时，他把他的两个球结合在一起，其重量大约是整个软木塞的1.5倍。

宝利（9；2）做了一个比整个软木塞小一点的球：“为什么？”——“黏土更重一些。”——“那这个呢（半个软木塞）？”——“我得拿走一些。”——“多少？”随意取掉了一些。“如果把这两部分（他已经拿走的和剩下的）都拿走，是不是会和那个重量一样呢？”——“不，那两个小一点。”——“是吗？”——“不会这么重。”对于四分之一的软木塞，他取掉另外一块，但是不能通过把各部分结合起来重建一整个。

在阶段ⅡA和阶段Ⅰ产生的那些反应联结中，最引人注目的反应就是他们刚才明白了重量和体积守恒的真相。在整本书中，在与重量守恒（第二章、第五章和第六章）的联结中，对密度进行阐述说明时（第七章和第八章），与重量的功能作用的联结中，我们看到重量的量化预示着一个已给的整体总是能够被分成不同的部分，且无论部分之间如何置换或者如何排列都在重量上守恒的可逆组合。现在这些建造物，恰好因为它，才迫使儿童在内心将守恒当作一个推论的需要，即使物质数量的概念与重量之间的关系依然还不是很明显，也预先假定儿童已经掌握了物质数量的概念。实际上，当物质的量化出现之后，阶段Ⅱ的儿童对部分之和等于整体，两半或者四个四分之一包含的物质实质与整体比较不偏不倚的认识，已经达到了相当完美的程度。恰恰就是这种整个的、无差异的构造物，让儿童认识到一个重量与木塞相等的黏土球，肯定要更小一些。然而，当儿童学会应用群集和关系的特性进行分类时，学会将数的加法和乘法的群集应用到物质的组合和量化上时，他们仍然还是不能够将这些应用到重量上。在第二章，我们看到阶段Ⅱ的儿童没有认识到一个黏土圈在切成两半的时候，在重量上还是相等的。我们现在看到，在涉及重量和物质的数量时，这个阶段的儿童还是没有能力使用加法组合。因此如果 Q 是黏土的重量，与整个木塞的重量 W 相对应，儿童从来就不会得出结论：$\frac{1}{2}Q$ 等同于 $\frac{1}{2}W$，或者 $\frac{1}{4}Q$ 等同于 $\frac{1}{4}W$，即使儿童很完美地理解了 $\frac{1}{2}Q + \frac{1}{2}Q = Q$，即使 $W = Q$ 时，儿童也不同意 $\frac{1}{2}Q + \frac{1}{2}Q = W$。跟随阶段Ⅰ和阶段Ⅱ的儿童的反应，发现他们试图通过对一个整体木塞的体积进行复制以得到一个相等重量的黏土块，不可否认的是最后能够对物质进行解释。对二分之一和四分之一的木塞任务，儿童重复了相同的程序，因为他们同时忘掉了必须要对原来球的体积进行减少才行。然而，这种解释，我们不得不拒绝，即使是较低阶段的被试，显然不适用于阶段ⅡB的被试，他们正确预测一个黏土球的重量必须小于软木塞。尽管他们知道两个整体的相对密度不同，但是在试图复制出木塞的二分之一重量或者四分之一重量的时候，还是依然不能把原来的黏土球分成两份或者四份，这似乎是各个部分之间的关系不可预测的反映。

因此凯斯期待在重量上与整个木塞对应的球也是一半，在称重时候，仅仅取走了十分之一的物质内容。班甚至更离谱，竟然又做出了一个与原来的黏土球相同的（更大）黏土球来对应二分之一的木塞，而这个原来的黏土球是与整个木塞在重量上相当的！亚历表现得更为荒谬，为了复制与软木塞一半重量相当的黏土球，他给刚刚在天平秤上与整个木塞重量相当的黏土中加了更多黏土！泊尔外显地描述出，两半的木塞在重量上要比未分离的木塞更重，“因为有很多的部分”，对于更年长一些的儿童来说，例如塔尔和宝利，当要求他们复制出与木塞的一半重量相当的黏土时，他们也是马上移走了刚才做好的黏土球，也是没有把黏土球切成一半，仅仅切碎成了小的一些部分。由凯斯、塔尔和宝利提供的产品表明了更为特殊奇怪的组合。凯

斯在取走了原来球的十分之一，去复制与一般木塞重量相当的东西后，当要求重建与整个木塞重量相当的黏土球时，他把所有的黏土都放回来了，这或许表明他至少有关于正确组合的模糊概念；然而，在这之后，马上将球分成了八分之七和八分之一，然后又分成了八分之二和八分之一，当要求重建整个的重量时，忽略了遗留的八分之五。塔尔对他的部分做出的东西，重量相当于两半的木塞，整体的一倍半。宝利做出了两个球来对应两半木塞的重量，拒绝承认两半组合起来的重量相当于未分离的木塞。没有比这些儿童的反应更好的方法来证明在定量组合上的完全缺乏了。

我们如何解释这种失败？那么就需要再次追问：这种失败是源于逻辑的还是有物理因素（例如第一节）的参与？读者将会记得起阶段Ⅱ的儿童完全掌握了类似物质的量化的逻辑基础，尤其是在给儿童适当合适的材料时。大概在七岁的时候，他们就能够设法将关系的乘法和类别的乘法融合进单一的一个运算整体中了，也因此得出一个数的相应观点[①]。既然这恰好是一种相同的建构物，这就允许儿童去对物质进行量化，而且这就是为什么（同第一章所见）物质的建构（与在阶段Ⅱ起作用的一样）是相同的逻辑数学机制的直接结果。然而在这个发展水平上，儿童依然还不能够将自己的最基本的论据从物质扩展迁移到重量上。因此如果 Q 是黏土的重量，它的重量等同于整个的木塞的重量（W）；如果 Q' 是一个重量为 W 的木塞的数量；而 W' 是数量为 Q 的黏土球的重量，然后儿童将会认为 $½Q + ½Q = Q$，或者 $4 \cdot (¼Q') = Q'$，等等。例如在任何说明之前，他甚至会自发地推理出：如果 $W = W'$，然后 $Q < Q'$，因为当体积相等的时候，木塞的重量要比黏土的重量小。从 $Q < Q'$，儿童在进行到 $½Q < ½Q'$，或者 $¼Q' > ¼Q$ 上都没有困难。换句话说，儿童意识到 Q 和 Q' 是恒定的，无论组成它们的部分如何排列。相对而言，表达式 $½W + ½W = W$ 或者 $4 \cdot (¼W') = W'$ 对他来说则相当地没有意义。实际上，仅有一种方式让儿童能够决定已给物体的重量是与另外一个作为一个单元的已给物体在天平上是平衡的，而且服从逻辑和数的组合规则。但是如果重量不能从物质实质中分离出来，在与物质的单元或者服从标准的物质的“实质数量”一一对应中，重量的类似单元组合视它们的存在而定。现在恰好儿童在阶段Ⅱ时掌握这些是不成功的：如果 W' 与 Q 对应，W 与 Q' 对应，他们将认为 $½Q$ 与 $½Q'$ 对应，但不是 $½Q$ 与 $½W$ 对应或者与 $½W'$ 对应，因此我们可以再延伸表达一下，因为当儿童将 Q 或者 Q' 分成重量相等的两部分时，他没有掌握各个部分之和与最初的整体的重量相等这点，$½W$ 或者 W' 的概念对儿童来说无意义。因此泊尔强调两半木塞的重量要比整个木塞大，例如 $W \cdot [½Q' + ½Q'] > W \cdot [Q']$，因为“现在有更多的片了”。很显然，这个阶段的儿童依然基于纯粹的主观印象决定他们眼中的重量。当这种决定类型不可否认地帮助儿童建立了等量或者差异性时，就无法帮助儿童用差异性适应一个单元的适当系统。另外，在客观等

① 皮亚杰与斯泽明斯卡：《儿童的数概念》，劳特利奇与基根 · 保罗，1952。

量的帮助下建构了一个这样的系统时，儿童完全丧失功能。

这就给我们提出了一个问题：我们如何对这种组合的缺乏进行解释？或者更确切地说，重量的测量为什么不会引起对现象学的自我中心主义的拒绝而偏向于客观的组合，而这恰恰是物质量化所发生的事情呢？它是因为物理学的、逻辑学的或者是因为物理学附带逻辑学的推理？另外，在最后一个例子中，两个之间又是什么关系？我们对儿童使用的物理推理原则非常熟悉：一个物体的重量是有赖于自身结构和维度的可以受到某种活动行动（动作）影响的实质力量；在物体形状改变或者物体内部构成相互分离的时候其重量有丢失的倾向，因此不适合任何形式的组合。这就是为什么宝利在已经将他的球分成了两个不相等的部分之后说："两个中的一个更小……因此它（与最初的整体比较）不会一样重。"儿童的逻辑论据看起来更为神秘：即使通过纯粹的主观印象进行，当儿童做了一个 Q 等同于 Q' 的重量时，我们或许仍然会期待他能认识到且得出结论认为他所做的所有都是为了得到：$\frac{1}{2}Q'$ 的重量是将 Q 分成了 2（$\frac{1}{2}Q'$）。那么为什么在这样做的时候他失败了呢？而且最重要的是，即使是物理学方面的不确定性造成的，那么为什么儿童就甚至没有想到这种基于纯粹形式方面的解决办法呢？这个问题是更让人困惑不解的。正如我们将要看到的那样，阶段Ⅲ的儿童通过一个非常简单的办法发现了正确的解决办法。那么下面是他们的一些反应，从一个有中间反应的例子开始叙述，这个例子的答案在很大程度上揭示了新发现基于的机制。

奇欧（8；8） 给他出示一个软木塞并要求做一个同等重量的黏土块。——"但黏土更重！"——"那你该怎么做呢？"——"做小点，如果我做得一样大就重了。"他做了一个合适重量的球。——"那这个呢（半个软木塞）？"他拿走了一些黏土但是没有称剩下的那些重量。"你拿走的那些和另外半个软木塞一样重吗？"他在手上掂量了一下。"是的。"——"把两半合起来就跟一整个软木塞一样重了？"——"不是合起来，一整个软木塞稍微大一点。"——"那这个呢？（四分之一个软木塞）"他从第二堆减少的里边拿走了一块。"如何才能使得这个和这个（一整个软木塞）的重量一样？"他把所有用来做成球的那些小土块放到了一起。"你为什么拿走所有的？"——"看看是不是一样？"——"那个呢（半个软木塞）？"他把球分开了。"那么另外一半呢？"——"剩下的（另外半个球）和这个（另外半个软木塞）相配。"——"这个呢（四分之一软木塞）？"他把一个球一分为二。

厄尔（9；6）把他的黏土球做得小一些（相比于软木塞），因为黏土更重。——"那这个（半个软木塞）呢？"——"我只是把它等分开。因为这个（整个球）和整个软木塞一样重，所以半个黏土球就和半个软木塞一样重。"——"那这个（四分之一的）呢？"——"这个简单，我只需把这半个一分为二。"——"这个（整个软木塞）呢？"——"我只需要将这两部分（四分之一加四分之一）合起来，然后这个加上另外一半就是两个一半，也就是一整个了。"

艾斯特（10；2）“如何做一个和软木塞一样重的球呢？”——“要小一点，因为黏土更重。”他照说的做了。——“这个（半个软木塞）？”他把球一分为二。——“剩下的和半个软木塞一样重？”——“当然，我把它一分为二了。”——“那个（四分之一软木塞）呢？”——“我会简单地再把它一分为二。”——“这个（整个软木塞）？”——“只需要把它们都给结合起来。”

这些反应看起来很自然，我们惊讶的是它们没有发生在更早的阶段，没有什么比它们的根本机制更为简单的了。然而，这种非常简单的反应也正是基于思维可逆性的应用；当更为年幼的儿童处理重量问题时，他们仍然无法使用这种可逆性。奇欧的介于之间的反应非常显著地表明了这点。他开始的时候很像一个典型的阶段Ⅱ的被试，对球的体积和重量与整个木塞的重量进行了协调，但是却根本不能将这种协调迁移到解决一半或者四分之一的木塞问题上。然而，当要他重建整个球时，他发现必须要做的就是将刚才处理的部分组合起来，这种运算的可逆性一下子就像让他回到了家的感觉一样，知道各个部分的重量之和与整体的重量相等，结果他就马上能够把整体分解成两半或者四份了。厄尔和艾斯特在他们的部分中，所采用的由组合原则的一部分带来的可逆性直接帮助他们解决了建造物的问题。

我们是否必须得出结论：可逆性仅仅影响着形式思维的机制？还是它是否是构成其内容的重量概念的详细阐述？

第三节　重量和长度

为了回答这些问题，我们设计了一系列特殊的实验。因为重量和球面体积之间的关系可能过于复杂，所以不能够马上量化，因此我们决定给被试呈现厚度和宽度恒定不变的条状物。但是为了探求在发展的更早阶段，与处理黏土和木塞任务相比，他们是否得到了一个正确的比例，我们会让条状物的长度有所变化。

然后我们给他们提供了两个问题任务，第一个问题基于重量和长度的可逆关系：“一个铁块会与一个铅块一样重吗？”这种问题的意图仅仅在于建构，所得结果是否可以和原来测验的结果进行比较。第二个问题基于重量的量化：要求儿童选择一个矩形的硬纸板，它的重量等同于（1）相同宽度和厚度的一个轻的铅块；（2）轻铅块的一半；（3）轻铅块的四分之一。

现在问题1激发出了相同的反应，与第一节描述的一样：在阶段Ⅰ认为条块的长度是相等的（类型1）或者认为重量随着长度而发生变化（类型2）；在阶段Ⅱ发现了可逆性的关系。

下面是一些类型1的例子（阶段Ⅰ）。

耐尔（7；0）“铅球和铁球哪个重？”——“铅球重。”——“好，让我们来

看看这两个棒子（只出示了棒子的头）。我们说它们是由铅和铁做成的。如果它们重量一样，那么它们会一样长吗？”——“是的。”——“这个是由什么做成的？”——“铅。”——“那个呢？”——“铁。”——“它们会一样重吗？”——“是的。”——“一样长吗？”——“一样长。”——“为什么？”——“因为把它们做得一样重。”

赫姆（7；0）“两个的长度将是相同的。”——“为什么？”——“因为它们一样重。”

这里有两个阶段Ⅱ的例子：

兰（6；0）“铅比铁重还是比铁轻？”——“重。”——“好，这有一根铅棒和铁棒，它们重量相同，那它们长度一样吗？”——“不，一个要比另外一个长。”——“哪一个？”——“铅的，因为它更重。”

鲁尔（7；6）“铅棒要长一些，因为铅更重。”——“然而，这两个棒一样重吗？”——“是的。”——“那哪个更长呢？”——“铅棒。”

下面是阶段Ⅱ的反应：

埃尔（7；6）“铁棒肯定要长。”——“为什么？”——“因为铁更轻。”——“确实是这样？”——“必须要长一点，这样才能跟铅棒一样重。”

斯科莫（8；9）“铁棒会更长一些。”——“为什么？”——“因为铁没有铅重。”——“确实如此？”——“所以需要更多的铁，这样才能和铅棒一样重。”

可以看到这三种类型的反应恰好与第一节中开始的那些反应相对应，这样我们就能够用相同的方式解释。

这里是有关金属块和硬纸块的问题。在桌子上陈列着长度不同、宽度和厚度相同的系列硬纸块，要求儿童对它们的重量一一感觉。完成这个任务之后，递给儿童一块宽度和厚度与硬纸块相同的铅块，要求儿童感觉它的重量。接下来让儿童从桌子上挑出一个与铅块重量相同的硬纸块。一旦他挑出正确的一个之后（而且在天平上检查了结果），然后要求儿童再挑出一个硬纸块，让其重量与当初铅块的二分之一长度和四分之一长度的重量相同。非常有意思的是，反应恰好就与第二节得到的那些反应相同。这里有一些阶段Ⅰ的典型反应（长度与重量成比例）：

尤德（5；7）拿了一块和金属板一样长的硬纸板，但是发现在天平上硬纸板轻一些。——“我得拿走那个（指的是最大的金属板，刚才在取走的硬纸板旁边）。”——“为什么？”——“因为那个更小一些而这个更大一些。”——“非常好。”他把硬纸板和金属板称了一下，发现重量一样了。——“为什么把它们放一起？”——“它们不协调。”——“但是在天平上，它们重量一样。”——“它们不相配。”——“为什么？”——“硬纸板更大一些。”

波（5；3）同样拿了一块和金属板一样大小的硬纸板，在修正错误后，继续把四分之一的金属板和一块相同长度的硬纸板相匹配。当他的注意力集中到这个

事情上的时候，他拿起一个更长的硬纸板条（第一种反应），然后拿起一个小一点的（第二种反应），但是最终又以其中一个的长度完成了这件事。

在一个介于之间的中间反应的亚阶段（阶段ⅡA），就像在黏土和木塞任务中做的一样，儿童对重量和长度开始进行了区分，仅仅是再次回到了无差别的情况。

哈尔（6；4）“我们要让硬纸板和金属板大小不一样，因为铁的更重。”——“好，拿一个。”他一个一个地掂量，最后拿了个一样长度的。——“你是不是认为这个重量合适？”——“是的，因为它们大小一样。”他称了一下。“噢，不，铁的稍微重了一点。”他拿了更大的硬纸板。然后给他出示了另外一个金属板，让他通过叠加的方法理解它是原始的那个金属板的一半。“找一个和它完全一样重的硬纸板。”他选择了一个和它同样长度的。“对吗？”他用天平称了一下，发现他错了。“试一下另外一个。”他犹豫了半天，又拿了一块相同长度的。“你为什么这么做呢？”——“因为一样大，所以就一样重。”给他演示了正确的关系。“现在，选一个和硬纸板相匹配的铁纸板。”他做对了。“选一个和这个相匹配的（四分之一的）。”他拿起一个同样长度的。“这两个一样重。”——“为什么？”——“因为它们一样长也一样宽。”

这一反应突出表明了这个中间阶段的儿童仍然经历的困难，尽管他们最初试图将重量从物质的表观数量中分离出来。相对而言，对于阶段ⅡB的被试来说，当被要求匹配整个金属块的重量时，他们直接对重量和长度之间的关系进行了倒置；但是像第二节中描述的被试一样——这种平行主义是非常显著的——当涉及一半或者四分之一块时，他们在组合类似的关系时存在着系统的困难。

罗斯（7；0）他说：“硬纸板更轻。”然后很快地拿起一个更长的硬纸板去匹配那个金属板的重量。“给这个（金属板的一半）也选一个相同重量的。”他选了一个比第一个稍微小一点的硬纸板。“为什么？”——“因为它比那个（金属板的一半）稍微大一点。”——“那这个（四分之一的）呢？”同样的反应。——“我们不能拿一个和那个一半长的（对于半个金属板）吗？”——“不，硬纸板必须要比那个（金属板）要大一点。”

泽姆（8；0）选了个长点的硬纸板条，“因为这个更重。”——“那这个呢（二分之一）？”——“已经分成两半了。”但无论如何，他选了一个错误的条块。对于四分之一的纸板，他有着同样的反应。

最后，这里有一个阶段Ⅲ的反应（一半和四分之一的正确组合）例子。

鲍尔（9；11）选了个长点的硬纸板条。“因为这个更重。”——“那这个（二分之一）呢？我们必须……噢，它是一半，那我们必须取硬纸板的一半，而这个（金属板的四分之一）是铁板的一半。所以它们重量一样。”

我们看到，重量和长度之间的关联经历着一个与重量和体积之间类似的阶段。组合与原来的一半或者四分之一体积或者长度相当的重量时存在着系统困难，与量

化的问题有所关联。因此，我们用基本的术语提出问题，并为阶段Ⅳ准备了途径。

第四节 结 论

在前面的章节我们已经看到，在运算组合和量化中由守恒、原子论和密度所引出的所有问题。数量得以守恒是源于两种类型的可逆建构的群集或者群的同质性所致：（1）是整体的和它的各个部分的（分解），这要归功于儿童对各个部分之和等于整体的原则的发现，即无论怎样分解整体，其数量都保持恒定；（2）是有关系的还是可置换替代的，这种认识表明儿童知道，物质在整体形状上的变化可以通过补偿某种变化进而抵消其他方面带来的变化。现在这两种类型的组合，不仅仅解释了等浓度的物质、重量和体积在守恒原则上的起源，也解释了为什么在所有的原子论格式中都起了作用，但是这点仅仅适合应用于微粒子的量度。另外，它们能够促使我们的被试对扩散和浓缩的而且在密度上有差异的实体进行解释，这也要归功于我们所谓的压缩和解压的特殊置换形式。因为没有要求儿童增加或者减少物质，所以他们就开始掌握了物质数量的持久恒定性，甚至掌握了微粒体积的持久不变性，并且能够将它们与表观数量和体积进行区分，将差异归结于后者对远离中心的或者趋近中心的基本部分的置换。

但是这些组合的本质，确切来说到底意味着什么？在什么条件下它们开始出现？我们对物质、重量和体积应用上的时间差异如何解释？我们之前对儿童付出努力解决密度问题的回顾，已经直接导向了这章要讨论的问题。我们所分析的这些反应的重要意义在于，它们揭示了儿童逻辑算术和物理论据之间的显著平行性。我们发现——而且这是我们核心观点的内隐证实——我们实际上所关心的是有关逻辑和物理表征的问题。在阶段Ⅰ和阶段Ⅱ期间所形成的错误，是由于儿童还没有能力将各个部分整合到整体中去，或者是由于不能转化诸如重量和体积这样的关系。因此，这里涉及的是类和关系的逻辑结构，或者由它们融合产生的算术运算的逻辑结构。

我们的主要任务是要澄清这些逻辑算术因素和物理概念之间的关系，或者更为确切的是要研究重量和物理体积量化的机制（作为简单物质的量化，在别处我们将之描述为数量和数的起源）问题。在本书的最后一个部分（第十章到十二章），恰恰要对这个问题进行论证。

从心理学的角度提出如下问题：在犯了一个错误之后儿童这样去做可能是因为：即使儿童的推理勉强正确，但是因为可能缺乏必要的物理概念，所以在掌握所呈现的数据时还是以失败告终；或者即使儿童领会了数据本身，也还是无法获得形式上的论据；或者还存在两种方式的推理过程。换句话说，年幼被试的困难可能反映的

是某方面思维内容、某种形式程序的缺失或者两者兼而有之，例如在掌握重量、物理体积和密度上的失败就是如此；或者是在数组合的帮助下无法将部分整合到整体中；或者上面两种情况都存在。这是普通心理学中的一个重要问题。因为它的方法能够展示思维的形式是否能够从内容上分离出来，逻辑数学运算的可逆性是否源于物理运算的可逆性，或者相反，或者它们彼此之间是否有不可分离的密切关系。现在从我们所收集的所有证据来看，思维的形式和内容看起来似乎是少了一些不可分离性，多了一些发展阶段的基本特性。儿童为什么不能够将重量分解成部分，而部分的组合将会重现整体？或者为什么不能够在数量上将它们分成单元、两半和四份，或者甚至置换特定的关系？其理由是儿童并非不能够表现这些形式运算——儿童在另外的方面或多或少都能表现一些——但是这些结构部分取决于需要儿童建构的内容。相反，内容本身在构建过程中发生变化，因此不能直接从内容中获取结构。因此，被同化的事物与被同化的格式之间并没有原始区别，并且在它们还没有区分时仍然保持原始状态。换句话说，拟要同化的物质（实质、重量和体积等）在同化还未达到完美的时候依然保持着不可逆性，但是同化后就可逆了。结果是一种由可逆机制和内容组成的形式的分离，这种形式根据应用领域或多或少完美地适应其本身。

从逻辑学角度提出的问题如下：我们已经可以对不同群集的类的逻辑数学运算和关系或者数群与时空中的物理运算进行区分，这就将类关系转换成了（数学上的）除法（1），将对称关系转换成了置换（2），将数转换成通过（1）和（2）得以量化的测量工具（3）。但是逻辑数学和物理运算这两种类型之间的确切联结到底是什么？现在我们所研究的主要物理运算，承载于物质实质、重量和体积，我们能够很容易地回答这些问题：到结束的时候，我们仅仅需要这三个概念服从于例如序列化、通过等价原则进行组合和数建构的类似逻辑数理运算。相应地我们要求儿童对重量序列化，设置类似争论，例如（$A>B$）＋（$B>C$）＝（$A>C$）那里“大”于意味着更重（第十章），或者注意到等价性后，推导出（$A=B$）＋（$B=C$）＝（$A=C$）或者［（$A=B$）＋（$B=C$）＋（$C=D$）］＝［（$A+B$）＋（$C+D$）］，等等，两者都涉及重量（第十一章），也涉及体积（第十二章）。如果儿童产生了正确的回答，并且如果逻辑形式与物理背景无关的话，那么这种纯粹形式的重量和体积运算必须与通常（物质）的数量同时出现，即提前于所有的物理运算。相反，如果内容构成发展的真正原理，那么物理运算的出现顺序将完全由经验决定。如果最后就像我们所相信的，形式和内容是不可分离的，数理逻辑运算的出现顺序将与物理运算的顺序有所联结，每出现一个新的逻辑类型，就同时伴随着一个新的物理类型，这就与我们已经建立的演替法则相对应。此外，如果逻辑和物理运算虽然保持融合，

但在纯粹形式化的层面逐渐形成不同阶段的连续性，而物理运算的泛化将与实验验证的可能性保持紧密联系。在第Ⅳ部分有关这个过程的分析必将为心理行为与经验之间的关系注入新的光芒。

第四部分　形式组合

第十章　非对称关系的组合与重量的差异

我们对于物理世界的理性表征至少包含三种类型的形式组合。首先，我们能够根据质性差异对物体之间的差异进行构造。这是非对称关系的特定逻辑功能，其作用包括将差异纳入系列，或协调（增加）两个或更多的序列关系。第二，我们可以建立定性的等价关系；当不超过一个命题变量时，这是逻辑的类的功能（加法和乘法的当量计算），当涉及两个变量时，这是对称的（平等）逻辑关系（这两种类型的逻辑是类似相同的群集结构）。最后，我们能够同时构造出事物的相同点和不同点。在类似情形中我们会忽略某些性质，并且认为各个物体之间既有相同点又有不同点，这样就相当于把它们归入了单元中。因此，数来源于类与非对称关系的运算融合。

本书的最后一部分侧重于重量和物理体积的逻辑和计算。首先，我们借由一个简单方法观察非对称关系的逻辑在重量差异中的应用。也就是说，在面对重量与体积不成比例的系列物体时，儿童无法凭借体积推断，只能通过直接观察推断其重量。另外，为了防止前一个测试的结果对后一个测试造成系统性的影响，我们让这几个测试的顺序随机排列。

任务 I

在儿童面前展示三个小圆石，儿童无法通过体积猜测它们的重量。给儿童提供一个天平，当然，如果儿童愿意也可以用手来掂量石子的重量。告知儿童，接下来

要玩一个游戏，其中有一项规则是一次最多只能接触两块石子。他们手上拿着两个等质量的空盒子，以用于同时掂量两块石子的重量。要求儿童将三块石子按重量大小进行排序。这个任务的重要性不在于得到的结果，而在于阐明所用到的系列运算规律。为了检测目的达成与否，我们特意改变了测试。因此，如果一个被试可以建立起 $A > B$ 和 $A > C$ 的关系时，那么就有一半的机会排出正确的系列 $A > B > C$ 或另一系列 $A > C > B$。然而，毫无疑问，在这个例子中并不能由前提得出结论。同样地，儿童可能单凭猜测做出 $A > B > C$ 的推断，另外，当儿童手握三个新的物体时，他们可能为了得出 $A > B > C$ 而直接做出 $B < A$ 和 $C < A$ 的推断。因此，对儿童进行后续的测验，直到搞清儿童在测试中采用的思维系统（正确的或是错误的），以及儿童的判断究竟有多少是凭借运气的（这点十分重要）。为达到这个目标，我们要求儿童参与了任务Ⅱa 和Ⅱb。

任务Ⅱ

作为任务Ⅰ的参与者，儿童需要进行两个有关黏土模型的游戏。在任务Ⅱa 中交给儿童三个表面材质相同的小球（红色的黏土模型），它们的尺寸和重量成反比：最小的球中包裹着一些铅丸，第二大的球内部有一个小圆石，最大的球则只是黏土。告知儿童这三个球的重量和他看到的形状之间没有关系，并且儿童一次只能测两个球的重量，再将它们的重量按大小顺序排列出来。

在任务Ⅱb 中要求儿童再一次将不同尺寸的球进行比较，这次最重的是那个中等尺寸的球，最轻的是最大尺寸的球。规则不变。

任务Ⅲ

要求儿童在不能够仅仅通过观察建立顺序的前提下，对四到六个重量不同的小圆石进行排序（Ⅲa），或是要求儿童将三个有着相同体积而重量不同的小圆石进行排序（Ⅲb）。同样儿童一次只能够测两个球的重量。

任务Ⅳ

一旦前三个任务都得到解决，我们会继续比较一般排序任务得出的结果。给儿童展示十个体积相同但重量不同的黏土球，并要求他们依据重量按照从小到大的顺序进行排序，没有特殊的规则，也就是不再限制他们在同一时间内只能对于两个球进行测评。

任务Ⅴ

交给儿童三个火柴盒（只是牌子相同，但没有其他区分标志），并告知他们火柴

盒的重量是不相同的。最重的火柴盒中装满了沙子，次之的火柴盒中装满火柴，最轻的则是空盒子。要求儿童用手掂量去估计它们的重量。将桌子上打乱顺序的盒子摆成一个三角形，然后要求儿童根据相应问题指出正确的盒子，其间不能打开或者触碰盒子：

任务Va：这个盒子（A）比那个盒子（B）重，那个盒子（B）比这个盒子（C）重。那么哪一个是最重的盒子呢？最轻的又是哪一个呢？

任务Vb：这个盒子（A）比那个盒子（B）重，这个盒子（C）比那个盒子（B）轻。那么三个盒子中哪一个最重呢？哪一个又是最轻的呢？

任务Vc：这个盒子（B）比那个盒子（A）轻，比这个盒子（C）重。那么哪一个是最重的盒子呢？哪一个又是最轻的呢？

这些测试的结果带有极高的启发性。在阶段Ⅰ中，儿童不能够解决任务Ⅰ和任务Ⅱ，因为他们一次只能对三个物体的其中两个进行比较，且儿童一次一般只称重一个，即其间不存在任何相关。如此儿童必然无法解决任务Ⅲ（四个石头）和任务Ⅴ（口头问题），更不用说解决任务Ⅳ（简单序列）。在阶段Ⅱ中，儿童同样无法解决任务Ⅰ和任务Ⅱ，但这是由于儿童无法通过协调几个相互独立的配对进而建立起关系导致的，例如，$A>B$ 和 $A>C$。相似地，在任务Ⅲ中，儿童简单地建立起了 $A>B$ 和 $C>D$ 的关系，而无法从中领会到这样建立关系对他了解 A，B 和 C，D 之间的关系是没有任何帮助的。当进行简单序列化（任务Ⅳ）时，儿童会依据自己的经验开始将这些物体成对或者三个一组地建立关系，但是却无法协调其中的连续性结构。他也无法提出对于任务Ⅴ的正确答案。在阶段ⅢB 时期，儿童终于可以通过协调先前得出的所有关系（任务Ⅰ和任务Ⅱ）建构出正确的序列 $A>B>C$ 了，并且能够正确地进行序列化（任务Ⅳ）。然而，在这一阶段（亚阶段ⅢA）的开始，儿童依旧无法建构出用于解决任务Ⅲ的逻辑系统，虽然可以成功地建构Va 和Vb 中的简单关系，但他们依旧无法协调可逆关系（$B<A$ 和 $B>C$）（任务Vc）。总的来说，亚阶段ⅢA 所得结果标志着运算序列化的开端，这一序列化在亚阶段ⅢB 得以完成。

第一节　阶段Ⅰ：组合的缺席

在一次只能估量两个小圆石的条件下，要求一个四至五岁的儿童，根据三个小圆石的重量大小进行排序（任务Ⅰ）时，因为无法理解测量三个小圆石的意义，他们通常无法完成这个任务。取而代之的是他们会仅仅局限于对两个球的测量，并根据石头本身的轻重来决定如何排序。下面有几个这方面的例子：

布尔（5；8）将 A 石头放在天平一边的盘子上，并将 C 石头放在另一边。他发现 C 石头更轻，随后将其放在他的右边，而在没有对 B 石头进行称重的情况下

就把 A 放在 C 的右边，把 B 放在了其他系列的前面，好像是自己就已经印证了它是最重的石头一样。“你已经称过这块 B 石头了吗？”——“它比较重。”——“为什么呢？”——“因为那个（C）是轻的，而且 A 只重一些。”

森（5；10）用天平称了 A 石头和 B 石头，但是他没能很好地掌握天平的功能。要求儿童感受这些小石子的重量，之后他排出了 $A \leftarrow B$[1] 的顺序。接着他将 C 石头放在了右边：“你称过这块石头吗？”——“没。”——“它应该放在哪？”他再次将石子拿了起来，放在手中感受重量，说道“它是轻的”。由此得出 $A \leftarrow B \leftarrow C$，但这纯粹是基于巧合的。在另一个测试（Ⅳ）中，他再次拿到这三块小圆石。随后他对 A 和 C 进行了重量的测评，并得出了 $A \leftarrow C$，接着又是在没有称量的情况下将 B 放在了 A 的前面。“为什么你把它放在这儿呢？”——“这块石头（B）是重的。”之后允许他可以同时接触三块石头，并要求将石头按正确顺序排列出来。但在面对三块以上或者四块小圆石的情况时（任务Ⅳ），他就无法做到了。接下来在他面前呈现了任务Ⅱa：对于那些重量和体积成反比的黏土球进行排序。他对 A 和 B 进行了称重，即便如此作为，他却依旧认为 B 更重，因为 B“更大”。接下来，他通过用手掂量对 C 进行了称重，并将它放在了 A 和 B 的中间。也就是 $B \leftarrow C \leftarrow A$。“你是怎么知道那块（$C$）比（$A$）更重呢？”——“因为它重呀。”

柏德（5；11）对 B 与 C 进行称重比较，得出了 $B \leftarrow C$ 的结论。接下来他将 A 放在了 C 的右边，得出了 $B \leftarrow C \leftarrow A$ 的结论。——“为什么是这样的呢？”——“因为它是轻的呀。”在任务Ⅱb 中，他进行了称重并得出 $A \leftarrow C$，并将 B 放在其后。“为什么把（B）放在这儿呢？”——“那是它的位置呀。”

我们了解到，在这个阶段的协调受到关系误判的阻碍。儿童在年龄很小时就有通过比较两个物体的重量，建立起例如 $U \rightarrow W$ 或者 $V \leftarrow W$ 这样正确知觉关系的能力。撇开任务Ⅱ中出现的错误认识不谈——正如我们所知道的物体重量与其外显量在儿童达到阶段Ⅱ前不能分开而论一样——他可以很容易在知觉层面上完成对两个元素的重量比较。从苛勒（Köhler）对于小鸡颜色知觉的研究中，我们知道类似的对比是固着于像重量这样特性的知觉的。所有的知觉过程——不论多么初级——都是基于关系的而不是基于绝对的特性。换句话来说，对于特性的知觉和基于特性之间的关系的知觉都是初级的基本能力。当特性依然停留在一个未经加工的状态中时，关系就给儿童提供了一个对物体的量进行较粗浅认识的机会（相对于那些基于顺序序列的内涵定量，以及基于数的单元的外延定量而言）。然而，正是因为这些知觉的关系不能够得以（内涵的或是外延的）量化，甚至连序列化能力也还未达到逻辑关系的高度：不对称的关系只有在适当群集，即序列化或者它们自身关系的协调整合中才会出现。

---

① $A \leftarrow B$ 表示 A 比 B 重，也可以写作 $B \rightarrow A$。

因此，即便当儿童断言 A 比 B 更重时，处于这个阶段的他们，始终无法领会到重量的相对性，且只能通过将两个物件中一个描述为“重”另一个为“轻”来表达其中的知觉关系。因此，森把 B 放在 A 前面，因为他认为它是“重的”；即使当这些儿童在使用例如“更重”，“更轻”等比较词时，他们依然在知觉水平上而非运算的关系水平上进行思考。这是通过他们对于第三块小圆石的操作而证实的：没有对其进行称重的原因是他们无法协调两个分离的关系，换句话来说就是他们无法建构三个物体间的序列关系。他们试图建立起的只是一系列的二元关系，即一个可以分类但未达系列化的关系：他们先是找出那些“重的”和“轻的”石头，而当他们把第三个石头放在列首或列尾时，想做的只是简单地把它分为重的一类或是轻的一类罢了。因此，虽然当森把 C 放在了 B 和 A 之间，他却立刻提到 C 是重的这一说法。由于他认为对第三块石头进行称量，与另外两块比较是没有必要的，他就不可能尝试去建构起一个系列，而只是简单地想去确定第三块小圆石是较重还是较轻的。这个论点可由处于这一阶段的儿童使用这一特殊的称重方式来证实：若没有立刻把第三个石头放下来，他们常常会仔细地对它进行称重，但是只是对它本身称重而已；这证明儿童只是简单尝试确认石头是轻的还是重的而已。其他要求儿童首先要对其中两个进行比较的情况下，对三个石头分别称重时，这一现象再次出现。此外，即便当他们将这些石头放在手中进行称量时，他们的目的也不是得出石子重量的关系，而只是想要尝试从“轻的”一类中分离出“重的”（森）罢了。

因此，儿童在任务Ⅲ（四个石子）中没有更好的表现就再正常不过了。

森（5；10）拾取石头 A 和 B 并将 A 放在了右边，因为“它是最重的”，同时将 B 放在了 A 的左边。然后他拾起了 C 石头，称量它的重量并且将它放在了另外两个的中间，但更靠近 B 一些。最后他测量了 D 并且把它放在了 A 和 C 之间，然后纯粹靠猜测得出了 $B \leftarrow C \leftarrow D \leftarrow A$ 的顺序结果。

纳尔（5；11）对 A 和 C 进行称重并得出了 $C \leftarrow A$。其后，他用手对 D 进行了掂量并将它放在了 C 的前面；随之他测量了 B 并在它放在了 A 的后面。得出了 $D \leftarrow C \leftarrow A \leftarrow B$ 的顺序。

任务Ⅴ（有盒子）引出了相似的反应：

科特（5；10）被告知：“你看这些盒子，这个盒子（A）比这个盒子（B）重，而这个盒子（B）则比盒子（C）更重。你可以重复一下我刚刚都说了些什么吗？”——“这个盒子比那个盒子重，而那个比这个重（即 $A \leftarrow B \leftarrow C$）。”——“现在把三个中最重的那个盒子放在这儿，最轻的那个放在那儿，那个第三个盒子放在中间。”他便摆出了 $A \leftarrow C \leftarrow B$ 的顺序。——“你确定是这样的吗？”——“不，这样排（$B \leftarrow C \leftarrow A$）会更好些。”

这些反应就是我们在任务Ⅰ－Ⅲ中所猜测的解决方式。当进行一般排序问题时（任务Ⅳ），其中的反应又一次是能与在对物质的长度与数量进行建构中产生的反应

相媲美的：我们的被试无法得出十个球的正确顺序，仅仅通过将大多数重的球放在一边，轻的放在另一边而建构了一种整体排列。然而，这种方式的建构在重量测量任务中持续的时间要比在简单的量化（长度或者宽度）任务中存留得更久。

埃尔伯（5；11）“看这些球（随机顺序）。你可能会觉得它们的重量都一样，但并不是这样。你可以把其中最重的球放在这（右边），而剩下的球按由重到轻的顺序依次放在它的左边，一直到摆完为止。”埃尔伯拿起了身前的6号球称了称后放下，接下来他又拿起了8号球把它放在了6号球的右边；接下来是3号球，他认为3号球是“轻的”并将其放在了离6号球较远的左边；而9号球他则认为是“重的”，放在了6号球的左边；7号球则放在了9号球的左边，5号球在7号球的左边；4号球，他认为是“轻的”，并放在3号球的左边。接下来他拿起了10号球喊道：“天哪，它真重！”并把它放在了6号球和8号球之间。最后他用手称量了剩下的两个球说道：“它们都是轻的”，并放在了其他所有球之前（左边），最后的顺序是2←1←4←3←5←7←9←6←10←8。在重复最初的规则时说道：“确认一下你做的是对的，所有球中最重的在这边，并且依次将剩下的球排放过去。”埃尔伯一个一个地拿起球但并没有对他的排放做出任何改变。之后主试把10号球放在了1号前面，但这对他似乎并没有什么影响。

埃尔伯的反应是具有代表性的，所以我们并不需要再举别的实例[①]。它们证明了：当系列足够长且儿童可以在排序过程中自由操作的时候，儿童既无法正确地排序也无法建构其关系。这再次证明，当只有三到四个小圆石时，儿童可以明晰地表现出系列化的能力，但前提是不要给他一次只能处理两个以内物体的限制性指令。

因此森在无限制条件下，对三个小圆石进行了正确的系列排序；但存在限制条件时则以失败告终。这一类型的反应是知觉比较并非推理的结果。儿童可以用一只手握住两个小圆石，而把第三块小圆石放在另一只手上，或者他把三个小圆石快速地连续放在同一手上，并回忆出它们的重量，由于被感知的物体数量足够小，使得这些接近同时的记忆印象可以作为儿童的同时性知觉保留了下来。如果我们记录下这些称重过程（在完全自由的情况下对三个或者四个小圆石操作），并将其慢速回放时，毫无疑问我们应该会看到在儿童的表现中蕴含着解决实践任务Ⅰ、任务Ⅱ和任务Ⅲ所需的运算；而当要求儿童一次最多只能接触两块石头时，他们无法成功地使用这一运算。然而，我们的慢动作电影所揭示的直接和无意识的前运算与儿童为解决任务Ⅰ－Ⅲ而必须进行的间接运算之间的主要区别是，在前者中，直接的触觉运动记忆是有原因的，在后一种情况下，儿童必须协调他通过一系列判断而得到的关系，因此儿童要完成任务就不能再依靠记忆，而需要一个参照点系统，例如把最重的物体放在右边，把最轻的物体放在左边，在这样的排列方式中，儿童总能说出

① 长和宽的例子，见皮亚杰和斯泽明斯卡《儿童的数概念》，劳特利奇与基根·保罗，1952，第五章。

接下来需要完成的比较。如果我们无法将基于无意识记忆，或是直接知觉出现的伪系列化与真正的运算系列化区分开的话，当苛勒的小鸡在两个颜色中选出更黑的那一方 $A \rightarrow B$ 时，它们会继续选择在一个更深的颜色 C 上去啄时，我们可能会轻易地得出这些小鸡能够解决许多连我们的儿童都感到困惑不解的问题的结论。显然当小鸡被训练至成功无视两个颜色中比较亮的一个时，那些可怜的小动物并没有建构出 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的序列，它们仅是依赖于它们的知觉记忆罢了。简而言之，只有在应用智慧协调去处理连续的关系时，真正的序列化才会开始形成。

现在，在操作完全自由的情况下，要求被试对十个，而非三个或者四个物体进行排序时，这个问题再一次复杂化了，而且变得与一次只能接触两个物体的情况下对三个物体进行系列化的任务一样难。这是因为通过同时接触所有的物体，或是快速地连续在手里掂重，从而在记忆中记录它们的知觉关系已经是不可能的了。为了对十个物体排序，儿童必须能够建立起连续性的规则，领会到每个物体必须比排在它之前的都更轻，且比排在其后的都更重。因此这一建构需要确定（$A \leftarrow B$）和（$B \leftarrow C$）两者之间的关系，这就是处于阶段Ⅰ的儿童会认为任务Ⅳ与任务Ⅰ以及任务Ⅱ的难度相当的原因了。更不用说其中细节上的处理是无法完全同步的；有一些儿童，因为一些特殊的经验，在十个球的排序中表现得比对两个分离关系的协调更好或更差。但大体上，这两类行为可以说是同源的。

我们之所以花费了如此长的篇幅来描述伪系列化与真实的运算系列化的区别，是因为这一区分对于这本书中的三种定量思考方式而言是至关重要的（物质，重量和体积）。显然，如果外延量化的结果正如我们假设的一样，是来自于系列化与等价的运算比较，那么相对于其他属性而言，儿童会更容易对那些外显可见的特性进行量化：这样直观可视数据的系列化（以及等价的确立）可以推广到即时知觉的大部分领域。这也是物体外显物理量的量化、系列化与均衡化都首先得以建构的原因：这些外显物理量暴露在直接视觉中，而对于物体重量与体积守恒的建构不是与除视知觉之外的知觉有关，就是与需要将通过视觉得到的信息进行理性化的精细建构的源于视知觉的数据有关。因此，对任何急于解释物质、重量和物理体积守恒建构之间存在某种时间滞差的人来说，需要对序列化和其他量化运算的详细分析予以重视。本章结尾我们会回到这一问题上，但如果仅仅是要理解事实，我们认为在系列化的起始研究中提及这一点是合乎情理的，即因为这些心理上的局限，同样的逻辑群集在相互区别的智慧水平上得到精细化程度，取决于他们使用的是知觉的还是实验的内容。

第二节　阶段Ⅱ：通过未配对进行的经验上的系列化

处于阶段Ⅱ的儿童表现出一个巨大的进步：他们现在已经可以认识到，只称重单独的物体并不能给予自己任何有用的信息，需要在不同物体之间进行称重比较。然而这一进步并不能自动地将儿童导向任务Ⅰ－Ⅲ的正确解决方式。因为他们若想要组成一个系列，除了一次对两个物体进行称重之外，还必须对得出的配对关系进行协调才行。因此，只有同时得到 $A \leftarrow B$ 和 $B \leftarrow C$ 两个关系时才能实现系列化，而分别从 $A \leftarrow B$ 和 $A \leftarrow C$ 中并不能得到一个清晰的结论，至于关系 $A \leftarrow B$ 和 $C \leftarrow D$ 则更是不能提供任何结论了，除非 C 能与 B 进行比较，仅靠以上两个关系是无法得出一个完整结论的。也就是说，系列化需要的是相关的配对关系在一个固定的顺序中进行相互联结。然而，在最后我们看到的是阶段Ⅱ的儿童们仅依靠测量出的（$A \leftarrow B$）与（$A \leftarrow C$）两个关系来尝试去解决任务Ⅰ和任务Ⅱ，通过单独建构并列配对关系来解决任务Ⅲ。

这里有几个在任务Ⅰ和任务Ⅱ中的反应：

皮耳（6；10）开始时和所有阶段Ⅰ的儿童一样，通过对 A 和 C 进行称重对比，且在没有进行后续对比的情况下把 B 放在了第三个的位置上。但是一周后他在对 A 和 B 进行称重对比，以及随后的 A 和 C 对比中，得出了 $A \leftarrow C \leftarrow B$ 的结论。“你是怎么知道这个（B）是更轻的呢？”——“我从与它（A）的比较中知道的。”在任务Ⅱa 中，他建立起了 $A \leftarrow B$ 和 $C \leftarrow A$，将 B 放在了 C 的后面，由此得出了 $A \leftarrow B \leftarrow C$。——“你是怎么知道那个（$C$）是最轻的呢？”——“喔，它应该是这样的（$A \leftarrow C \leftarrow B$）。”在任务Ⅱb 中，他建立起了 $B \rightarrow A$，$C \rightarrow A$ 的关系，并得出了 $A \leftarrow B \leftarrow C$ 的结论。“这个（B）是比那个（C）更重吗？”——“是的。”——“为什么呢？”——“因为我先量的它”。换句话说就是他错误地使用了自己先前一个随意的称量顺序作为证明证据。

雷（7；8）在任务Ⅰ中，他建立起了 $B \rightarrow A$，$C \rightarrow A$ 随后把 C 放在了中间，得出了 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 的结果。——“这个（C）和那个（B）哪一个是最轻的呢？”——“……”——“为什么你把这个（C）放在中间呢？”——“因为它比那个（A）轻。”——“那么这个（B）呢？”——“一样比它（A）轻。”——“嗯，看，这儿有另外的三个小圆石，试试去做得更好些。”他建立起了 $A \leftarrow C$ 和 $B \leftarrow C$ 的结论，并摆出 $B \leftarrow A \leftarrow C$。“哪一个是最重的呢？”——“是那个（$B$）。”——“为什么呢？”——“它比这个（$C$）更重一些。”——“那么那个（$A$）呢？”——“……”——在任务Ⅱa 中，他建立起了 $A \leftarrow B$，$A \leftarrow C$ 的关系，最后排出了 $A \leftarrow C \leftarrow B$。——“它

们三个中哪一个是最轻的呢？”——“这个（*B*）。”——“为什么呢？”他比较了*B*和*C*的重量，随后得出正确顺序的答案。但是在任务Ⅱb中，却再次出现了相同的错误。

莫尔（7；10）在任务Ⅰ中，他建立起了$B \leftarrow C$和$B \leftarrow A$的关系，并得出了$A \leftarrow B \leftarrow C$的正确顺序，但是在随后的表现中发现他纯粹是靠运气得出的。在任务Ⅱa中，他建立起了$A \leftarrow B$，$A \leftarrow C$，最后排出了$A \leftarrow C \leftarrow B$。“哪一个是最轻的呢？”——“是那个（*B*）。”——“为什么呢？”——“因为我看到了它的重量比这个（*A*）更轻。”——“那么那个（*B*）有多重呢？”——“它只有一点重。”

这些重要的反应，仅仅在我们将这些反应和在四个小石子的测试（任务Ⅲ）中得到的相同反应进行比较时才可以清晰体现出来。

莫尔（7；10）建立起了$C \leftarrow D$，并将它们按相应的顺序摆出。接下来他对*A*和*B*进行了称重，摆出了$A \leftarrow B$，但是将其放在了之前配对的右边，结果就是$D \leftarrow C \leftarrow A \leftarrow B$。“四个中哪一个是最轻的呢？”——“是那个（*B*）。”——“你怎么知道的？”——“它比这个（*A*）更重。”——“那么在这两个（*A*和*C*）中哪一个更重呢？”——“是那个（*C*）。”——“你怎么知道的？”——“我已经称过他们了。”——“那么四个中哪个最重呢？”——“是那个（*B*）。”——“你确定吗？”他拿起了*C*和*D*并且纠正了他的错误，接着又检查了*A*和*B*。“这样才对（他摆出了$C \leftarrow D \leftarrow A \leftarrow B$的结果）。”

欧拉（7；11）建立起了$A \leftarrow C$，$B \leftarrow D$，并得出了$A \leftarrow C \leftarrow B \leftarrow D$。——“这个（*C*）和那个（*B*）哪一个是最重的呢？”——“是那个（*C*）。”——“为什么呢？”——“这是事实呀。”

贝尔（7；11）建立起了$C \leftarrow D$，$A \leftarrow B$，并得出了$C \leftarrow A \leftarrow D \leftarrow B$的结果。——“它们四个中哪一个更重呢？”——“是那个（*C*）。”——“你是怎么知道它比这个（*A*）还重的呢？”——“因为我先量的它。”

因此，我们就开启了一个相关关系：儿童不再仅是将知觉到的元素分为轻和重两类，而是把关系视为绝对量。尤其是儿童不再试图去得出单一物体的重量，而且基于*A*比*C*更重这个事实，他们不会进一步得出*B*一定是轻的这一结论了。然而，儿童的新生的相对性却因为他们并列而不是协调已建立的关系而停下来了。因此，在这里还没有适当的关系系统，但只有一个前相对特性系统。

这种前相对性是所有这些对任务Ⅰ和Ⅱ反应的一个持续特征。因此，如果儿童靠运气得出了$A \leftarrow B$和$A \leftarrow C$而非$A \leftarrow B$和$B \leftarrow C$，他们就已经十分满足，并随意地摆放出*ACB*或是*ABC*，即他们只是简单地将$A \leftarrow B$与$A \leftarrow C$两个关系进行了并列。更重要的是他们还为自己随意排序进行辩护。但是儿童可能再次陷入之前的局限中；因此，当皮耳争辩道*B*是比*C*更轻的，“我从比较*A*得出来的”，他这样说只是因为先前得出了*B*轻于*A*，那么它一定会是轻于*C*的。换句话说，就像处于阶段Ⅰ一样，

B 本质上不再是“更轻”，但是这要归功于我们所谓的前关系的这种概化特征。也正是在这一意义上，莫尔认为 *B* 更轻，只是因为他发现它比 *A* 更轻而已。也就是说，在这个阶段的儿童把自己已经建立起来的序列当作一种客观的真理。因此，贝尔得出了 *B* 比 *C* 更重的情况，“因为我先量的它”。

对于任务Ⅲ的反应则充分证实了这种解释。对这四个物体的处理不是通过简单地并列——（*C* ← *D*）←（*A* ← *B*）（莫尔），或（*A* ← *C*）←（*B* ← *D*）（欧拉）——或是如贝尔进行强行综合处理，于是我们得到了最典型的前关系：因为 *C* 是“重于” *D* 的，以及 *A* 是“重于” *B* 的，那么 *C* 和 *A* 本质上就是“更重的”而被放在序列的首位，而 *D* 和 *B* 则本质上就是“更轻的”被置于末尾，由此排出了 *C* ← *A* ← *D* ← *B* 的情况。而 *C* 比 *A* 更重的原因在于，根据贝尔和皮耳的论述是因为“我先量的它”。

不言而喻，在这些情形中，半形式化的推理是不可能的，由此在解决问题Ⅴ时失败了：

> 卡（7；2）“这有三个箱子（*A* ← *B* 且 *B* ← *C*），哪一个是最重的？”——“那个（*A*）。”——“那哪一个是最轻的？”——“那个（*C*）。”——“那如果我拿这两个（*B* 和 *C*）让你比较，你觉得哪一个更轻？”——“这个（*C*）。”——“那让你拿这三个做比较，哪个最轻？”——“……”

对于一般排序任务（任务Ⅳ），我们发现一旦儿童不再使用一个一成不变的解决方式（阶段Ⅰ）并开始对物品进行评估时，他们同时还会倾向于借由配对和组建由三或四个物品构成的系列来处理任务。在这个阶段的早期，他们只能做到这种程度，但只要到了这一阶段的后期，他们就会运用经验来调整这些连续的元素，直到最后能通过简单的尝试—错误的策略来成功合理地排出顺序。

> 麦克（6；0）这样排列他的小球：1 ← 3，2 ← 4，5 ← 6，7 ← 8，10 ← 9，这个系列由一个轻物排在一个重物后这样的非协调配对组成（其中不包括最后一个关系）。当要求他检查其建构时，麦克一一拿起两个物件进行排序，并得到了正确的排列顺序。
>
> 拜尔（7；0）建构出这样的配对：1 ← 2，4 ← 3，5 ← 7，6 ← 9，8 ← 10，随后在 9 与 8 后正确地将顺序排列出来。
>
> 达尔（7；5）先得到关系：1 ← 3，2 ← 4，随后摆出 6 ← 7 ← 8 和 9 ← 10。接下来他把 5 放在 4 与 6 中间，检查整个系列，并对开始时得到的关系进行纠正。

因此，总的来说这些儿童是由重到轻处理小球的，但这是基于经验的，不是基于每个球都必须比排在它之前的球轻且比在它之后的球重这样的一个严格系统。另外，在阶段Ⅱ中，他们发现在某种程度上解决一般排序任务比解决任务Ⅰ－Ⅲ更容易一些。这就给我们一个启示，正如我们在第一节的末尾看到的，当儿童在能自由控制物体的情况下直接对由三或四个物件组成的集合进行排序时，随着儿童对配对关系的方法开始进行一定的思考分析，随时间的积累他们就会开始尝试更为综合的

方法。因此，阶段Ⅱ的系列化特征是这两种方法的不同比例的混合。

第三节　阶段Ⅲ：运算的系列化

在阶段Ⅲ中，重量的系列化在通过了前两个阶段后完成。在亚阶段ⅢA中，升序排列依旧局限于两种单方向的关系中（任务Ⅰ，Ⅱ，Ⅴa和Ⅴb），而在自由排序（任务Ⅳ）中有所领悟，但是对于更复杂的关系（任务Ⅲ和Ⅴc）在达到亚阶段ⅢB前仍不能得以建构。

首先，让我们来看阶段Ⅲ中的一些反应，从两个过渡案例开始：

杜特（9; 0）任务Ⅰ：他建立起了$A \leftarrow B$和$A \leftarrow C$，并得出答案$A \leftarrow C \leftarrow B$。"你是怎么知道那个（$C$）比$B$重的呢？"——"因为我已经称过它（$A \leftarrow B$）了。"——"你发现了什么呢？"——"喔，我忘记称剩下的那个了。"他把B和C进行对比，得出了正确的顺序$A \leftarrow B \leftarrow C$。任务Ⅲ：他建立起了$A \leftarrow B$，把$A$放在他的左边并把$B$置于他的最右边，接下来他建立起了$C \leftarrow D$并把他们放在了中间的位置，因此得出了$A \leftarrow C \leftarrow D \leftarrow B$的结论。

斯帕（10; 0）任务Ⅰ：他建立起了$A \leftarrow B$，$A \leftarrow C$，思考并建构了$B \leftarrow C$，从而得出了$A \leftarrow B \leftarrow C$的结论。任务Ⅱa：他称重得出$A \leftarrow C$，$A \leftarrow B$，$B \leftarrow C$，之后得出结论$A \leftarrow C \leftarrow B$。"你确定吗？"他确认$A \leftarrow B$，$B \leftarrow C$，之后得出了$A \leftarrow B \leftarrow C$的结论。任务Ⅲ：他通过称量得知$C \leftarrow D$，$A \leftarrow B$，并摆出$C \leftarrow A \leftarrow D \leftarrow B$。"这个（$D$）比那个（$B$）重吗？"他将$B$与$D$称重比较，并得出结果$A \leftarrow C \leftarrow B \leftarrow D$。在任务Ⅲb中（四个球），他称量出$A \leftarrow B$，$B \leftarrow C$，$C \leftarrow D$，得出结果$A \leftarrow B \leftarrow D \leftarrow C$。

泊尔（6; 8，超前的）任务Ⅰ：他称出$A \leftarrow B$和$B \leftarrow C$，由此得出$A \leftarrow B \leftarrow C$。任务Ⅱa：他称出$A \leftarrow B$与$A \leftarrow C$，摆出$A \leftarrow C \leftarrow B$，但立即检查并得出$B \leftarrow C$，因此得到$A \leftarrow B \leftarrow C$。任务Ⅲ：他称出$A \leftarrow B$，$B \leftarrow C$，$C \leftarrow D$，但却摆出$A \leftarrow B \leftarrow D \leftarrow C$。任务Ⅲb：他称出$A \leftarrow B$，$D \leftarrow B$，$D \leftarrow C$，并再次排出$A \leftarrow B \leftarrow D \leftarrow C$这一顺序。

吉尔（8; 9）任务Ⅰ中，他称量出$A \leftarrow B$以及$A \leftarrow C$，但是在最后排序开始前，检查得到$B \leftarrow C$，从而得出了$A \leftarrow B \leftarrow C$的答案。任务Ⅱa：他称出了$A \leftarrow B$以及$B \leftarrow C$从而得出了$A \leftarrow B \leftarrow C$。任务Ⅲ：他称量得出了$A \leftarrow B$，$C \leftarrow D$，$A \leftarrow C$以及最后的$B \leftarrow D$，从而得出了$A \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow D$的顺序，但这一结论虽然正确但条件并不充分，因为他遗漏了$B \leftarrow C$。任务Ⅲb：他称出了$A \leftarrow B$，$A \leftarrow C$，$C \leftarrow D$与$B \leftarrow D$，并再次摆出$A \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow D$（依旧缺少$B \leftarrow C$这一关系）。

尼姆（9; 10）任务Ⅰ：他称出了$A \leftarrow C$和$A \leftarrow B$，并检查出$B \leftarrow C$，接着

排出了正确的顺序。任务Ⅱ：他称出了 $B \leftarrow C$ 和 $A \leftarrow B$，因此得出了 $A \leftarrow B \leftarrow C$。任务Ⅲ：他称出了 $B \leftarrow C$，$C \leftarrow D$，$A \leftarrow D$，$B \leftarrow D$，$A \leftarrow B$，随后却排出了 $A \leftarrow B \leftarrow D \leftarrow C$ 这样的顺序，可见他忘了之前已经建立的关系 $C \leftarrow D$。

我们现在已经看到最后一个阶段中的儿童在解决任务Ⅰ和Ⅱ时所表现出的巨大进步。除了少数儿童仍表现出不足的反应（例如杜特的反应）之外，其他所有被试都已经开始意识到，除了建立 $A \leftarrow B$ 和 $A \leftarrow C$ 之外，他们还需要建立起 $B \leftarrow C$，即需要协调全部的项目而不只是简单地将连续的关系进行并列。在任务Ⅲ中也出现了显著的进步。除了两个过渡案例外，这些被试不再局限于比较两对重量，而至少会处理第三对重量的对比关系。换句话说，他们已经意识到对于四个个体之间的系列化仅凭两对互不相关的配对关系是无法做到的。虽然只是一些细节性的问题，但他们依旧会犯错误。因此，建立起所有相关数据（$A \leftarrow B$，$B \leftarrow C$ 和 $C \leftarrow D$）的泊尔在两次任务中依旧没有排出正确顺序，我们可以将之归于计算失误所致。吉尔凭运气找到了解决办法，但不能把它作为一种必然，因为尽管他建立了两种不需要的关系，但他忘记了这一点。尼姆，他建构出所有的关系，其中还包括两个不必要结论，但由于他遗忘了自己建构出的第二个关系，因而结果也出现了计算失误。现在，无论儿童是最初建构了一个关系后来却忘记了它，还是他一开始就没有建构出来，这都可以归为方法失误：他选择凭借运气而没有使用在一个有序的形式中将最重（或更重）的元素从配对中筛选出来这一方法，因此他没能将自己已得出的关系进行相关的成功建构。

相比之下，处于这个阶段的被试已经可以成功地解决任务Ⅳ（不受约束地操控物体），虽然在这个年龄段的他们还需要几个月的成长才能稳定地正确解决问题，且其时间长短取决于物体呈现出来的自然属性。因此比奈（Binet）和西蒙（Simon）[①]的研究表明当要求儿童在三分钟内将五个分别重3，6，9，12和15克的盒子进行排序时，在十岁前他们的成功率都不能达到75%。我们使用重量在100－250克之间的十个呈几何级数增长（韦伯定律）的小球，让被试（平均九岁儿童）在没有时间限制的情况下进行排序，亚阶段ⅢA开始出现运算的系列化。例如：

帕特（8；11）选择了十个球中最重的一个，之后放在了手中，在剩下的部分中寻找最重的，随后放下手中的球，再将选出的第二重的球放在手中，再一个一个地称量剩下的球，找出重量与其最接近的球，按这个程序依次执行直到完成排序。

这就是处于亚阶段ⅢB的被试解决任务Ⅲ的流程：这是一个有趣的年龄变化，之后我们会再次提到它。

现在，这有一些在半口头的语言问题测试中的反应（任务Ⅴ）：

---

① 比奈和西蒙：《智力发展的测量》，巴黎，1929，第22-21页。

泊尔（6；8）任务Ⅴa："这个盒子（*A*）比那个盒子（*B*）重，这个盒子（*C*）比那个盒子（*B*）轻。三个中哪一个是最重的呢？"——"是*C*。"——"那么最轻的呢？"——"是*A*。"（正确）任务Ⅴb："这是盒子*A*……三个中哪一个是更轻的呢？"——"是*C*。"——"那么最重的呢？"——"是*A*。"任务Ⅴc："这个盒子（*B*）比那个盒子（*C*）更重，同时又比这个盒子（*A*）轻。三个中哪一个最重呢？"——"是*B*。"——"为什么呢？"——"因为它比*C*更重。"

杰卡（8；10）任务Ⅴb："这个盒子……（即 $A \leftarrow B$ 和 $C \leftarrow B$）哪一个是最重的呢？"——"那个（*A*）。"——"最轻的呢？"——"那个（*C*）。"任务Ⅴc：这个盒子……（即 $B \leftarrow A$ 和 $B \leftarrow C$）哪一个最重呢？"——"*B*。"——"为什么？"——"……"——"那么哪一个更轻呢，*A*还是*C*？"——"*A*。"

简单来说，当存在两个单方向关系例如 $A \leftarrow B$ 和 $B \leftarrow C$（任务Ⅳa）时，或存在一个倒转关系 $A \leftarrow C$ 和 $C \rightarrow B$（任务Ⅴb）时，处于这个阶段的儿童可以快速找到正确的解决方法，而且解决这一任务又比排列三个小石子的任务要简单。但当他不得不处理两个倒转的顺序关系例如 $B \rightarrow A$ 和 $B \leftarrow C$ 时，困难会大幅上升，而儿童会再次使用那些简单关系[①]进行处理。

最后让我们来看看亚阶段Ⅲb对于所有问题正确解答的反应。

尤恩（7；3）任务Ⅰ：他通过称重得出了 $A \leftarrow B$ 和 $B \leftarrow C$，最后总结出 $A \leftarrow B \leftarrow C$ 这一答案，但是在检查 $A \leftarrow C$ 时："为什么你要称这些呢？"——"为了要发现最重的那个呀。"任务Ⅱa：他通过称重发现了 $A \leftarrow B$ 和 $B \leftarrow C$，直接得出答案 $A \leftarrow B \leftarrow C$。任务Ⅲ：他称重得出 $A \leftarrow B$，$B \leftarrow C$ 以及 $C \leftarrow D$，并将*D*放在左边。接着他得出了 $B \leftarrow C$ 和 $A \leftarrow C$ 并且把*C*放在了*D*的右边。随后继续比较 $A \leftarrow B$ 并将*B*放在*A*的之后，最终通过连续筛除较轻物件从而排序得出 $A \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow D$。任务Ⅲ*b*：他称重了 $B \leftarrow C$ 以及继续握着*B*，比较*D*和*A*后发现 $B \leftarrow D$ 以及 $A \leftarrow B$，在放下*A*之后，他继续比较发现了 $B \leftarrow D$ 以及 $B \leftarrow C$，接着放下了*B*，然后对*C*和*D*称重发现了 $C \leftarrow D$，并且通过连续筛除较重的物件从而得出了 $A \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow D$ 的结论。任务Ⅳc：可以立即进行排序。任务Ⅴb：$A \leftarrow B$ 且 $C \leftarrow B$；正确指出最轻与最重的物件。任务Ⅴc：反应正确。

美伊（9；5）任务Ⅰ和Ⅱ：毫无疑问正确解答了问题。任务Ⅲ：通过称重发现了 $A \leftarrow B$，$A \leftarrow C$ 以及 $A \leftarrow D$ 的关系，接着将*A*放在了右边；继续比较发现了 $C \leftarrow B$ 以及 $B \leftarrow D$，然后把*B*放在*A*的左边；随之比较发现 $C \leftarrow D$，因此得出了 $D \leftarrow C \leftarrow B \leftarrow A$ 的结论。任务Ⅲb："尽量减少称重次数来完成任务。"——"是的。像这样（$A \leftarrow B$，$B \leftarrow C$，$B \leftarrow D$）。"他得出了 $A \leftarrow B \leftarrow D \leftarrow C$ 的答案。——"你能确定是这样的吗？"反应正确。任务Ⅳ：可以立即进行排序。任务Ⅴa，Ⅴb和

① 查阅我们的文章《儿童比较的语言形式》，《心理学档案》，1921，第20卷。

Vc：反应正确。

蒙特（10；3） 任务Ⅰ：通过称重发现了 $C \to A$，并且将 C 放在左边，同时另一只手握着 A 使它和 B 进行比较，发现了 $B \to A$ 的情况，将 A 放在了右边，并且继续比较 C，得出了 $B \leftarrow C$ 的情况。进而得出了 $A \leftarrow B \leftarrow C$ 的答案。任务Ⅱ：采用了同样的方法。任务Ⅲ：他称量了发现 $B \leftarrow C$，$B \to D$ 以及 $A \leftarrow B$，接着又发现了 $A \leftarrow C$，$A \leftarrow D$。并且将 A 放在了右边。他拾起了 B，检查发现 $B \leftarrow C$ 和 $B \leftarrow D$，随后将 B 放在了 A 的左边。继续称量发现了 $C \leftarrow D$ 并且总结发现了 $D \to C \to B \to A$。任务Ⅲb 中："做得真好，但是现在试着用最少的称重次数来完成这个任务吧。"他称重发现了 $A \leftarrow B$ 和 $C \leftarrow D$。"这些（A 和 C）是最重的，而那些（B 和 D）是最轻的。"——"非常好。"他称量又发现了 $A \leftarrow C$，并打算摆出 $A \leftarrow C \leftarrow B \leftarrow D$，但是又决定对 C 和 B 的关系进行检查，因而得出 $A \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow D$ 的答案。任务Ⅳ和Ⅴ：反应正确。

由于处于亚阶段ⅢA 的儿童解决了任务Ⅰ和Ⅱ。我们不需要再讨论，但对于尤恩的反应要留意一番；他开始采用归纳的方式进行解答，但是最后还是回到了演绎推理的手段上。

对于任务Ⅲ，其在亚阶段ⅢB 的解与任务Ⅳ（不受限制地对十个元素排序）在亚阶段ⅢA 的解之间存在显著的平行性。在两个任务中，被试都试图系统地找出所有物体中最重（或者最轻）的一个，然后在余留物中找到最重（或者最轻）的物品等，这样依次寻找。事实上，这些相似性并不让人出乎意料，因为包括在任务Ⅰ－Ⅲ中的系列化，都仅仅是协调运算的归纳（非对称关系的加法）。然而，无限制的多物体排序需要的归纳要略少于少量物体的排序，在后面的情境中一次只能称重两个物体。因此，处于阶段Ⅰ的儿童对前者的解决依旧与解决任务Ⅰ－Ⅱ一样有相同的困难；处于阶段Ⅱ时，出现了微小的进步，而在阶段Ⅲ中，其解决方法比起任务Ⅲ的解决办法则是一个亚阶段的领先。那么现在这一表面上看起来复杂的发展则变得容易解释了。因为在阶段Ⅰ，对于十个物件的系列化已然超过了知觉的界限，也超过了即时记忆的界限，同时也因为儿童依旧缺少归纳和运算的方法，他无法像解决任务Ⅰ、Ⅱ和Ⅲ一样很好地解决任务Ⅳ。在阶段Ⅱ，儿童虽然仍未达到运算的水平，但他已经学会了通过直觉来归纳，因而可以通过尝试—错误策略，还有经验的协调来对十个物体进行排序，但因为这里的协调需要推理和运算的方法，所以他依旧无法成功地解决任务Ⅰ－Ⅲ。在亚阶段ⅢA 中他开始能够在运算的水平上协调这些关系。因此他能像通过连续筛选最重的（或最轻的）物件来对十个物件进行排序，与对任务Ⅰ和Ⅱ中所涉及的（两个）关系进行整合协调一样游刃有余，轻而易举。相比之下，当处理三个关系的加法（任务Ⅲ）时，他并没有想到他之前在对十个物件进行自由排序时使用的方法，因为后者预先假定了一个优先序列，而在前者中，他受限于一次只能称量两个物件，并且相信他可以随意连接他所建立的关系。现在，当他能稳

定地成功使用两者间的关系（或者三者间），他一般会对三个物件间的关系（或者四个物件间）产生困惑，正如泊尔、婕尔和尼姆这些儿童的反应中，他们忘了自己已经完成的和未完成的。在亚阶段ⅢB中，他在头脑中保持了所有的相关数据，并再次使用那些在亚阶段ⅢA处理任务Ⅳ时给予他巨大帮助的方法。另外，当要求他用最少的称量次数来正确解答时，他总是能够完全获得成功或者几乎完全成功（例如蒙特）。

我们的大部分被试可以成功地完成半口语任务（任务Ⅴ），虽然在任务Vc中，他们依旧会遇到些许的困难（如尤恩的反应）。

第四节　结　　论

在这些系列化中，首先引起我们关注的是他们对于长、高和宽等这些系列化的完整聚合。在更早的一项关于儿童的数概念研究中与（斯泽明斯卡的研究）我们也已经介绍了质性的系列化：我们要求被试对小棍、黏土球等物体进行排序。另外，我们并没有在这里具体阐述任务Ⅰ－Ⅲ的模式（因为这些数据已经在之前向公众公开，可供查看，故无须再述），我们同样能看到系列化与顺序的对应性，即看到两个相同序列的定性关系或数关系。现在我们能够对之前描述的三个发展阶段正式且精准地进行建构：首先是没有进行系列化的整体排列，紧接着之后是基于经验的排序，以及最后引出对所有关系进行协调的运算排序。然而，这一发展是在六岁到七岁间完成的，即远早于重量的系列化，这才是这一比较关系的重中之重。尤其是，对十个重量与体积成比例黏土球的系列化，相较两者不成比例的系列化出现得更早（任务Ⅳ中）。

因此在物体重量与物体数量还不成比例时，对物体数量的系列化要先于其重量的系列化这一假定就是合理的。另外，在物体体积差别明显时，他们也能够较为容易地根据这些关系进行系列化。但若体积差别不大时，则需要找到间接的方法进行系列化，例如液体的替换，毫无疑问体积的系列化比重量的系列化更困难一些。

在系列化中涉及的非对称关系逻辑，事实上是形式的机制，一旦他们在某一领域内发现这一机制，儿童可能会将这种形式迅速迁移到其他领域。但是如果是这样的话，为什么有能力把柱体或者不同尺寸大球进行排序的被试却无法成功地把相同的方法运用到重量的系列化中呢？这个问题不仅涉及我们在一至六章讨论的依次建构三个恒量的物理运算（物质实质、重量和体积），还需要考虑到我们将在十一章和十二章研究的纯粹几何逻辑运算；我们将在这两章内看到最简单的等价（$A=A'$，$A'=A''$；最后得出了$A=A''$），以及在处理关系时最基本的加法组合关系的应用，其

出现的顺序是始于物质实质本身，随后是重量，最后是体积。再者，我们在第十一章将会看到，重量等价的组合与不等重量的系列化并驾齐驱：当儿童不能对两个不相同的关系进行排序时，他也就无法从两个等量关系中推出另一个等量关系，而当他在一个领域中达到运算水平时，他在另一领域也可以达到。因此建构三个常量（物质实质、重量和体积）时所产生的时间滞差这一问题，涉及所有的形式和几何逻辑运算，而不仅限于系列化中所涉及的运算。我们是如何来解决这一问题的呢？

我们必须把分离这两个问题当做起点，虽然它们最终属于同一个问题，但是两者的区别在一开始还是很明显的：作为系列化起点的知觉条件之责任，以及作为运算的智慧条件之责任。我们以这样一些问题来开头：为什么通过双眼进行的差异估量和等价察觉，比用手掂量来感知重量更为容易？为什么重量差异的估量比体积差异的估量更容易？第二类问题可以换种表达方式：在我们谈到的三个量中，为什么儿童成功发现了第一个量的群集，但却不能把这一群集应用到第二个和第三个量中，而且，为什么我们会在他们的逻辑组合中，发现一些同样会出现在知觉结构化中的差异。

现在，就第一个问题而言，我们可简单地得出物体的外显（表观）物理量总是以长度、高度、宽度及可数的数量等形式展现出来，即一般情况下，视知觉在数据形式上总是能整合成一个可以促进这些数据的系列化与相关关系构成的整体，只要在任务中有两个或者更多的物体的重量与他们的视觉维度相协调，且若是被试还未获得重量不一定总是与物体物理量成比例这一经验的话，他们可能在排序的时候更倾向于依赖直觉。现在，当一系列物体的重量不同，但看起来并无差别时，相对于视觉领域而言，被试通过触觉得到的知觉信息更有局限性，因此知觉关系的协调需要更多的智慧运算。而对于体积来说，当这些物体形状相似或是尺寸不同时，儿童显然可以通过直接的视觉检测来评估体积。然而，当物体差异或等价物在第一眼看来不是很明显时，这正是黏土球变形过程中发生的情况，或者，一般来说，当形状有明显差异时，感知是不够的，那么儿童必须转而寻求一个间接的方法，例如通过液体的替换进行评估。这一体积上的概念包含着理性运算，且不能再以知觉到的特性作为评估的基础，这就是儿童未能发现逻辑运算和物体重量及其重量发生变化的原因。

然而，依靠知觉因素仅能够帮助我们解决两个问题中的第一个。即这仅仅可以解释物质实质、重量以及体积各自的系列化之间存在的时间滞差，但却不能告诉我们原因。一旦儿童可以在首个范畴中建构出运算机制（例如，在对小棍子进行排序过程中，如果遇到困难，他只需要拾起之前选出来的那根棍子并将其与剩下的棍子一个一个进行比较，选出其中最长的即可），他可能需要两年的时间将这一相同的机

制运用到重量领域中，即使他能简单凭借手动称重来填补视知觉不能提供的空白线索。最重要的是，如果他已经建构了运算机制，为什么他从没想到通过参照这一机制来确立物体的关系呢？其原因正如我们下章讲到的，等量关系对于儿童建立（$A = A'$）+（$A' = A''$）=（$A = A''$）这样的推断没有任何帮助，而这单纯是因为他拒绝接受它。所以我们必须承认，对于重量和体积两者知觉评估上的时间滞差不能被弥补，那么它们会存在于所有的心理发展阶段吗，还是说我们必须寻找更深层次的解释呢？

那么，是什么导致儿童在排序、以各种方式建构以及量化某一特性的过程中均无法将其融入不对称关系系统或是等价系统中的呢？正如我们在最后一部分展示的，物理运算与形式和逻辑运算范畴的论证中，建构过程遭遇的最大障碍源于儿童的自我中心特点——仅仅基于感性知觉的协调。逻辑建构的对立面并不是混沌的，儿童完全没有进行思考的原因可能是他没有一个参照系统。儿童之所以无法将一个关系与其他有组合可能性的关系建构为一个连贯系统的整体，其原因可能是他将这一关系视为群集之外的绝对结构。现在，这一被儿童认为是物体固有属性的绝对结构，除非他将这种绝对结构与自我进行联系，否则无法成功领悟这点。一个石头在儿童精确感觉后没有被视为“轻”的原因是它既轻于一个由重石头组成的有效序列，又重于一个由轻石头组成的有效序列，所以儿童认为其在本质上是“轻”的。那么对于被试而言，“本质上是轻的”而非比较出来的轻是什么意思呢？若我们将之前描述的意义引入这一概念，那么显然就可以看出自我中心主义是建构过程的对立面，这也是智慧自我中心的真正意义所在。现在，我们在本章节前两个阶段描述了一个十分奇妙的现象（剩余的可以追溯到亚阶段ⅢA部分）：当儿童简单地将小球分为轻与重时，具体表现为他把 A 与 C 归为“最重的”一类，且没有继续检查 A 是否重于 B，或者 C 是否重于 D，简而言之就是当他定量而非排序时，他的参考系统显然是基于他自己的动作的特质，而不是基于可逆组合的。

但是，如果自我中心主义是群集的对立面，那么当我们解释第一个的存在时，我们是不是在进行同义反复的赘述呢？如果不能确定所涉因素的内涵，情况确实会是如此。事实上，正是由于我们刚刚描述的感知条件，很容易证明为什么重量比可见的物质数量保持一个更长时间的自我中心主义特性。视觉，尤其是他的视觉空间，以一系列相关数据面对这个问题，他首先以一种激进的自我中心主义形式回应，但在儿童生命的头两年，儿童将通过群集置换他所感知的物体，并将其建构为客观不变的对象。另外，除了较强依赖于儿童身体位置的关系，例如处于左或右，或者他的一般角度之外，儿童还可以快速地学习到“大”、“小”、“宽”和“窄”等，这些就其本身而言并不存在的概念，为逻辑算术运算提供了数据。然而，因为“重”和

“轻”在知觉结构上会更困难一些，这其中不仅仅存在时间滞差，还包括自我中心习惯的固着，从而导致了这些特性的相对等量化和测量更难。至于物理的体积，这完全是一种带有相对性的特性，毫无疑问其逻辑成分的出现会晚得多。

这就是物质数量、重量和体积的形式组合间为什么会出现时间滞差的两个解释原因。但是还有更多可能的解释。除了思维的固着，对于其他部分我们并没有进行逻辑性的解释。在缺少相关物理量的情况下，这些逻辑量能不能被建构起来呢？他们之间的确切关系是什么呢？这些问题我们会在下个章节中着重介绍。

第十一章　等价重量的简单和附加组合[①]

在研究了逻辑领域中不对称关系的不等价重量的组合之后，我们现在必须考察等价关系的简单和附加的等价协调，在这些协调关系中，如果等价关系是定性的，则属于逻辑的对称关系和类的范畴，如果等价关系是可迭代的，则在数和可测量数量的范畴。

因此我们将回到整个著作的核心问题上。在第一部分，我们发现无论怎么安排，儿童都总是很难掌握整体等于各个部分之和的规律。在第二部分，证明原子组合的问题遇到了类似困难。在接下来的第三部分，我们看到包含有各个部分之和的重量和体积的组合可以是儿童自我证明的任何东西。关于这一点，我们现在必须在更为长远的层面上进行研究。

当我们试图通过将物理问题减少到最小来引出纯粹推理的形式结构（逻辑算术运算）时，即通过将构成整体的部分减少到尽可能小的数量，以及通过使定性的差异尽可能地小，我们是否应该发现，儿童一旦建立了 $A = B$ 和 $B = C$ 的关系，那么 A 的重量等于 C 的重量吗？如果发现 $A = B = C = D$，他们将能够得出（$A + B$）=（$C + D$）的结论吗？

为了解决这些问题，我们给被试提供了一些长和高相同但宽不同，且可以由下列方式简单置换和叠加组合的黄铜棒：（1）四个细棒（Ⅰa，Ⅰb，Ⅰc 和Ⅰd）等价于一个金属板Ⅳ；（2）这些棒中的任意三个都等价于小一些的金属板Ⅲ，所以Ⅲ +Ⅰ= Ⅳ；（3）两个更小一些的金属板，Ⅱa 和Ⅱb 宽满足Ⅱa + Ⅱb =Ⅳ，或者Ⅱa +Ⅰa +Ⅰb =Ⅳ，或Ⅱa +Ⅰa =Ⅲ，每个Ⅱ都等价于两条Ⅰ的组合。无差别的是，Ⅰa =Ⅰb =Ⅰc =Ⅰd。另外，我们会给儿童展示和Ⅰ组中的黄铜棒重量相同的一个铅块、一个碳板、一块干蜡、一块铁和一个黏土球（可能由儿童自己建构）。黄铜棒要么保持原样，要么各自被涂成白色、黑色、蓝色、红色和橘色。

首先要求儿童去称量铜棒以确定Ⅰa =Ⅰb 并且其中之一是与之前的铅块、碳板等

① 与英戈尔德 – 法夫罗兹州夫人合作。

一样重的。然后让他们去做一些棒的同种组合或者不同密度对象的不同组合。第一种类型的组合，当局限于等价的协调时是简单的[①]，例如，（Ⅰa =Ⅰb） + （Ⅰb =Ⅰc） = （Ⅰa =Ⅰc），或者当包含（逻辑或数）的部分之和是附加的，例如（Ⅰa +Ⅰb = Ⅱa）或（Ⅲ +Ⅰc = Ⅳ），等等。在第二个例子中，将物体放置在桌子上的天平两端的托盘里，供儿童使用。不同种类的组合，也可能是简单的或附加的。以下是可能会在第一种类型中提出的问题："如果Ⅰa 与展示的铅块有相同的重量（正如在天平上确认的），并且如果Ⅰa =Ⅰb（同样在天平上确认过），那么Ⅰb 将会和展示的铅块具有相同的重量吗？"接下来是与第二种类型相关的问题：实验者将（Ⅰa +Ⅰb）放到了一侧的托盘中，将（Ⅰc + 铅块）放入了另一侧的托盘中，然后问儿童两个盘中的物体重量是否相同。

通过上述问题的结果我们可以建立：（1）在阶段Ⅰ中，即使物体是同种的，儿童也没有能力产生简单或附加组合的概念。唯一出现的预期是当黄铜棒未涂色保持原样时，儿童可以等价Ⅰa =Ⅰb =Ⅰc 等；但是这明显不是逻辑上的建构，因为当将黄铜棒涂色后我们马上发现儿童不能由Ⅰa =Ⅰb 和Ⅰb =Ⅰc 得出Ⅰa =Ⅰc 了；（2）在阶段Ⅱ中，儿童可以产生同质物体的简单和附加组合，但是产生一些同质物体和一个异质物体的简单和附加组合时会出现错误（或者需要多次尝试错误才能找到）；在异质物体的附加组合的例子中则会彻底失败；（3）最后在阶段Ⅲ，用异质物体时无论做简单还是附加组合都可以取得成功。然而，我们必须再一次区分介于两种阶段之间的亚阶段，在亚阶段ⅢA，儿童开始通过简单的异质组合做出正确推理和通过试误的方式成功解决异质物体的附加组合；在亚阶段ⅢB，儿童通过完全推理的方式影响了所有可能的组合。显而易见，重量的外延量或者可测量的量直到阶段Ⅲ也没有出现，它能够产生效应这要归功于利用序列进行的等价组合的融合；相对而言，在阶段Ⅱ，只有物质的数量可以进行数或可度量的组合，而在阶段Ⅰ，则没有任何类型（外延的）的数量组合。

第一节　阶段Ⅰ：无组合

在这一阶段也就是最初级的阶段，年龄会持续到六至七岁，儿童甚至无法完成关于同质物体的组合（effecting composition）。然而，他们可能会获得正确的答案，比如当分辨出紧挨着排列的本色铜棒Ⅰa，Ⅰb 和Ⅰc 时，或者当他们分辨出无重叠的三个铜棒和金属板Ⅲ时；但是一旦铜棒各自分离或者与金属板Ⅲ分开之后，儿童会立即否认它们的等价性。换句话说，儿童仍旧只依赖于知觉或者感知运动的同化。下面有

① 通过添加它们自身的关系而不是组合的关系。

一些例子：

加伊（5；4）即使是用简单的半数相加也不能组合重量。因此，当向他展示两个相同的软木塞，其中一个被切成两半时，他会说："那个完整的软木塞（比起切成两半的）会重一些。"——"为什么？"——"因为它更厚。"

接下来向他展示，将铜棒Ⅲ放入一边的托盘中，铜棒Ⅱa和Ⅰa放在另一边："两边的重量相等吗？"——"不，（Ⅱa＋Ⅰa）的那一边会更重一些。"——"为什么？"——"因为它们由两个部分组成。"——"那如果我们把（Ⅱa＋Ⅰa）放在Ⅲ的上方，它们一样大吗？"他认同这点："是的。"——"那么在天平上呢？"——"那一个（Ⅲ）会更重。"——"为什么？"——"因为它更大。"——"但是我们怎样得到这两个（Ⅱa和Ⅰa）呢？"——"我们拿一个像Ⅲ一样大的然后把它切一下。"——"所以他们一样重吗？"——"不，这个（Ⅲ）会更重因为它更大。"

接下来向他展示两个铜棒，也就是他预测会具有相同重量的Ⅰa和Ⅰb："所以它们平衡吗？"——"称起来它们一样重。"——"那这些呢（Ⅰa和Pb[①]）？"——"它们应该不一样重。"——"你试一下。"他用天平称量了一下。"噢，是的，它们一样重。"——"这些呢（Ⅰb和Pb）？"——"这一个（Pb）会更重，因为它更大。"他用手称量了一下。——"所以它们平衡吗？"——"它还是更重。"他称量了它们。"噢！不！它们是一样重的。"

通过一系列的称量确信Pb＝Ⅰa、Ⅰb或Ⅰc后，将Ⅰa＋Ⅰb放在一边的托盘中，Ⅰc＋Pb放在另一边并展示给加伊。"那个（Ⅰa＋Ⅰb）会更重。"——"但是刚才我们将这个（Ⅰa）和那个（Pb）放在天平上称量时发生了什么呢？。"——"它们称起来一样重。"——"所以（Ⅰa＋Ⅰb）和（Ⅰc＋Pb）相比呢？"——"第二组会更重，因为里面的铅块更厚。"

接下来向他展示放在一个托盘中的物体Ⅲ和另一个重的Ⅱa＋Pb。"他们两组一样重吗？"——"不，这个（Ⅲ）会更重一些，因为它更大。嗯，不是，这个多的会更重，因为它有两种不同的物体（Ⅱa＋Pb）。"

科尔（5；10）向其展示，在一个托盘中放着Ⅲ，在另一个托盘中放着Ⅰa＋Ⅰb＋Ⅰc：——"他们一样重吗？"——"不，这个（Ⅲ）更重，因为它更大。"——"让我们来看一下。"将三个Ⅰs放在Ⅲ上方，科尔的手指环绕它们比画着以保证它们很好地贴合，然后将物品被放回去。"所以？"——"更大的Ⅲ会更重。"

接下来向他展示Ⅰa＋Pb："他们一样重吗？"——"不，这个（Pb）更重因为它更大。"——"你自己来看一下。"他称量了它们。"他们一样重。"——"为什么？"——"因为铅块其实也不是那么大。"——"那这两个（Ⅰa＝Ⅰb）呢？"——"噢，它们像刚才那些一样（向前伸的姿势）。"——"这些呢（Ⅰa和Pb）？"——

① 缩写词的使用：Pb＝一个铅块；C＝碳块；CL＝黏土球；所有的都与Ⅰ有相同的重量。

“我们看到他们一样重。”——“这些呢？（Ⅰb和Pb）？”——“这个（Ⅰb）更重，那个方形的（Pb）更轻。”将Ⅰa和Ⅰb放置在一边的托盘中，Ⅰc + Pb在另一边：“它们是平衡的吗？”——“不。”——“为什么不呢？”——“这边（Ⅰa +Ⅰb）更重，因为它们是两个相同的但是那组（Ⅰc + Pb）不是这样的。”——“你记得这两个吗（Pb和Ⅰa）？”——“是的，它们是一样的。”——“所以这些呢（Ⅰa +Ⅰb和Ⅰc + Pb）？”——“前两个更重，因为他们是长的。”将Pb分别和Ⅰa，Ⅰb，Ⅰc一起称量：“它们所有都是相同的吗（一次拿出两个）？”——“是的。”——“所以（Ⅰa +Ⅰb）和（Ⅰc + Pb）呢？”——“第二组更轻一些。”——“你怎么分辨出来的？”——“因为我数了它们，这只有一个（Ⅰc），那儿（Ⅰa +Ⅰb）有两个相同的。”——“那这个Pb呢？”——“它是不一样的。”

维尔（6；1） 未涂色的铜棒：“这个（Ⅰa）和那个（Ⅰb）一样重吗？”——“是的。”——“那这个呢（Ⅰb和Ⅰc）？”——“一样的。”他把它们相互压在一起。——“你在做什么？”——“我正在看它们是不是相同的。”——“那这些（Ⅰa和Ⅰc）呢？”——“一样的。”我们把所有的重新又做了一遍：“这些（Ⅰa和Ⅰb）呢？”——“相同的。”——“这些（Ⅰb和Ⅰc）呢？”——“相同的。”——“还有这些（Ⅰa和Ⅰc相互处于直角角度）呢？”——“不。”——“为什么不？”——“这个（Ⅰa）更重一些。”

当用到Ⅲ和（Ⅰa +Ⅰb +Ⅰc）时，维尔拿起三个铜棒将它们放在Ⅲ的顶部：“如果我们同一时间并起这三个，就是相等的重量。”——“那像这样呢（将它们分离）？”——“那个Ⅲ要比这些（Ⅰa +Ⅰb +Ⅰc）重。”——“为什么？”——“因为它更大。”

在铅块测试中产生了相同类型的结果。对于（Ⅰa +Ⅰb）和（Ⅰc + Pb）维尔说：“这两个（Ⅰa +Ⅰb）更重，它们是两个相同的，而这里的（Ⅰc + Pb）我们已经有那块了。”

保什（6；3） 涂色的铜棒：“红色的（Ⅰa）和蓝色的（Ⅰb）称起来一样重吗？”——“我要把它们放在手里感受一下。”他确实那么做了。“是的。”——“那橘色的（Ⅰc）和蓝色的（Ⅰb）呢？”他将它们放在手中称重。“是一样的。”——“那橘色的（Ⅰc）和红色的（Ⅰa）呢？”他想要尝试去称量。“不，猜一下；你怎么想？”——“……”

用到Pb时产生同样的结果：他确定Pb =Ⅰa并想起了Ⅰa =Ⅰb，“那铅块和蓝色的（Ⅰb）相比怎么样？”——“铅块要更重一些。”

保格（6；10） 称量了红色对橘色的一组然后说：“它们是平衡的。”——“那如果把红色的换成蓝色的呢？”他照指示做了，然后说：“是一样的。”——“嗯，那如果我们比较红色和蓝色呢？”——“蓝色的会更重一些。”

在他确定了三个铜棒是相等的后，实验者问道：“铅块和蓝色的哪个更重？”——“铅块会更重，因为它更大。”他称量了它们之后说“不，它们是相同

的”。——“红色的和铅块相比呢？”——“铅块会更重。”——“你自己来看一下。”他称量了它们。“不，它们是相同的。”——“所以橘色的呢？”——“铅块会更重。”——“确定一下！”他称量了它们之后说：“噢不，它们也是相同的。”

在（Ⅰa + Pb）和（Ⅰb +Ⅰc）的组合中：“红色和铅块的一组更重。”——“为什么？”——“因为铅块更重。”

这些阶段Ⅰ的典型反应表明，该阶段的儿童在对重量组合时完全失败了，即使是使用简单等价或者同质部分的附加组合时也完全失败了。

实际上，即使那些通过同质物体的叠加已经建立起同一性的被试，比如Ⅰa +Ⅰb +Ⅰc =Ⅲ，或者Ⅲ=Ⅱa +Ⅰa（我们开始就用这些被试，是因为他们证明了第二章和第九章的预测），也没有推断出它们在重量上的等价性。比如加伊说过Ⅱa +Ⅰa 和Ⅲ一样大，然后继续说，当它们不再叠加时，Ⅲ变得更重，“因为它更大”。维尔自己把Ⅰa +Ⅰb +Ⅰc 放在了Ⅲ的上方，然后说“如果我们同时拿这三个，那称起来它们就一样重”，然后又继续说，一旦它们分开，Ⅲ变得更重了，因为它更大一些。

不仅如此，这些被试甚至不能将最基本的逻辑组合应用到铜棒Ⅰ上，例如，他们不能从 $A = B$ 和 $B = C$ 中总结出 $A = C$。应当承认的是，当给他们展示两个未涂色和平行的铜棒Ⅰa 和Ⅰb 时，他们可以直接通过视觉检查判断出来，Ⅰb 和Ⅰc 也是如此。如果这时候问他们是否Ⅰa =Ⅰc，他们可以给出正确的答案，但是在那个例子中，他们都是通过单纯感知评价产生的三个判断Ⅰa =Ⅰb，Ⅰb =Ⅰc 和Ⅰa =Ⅰc。如果我们只是替换两个涂色的铜棒，并将它们倾斜放置，这些被试就会立即否认Ⅰa =Ⅰc 了！因此，维尔随后马上宣布当铜棒平行Ⅰa =Ⅰb =Ⅰc 时，也假设Ⅰa =Ⅰb 和Ⅰb =Ⅰc，但是当Ⅰc 放在Ⅰa 的右侧，角度倾斜时就会否认这种相等关系。而保什和保格，当将铜棒涂成三种不同的颜色后，他们也无法通过Ⅰa =Ⅰb 和Ⅰb =Ⅰc 得出Ⅰa =Ⅰc 的结论。

不用说，这些儿童在面对铅块时，更没有能力通过 $A = B$ 和 $B = C$ 得出 $A = C$ 的结论了。因此，保格仍然说铅块要比给他展示的所有铜棒都更重，而这种想法在之后天平结果推翻了他的预测以后，依然又一次出现。此外，当科尔和加伊发现之前他们预测的Ⅰa =Ⅰb 和接下来他们没有预测到的Ⅰa = Pb 时，当问他们之前的铅块和Ⅰb 是否一样重时，他们就忘记了之前发生的一切，没能得出正确的结论。

最后，即使当发现铅与每个铜棒一样重量相等时，并且当儿童在这方面不再有任何疑问时，引入更复杂的系统（Ⅰa +Ⅰb）和（Ⅰc + Pb）以便否定儿童刚刚才有的判断。因此科尔宣布（Ⅰa +Ⅰb）更重“因为它们是两个相同的物体”，就好像它们的相似性质让它们变成了两个单元，而不像铅块和另一个铜棒是“不相同的”一样。维尔也说道（Ⅰa +Ⅰb）要更重，因为“它们中有两个相同的”，（Ⅰc + Pb）要更轻因为它们包含了“那一块”。加伊在做的过程中认为（Ⅱa + Pb）要比Ⅲ更重，“因为这里面有两个不一样的物体组合”这与他最初认为两半软木塞合起来要比一个完整的

软木塞更重的观点是一致的，但是他并没有将“一”和“二”视为实数，而是将其视为无组合特点的直觉单位。

现在，所有的这些反应都提出了一个关于可测量量化、数组合与简单或附加的逻辑等价性组合的关系问题。一个数实际上是一个有别于单元的等价系统的部分，当以任意顺序将数分离时，由此带来的系列结果都是相同的（不同的顺序）。现在某一个连续的数量（比如说重量）构成了一个类似的单元（单位）系统，但适用于特定性质的变化；或者，这个连续数量回归到同样的事情上，这是一个非对称关系的系统，比如 $a + a' = b$，$b + b' = c$，$c + c' = d$ 等（其中 a，b，c，d…代表第一个和后续项目间逐步增加的差异，a'，b'，c'…代表第二个和第三个项目之间的差异，第三个和第四个项目之间的差异等等；但是以这样的方式来说，a' 和 a 是相等的；b' 和 a' 是相等的；c' 和 b' 是相等的，等等）。

数或者可测量的数量因此包含：（1）等价群集；（2）项目或关系的系列化；（3）两个群集组合成一个单一群集的运算（数的或可度量的组合）。正在观察评价的这个阶段满足这三个条件吗？

我们只看到了条件（1），也就是说等价群集（$A = B$，$B = C$ 因此 $A = C$）的条件绝对未满足。现在，这些阶段Ⅰ的等价建构对应于阶段Ⅰ的系列化建构，而且我们在上一章看到，在这个阶段，不对称关系的组合不包括儿童的等价组合。实际上，我们之前提到过的被试的反应表明同样的问题：他们不能将（$A = B$）和（$B = C$）等价相加和协调到一个单一的关系（$A = C$）中，这是因为他们都只用知觉而不用逻辑考虑每种关系，所以他们也不能将 A、B 和 C 联系起来，因为发现了 $A \leftarrow B$ 后，他们认为没有必要再将 C 与它们两个中的任何一个联系起来，然后简单地在知觉层面赋予它们无关联的特性。因此，在两个例子中，他们建立的关系都没有传递性，也不具有组合特点。不言而喻，在这些情况中，不可能有等价性和不对称关系的运算组合，这就是阶段Ⅰ的儿童不能影响数组合或重量的外延量化的原因。对重量来说，它还不是一个量子，还只是一个简单的主观特征，它的测量依然是由手上真正产生的主观印象形成的。

另外，我们要注意到这并不是重量特有的情况，在阶段Ⅰ物质实质的量化时，它也不能通过外延单元的方式得以量化。这是我们在早期的研究工作中，例如处理倾倒液体的问题时，当我们把容器 A 中的液体倒到容器 B 中，然后再由 B 倒到 C 时，儿童不能由 $A = B$ 和 $B = C$ 推断出 $B + C = 2A$[①] 时就建立的认识。

无论在什么例子中，需要明确的一点是：各种铜棒和铜板的同质组合涉及物质量的方面并不比重量少，因为这些物体的密度是相同的，所以它们的重量和物质实质是

---

① 皮亚杰和斯泽明斯卡：《儿童的数概念》，劳特利奇与基根·保罗，1952，第十章。应该注意的是这里的阶段Ⅰ对应数建构中的阶段Ⅰ和阶段Ⅱ。

成比例的。

换句话说，这些基本的反应是我们在前面章节中讨论过的阶段Ⅰ儿童的反应中的一种，所有的都揭示了儿童在量化重量和体积上的失败，或者甚至揭示了儿童在非常简单的物质守恒观点理解上的失败。那么这里的这种相似性并没有什么让人震惊的，尤其当我们想起处于此阶段的儿童确实是没有能力在单纯的逻辑层面得出整体是部分之和的关系的，如果两个量均等于第三个量，那么这两个量也是相等的，或者如果已知第一个和第二个以及第二个和第三个之间的差异，那么这三个非等价量就能够得以序列化。

第二节　阶段Ⅱ：对同质组合判断上的成功与对异质组合判断上的失败[①]

阶段Ⅱ的儿童有能力建构简单等价的序列（$A = B$）＋（$B = C$）＝（$A = C$），当展示的物体由相同材质（黄铜棒或板）构成时，他们也可以对附加的等价（Ⅰa ＋Ⅰb ＋Ⅰc ＝Ⅲ等）进行建构，但是当物体是像之前介绍过的由不同密度（异质组合）的材质构成时，他们就不能产生类似的组合建构。换句话说，他们有能力对物质进行量化（如果重量与物质表观数量成比例的话，也可以对重量进行量化），但是他们依然无法进行逻辑组合，或者无法在重量与物质表观数量不成比例时去量化重量。下面有一些例子，先从有中间反应的例子开始叙述：

曼（5；4）自己预测关系Ⅰa =Ⅰb =Ⅰc =Ⅰd，但是当将Ⅰa 和Ⅰb 放在一个托盘中相互平行的位置，Ⅰc 和Ⅰd 放在另一个盘子中有一定角度的位置时，他会犹豫不决："这两个（Ⅰa +Ⅰb）会更重，或者可能它们一样重。"随后，完成测试后我们将在下面进行叙述，问他："这个Ⅲ和这些（Ⅰa +Ⅰb +Ⅰc）一样重吗？"——"它们一样重。"

相对而言，首先宣布Ⅰa 和铅块"一样重，因为铅块要小一些"，在确认了他预测的正确性后，他马上否认Ⅰb = Pb。"为什么不相等？"——"因为那个（Ⅰb）是由铁做的，所以它更重。"对于（Ⅰa +Ⅰb）和（Ⅰc + Pb）他说："第一组会更重，两个长的会更重。第二组更轻，因为里面有一个长的一个短的。"但是一会儿后他澄清说，（Ⅰc + Pb）更重，"因为那个（铅块的那一块）是正方体"。

克拉（6；6）证实了蓝色和黑色铜棒与黑色和红色铜棒相等。"我们还需要对哪一块称量呢？"——"红色和蓝色的。它们也是会相等的。"——"为什么？"——"因为一个在这（蓝色的在左边），另一个在那儿（红色的在右边）也是因为……"

① 按照原文翻译标题为："阶段Ⅱ：对同质组合判断上的成功与对简单或者附加的异质组合判断上的失败。"——中译者注

他将黑色铜棒从一个托盘中移动到了另一个中，因此表明了如果 $A = C$，$B = C$，那么 B 一定与 A 和 C 都相等。

尽管克拉确定，但是他并没有将异质物体的重量组合成功地应用到相同的运算图式上："这个铅块和黑色铜棒一样重吗？"——"不，铜棒更重，因为它更长。"他称量了它们后说"噢，它们是相同的"。——"那黑色和红色的呢？"——"它们也是相同的。"——"那铅块和红色的呢？"——"铜棒更长所以更重。"

在证实了 Pb 与第Ⅰ组中的任意铜棒都相等后，实验者拿出（Ⅰa +Ⅰb）和（Ⅰc + Pb）说"它们称起来也是一样的吗？"——"不，这一组（Ⅰc + Pb）更重，（因为）它包含一个厚的和一个长的。"

格雷（6；10）"红色的铜棒和蓝色的一样重吗？"——"是的。"——"为什么？"——"它们一样大。"——"那蓝色和黑色的呢？"——"一样。"——"那红色和黑色的呢（垂直放置）？"——"他们也是一样重的。"

"那铅块和这个红色的铜棒呢？"——"铅块更重，因为它更厚。"——"称一下！"——"噢不，它们是一样的。"——"那这个（蓝色铜棒）和红色的呢？"——"一样的。"——"那铅块和这个蓝色铜棒呢？"——"这个（铜棒）更轻。"——"为什么？"——"因为铅块更重。"

博（7；0）也承认了（Ⅰa =Ⅰb），（Ⅰb =Ⅰc）和（Ⅰa =Ⅰc），但并没有通过铅块和卵石实验。

将一个鹅卵石放在一个托盘中一个铜棒放在另一边时，他称量了它们然后惊叹道："天呐，它们是相等的！"——"现在，听着，我将在每一边都加一个铜棒，它们还会平衡吗？"——"两个铜棒是相等的，我看到它们是一样大的，然后这两个也一样（鹅卵石和第一个铜棒），但是鹅卵石更厚一些。"——"所以？"——"因为这有一个铜棒和这个重的（鹅卵石），所以这边（鹅卵石组）会更重。"

当博发现铅块和每一个铜棒的重量都相等时，实验者将Ⅰa 放在一边的托盘，将 Pb 放在另一边的托盘上。"它们的重量相同吗？"——"是的。"——"现在看着，我会在每边都加一个铜棒（Ⅰb 和Ⅰc），这时是（Ⅰa +Ⅰc）和（Ⅰc + Pb）。它们的重量怎么样？"——"有铅块的一组会更重。"

罗德（8；0）"红色和蓝色铜棒重量相等吗？"他称量了一下。"他们是相等的。"——"那红色和黑色的呢？"——"一样。"——"所以？"——"所以这三个所有的都相等。"——"那铅块和蓝色铜棒呢？"——"因为铅块不是由铁制成的，所以它更重。"——"称一下它们。"——"它们是一样的。"——"那铅块和红色的呢？"——"铅块更重。"——"为什么？"——"它不是由铁制成的。"——"那蓝色和红色的呢？"——"它们是一样的。"——"你在称量红色和蓝色铜棒的时候发生了什么？"——"它们是一样重的。"——"那铅块和红色的呢？"——"铅块更重。"——"称一下它们！"——"噢，它们是一样的。"——"那铅块和黑

色的呢？”——“它们是一样的，噢不，铅块比铁更重。”——“确认一下！”他称量了它们。“噢，它们又是相等的。”——“所以这些（铅棒＋红色的）和那些（黑色的＋蓝色的）相比呢？”——“这边（铅棒＋红色的）更重，因为铅块要比铁重。”

相比于之前的阶段，儿童在阶段Ⅱ的反应表现出了里程碑式的进步。当阶段Ⅰ的被试在任何类型的组合中都推理失败时，这个阶段的被试在处理不同色和不同位置的同质铜棒时可以立刻根据（$A = B$）和（$B = C$）的关系推断出（$A = C$），这证明了在处理例如Ⅰa ＋Ⅰb ＝Ⅱa 等类似附加的组合上的成功。

因此克拉和罗德意识到，因为红色和蓝色与黑色都相等，所以它们一定都是互相相等的。同样地，罗德在看到 $A = B$ 和 $B = C$ 时立刻总结出所有的三个都是“相同的”。然而重要的是，虽然从感知同化到演绎的进步是毋庸置疑的，但是我们必须记住除了铜棒的颜色和位置外，其他特征都必须相同的情况下才是如此。换句话说，我们保持接近知觉的范围；组合依然以从其他的量中抽象出来的形状和尺寸为基础，也因此只与物质的量以及跟它成比例的重量有关。

此外关于附加的组合问题，我们的被试，比如曼立刻判断出Ⅲ与Ⅰa ＋Ⅰb ＋Ⅰc 等价，等等，这就将他们与阶段Ⅰ的被试区分开了。话又说回来，虽然有了这些标志性的进步，但是我们也不能夸大这些重要性：因为它依赖于重量这一维度，因此也与物质量有关。

但是当重量不再与物质量成比例，且儿童已经建立了例如不同密度的类似物体通过简单或附加的方式组合起来在重量上等价时会发生什么？阶段Ⅱ的儿童依然对这种类型的组合迷惑不解，即使在儿童自己通过询问平衡情况而建立了连续的等价性时，仍然如此。

实际上，我们一旦将其中一个铜棒与铅块或鹅卵石或任何其他的异质物体进行替换，这些儿童都会拒绝再次使用他们已经在铜棒问题中应用过的相同推理过程。克拉和罗德的回答依然很有趣，虽然他们两个都建构了运算格式（$A = B$）＋（$B = C$）＝（$A = C$），但是在面对新情景时，很明显他们并没有成功地把这个格式延伸到一个新的情景中。因此，在给展示了铅块的重量恰恰与铜棒中的一个一样重之后，他们还是马上坚持认为铅块要更重一些。曼和格雷也是以同样的方式反应，但是格雷也明白他认为异质组合与同质组合，铜棒 A ＝铜棒 C，铜棒 A ＝铜棒 B 和铜棒 B ＝铜棒 C，那么不相似的原因是它们“大小相同”，然而，一旦引进了铅块，这些尺寸就不再具有可比性了：“铅块……有一点儿厚。”明显的是，这些铜棒的重量组合都只是物质量的组合而已；只有那些涉及异质物体的组合才是真正的重量组合。现在，一个可能会引起的争论就是没能产生后者的原因是由于记忆上的失效：因为儿童会期待铅块永远更重，所以忘记了他自己曾见证过的证据。然而，罗德的回答

（它们是相同的……噢不，铅块要比铁更重）就表明了我们在这里讨论的并不是因为儿童忘记了一个事实，相反我们要讨论的是当这些被试被允许主观可以优先于量化逻辑组合时在逻辑和直觉之间的矛盾冲突。

至于在异质物体的附加组合问题中，更不用说处于这个阶段的儿童是完全失败的。甚至在儿童已经建立起铅块与其他任何一个铜棒都是等价的情况下，只是将它放在一个包含四个单元的系统中，要儿童再次确认铅块更重一些（或者更轻一些）时，这个阶段的儿童也是完全以失败告终。不仅如此，在一些例子中当儿童看到两个托盘平衡后，我们通过在每一个托盘中加一个铜棒的方式将测试简单化，但是即使这样，案例中的博也拒绝承认相等的关系。因此当鹅卵石（A）和铜棒（B）与两个铜棒（C 和 D）平衡时，他明确地陈述说 $A = C$ 和 $B = D$，但是在声称判断时却认为（$A + B$）$\leftarrow$（$C + D$）：“两个铜棒是相同的，这两个也是相同的……所以这边会更重”。这种对逻辑 - 算术组合的较大鄙弃几乎让人难以想象！

简而言之，当阶段Ⅱ的儿童基于协调能够进行简单等价和等价单元的附加的同质组合时，依然还不能建构异质物体的类似组合。正如我们所见，这种差异的原因是由于第一种类型实际上只是物质（数）量的组合，然而第二种类型的组合才是真正重量上的组合。这些结论为我们在第九章得出的理论提供了确凿的证据：当处于阶段Ⅱ的儿童尝试去做一个和大软木塞相同重量的黏土球时，因为他们已经学过将重量与物质的量分离，所以他们做了一个比较小的；但是当提到重建一个相当于软木塞重量的一半或四分之一时，因为他们依然没有学过对重量进行组合或量化，所以他们无法将球切分为两个或四个来完成任务。

这种区别对一般量化问题的作用是基础性的：在阶段Ⅱ，物体逐渐得以量化，然而在量化物体重量时，与阶段Ⅰ的儿童相比并没有多大进步。如果像我们在先前研究中对数量建构的假设一样，可测量的量化实际上是一个序列的和等价的（或者非对称关系和类别的）运算合成物的结果，这种差异是很容易解释的。关于物体的量，此阶段的儿童已经学过将量度连续起来，所以当我们给他们展示容器和液体系统时，他们可以用相同的方法解决所有的问题，就像他们解决之前测试中用铜棒和板材的组合问题一样[①]。换句话说，对这些顺序和同等性能够让儿童通过数数的方式，引导他们在一般意义上去测量数量，对物质实质的数量而言尤其如此。相反，当儿童仍旧不能将这些物体的重量（异质组合）关联起来时，他们也仍旧不能将不相等重量连续起来（第十章），造成这种现象的背后原因是相同的：在所有的例子中儿童都成功建立起了知觉关系：例如 $A = B$，$B = C$，$C = D$ 等，或 $A \leftarrow B$，$A \leftarrow C$，$C \leftarrow D$ 等，但是他们不能将它们通过运算，协调为（$A + B$）=（$C = D$）或（$A \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow D$），因为他们由并列或混合的配对开始，甚至没有从（$A = C$）和

① 皮亚杰和斯泽明斯卡，同前，第十章。

($B = C$) 推断出 ($A = B$)，或者设法将两种 ($A \leftarrow B$) 和 ($B \leftarrow C$) 而不是 ($A \leftarrow B$) 和 ($A \leftarrow C$) 的顺序连续起来。现在，如果在阶段Ⅱ的儿童既不能对重量进行序列化，也不能传递性地组合重量，那么非常明显他们也就不能对重量进行量化；他们仍把重量看作具有自我中心主义或现象学的特征。由于这个原因，他们也无法在异质组合中把个体物体作为重量单元来对待。因此，克拉——那个意识到铜棒是可互换的单元的儿童，拒绝将（Ia + Ib）和（Ic + Pb）等同起来，因为“这组更多……它有一个厚的和一个长的”，即因为不能将铅块和铜棒Ic视为两个可比的单元。

因此，伴随着物体数量组合的成功而在量化重量上的失败，是阶段Ⅱ儿童在关于简单守恒（第一章和第二章）的反应、微观颗粒守恒（第四章和第七章）的反应以及不同密度的（第八章和第九章）物体的重量和实质之间关系的反应中的一部分。

第三节　阶段Ⅲ：重量的异质组合与内涵和外延的量化

最终，阶段Ⅲ的儿童将简单和附加的等值运算格式应用于重量上。然而，因为这种发展进步分为两步，所以我们必须再一次区分出两个亚阶段来：在起初（亚阶段ⅢA），被试通过半直觉和半运算的方法得出了正确的解决方案，这在一系列的试误中反映了出来。确实，当在简单组合 ($A = B$) + ($B = C$) = ($A = C$) 中，三个单元中的两个是同质物体时，在此阶段的儿童就会直接得出正确的推理判断，但这只是由于单元中的两个的直觉等价性帮助了他们。相反，当简单组合中的三个所有项目都是异质物体时，或者当附加组合中包含至少一个异质单元时，他们仍会通过尝试错误的方式进行。在阶段Ⅲ的亚阶段ⅢB期间，相反的是，对所有组合的推理从一开始就是正确的。下面有一些亚阶段ⅢA被试的反应，先从一个中间的例子开始：

查（6; 10）在将它们中的两个按压在一起时立刻了解到铜棒的重量相等：“那些做成了那样（叠加的状态）。你可以自己看一看。”——“那这两个呢（Pb和Ia）？”——“铅块更重。（称量中）噢不，他们是一样重的。”——“这些（Ib和Pb）呢？”——“铜棒更重。（称量中）我不知道为什么，但是它们也是一样的。”——“还有这些（Ic和Pb）？”——“噢！它们是一样重的因为这个铜棒和那个是一样的。看！”——“那这些呢（Pb和Id）？”他犹豫了。“它们是一样的。我看到它们是一样的，因为这个（Id）和这两个（Ia + Ib）是相同的。”——“如果我把这两个（Pb + Ic）放在一边的托盘上，那两个（Ia + Ib）放在另一边会怎么样呢？”——“这边（Pb + Ic）会更重，因为铅块要更重。”分别向他展示了铅块和铜棒。“啊，它们是一样的。”这四个物体放在了天平上：“这些（两个棒）更重，因为在这是

两个，那儿只有一个。"

穆尔（6；11）"(Pb和Ⅰa)？"——"我不知道。"——"称一下它们。"——"它们是一样的。"——"那这个（Pb）和那个（Ⅰb）呢？"——"它和所有的都相同，因为所有的铜棒称起来一样重。"——"所以（Pb＋Ⅰa）和（Ⅰb＋Ⅰc）呢？"——"这一组（Pb＋Ⅰa）更重，因为铅块更厚。"最后他纠正说："它们一样重。"

鲍勃（7；0）"这个铅块和那个蓝色铜棒重量相等吗？"（称量中）"是的。"——"那红色和黑色的铜棒呢？"——"一样。"——"那我们剩下了什么？"——"蓝色的，但是它们所有的都一样。我们看到它们和黑色的和红色的一样。"——"蓝色的和铅块相比呢？"——"铅块会更重，但是它几乎和铁一样。"——"称一下它们。"——"噢，不，它们称起来确实是一样的。"——"那铅块和红色的呢？"——"它们也是一样的。"——"为什么？"——"因为我们从天平上看到蓝色和铅块是相同的，而在之前我们知道红色、蓝色和黑色的铜棒是相同的。"

"如果我把蓝色的和红色的放在一边的托盘中，另一边放铅块和黑色的铜棒会怎么样呢？"——"铅块和黑色的一组会更重，因为铅块比黑色的铜棒有更多的重量。噢，不，它们是相同的，但是这两个铜棒仍然是更轻一些的。"——"那铅块和这些铜棒中的一个呢（蓝色的）？"——"是一样的。"——"那如果我将蓝色铜棒和铅块放在一边，另一边放红色和黑色的铜棒会怎么样呢？"——"如果我们把它们变成了球它们就会是一样的；铅块更厚，所以它应该变短一点"（自发地试图将重量与体积分离开）。——"那（Pb＋Ⅰa）和（Ⅰa＋Ⅰc）相比呢？"——"它们是一样的。"——"那这个黏土球和铅块相比呢？"——"这很容易。"他称量了它们。"噢，它们是相同的。"——"那黏土球和蓝色铜棒呢？"——"它们也会是相同的。不，黏土球要更轻，我们看到它和铅块相等。噢，不，它们是相同的。"——"那（黏土球＋铅块）和（红色铜棒＋蓝色铜棒）相比呢？"——"它们是一样的。如果它变薄一点儿（＝减少密度）那像我之前说的铅块将会和铜棒一样（长）。"——"那这些（红色＋蓝色铜棒）和那些（黏土球＋红色铜棒）呢？"——"我们看到了它们是一样的。"——"那这些（黏土球＋蓝色铜棒）和那些（铅块＋红色铜棒）相比呢？"——"它们仍旧是相同的。"

弗雷德（7；6）检查了铜棒后直接说道，如果有 $A = B$ 和 $B = C$，那么就有 $A = C$。"蓝色铜棒和铅块相比怎么样？"——"铜棒会更重，因为它更长。（称量中）噢，不，它们是相同的。"——"那黑色铜棒和铅块呢？"——"它们也是相同的，因为黑色铜棒和蓝色铜棒的长度相同。"——"那与红色相比呢？"——"它们所有的都相同。"——"那这些（红色铜棒＋铅块）和那些（蓝色铜棒＋黑色）相比呢？"——"它们是一样的。不，蓝色和黑色的一边更重。"——"为什么？"——"因为它们是两个相同的。"——"你记得红色铜棒和铅块吗？"——"是的，它们的重量是相同的。"——"那（红色铜棒＋铅块）与（黑色铜棒＋蓝色铜

棒）相比呢？”——“它们不是等重的；噢，是，铜棒们和铅块是相等的。”——“那这个黏土球和蓝色铜棒相比呢？”——“黏土球会更重。（称量中）它们是一样重的。”——“那这个（蓝色 + 黑色铜棒）与那个（红色铜棒 + 黏土球）相比呢？”——“因为红色铜棒和黏土球一样重，也同样和其他铜棒一样重，所以它们是相同的。”——“那这些（红色铜棒 + 黏土球）与那些（黑色铜棒 + 蓝色铜棒）相比呢？”——“我们有两个铜棒与一个铅块和一个黏土球，如果我手里拿着两个铜棒，那黑色的铜棒将和铅块是相同的，而黏土球和蓝色铜棒是相同的，所以我认为它们的重量一定是相同的。”

泰尔（7；6）“蓝色和红色铜棒相比呢？”——“（称量）它们是相同的。”——“那铅块和蓝色铜棒相比呢？”——“也相同。”——“那蓝色和黑色铜棒呢？”——“黑色的看起来有点儿大；不，因为所有的都一样重所以它们是一样的。”——“那铅块和蓝色铜棒呢？”——“铅块会重一些因为它厚。（称量）不，因为这个（红色铜棒）是长的但是那个（铅块）是厚的，所以它们是一样的。”——“那与这些（红色铜棒等）相比呢？”——“是相同的，因为蓝色铜棒和铅块的重量相同，黑色和红色的重量也是相同的。”——“那这个（红色铜棒 + 蓝色铜棒）与那个（铅块 + 黑色铜棒）相比呢？”——“噢，因为所有的铜棒大小都一样，所以它们也是相同的。不，我错了，铜棒组要更重一些。”——“那（蓝色铜棒 + 铅块）与（红色 + 黑色铜棒）相比呢？”——“它们不一样。铅块要更厚而这个（蓝色铜棒）更长，另一边有两个长的，所以铜棒组一定称起来重一些。”——“你记得称量铅块和蓝色铜棒的时候吗？”——“噢，对了，它们所有都是相同的。”

黏土球和铜棒：立即等价附加。

卡斯（7；11）“铅块和蓝色的相比呢？”——“铅块更重。（称量）不，它们是一样的。”——“那和红色的相比呢？”——“也是相同的。无论哪个都是因为这三个铜棒都是相同的（检查了一下天平）。”——“那（铅块 + 黑色铜棒）与（红色 + 蓝色铜棒）相比呢？”——“有铅块的一边一定是重一些的，因为铅块要比铜棒都重。”——“但是你之前称的时候，铅块的重量怎样？”——“和铜棒一样重，但是我确定它的重量要更重。”他又对铅块和一个铜棒称量了一下，然后沉默了，带着很明显的尴尬情绪挠了挠自己的头发说“它们是一样的”。——“所以这些所有的（四个物体，每次拿两个）都怎样？”——“它们是相同的。与铜棒和铅块一起的还是有四个；它们的重量是相同的，所以当你加一个铜棒和一个铅块时它们应该还是相等的。”——“为什么？”——“因为铅块和一个铜棒称起来一样重，所以两个铜棒一定与一个铜棒和一个铅块加在一起一样重。”

在确定了铅块和黏土球具有相同的重量后，问卡斯：“这两个（铅块 + 黏土球）和那两个（两个铜棒）一样重吗？”——“它们应该一样重。”碳和铅：“它们一样重，因为碳既轻又大而铅块既重又小。”但是当实验者将三个铜棒放在一边

的托盘，碳＋黏土球＋铅块放在另一边时，卡斯第一时间拒绝承认它们是平衡的。“它们是等重的吗？”——“不，碳比黏土球和铅块轻，但是它不比任何一个铜棒轻。”——“所以？”——“所以这些（三个混合物）一定是轻的，因为铜棒要比铅块轻……呃，不，你可以看到它们的重量是相同的。”

奎斯（8；4）“红色和黑色的铜棒比起来怎么样？”——“它们是一样的。”——“那蓝色和黑色的呢？”——“一样的。”——“红色和蓝色的呢？”——“它们的重量相同，因为红色和黑色的称起来相同，而蓝色和黑色也是相同的。”——“那蓝色的和这个黏土球呢？”——“黏土球更重。”他称量了它们然后笑了笑说“我错了”。——“红色的和黏土球呢？”——“它们是相同的，因为红色的和蓝色的铜棒相等。”——“黑色的和黏土球呢？”——“也一样。”——“那这些（Ⅰa＋Ⅰb）和那些（Ⅰc＋黏土球）相比较呢？”——“两个铜棒要更重。”——“为什么？”——“在这边，这只有黏土球和那点铜，而在另一边，有两个相同的块。”

“铅块和这个铜棒（Ⅰa）相比怎么样？”——“（称量）它们的重量相同。”——“那这些（Pb＋Ⅰa）与那些（Ⅰb和Ⅰc）相比呢？”——“两个铜棒更重。”——“为什么？”——“就像我们之前看到的，有两个铜棒的一边与只有一个铜棒和铅块的另一边一样。”实验者将两边各移走了一个铜棒。“现在呢？”——“现在它们称起来一样重。就像蓝色铜棒和铅块那样。”又将铜棒放回去。“那像这样呢？”——“嗯，它们是一样重的。”——“那这些（黏土球＋铅块）和那些（两个铜棒）相比呢？”——“这些（铜棒）更重。”——“什么和铅块称起来一样重？”——“铜棒。”——“和黏土球相等呢？”——“也是一个铜棒。”——“所以？”——“啊，两个托盘中的是一样重的。”

这些对重量进行组合和量化的逐步发现例证，不仅对这些特殊的分析至关重要，而且对于一般数量的心理学研究也很重要。

读者会记得已经证明了的阶段Ⅱ被试的反应，当组合依赖于不同密度的物体也因此依赖于相应的重量时，儿童根本不可能通过 $A=B$ 和 $B=C$ 推断出 $A=C$；但是对相同密度的物体而言，在解决这个问题时不存在多大的困难。然而，到了阶段Ⅲ儿童已经准备好运用相同的格式来处理两个同质的铜棒和一个不同密度的物体（铅块、黏土球、铅块等）了。因此穆尔在看到铅块和蓝色铜棒具有相同的重量时，直接得出了结论：“它们所有的都是相同的，因为所有的铜棒称起来都是一样的。”鲍勃同样立刻意识到将铅块和铜棒的重量等价性延伸到所有剩下的上，就都是相等的，弗雷德、泰尔、卡斯和奎斯同样也是这么做的。查是唯一一个在推广他的结论之前依次检查两个棒的重量是否相等的儿童，而这正好解释了我们为什么将他视为一个处于中间阶段（在阶段Ⅱ和阶段Ⅲ之间）的例子。

我们如何对这个相对突然的进步，这个突然产生的推理进行解释呢？如果我们将这些被试的回答和第一至六章中的那些被试的回答相比较的话，答案就再清晰不

过了：在阶段Ⅱ，只有物体的数量是守恒的，物体的重量还没有成为一个恒定量，基于简单的协调关系的形式推理只可以应用于物体的实质量（同质组合物）而不能应用于重量（异质组合物）上。然而，一旦将重量本身当作一个恒量（亚阶段ⅢA和亚阶段ⅢB）的儿童就可以开始建构（$A=B$）+（$B=C$）=（$A=C$）这种类型的逻辑论据了。换句话说，在重量依然保留主观特性时，它就不适合于任何一种推理，然而这只是基本的。因此，即使当儿童自己看到了铅块和红色铜棒平衡，红色铜棒和蓝色铜棒平衡，他也不会承认铅块也一定与蓝色铜棒平衡：出乎意料的是自从证明铅块不比红色铜棒更重时，儿童就总结出铅块一定与蓝色铜棒一样的结论。但是儿童一旦放弃了基于具体印象的自我中心主义和现象学方法，认识到重量是一个物理常量后，就没有什么可以阻止他们得出如果铅块的重量和铜棒中任何一个相等时，它就会和其他的所有铜棒重量相等的结论。

引起等价协调的逻辑运算也因此是引起建构物理常量的物理运算的一部分，现在我们必须把这个问题看得更清楚一些。

在这样做的时候，我们发现在通向附加组合道路上的障碍，如同简单等价的顺利协调一样具有指导意义。恰恰是这些障碍帮助我们跟随逻辑分类的进步和发展，以及由此得以逐步量化的过程对我们认清这些问题具有教育意义。

我们首先注意到的是，亚阶段ⅢA的一些被试处理在两侧放四个物体的任务时要比其他人更加难以得到正确推理判断。因此，查作为有中间反应的例子，在解决这些问题时完全失败了，而其他被试或多或少很快解决了这个问题。但是他们所有人对于附加组合（$A+B$）=（$C+D$）的问题，都表现出了一种近乎原始本能的抵制，对这种阻抗的克服不是由突然顿悟所产生的灵感引起的，而是通过数次的尝试错误才得以消解的。

首先，这儿有一些被试不能继续从不同于同质等价的简单异质组合过渡到附加组合。换句话说，他们意识到当直接称量它们时，铅块的重量和其他任何一个铜棒相比重量是相等的，但是他们认为一旦将多余的铜棒添加到每一个托盘中时等价关系就不存在了。所以，查意识到铅块和每一次按序拿的铜棒的重量是“相等”的，但是否认铅块加一个铜棒的重量和两个铜棒的重量是相等的，这来自于“铅块更重”观念的影响。当指出这个矛盾的时候，他说道“这儿有两个铜棒而那儿只有一个”来确认他的答案；因此又完全忽视了铅块。穆尔同样也说道铅块“和其他所有的铜棒都相等，因为所有的铜棒称起来一样重”，但是，又继续争论如果在铅块那边加上铜棒中的任意一个的组合是不再和两个铜棒重量相等的，“因为铅块更厚”。

接下来是那些直到最终发现正确解决方法前一直摇摆不定的例子。

鲍勃的案例是非常有趣的，因为这个例子可以说明儿童对单元的建构过程。他很快发现如果铅块和铜棒中的一个重量相等时，它一定也和剩下的都相等。但是，

尽管如此，却主张如果铅块和黑色铜棒组合，那它“会更重，因为铅块的重量更多”。他接着回忆了等价关系，但是尽管如此，也无法忽视铅块的固有重量特性：“如果它薄一点儿，铅块就会和铜棒一样长”，从这里开始他总结说“它们是一样的”。在弗雷德做的时候，他宣称铅块和任何一个铜棒“一样重”，接着又说两个铜棒与一个铜棒加一个铅块相比，前者更重，“因为它们是两个铜棒”，因此将等价置于数单元之前。但是，一旦他想到之前的等价关系，他就直接进行了数的量化，甚至给出了关于为什么铅块和黏土球可以由两个铜棒替代的解释说明：“如果我手中拿着两个铜棒，黑色的就相当于铅块，而黏土球就相当于蓝色铜棒，所以我认为它们一定是相等的。”

奎斯得出了相同的解决方案，虽然是在实验者提供了一些帮助后得出的。他首先对两个铜棒一定比一个黏土球加一个铜棒的重量更重这点进行澄清，因为“在这边只有一个黏土球和一点儿铁，但是另一边却有两个东西”。

最后，会有一些被试提供一些可选择的解决方案，也会用他们自己的理由去解释。因此，承认铅块和任意一个铜棒都等价（“无所谓是哪个，因为三个铜棒都相等”）的卡斯勉强总结出铅块和黑色铜棒组合与红色和蓝色铜棒组合是一定等价的。他具有求知欲的解释经过了很长的过程，这就证明了这些被试要发现并建构规律有多么的困难；承认铅块与一个铜棒是等价的，但是只是在与其他物体分离的时候的如此；当它和一个铜棒组合时，“铅块就一定会要更重一些”。关于铅块“自己”和与一个铜棒组合的区别比起其他任何东西都更好，这证明了在运算组合中，对重量的直觉感觉是如何的顽固。然而，在重复他最初的称量之后，卡斯改变了他的想法然后尽可能清晰地阐述了他的量化原则：“铅块称起来和铜棒一样重，所以两个铜棒一定和一个铜棒加一个铅块的组合一样重。”当有六个物体时，他又一次犹豫不决了，但是最终因为赞同组合方式而确定了下来：“它们的重量相同；你可以看到。”

简而言之，在亚阶段ⅢA的儿童挣扎在两种矛盾的态度中：一方面，他们固着于早期阶段遗留下来的主观和现象主义的方式对重量进行评估：铅块一定是比铜棒要更重的，因为无论天平如何显示，铜棒看起来都是更轻的。另一方面，他们使用了逻辑-算术的方法，这多亏了他们可以根据物体的重量组合成等价或差异的（单元），再按照类别或关系的逻辑进行相应地重组，然后根据两者的组合对其进行量化。如果组合止步于短的逐项等价（$A=A'$）+（$A'=A''$）=（$A=A''$）上或止步于逐项差异（$A\leftarrow B$）+（$B\leftarrow C$）=（$A\leftarrow C$）时，第二种办法就比第一种方法更有优势；但是在进行的过程中如果超过了这些基本的等价限制，然后需要更大的协调时，那么，儿童就会用一些更简单的方法替代原来的复杂方法。这就是为什么当单独将一个与之相同的物体与铅和铜棒等价比较时，在两种组合单元之间会相互竞争，但是在成对或者更大的群集比较时则不会发生竞争的原因。结果就是一个存在于直接

经验或现象主义的错误逻辑和可逆组合之间的潜在冲突，并且也只有经过一系列的尝试错误之后，可逆组合才能超越经验主义或者现象学的束缚而重见天日。

亚阶段ⅢA 的反应因此引申出了下面两个问题：为什么这些儿童对于处理确定的简单等价要比其他儿童或者比附加组合要更容易一些，还有后者是怎样在逻辑和数上得以建构的？

这两个问题中的第一个是很容易解决的，这很像我们曾遇到的联结亚阶段ⅢA 的对不等价组合的反应（第十章），我们发现这些儿童没有能力协调 $A \leftarrow B$ 和 $B \leftarrow C$ 到 $A \leftarrow C$ 的关系，但是当涉及四个单元的序列化（$A \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow D$）时，他们仍旧依赖于一次拿两个的试误方式。现在，尽管四个单元的序列化和三个单元有相同的运算过程，但是对于差异的唯一可能解释就是第二种更加直观简单。换句话说，在亚阶段ⅢA，序列化依然不是凭借完全的运算方式。然而，这个情况与现在的例子正好是相同的。在儿童能从 Pb =Ⅰa 和Ⅰa =Ⅰc 等总结出 Pb =Ⅰa =Ⅰc 等之前，他们必须舍弃运算系统支持下的现象学方法。但是同样清楚的是，在现有的例子中，对于那个系统的建构很大程度上依赖于对铜棒的直觉等价性。因此，一旦我们介绍了铅块、黏土球和碳块，这个系统就趋于瓦解。在附加组合的例子中，即使如同（Ⅰa = Pb）=（Ⅰb +Ⅰc）一样简单，我们也有一个更长远的问题——这是非常重要的——那就是当将它们一个一个进行比较时，儿童承认这些单元是等价的，但是现在的问题是必须同时比较两个。因此，等价关系Ⅰa = Pb 中促进将Ⅰb 或Ⅰc 等替代为Ⅰa 的直觉因素成了一个障碍：这时候的同质组合（Ⅰb +Ⅰc）必须和异质组合（Pb +Ⅰa）相比较，事实上我们并不认为这两者等价的观点就证明了这个亚阶段的儿童对于简单等价的建构仍然部分依赖于直觉。换句话说，儿童已经承认一个铅块的重量可能和一个黄铜棒的重量是相等的，暂时不考虑它们的其他特点，继续总结认为铅块一定和其他所有的儿童直觉上认为的铜棒等价，但是一旦在一个新的组合中给儿童介绍铅块时，这种等价关系就马上消失了，直觉上的重量打破了他们最先确定的规则。结果就是，铅块又一次比它自己更重了。

这种由亚阶段ⅢA 被试提出的半直觉半运算的方法对于我们理解儿童对附加组合的逻辑和数建构有了很清晰的明示，也清晰表明了后者是如何产生内涵和外延量化的。

首先，逻辑的加法只不过是将元素（比如，Pb = A_1 和Ⅰa = A_1'）组合进类别 $A_1 + A_1'$（或者Ⅰb = A_2 和Ⅰc = A_2' 由此 $A_2 + A_2' = B_2$）或者将两个类别组合进一个更一般的例如 $B_1 + B_2 = D$ 的类别。现在，这个组合仍受直觉影响，一旦让儿童意识到无论怎么安排这些元素，它们仍然都是自己本身，换句话说，也就是当儿童明白这些组合是可逆的之后，才会有整体与它的各个部分都是守恒的认识。读者可能会记得，在重量上的未守恒（第二章和第五章）是由于无法运用这些条件造成的。现在，

当我们目前的被试相信铅块（A_1）的重量变化取决于是否将其与一个单独的铜棒比较还是将它混合在组合 B_1 或 D 中进行比较时，他们还是在以相同的方式辩护。但是，在那个例子中，儿童怎么达到附加组合的呢？通过对直接运算 $A_1 + A_1' = B_1$ 和它的逆向 $B_1 - A_1' = A_1$ 还有等价运算 $A_1 + 0 = A_1$ 的再次逐步协调，即通过一个可逆的建构允许他们从一种调整到下一种，在这个过程中不否定他们早期的发现。卡斯和奎斯最后说道，因为“我们之前看见过它”，所以“它们是一样的”。因此，我们在这使用的是在第一章末尾描述的方法 1。

但是儿童是怎样从类别的加过渡到数，比如可测量数量的组合的？首先是通过对在类别 B_1，B_2 或 D 中所有可能替换物（等价物）的概化。“因为铅的重量和一个铜棒一样，”卡斯说，“两个铜棒一定和一个铜棒加一个铅块的重量一样。”换句话说，这是由于未考虑 A_1 和 A_1' 或者 A_2 和 A_2' 的重量，所以这些儿童从 $A_1 = A_1' = A_2 = A_2'$ 得出 $A_1 + A_1' = A_2 + A_2'$；比如 $B_1 = B_2$。

然而，这种统一的单元的概化包含有一个类和关系的运算群集的完全重组。因此，如果 $A_1 = A_1' = A_2 = A_2'$，类别 B 可能由 $A_1 + A_2$，$A_1 + A_1'$，或 $A_1' + A_2'$ 等组成，也因此不再成为一个特性的分类。然而这正是儿童在一开始拒绝承认的：对他们来说两个铜棒 $A_2 + A_2'$ 是“两个”物体，然而铅块和铜棒只有“一个”（查），比如他们认为铅块 A_1 不是像其他剩下的物体一样的单元。

相对而言，当儿童一旦意识到无论怎样任意配对都和其他的等价，且三个任意组合也和其他的等价时，数就出现了。现在这表明在任意一个 A 和另一个 A 之间，还有任意一对 B 和其他一对 B，等等，一般都对应伴随着一个相等的概化序列；如果 $\xrightarrow{a}$ 指定是最先的次序（＝第一个 A 和 0 之间的次序差异）；$\xrightarrow{a'}$ 是再下一个更高的 A 和 $1A$ 之间的次序差异；$\xrightarrow{b'}$ 是再下一个更高的 A 和 $2A$ 之间的次序差异等，我们就有 $\xrightarrow{b} = \xrightarrow{2a}$；$\xrightarrow{c} = \xrightarrow{3a}$ 等。如果把这些项目倒置，它们的等级排序仍保持不变。如果数和度量因此构成了一个广义替换的单位系统，那么它们之所以这样做，是因为它们融合成了一个单一的运算整体，包括等价项的加法，类的群集特性，秩差的序列化、传递的非对称关系的群集特征。

让我们现在看一下处于亚阶段ⅢB 时的儿童完成了对逻辑与数的建构，当所有需要的组合，甚至是那些不同密度的物体之重量（异质组合）组合，毫无疑问都受到了影响。我们先从一个会让人产生好奇心的例子开始：

德普（7；10）认为红色的棒跟蓝色的是等价的，蓝色的跟黑色的是等价的。——“那红色的会跟黑色的一样重吗？”——“你可能会说它比较厚，比较重。”——“比哪个？”——“比红色的。”——“但是红色的像什么呢？”——“像蓝色的。”——“那么黑色的呢？”——“也像蓝色的。”——“所以？”他再次称了一下黑色的和红色的。“它们是一样的。我可以看到它们是一样的。”——“那

么蓝色的和红色的呢？”——“哦，它们应该也一样；红的像黑色的，蓝色的和红色的一样。”

“那么红色的和铅的呢？”——“铅的更重。”他称了一下。“哦，不，我错了。”——“你可以看到在桌子上的还有其他的跟铅的一样重的吗？”——“是的，黑色的那个，因为它像红色的，而且蓝色的也一样，因为它和黑色的以及红色的都一样重。”——“那么这些（红的和黑的）和这些（蓝的加铅的）呢？”——“（仔细考虑）我不知道。它们不会一样重，因为它们是两个块。哦，我想起来了，铅的和红的一样重，因此铅的和蓝的相当于两个（红的），两个和两个是一样的。”——“那么这些（黑色的加铅的）和这些（蓝色的加红色的）呢？”——“你刚才交换了它们，这一点也不麻烦，它们仍然一样重。”

“那么这个（黏土）和蓝色的呢？”——“（称）这仍然和红色的与黑色的一样！”——“那么黏土和铅的呢？”——“它们一样，因为铅和红色的一样，黏土和蓝色的一样，而蓝色的又和红色的一样，所以黏土一定和铅的一样。”——“那么这些（黏土和铅）和这些（黑色的和蓝色的）呢？”——“它们一样。”——“如果这个碳棒和红色的一样，那么铅的和碳棒在一起会怎么样呢？”——“跟两个棒一样，就像蓝色的和黑色的。”——“你确定吗？”——“是的，我确定。”——“虽然我们没有称碳棒和黑色的棒，但是称了碳棒和铅棒。”

“你能整理一些和这三个棒一样重的东西吗？”他放了黏土加铅加碳棒。“我们称了黏土和黑色的，发现它们是一样的。铅的跟蓝色的一样，碳棒和红色的一样，所以这三个棒互相之间是一样重的。”

杰尔（9；6）“这个蓝色的棒和白色的棒一样重吗？”——“（称量）是的。”——“那么这个红色的棒和蓝色的棒一样重吗？”——“（称量）是的。”——“那么红色的和白色的呢？”——“它们应该是一样的，因为是相配的。”——“那么铅的呢？”——“铅的会更重一点。（称）哦，不！”——“那么铅的和红的呢？”——“它们会一样，因为红的和蓝的是一样的。”

“那么这些（白的加红的）和这些（蓝的加铅的）呢？”——“它们一样，因为白的和蓝的一样，而红的和铅的也是一样。”——“那么黏土和铅的呢？”——“它更轻一点。（称）哦，不；它们是一样的。”——“那么这个（黏土加铅）和这个（蓝的加红的）呢？”——“它们不一样。哦，是的，它们是。不；两个棒，它们是两个，而这个（他拿起黏土）只有一个，但是，等一下！”他用一个棒代替黏土，因此剩下铅和一个棒在第一个盘子里，黏土和另一个棒在第二个盘子里。“像这样，它们是一样的。”研究者恢复了原来的排序。——“这样仍然一样。”——“你怎么知道棒和黏土一样重？”——“我们已经称过了黏土和铅，铅和一个棒一样重。”

“那么这个（碳棒）和这个（黏土）呢？”——“（称）它们是一样的。”——“看，我在第一个盘子里放了三个棒，你能平衡它们吗？”他放了黏土加碳棒加红

色的。"还有其他方法吗？"他放了所有的代替物并且说："它们都是一样的。"

季特（9；6）建立了所有的简单等价，"这些（蓝的加白的）和这些（铅的加红的）会怎么样？"——"它们会平衡。铅的和蓝的一样重，红的和白的也是一样，所以每一个都是相等的。"——"那么如果我们把它们变成了这样呢（铅的和白的）？"——"它们仍然一样。"——"检查一下黏土是不是和铅一样重？"——"（称量）是的，因为黏土比铅多，所以它们一样重。"——"那么这些（两个棒）和这些（黏土加铅）呢？"——"它们一样重，因为黏土和铅以及棒一样重。"——"那么如果我改变它们呢？"——"仍然一样，这点铁和那点铁一样，铅和黏土一样。"——"那么碳棒呢？"——"（称）和铅一样。"——"那么这些（黏土和两个棒）和这些（一个棒加铅加碳棒）呢？"——"它们平衡；铅的和白的一样，红的和蓝的一样，碳棒和黏土一样。"——"你能用不同的方式排列它们吗？"他用了所有的替换物认为"它们都一样"。

拉尔（10；0）也承认了所有组合。"每一个（异质物体）都可以替代一个棒。"

那么，然后就是被试的最终反应。德普在主观评价和客观组合之间摇摆，这依旧显示出了一些亚阶段ⅢA的犹豫特征。但是一旦他意识到等价是可传递的（"哦，它们应该也是一样的"）时，他立即把附加组合延伸到了四个或者甚至六个对象上，将每一个按照一个数单元对待："铅和蓝色的一共是两个，两个和两个是一样的。"

但是为什么这些被试在进行演绎推理组合时没有任何困难，而那些处于亚阶段ⅢA的被试经过系列试误后才能形成推理组合呢？

出现在脑海的第一个答案是一个突发的结构化过程的介入，一个格式塔的突然出现。因此当处于亚阶段ⅢA的被试在犹豫之后说"不，它们一样重，你可以看到它们一样重"，或者当当前的被试说"它们会平衡"（季特），我们就有这样一种印象：我们通常会将这种具体化与知觉结构的突然变化联系起来。然而，如果像韦特海默所说的，与推理相联系的同化实际上是形式化的过程。那么很明显，在我们独特的范围内，重新的结构化一定是真实运算的结果，也就是组合（逻辑或者算数的加和减）的和置换替代的结果，要么是各自的，要么是在通过加法形成的集合内进行的。事实上，一个儿童在$A = A'$和$A' = A''$的情况下，可以精确地通过在$A = A'$中把A'置换成A''，从而发现$A = A''$吗？现在，这种置换，作为等价的基础，是一个心理运算或者在行动（动作）中的真实运算。因此，杰尔在比较两个棒和铅以及黏土的时候感到困惑不解，直到把黏土转换成了一个棒以便于他更容易地进行计算时，他才做出了判断。同样地，拉尔在得出结论"每一个都能代替一个棒"之前，通过一系列的物理置换完成了他的心理置换。与知觉重组不同，这是"良好形式"的发现，逻辑结构在不同意义上是"形式的"：逻辑－算数的"良好形式"是群集的一个或者在其中所有的运算都是可逆的、可组合的和可联合的群集的一个。

现在，我们所描述的反应至少包括三个群集：初步的等价（或置换替代物）群

集（$A = A'$）+（$A' = A''$）=（$A = A''$）；允许通过加（+）和减（−）建构的任何类的附加群集，例如 $A_1 + A_1' = B_1$ 或 $A_2 + A_2' = B_2$，等等；最后一个群集是使每一个因素有可能等价于但是又不同于其他因素的整数的附加群集。我们的被试是如何从类的附加群集传递到数值群集的呢？就是再一次通过归纳得出一个替换物或者基于排除了重量之外产生一个其他所有特性的一般等价物。就像杰尔在概化替换之后说的："它们一直都一样。"对他来说，它们除了相关和计算的顺序之外，等价的单元不再有什么区别了。

第四节　结论：物理和逻辑 - 算数的运算

我们对于系列化运算的群集，以及重量等价情况的研究已经宣告结束，我们先前也遇到过相同的逻辑组合和在处理物质数量问题时由它们的运算合成所引出的量化问题。因此，我们现在要对在物质数量、重量和体积守恒的具体化过程中这些逻辑 - 算术运算与物理运算之间的联结问题进行研究。

让我们先对一些定义进行回顾。逻辑算数运算是类的运算（等价单元的联合），是非对称关系的运算（或序列）以及数的运算，而物理运算则是基于一致性由划分、置换和测量组成。现在两组运算群集中的三种元素都是一一对等的，这点很清楚：在第一个群集（set）中，是忽略时空的，是由推理的外观物体和连续演替所替代的。而在第二种运算群集中却不是这样的。我们可以直接说，这种差别绝不表明第一种群集是心理作用而第二种群集受到材料物质的影响，一个类（class）可以通过一"堆"的建构产生，一个序列可以通过将一串事物排成一"排"而形成，而我们在这两种情况下，都可以忽略物体所占据的空间和连续运算的时间顺序。相反地，我们可以在心理上把一块糖分成"颗粒"浸入一杯水中，只记住溶解状态是继原初固态的一个必然结果。两种运算所共有的特征在概念上是可逆的；它们的不同之处并不是第二种由物质的行动（动作）和外部的转化组成，而第一种不是如此，只是纯粹时空的。对于其他的，正如我们之前所说的，这两组运算是一一对应的。事实上，逻辑类及其划分为子类或组成元素的系统是（加或乘）的联合和分离（减或逻辑的除），物理运算在划分或者在最初由整体精确构造的相同系统的重构中起着作用，但是是在相同的时空领域中。再次，非对称关系的序列化是简单的，是一个差异的并列，因此每个都构成了一个总体序列的一个片段。等价的物理运算是一个"放置"与置换的系统。最后，很明显数对应着以测量为目的的单元，它们组合的物理等价部分是基于时空均等的替代物。划分与置换因此可以看作既是定性的又是符合逻辑的，在这种情况下，一个实体就成为可识别的片段的一个定性群集，也是可以量化的，因此，这要归功于这些测量反过来构成了划分和置换的运算组合，就像数是一

个具有不对称关系的类的融合一样。

尽管如此，逻辑算术运算不能被视为构成内容的物理运算的形式，因为在儿童能够掌握无论整体分成多少部分，它都保持不变的情况之前（这种认知实际上是区分运算划分与削减的能力），他们必须学会运用类或者数的（形式）逻辑。我们认为后者不仅能帮助儿童建构最一般的组合形式，也可以建构能应用到其他形式的组合，这在很大程度上就像衣服穿到女人身上一样。我们还要特别注意，思维的形式和内容是纯粹相对的概念，因为构成逻辑形式的物理运算，在它们的次序上，可以认为是带有一个实验内容的多种形式。因此，划分是一种形式，其内容是，比如说，可感知的黏土球；并且分离的整体的重量的不变性是另一种形式，其内容是实验验证的结果，即称重的结果。

于是形式与内容之间的关系让我们面临两个问题：一个是逻辑算数运算与物理运算之间的联结问题；另一个是后者（或两者）与经验之间的联结问题。我们将于下一章节研究第二个问题，但在此之前，我们要首先解决第一个问题。

正如在第九章末尾看到的，逻辑算数和物理运算的关系问题有三种可能的解决方案。第一，形式的建构先于并决定了内容的建构。在这种情况下，在物理运算之前要先对逻辑算术运算具体化，这样物理运算才能成为逻辑结果应用到现实中。也只有当我们采纳这种方案后，我们才能提及传统意义上的形式和内容。比较而言，在第二种解决方案中，内容的建构可能会决定形式的建构，在这种情况下，物理运算要在逻辑算数运算之前得以建构，而这两者源自对实验的归纳，更确切地说从归纳性的实验中引发出来。在第三种情况下，这两种运算既不先于也不决定彼此，而是同时得以建构，在这种情况下，实验的归纳必须得到新生的物理组合的确认（或者用在归纳或类比中影响到类、系列或数的逻辑算数组合来确认）。

第一眼看起来第一种方案最为可信。很难否定一种先验概念，即使在通过物理运算发现黏土球在其形状扭曲时仍保持其重量，或者糖块完全溶解到水里之后水位保持不变之前，从心理上也无法将形式逻辑应用于重量和体积的概念上。看起来似乎是儿童必须学会对重量进行排序，或者如果在 $A = A'$ 且 $A' = A''$ 的条件下，能得出重量 $A = A''$ 的结论，他们才能建构变形球的重量守恒或者当一块糖溶解在水中后，糖水明显变成清水的情境中糖的重量守恒的概念。然而，正如我们在第十章和在本章所看到的，这种解释并非出于心理学的研究；亚里士多德的类逻辑和罗素的关系逻辑据说都没能为伽利略或拉瓦锡的工作铺平道路，因为在掌握物理方面之前，不可能建构逻辑或重量的算术概念。

这一章与上一章都可以表明的是相同的形式或逻辑算数组合并不能被同时应用到物质、重量和体积上，而是像我们在第一至第九章对物理运算的研究那样，它们的应用受限于一种系统的时间滞差。因此非常明显，三种恒量的逻辑算数建构紧密

伴随着相应的物理建构。此外，我们对于系列化（第十章）的研究也为解释这些时间滞差带来了曙光：物质、重量和体积在儿童的行动（动作）和知觉上都给他们留下不同的印象；以至于儿童对于体积和重量的理解比物质数量的理解保持在自我中心主义和现象论的层面更持久一些。再者，对于重量等价的组合研究（第十一章）表明，如果没有物理的恒定也就没有逻辑的恒定，或者阿诺德·雷蒙[1]所谓的“功能性的恒定”：在儿童将物体的重量视为物理常量之前，他们不能在逻辑上或算术上赋予重量等价性，或者甚至不能将等价术语加入到两个或三个的集合中，从而保留等价，不再作为物理常量，但是——这就是令人惊讶的——是简单的逻辑常量，即在实验过程中不会改变的数据或前提。因此 $A = A'$，但如果 $A' = A''$，那么 A 不等于 A''；或者 $A = A'$，但如果 A 与 A_2 和 A' 与 A_2' 组合，那么 A 不再等于 A'！在下一章节，我们将发现，对体积的研究结果也是如此；体积的组合比重量的组合落后了一个阶段，正如重量的组合也比物质的组合落后一个阶段一样。

简而言之，第一个解决方案，即假定逻辑算术组合在相应的物理运算中得到阐述并且前者确定后者作为形式决定其内容的假设必须被拒绝：前者需要后者，反之亦然。一旦在非矛盾的概念或关系的帮助下建构了重量的逻辑不变性，我们就只能对重量进行论证了；类似地，重量的物理组合意味着物理不变量的存在。如此一来，这两种恒定性是相互依存且不能独立建构的：从本质上看，第一种代表我们的原子论知识，第二种代表我们的真正知识，那么在形式机制已经达到一个高水平的概化之前，超前于相关科学知识建构一个原子论系统是极其困难的[2]。

我们将在第十二章看到的是，把逻辑算数降低到物理建构或者两者都降低到经验层面的第二种方案也同样是不可接受的，因为不仅仅对实验的归纳需要组合，对实验数据的理解也都需要组合：与直接的感知不同，真正的经验始终是一种建构。

因此，唯一有效的推理是第三种：逻辑算数与物理运算同时形成并得以发展。我们怎么才能够解释它们的同步呢？是相互作用的结果还是各自独立但平行发展的呢？

读者可以回顾一下，在前一章节专门研究重量序列化的部分我们得到的结论：根据重量是一个有赖于儿童自己动作的绝对特性，那么非对称或者系列关系的逐步群集化则是由于对逻辑上的自我中心主义的逐渐消除。更为普遍的是，一个系统概念或者关系的所有逻辑群集都呼唤着对自我中心主义的摒弃，而且这就是为什么一种系统的建构比另外一种的建构更紧密地取决于知觉或者直接动作，且其系统建构在时间上更为迟滞一些。这也就解释了为什么不同的逻辑组合没有在相同的时间节点得以完成，但却无法解释为什么逻辑组合与相应的物理组合同步，例如与那些我

---

① 雷蒙：《逻辑原理及现代各派之评述》，巴黎，博伊文。

② 参见贡塞斯《数学基础》，巴黎，布兰查德，1926。

们所指的三个恒量（物质数量、重量和体积）的建构、原子论的建构和压缩或解压格式的建构同步。然而，若要得到这个问题的解释，只需要通过对被试试图证明自己的非守恒信念（第一章到第九章）的过程进行重新论证，如果这样做的话，我们将会发现儿童在通达对物理组合和物理常量的建构中的主要障碍是源于知觉的出现，即现象主义或定性现实在被推理纠正之前，或者更确切地说是在通过一种旨在“拯救现象”(Σώζείν τὰ Φαίνόμενα！）[①]的建构完成之前，将它们装入它们所衍生的宇宙中。由此，在很大程度上如同主观观点不可能完全从逻辑组合中消失，而是直到这种主观观点成为其他所有可能的关系中的一个时才被得以调节，而且这恰恰要归功于通过群集的方式对自我的去中心化，就结果而言表面的关系是不会从物理组合中完全消失的，而是被其他的关系得以协调，这种其他的关系还要归功于在理性经验的光芒照耀下对现象主义的纠正。正如我们全书所要表明的，所有那些也并非如此：屹立于物理组合道路上的现象主义与阻碍逻辑组合的自我中心主义，是一种单一错误的两个方面。现象主义只吸引那些无法超越自己知觉观念的人，而自我中心主义则是指一个人错把自己的感知当成唯一可能的现实。当我们说月亮似乎在随我们移动，那么我们就建立了一种关系，如果一旦将这种关系纳入一个与置换和角度有关的群集中时，月亮随我们移动这件事情就变得客观了；但是当我们说月亮“实际上”在随我们而移动时，我们在表达一种基于自我中心主义的现象论者的观点，或者是基于现象论的一种自我中心主义的观点。与此相似，当一个儿童认为将一个黏土球变成一个线圈状时，因为这个黏土球已经变形了，变短了变细了，等等，所以它的重量会更轻，那么这种情况下儿童是将逻辑的自我中心主义与物理的现象主义结合了起来。因此，我们就不需要再对物理运算的发展和与之相联合的逻辑运算的发展应该是同步的而感到惊讶了。

这让我们回到之前的问题上：这两种运算形式是简单并存的还是相互作用的呢？一个儿童，在就相应概念进行推理之前必须建构物理的常量（恒定不变性）吗？或者说在他能建构相应的物理系统之前必须建构逻辑的常量吗？当问题以这种方式提出时，它是纯粹人为的，因为逻辑算术的关系，即非时间的关系，参与所有的物理建构；时空的关系，亦即物质的关系，也参与所有的逻辑建构（组合，系列化等）。

在全书中，尤其是在第九章我们所遇到的真正问题理应陈述如下：

运算是一种可逆的行动（动作）。例如，很显然在逻辑—算术运算的例子中，如果我们把两个物体结合成（两个数相加得出一个总和）一个单一的集合，如 $A + A' = B$，同样，我们可以通过减法得出其中的一个，如 $B - A' = A$。与此类似，如果

---

① 括号中的希腊文的意思同“phenomena”、“appearance”，这是莱布尼茨、康德、胡塞尔的重要术语。Φαίνόμενα 源自动词 Φαίνείν，表述出现、展示、昭显、表象的意思，也是现象学词的起源。

将划分与置换看作是可以与任意变化相比较的物理运算，恰是因为甚至在时空领域它们也是可逆的：划分可以通过重新组合来完成（实际中或思维上），例如把部分变成最初的整体，或是返回变换前的位置。正如我们最后所表明的，恰恰是在儿童发现了这些变换物质的可逆性后，儿童才能识别它们的可运算性特征，然后才能进行可理解的组合。例如，可以解释一旦儿童认识到糖块分解成颗粒溶于水中，并在物质数量、重量和体积上保持守恒，但也能重新回到最初的糖块形状时，儿童才能领悟到糖的溶解是一个可逆的过程。然而，这种运算的可逆性是以基本常量的存在和可以恢复为前提的。从基本观点来看，我们忽略球的位置的移动，当所有的部分都保持自身的重量时，一个被分割的球才能保持它原有的重量。从逻辑角度来看，我们能够完成 A 与另一物质 A' 合为 B 的可逆的组合，条件是无论 A 与 A' 组合与否，二者都具有相同特性。那么儿童质疑基本常量的存在，同时也质疑总数的恒定，这可以解释为两种原因：儿童对现实情况的错误观念（由现象论带来的实际障碍）和他没有能力进行可逆性的运算（由自我中心主义带来的形式上的障碍）。在基础运算领域范畴（主要参见第九章），儿童发现很难对二分之一或四分之一的物体占有整体重量的二分之一或四分之一进行认同。因为儿童认为在划分与置换（真正的障碍）发生后，物质的总量已经发生改变；而且，儿童对可逆组合的陌生感，让他无法克服在运算机制上的疑虑（形式上的障碍）。与此类似，在逻辑运算范畴，我们可以看到即便儿童接受了 $A_1=A_2$，他也对 $A_1+X=A_2+X$ 是不确定的。原因之一是与另一个数相加改变了物体的直觉外形（实际障碍），原因之二是因为儿童还缺乏独立的机制帮助他去除自己的疑虑（形式上的障碍）。

那么儿童最终是如何克服这两种障碍的呢？是形式机制纠正了儿童对现实情况的错误想法，还是在这些错误想法得以矫正后使他能够实现形式组合呢？这是逻辑运算和物理运算之间关系的真正问题。在这里只有一种解决方案：即儿童同时对这两种障碍予以消除。换句话说，并非儿童对常量的建构引导了运算可逆性的获得，也并非可逆性的获得引导了儿童对常量的建构，而是这两个观念同时浮现了出来。可逆性是在假设恒量的帮助下得以构建的，所得组合的成功证明了它们的有效性。因此形式逻辑不可能先于物质成分，两者必然是齐头并进的。

但在那种情况下，逻辑算数与物理运算必须从一开始就是完全相同的，除非前者形成了运算机制的调节规则，后者形成了物质或外在结果的规则。只有在儿童进一步的发展过程中，它们才会分离和分化，第一种形成了一般逻辑，第二种形成了对物理世界的建构。但是最初所有的运算都既是逻辑的又是物理的。儿童在六至七岁前仅仅把数当作符号，把逻辑实体当作具有类别共有性、内部结构决定类别关系的复杂事物进行认知。只有当儿童超越了直觉水平，提升到可逆运算时，他们才开始能够将物理运算从逻辑运算中区分出来。在他们具备的两种形式机制中都包含着

完全相同的转换，但第一种是应用于物体及其他的各个部分，或者是内在的时空联系。第二种应用于物体的集合（类别），或者将物体构想为类别的元素之间的联结，或者类别之间的联结（关系），或者两者同时的联结（数）。鉴于这是两种运算形式的唯一差异，唯一能够期待的是它们的特性或内涵群集与数或可度量的量化应该是同步的。

但在那种情况下，我们必须要解决最后一个问题，我们已经对物理运算建构的一种外在世界的组合进行了论证，但是现实是否适合这种组合？再没有进一步的麻烦吗？事实上，可能存在不完整的组合或可以在组合之前就凭经验达成的结果。简言之，物理组合与我们常说的实验归纳之间的关系到底是什么？这是一些我们将在第十二章进行回答的问题。

第十二章　等价体积的简单和附加组合物以及替代定律的发现

本书的最后一章有两个目标：第一总结关于逻辑－算数组合的研究，第二澄清理性组合与经验之间的关系。

为了达到这个目的，我们首先要对有关（1）物质的量（2）重量（3）与逻辑－算数关联的物理体积运算进行联系。对于（1），在我们之前的关于顺序排列以及一般情况下连续和非连续数量的研究中在长度这个维度上做过研究；对于（2），已经在本书的第十章和第十一章做过讨论，现在我们只需要关注有关体积的情况。因此，在本章第一部分，我们要应用浸于水中的固体体积，这与在物体重量组合上的应用是非常相同的，除了这些我们不会对体积再做任何特殊的改变，因为儿童对等价体积的组合问题的解决足以告诉我们他们是如何对待这种改变的。此外，这个讨论可以让我们对之前有关于物理和形式或逻辑－算数运算之间关系的假设进行重新检验。

然而，关于物理体积的问题在一定程度上还有一个更需要我们仔细思考的部分，因为那会引导我们解决一个上一章未解决的遗留问题：就是理性运算与经验之间的关系问题，即演绎组合与实验归纳或物理定律的发现之间的关系问题。

我们在对这两个方面进行研究时会用一种我们熟悉的方法，也就是在一个标记着四分之三水位且盛有相应水量的容器中，将体积不同的固体浸入水中之后，并标记水位上升的高度以此来确认固体的体积。现在，这种方法告诉我们大量关于儿童对于他所观察到的现象的概念信息：儿童要领会所发生的事情，不仅需要假设固体的体积是守恒的（尽管它的位置发生了变化），而且尤其需要假设（还要理解）被替代的水的体积是守恒的。现在，读者会想起来，在还没有将物质数量从重量和体积概念中区分出来的儿童会认为使水上升的原因是浸入水中固体的重量而非体积。因此，在我们仅仅只关注固体体积的守恒时，应该告诉我们的被试，水面上升是因为固体物体占据了水的位置，而不是因为固体的重量所致，从而消除这方面的干扰。但是，既然我们关注体积组合与实验归纳的关系，我们就应该同时考虑这个问题的

两个方面，也就是说，需要同时考虑被固体替代的水的体积和被浸入的固体本身的体积。当我们回顾儿童Ⅰ－Ⅲ阶段的儿童认为物质的不稳定性是物质体积不守恒的基础，也就是说所有变形都会导致结构的变化时，他们断言水的上升是因为浸没固体的重量，这只能意味着他们认为水和固体各自的体积反映了一种斗争，其中的主角就是重量。水的重量，就像它原来的那样，试图把鹅卵石或球压扁，而浸没物体的重量往往会把水往上推。这恰恰就是为什么被浸入物体的位置被认为如此重要：当它垂直在中央时会比它在一侧时对水有更大或更小的压力，它的体积大小取决于它是否能战胜水，反之亦然。这种水面的上升仅仅由被浸入物体的体积所决定的正确规律的发现，取决于几个复杂的因素：重量和体积的分离、固体体积和液体体积的守恒以及所涉及的所有体积的物理－逻辑－算数运算的组合。这就是我们在最后一章中保留了对整个现象讨论的原因，在这一章中，我们将考察体积的组合，并归纳发现浸没固体体积和置换液体体积之间的关系方面，表示水上升的定律。这个规律，正如我们将会看到的一样，反映了理性组合在超越自我中心主义的前关系以及在超越即时体验到的现象主义幻想中的胜利[①]。

我们的方法将与早期实验中所使用的方法平行：简单等价的研究和对不同形状或密度物体的附加等价的研究。为了让儿童能够在对等价性进行预测或否认之后再进行验证，我们准备了两个相同的盛有等量水（水量大约到容器的四分之三刻度处）的测量罐，因此，这两个容器的作用与上一章中的天平托盘相同。要求儿童做到以下几点：（1）将相同形状与相同重量的物体体积等价，例如三个铝制圆筒除了颜色不同（红色＝R，橘色＝O，黑色＝B）之外，其他的都相同。这时对儿童的询问是至关重要的，我们会问到这些等价性是否与圆筒的相对位置无关，也就是说，是不是斜置圆筒中挤上来的水和直立圆筒中挤上来的水一样多，等等。（2）将形状和体积相同，但是重量不同的物体等价。为实现这一目标，我们要让儿童在三个圆筒中，对其中一个铝筒与形状和体积相同的铜筒和铅筒做比较。（3）将重量和形状均不同的物体的体积等价，例如，让一个黏土做的圈儿与一个软蜡做的球等价，等等。（4）继续进行同质单元的附加逻辑和数值组合：将第一组中的两个铝筒与第二组中两倍高的筒等价起来，或者将第一组中的三个筒与第三组中的一个筒等价起来。（5）开始同时比较两个或三个不同种类对象的附加的、逻辑的和数值的组合。

被试的反应将会与我们在整本书中区分的四个阶段相符。前三个对应于上一章提到的三个阶段（重量的组合）。在阶段Ⅰ没有任何形式的组合，儿童完全不能理解可替代规律。在阶段Ⅱ，在重量相等的基础上儿童可以成功地建构，但是他的建构还没有延伸到不同形状的物体上，并且仍然基于归纳分析而不是基于逻辑的必然性。

---

① 我们也在《儿童的物理因果性概念》中处理过这个规律，但是是在预测和解释之间的关系方面。在下面，我们将更多关注所包含的逻辑运算的渐进组合，并发展我们在《儿童的判断与推理》（劳特利奇与基根·保罗，1928）中首次小心谨慎地提出的一个观点。

他在附加组合问题中也仍然受到明显的阻碍。这是重量和体积开始分化的阶段，也是详细阐述可替代规律的第一步。在阶段Ⅲ，形式机制开始出现：基于简单等价的建构开始变得严密，并且不再是纯粹的分析。虽然最初儿童仍然试图保留自己关于重量因素的演绎推理，但是他们现在可以应用于不同形状的对象上，并且儿童也开始在附加组合方面获得成功；因此这些组合可以与上一章提到的阶段Ⅲ进行比较，重量与体积只在测验过程中得到了分化，以至于可替代规律只能一步一步得以发现，也就是只能通过归纳来建构。在阶段Ⅳ，体积与重量完全分离，所有的组合都只基于体积而进行，可替代规律通过演绎法被详细地描述了出来。

第一节　阶段Ⅰ：组合和实验规律性的缺乏

阶段Ⅰ的被试在所有的测试中都失败了，甚至在那些除了颜色不同之外，其他（方面）完全相同的测试中也一样以失败告终。

哈伊（6；12）“如果我把这个（橘色的筒）放在水里，你认为会怎么样？”——“水会上升到这儿。”他指了一个高一点的地方（在第一个瓶子上进行试验）：

“那么如果我把这个（*B*）放在这里（二号瓶子）呢？”——“一样。”——“为什么呢？”——“因为放下去的东西使水上升了。”——“为什么？”——“因为这个重量到达水底后将水推了起来。”——“如果我把黑的放在这个瓶子里，把红的放在另一个瓶子里会怎么样？”——“放红筒瓶子里的水会升得更高，因为红色的筒更重。”——“它们不一样重吗？”（称量）“噢，是的。它们的水会升得一样高。”——“那么红色的和橘色的呢？”——“放橘色筒的水上升得高度比放红筒的水升得高度低一点。”——“为什么？”——“哦，好吧，因为它们一样重。”

“如果我把这个这样放（*R*，水平放），另一个这样放（*O*，直立放）呢？”——“放橘色筒的水会升得更多，因为它占了更多的位置。”——“为什么？”——“那个更大。”

“那么这个（铅筒）呢？”——“哦，它比其他三个都重。”——“放铅筒的水是不是会和放红筒的水升得一样多呢？”——“不，它会升得更高。”——“为什么？”——“因为铅筒更重。”看（试验）。“哦，它们一样。”——“如果我放铅筒和黑筒呢？”——“放铅筒的水会升得更高。”——“为什么？”——“呃，也许它们一样……不，它升得更高！”——“但是你刚刚说它们可能升得一样高？”——“不，它会升得更高，因为我知道铅筒更重。”——“（试验）为什么一样呢？”——“……”——“如果我把这个（*O*＋*R*）放在第一个瓶子里，把这个（Pb＋*B*）放到另一个瓶子里呢？”——“放这个（*O*＋*R*）的水面会上升，但是放这个（黑色筒＋铅筒）的水面会升得更高。”——“为什么？”——“因为有两个，而且铅筒

比较重。”——“那么这样呢（$O+R$）？”——“它们也是两个。”——“你发现 $Pb=B$ 了吗？”——“是的。”——“那么，（$Pb+B$）和（$O+R$）呢？”——“这个（$Pb+B$）会使水升得更高。”——“为什么？”——“它们更重。”看看（试验）。——“为什么它们一样呢？”——……——“这个（黏土圈 = CL）和这个红色的呢？”——“这个红色的会让水升得更高，因为它是铁做的。”——“看！”（试验）。——“是一样的。”——“那么这两个呢（CL 和 B）？”——“也一样……不，这个（B）会让水升得更高，因为它更重。”——“（试验）那么 CL 和 Pb 呢？”——“铅筒会使水更高。”——“我们看到黏土和什么一样？”——“和黑的一样。”——“那铅的呢？”——“也和黑的一样。”——“那么这些呢（CL 和 Pb）？”——“铅的会使水更高，因为它重。”

艾（6；5）“如果我把这个（O）放在水里会怎么样？”——“水会上升。”——“那么这个呢（B）？”——“一样。”——“那么这个呢（刚才跟橘色的一起分辨过的红色筒）？”——“会升得更高。”——“为什么？”——“……哪一个是我们刚才看的？”——“红色的和橘色的。”——“之前呢？”——“黑色的和橘色的。”——“看，现在把这个这样放（B 直立），这个这样放（O 水平），会发生什么？”——“它们上升得不一样。”——“为什么不一样？”——“因为这个立起来了，它更厚。”——“看（试验）……”——“哦，它们一样。”

“抓住这个（铅筒）。”——“它更厚。”——“如果我这样呢（Pb 和 R）？”——“放铅筒的水会升得更高，因为它更重。”——“看（试验），它们一样！”——“这样呢（Pb 和 B）。”——“会跟我之前说的一样。”——“为什么？”——“因为这个（B）轻，那个（Pb）重。”——“水会升多高？”他指了两个不同的高度（试验），“那么这样呢（Pb 和 O）？”——“一个会比一个升得多。”——“为什么？”——“因为这个 Pb 更重。”——“这两个会怎么样（Pb 和 R）？”——“它们会一样（正确的回答）。”——“那么这个（R 和 O）？”——“也一样。”——“那这个呢（Pb 和 R）？”——“这个（Pb）会使水更高。”——“你自己来看（试验）。”——“哦，它们一样。”

艾认为铅筒和其他的 O 以及 R 每一个筒所替代的水的量是一样的：“现在看把这些（$Pb+B$）放在这个瓶子里，把这些（$R+O$）放在另一个瓶子里，它们会使水上升一样的高度吗？”——“装有（$Pb+B$）的瓶子会更满。”——“为什么？”——“因为它们更重。”

“看这个（CL），它会使水上升到和装有黑色筒的水一样高吗？”——“不，这个香肠状的更大。”——“来试试（试验）。”——“它们两个一样。”——“这很奇怪，不是你说的那样。”——“是的。”——“好的，现在，看，这个香肠状的和红色的能不能使水上升得比香肠状和黑色的组合更高？”——“不，有这个香肠状的更多。”——“为什么？”——“它更厚。”——“那么红色的和黑色的一

样吗？”——“是的。”——“那么香肠状的和红色的呢？”——“不，放香肠状的水升得更高。”——“看（试验）。”

“那么如果我把这个（CL）放在这个瓶子里，把这两个（$R + O$）放在另一个瓶子里呢？”——“有香肠状的水升得更高。”——“为什么？”——“它更大（=比另外两个筒更长）。”

“如果放这个（第三组的瓶子）水会上升多少？”——“杯子会满（试验）。”——“用一个橡皮筋把它标记出来。那么这样会发生什么呢（把红的放在另一个瓶子里）？”——“到这儿（他标了一个很低的线），那么这些呢（$R + O$）？”（他标了一个稍微高一点的线，但是很随意）。——“那么这样（$R + O + B$）。”——“到这儿（仍然比较高，但是比大筒所在的瓶子里的水位要低）。”

布拉（6；8）发现了规则Ⅰ中的三个筒使水位上升了相同的高度：“为什么这样？”——“因为只是看一下的话，这两个（他指着B和O）一样大。”——“那么如果我把黑色的这样放（直立地），橘色的这样放（水平的）会怎么样？”——“当它直立的时候，使水上升得高。”——“为什么？”——“……”

将三个筒相继浸入水中，第一个入水后，他指向自己所看到的线，当前两个入水后，他指向了一条较低的线，但是在试验之后他改正了错误，当三个全部入水后，他指向了一条特别高的线。“现在，认真看（筒Ⅲ，它直立地放在三个垂直叠加的筒旁边）。你看，如果我把这个大的放在这个瓶子里，把这三个小的放在另一个瓶子里水会上升多少？”他对着放入大筒的那一个瓶子，指了一个很低的线说：“在这儿，放那三个筒的瓶子，它的水面会升得更多，因为它们有三个，而这儿只有一个啊。（试验之后）它们一样！因为它们一样大。我的意思是一样重。”——“那么现在（将筒拿出来，并互换测量管）我要把这个大的放在这儿，把三个小的一起（仍然重叠）放在这儿，你认为会发生什么？”——“也许那个长的会使水面上升得更高，因为它比较长。”

“那么红的和这个（Pb）呢？”——“铅筒会使水升得更高，因为它比较重。（试验）哦，不。它是一样的。”——“你记得这个红色的和黑色的吗？”——“是的，它们一样，因为它们一样大。”——“那么这些呢（Pb和B）？”——“它们不一样，放铅的水面会升得更高，因为铅更重。”（试验。）——“那么，如果它们是一样的，然后我将会把这两个（$R + O$）放在这个杯子里，把这两个（Pb + B）放在另一个杯子里，会发生什么？”——“这个（Pb + B）会升得更高，因为这两个包含了一个比较重的。”——“（试验）你怎么解释这个？”——“也许它们一样重？”——“这两个呢（Pb和B）？”——“不，它们不一样。”——“那么？”——“……”

玛格（6；10）产生一样的反应，因此我们只需要记录他对附加组合的反应：“如果把这些（$R + O + B$）叠加在一起放在这个瓶子里，把那个（Ⅲ）放在另一个瓶子里会怎么样？”——“这里的水面会升得更高，因为这个（Ⅲ）更长。”——

"看——（试验）因为它们一样长，所以它们使水面上升得一样高（在试验之前他已经看过了）。"——"那么这样呢（将三个小筒水平堆积起来）？"——"水面会比放大的那个上升得更高。"——"那么这样呢（将三个小筒垂直堆积起来）？"——"一样，我们之前看到是一样的。"——"那么这样呢（将两个垂直堆积起来，另一个水平放在最顶端）？"——"不，它们不会一样！"

这些反应最具启示性，但在详细讨论它们之前，我们必须首先对可能的反对意见进行处理。儿童接受实验时带着两个先入为主的想法，即物质的重量、体积和数量之间或多或少是成比例的，水平面的上升是由重量引起的：他们认为更稠密的东西（就像艾精确地说到了它们两者的重量和体积，因为他认为这些特性都是相同的）更加有力量，因此更加有能力举起水。那么在这里我们不会用这么多的话语来迷惑他（正如在第三章中我们研究对浸没物质体积的评估那样），而是简单地向他展示一系列的体积相关性。但在这种情况下，他可能不仅仅依靠"情感"逻辑，不是像我们期望他做的那样去寻找一个新的法则，而只是试图证明他原来的答案是正确的，那么可能会有什么呢？我们不相信儿童会这样做，我们在测试开始时就确保不要求以后可能他们需要辩护或拒绝的假设。他们的预设仍然是隐含的，只是在通向可替代的道路上构成了如此多的智慧障碍，而且除非他面临困难（由于没有面临类似困难，直接的知觉和记忆代替了推理），否则任何人不会进行推理，这种情况再正常不过了。然而，在我们接下来的内容中，我们将区分（1）逻辑－算数组合，以及（2）对实验或水平和体积有关的定律的特定反应。

关于（1），很明显这些儿童甚至对于最基本的组合都感到困惑不解。以简单等价为例，哈伊在确认橘色的和红色的是等价的之后，还是一点儿也不确定黑色的和红色的是否等价，甚至即使是在他知道它们一样大的情况下，都是如此。此外，知道 $B = R$，但是却没办法成功地得出 $R = O$。艾想当然地认为红色的和黑色的产生了一样的效果，橘色的和黑色的也是一样，但是不认为红色的和橘色的相同。不可否认，如果三个对象都没有上漆着色，我们所有的受试者都将会认识到体积是相等的（就像他们在第十一章黄铜棒实验中的表现一样），但是仅仅因为筒与筒之间没有明显的差异，所以就不根据组合的特性（$A = A'$）＋（$A' = A''$）＝（$A = A''$）去反应。

此外，被试已经确定了两个对象是一致的前提下，如果我们改变其中一个的姿态，被试将会认为它们将不会再使水上升到相同的高度。因此，对于直立的筒和水平的筒，哈伊说："放橘色筒（直立的那个）的水会升得更高，因为它占了更多的位置……那个更大！"艾也是一样认为直立的筒会使水上升得更高，"因为这个立起来的，它更厚"，布拉说"当它直立的时候，使水升得更高"。

在上一章我们看到，儿童认为一个黄铜棒的重量是否发生改变取决于它跟另一

个是平行放置还是垂直放置，在目前的这个测验中这种幻觉要强得多，并且将持续存在的时间更久（直到阶段Ⅲ）。理由很简单：我们的被试假设，如果改变对象的姿态，除了大小不受影响之外，不仅会改变它的重量（就像之前的棒）[①]，也会改变它的体积，尽管他们正常的想法是物体的形状和尺寸是恒定不变的（虽然与物体浸入水中之后观察到的相差甚远）。

最后，儿童不仅要考虑筒的体积，还要考虑被替代的水的体积，他认为体积取决于由筒的姿态决定的筒对水施加的压力。这三个因素的组合足够解释错误的观念在筒问题上比在棒问题上的存在的时间更久的原因。

涉及两个同质对象和一个异质对象的等价性证明是同样不相干的，但是是在纯逻辑层面上。因此，会有哈伊发现的与他的预测相反的现象，即铅筒和红色筒使水上升了一样的高度，他却推断黑色的筒会使水升得更高，即使在他完全记得 $B = R$ 的情况下，因为他加了一句“或者也许它们一样……不，它会升得更高，因为我知道铅筒更重”。艾也预测说比起红筒，铅筒会使水升得更高，然后在发现情况并非如此之后，他继续坚持认为比起黑筒，铅筒会使水升得更高。为了证明第二个预测，他甚至说“会跟我之前说的一样”，然后对他观察到的现象视而不见，在橘色筒上重复着他的错误！现在，要么他无法在逻辑上进行辩论，要么他必须相信经验是不可靠的指南。事实上，这两种可能性都会归结到我们所谓的组合失败上。因此，布拉推断出了 $R = \mathrm{Pb}$，“因为它们一样大”说明他完全记得 $R = B$，但是因为“铅筒会使水升得更高，因为它比较重”而拒绝推测出 $\mathrm{Pb} = B$ 的结论。

在黏土圈和三个筒的组合中，发生了同等的错误，这没有什么好奇怪的，因为对儿童来说，他们不但要防止展示对象在重量上的不同与自己错误观念（铅和铝有一样的形状和大小）的相悖，而且也必须防止他们自己认为的这些对象在重量和体积的组合上的不同与自己信念上的相悖：黏土圈看起来更大，但是也更轻。因此艾推断，比起红色筒，“香肠”会使水升得更高，“因为它更大”，然后发现其实是等价的之后，他却没能预测出它跟黑色筒一样也会产生相同的效果，他推测放“香肠”的水会升得更高，因为“它更厚”，然后示范者把他的注意力放在了组合 $\mathrm{CL} = R$，$R = B$，因此 $\mathrm{CL} = B$ 上，但是艾拒绝推断出那个结论：“放香肠状的水升得更高。”哈伊对黏土圈的反应跟对铅筒的反应一样，已经推断出 $\mathrm{CL} = R$，当被问到是否 $\mathrm{CL} = B$ 时，他说“也一样……不，这个（B）会让水升得更高，因为它更重”，经过试验（$\mathrm{CL} = B$），虽然他记起来 $\mathrm{Pb} = B$，但是他拒绝推断出 $\mathrm{CL} = \mathrm{Pb}$，“铅的会使水更高，因为它重”。很明显，这些等价，我们不说体积的等价，只说体积 × 重量的等价恰恰反映了同阶段Ⅰ的儿童在确定重量时所犯的同样的组合失误。我们的被试没有一个表现出演绎运算的能力，甚至在三个同类项的等价转换上也一样，这是因为必要

① 另外，阶段Ⅱ及以上的儿童相信黏土饼也是如此。

的组合与它们的前关系中的其中之一相悖：他们接受了自己研究过的非凡事件中亲眼所见的证据，但是却没办法把它们延伸到其他相同的事件上。

更重要的是，它们不能影响同种或不同种对象的附加组合。因此，对于大筒（Ⅲ）的实验非常有益，因为大筒不像我们组合重量时用到的棒，必须要简化到整个单元的选择和那些筒的选择，等等，在大筒的实验中只要求儿童得出自己的结论，并说出关于各个部分与整体关系的想法。现在，我们的被试在组合方面是如此无能，无法说明由三个小圆筒中的一个浸入水中引起的水平面差异，不能预测两个小筒可以改变的水位是之前的两倍，不能预测大的会跟三个小的水量一样，能相互替代。因此艾忽略了所有的比例，而布拉在把第二个小的放进去之前指了一个十分低的线，然后发现自己错了之后，在把第三个加进去之前他指了一个十分高的线。此外，他提出三个小的一起会比大的替代更多的水，因为“它们有三个”，在发现自己错了之后，他继续说，长的那个会使水升得更高，因为它长。

玛格的推理在很大程度上也是如此，他说“水会升得更高，因为这个（Ⅲ）更长”，在发现它们等价之后，他对如果把三个小的水平放置，水面会保持一样的现象拒绝做出推断。

对异质对象的加法产生了完全相同的结果。如果一个铝筒和一个铅筒组合，或者和一个黏土圈组合，并与另一个瓶子里的两个筒比较的话，儿童会认为包含铅或黏土的瓶子会使得水面升得更高，“因为铅更重”或者“因为黏土更大”的缘故。

如果这些是第一阶段的儿童可以产生的唯一一种组合，那么就可以毫不犹豫地说他们不可能对有关水位上升与淹没物体体积有关的规律进行详细阐述。这是因为这两者不仅相互关联，而且构成了一枚硬币的两面。事实上，逻辑组合至少取决于两个因素：（1）采用有助于组合的，不矛盾并不会引起相互矛盾结论的关系概念；（2）通过演绎法，即通过可逆运算来推理的能力。对一个规律进行详细地阐述同样也至少取决于两个因素：（1）对客观观念和关系的采纳，即对反映真实的而非主观的、以自我为中心印象的观念进行采纳；（2）意识到实验结果，不受现象论的影响，而是由严格的规律支配的。由此可见，正在研究的组合路径中的两个障碍恰好与发现可替代规律的方式相同：儿童从一个整体观念开始（重量 × 物质的数量 × 体积），实际上这是一个先决条件，从逻辑的观点来看这既不是可以组合的，从事实的角度来看这也不是客观的。此外，他对演绎推论没有信心，并且不断将每个中学到任何东西。

让我们首先来处理这个前关系。如同我们在一至九章所看到的，在第一阶段的儿童通过争辩物体的重量与表观数量和体积成正比来解释水位的上升，而且重量是一种积极而充实的力量，就如哈伊说“到水底然后使水上升”，一般将这种未分化的力量理解为“厚的”或者“长的”这一类特性，此外，这种整体的描述不利于儿童

的逻辑组合。因此，“厚度”用于指代特定对象优于其他对象的各个方面，并且正是因为这些方面的变化，所以儿童陷入系统的模棱两可之中。特别是，当一个对象在某个方面特别突出的话，儿童就很容易推断它与其他对象不同。因此，艾争论说直立的筒比一个相同的但横躺在旁边的筒更厚，一个铅筒比一个相同大小的铝筒更厚，而且黏土圈比合金筒更厚。因此，他用“更厚”这个词来指体积、重量或长度的不同，这已经够尴尬了，更糟的是，这种用法使我们可能判断他是否认为体积越大，物体越重，反之亦然，例如，不管是体积还是重量使液体上升。无论如何，正是这种厚度概念是一种以自我为中心和现象主义的先决条件，因为虽然实验表明重量与体积成正比，但这也表明它不一定如此。换句话说，我们的被试使用的概念建构了重、强度和厚度的总体格式；因此，它既有肌肉感觉的反应也有视觉的作用（部分还是社交的，因为人的体重和体型在孩子的日常生活中占很大比重）。现在，如果这个前关系不适合于逻辑组合，那么不言而喻，它不能形成允许详细阐述可替代规律的客观关系的基础，这就是迫使儿童说出两种矛盾话语的简单原因：使用“厚度”概念，他轮流推断了重量和体积（就如艾）。但是，即使那些没有明确使用这个术语的儿童，在用重量或体积的术语来表达时，也会强迫重量和体积这两个系统采用同一个前概念。因此哈伊预测其中一个筒会比另一个让水面升得更高“因为它更重”，并且看到情况并非如此之后，他仍然断言，如果第二个筒处于垂直位置，它会产生一个更强烈的效果，这是因为“它占了更大的地方……它更大”，在这一部分，布拉首先说大小是决定性因素，然后才是长度和重量。现在，很明显，如果这些模棱两可意味着某个特定的关系可以被儿童随意接受或拒绝，这些也就意味着，可以有两个完全不同的原因使水位上升相同的高度：浸入一个大而轻的物体，或者浸入一个小而重的物体。

第二个对可替代规律的阐述，即实验规律性对短暂出现的表面现象的超越，也使这一水平的儿童望而却步。因为他们不仅没显示出从可能的组合数据中得出逻辑结论的能力，而且他们还蔑视实验：一个特定的实验结果并没有告诉他们关于下一次实验的任何信息。举个例子，艾预测说比起红筒，铅筒会使水上升得更高，然后当实验证明他错了以后，他对于黑色筒和铅筒这样说“会像我之前说的一样”，意思是铅筒这次会证明他是对的，也就是它会使水升得更高，因为这在第一次是没发生的。现在，这个理由不仅显示出在由 $\mathrm{Pb}=R$ 和 $R=B$ 推断出 $\mathrm{Pb}=B$ 上的失败，也奇怪地显示出一种对于经验视而不见的现象。艾完全预料到第二次测试将证实第一次测试失效的假设，然后，再次发现错了之后，他又期待至少第三次试验将会证明自己是对的。

我们曾在第四章遇到过同样的现象：处于阶段 I 还没有理解物质守恒的儿童也许发现了糖溶解在水中后水位并没有下降的事实，而且也发现重量并没有改变的事

实，但是他们在证明自己原来的错误假设时还是以失败告终。

总而言之，阶段Ⅰ的儿童在组合和演绎推理上的欠缺，与处于主导地位的现象主义有关，也与他们不能从经验中学习到新的东西有关。这就是逻辑算术和物理组合的失败必然与未能详细阐述可替代性规律有关的原因：实际上，对非组合的归纳或实验成分的演绎等价对经验教训而言，只不过是聋子的耳朵罢了。

第二节　阶段Ⅱ：组合和实验规律性的转换起源

在阶段Ⅱ通过转换类比看到了简单等价组合的起源，以及体积与重量的分离。就结果而言，儿童能够开始详细阐述可替代规律了。下面有一些例子：

拉姆（6; 11）说筒 *O* 可以使水上升到与 *N* 的水面一样的高度，因为它们一样重。“那么这些呢（*R* 和 *O*）？”——“一样。”——“那么这些呢（*R* 和 *B*）？”——“一样。”——“如果我把这个（*R*）放到这（*B*）上面呢？”——“水会到这儿（他指了一个很高的地方，然后纠正了自己）。”——“那么这样（*R* + *O* + *B*）？”（大致正确的。）“那么如果这个大的（Ⅲ）放到另一个瓶子里呢？”——“水面会升得更高，因为它比三个小的一起更重一些，噢，不不，它们会升得一样高，因为它们一样重。”

“那么这个（BR =黄铜的筒）和这个（*B*）呢？”——“水面会升得更高，因为这个（BR）比另一个重。”——“看（试验），哦，它们一样。”——“那么如果我把这个（*R* + *O*）放在一个瓶子里，把这个（BR + *B*）放在另一个瓶子里呢？”——“它们上升得一样，哦不，不一样，BR + *B* 更重。”——“那么放这个 BR 的话会升多高？”——“稍微高一点。”——“那么 BR 和 *B* 呢？”——“一样。”——“那么 BR + *B* 和 *R* + *O* 呢？”——“一样。”——“（试验）为什么？”——“即使它们中的一个重一点，但是它们总体是一样的。”

“如果我把这个（Pb）放在一个瓶子里，把这个（*B* + *R*）放在另一个瓶子里会什么样？”——“铅的比这两个更重，这两个比较轻，他们的水面不会升这么高。”——“那么铅的和那一个黑色的呢？”——“铅的会升得更高（试验），哦，它们是一样的。”——“那么 BR 和 *B* 呢？”——“我们刚才看到它们一样。”——“那么 Pb 和 BR 呢？”——“铅的会使水面升得更高，因为它更重。”——“但是 Pb 和 *B* 呢？”——“一样。”——“那么 *B* 和 BR 呢？”——“也一样。”——“那么 Pb 和 *B* 呢？”——“哈，也一样！”——“为什么？”——“它们都很重。”——“哪个更重？”——“铅的，但是它使水面升得一样高。”——“为什么？”——“另一个也一样重。”

“那么 CL 和 *B* 呢？”——“*B* 会使水面更高。”——“为什么？”——“因为

黏土比较轻。所以水面升得少一点。”——“看（试验），一样。”——“那么铅和*B*呢？”——“我们刚刚看到的，它们一样。”——“那么BR和Pb呢？”——“一样。”——“那么CL和Pb呢？”——“铅的水面会更高。”——“看（试验），它们一样？”——“那么（*B*＋Pb）和BR呢？”——“一样。”——“为什么？”——……——“但是你是怎么知道的呢？”——……——“那么Pb和CL呢？”——“铅的水面会升得更高，因为黏土更轻。”

佩尔（6；10）“*R*和*B*呢？”——“它们会使水升得一样高因为它们一样大。”——“那么如果*R*是横在这边，*B*是直立在这边的呢？”——“黑的会使水面升得更高，因为它同时推着两边（指着高度），这使它更重。”——“那么最后，*B*和*R*都直立着呢？”——“升得一样，因为它们一样长。”

“那么Pb和*O*呢？”——“铅会使水面升得更高，因为它更重（试验），哦，它们一样。”——“那么*O*和*B*呢？”——“也一样。”——“那么Pb和*B*呢？”——“铅会使水面升得更高，因为它更重。”

“那么（*R*＋*O*＋*B*）和Ⅲ呢？”——“大的会使水面升得更高，因为它比那三个小的更重。”——“那么这样（三个叠加）和这样（Ⅲ水平）呢？”——“它们会一样，因为它们一样长。”——“那么如果这样（三个小的直立放置，大的水平放置）呢？”——“大的会使水面升得更高，因为它更重。”

格拉（7；0）“*O*和*R*呢？”——“一样。”——“*B*和*R*呢？”——“它们会一样，因为它们一样大，再看了它们一次，哦，是的，它们也会一样。”——“那么*B*（水平）和*O*（直立）呢？”——“这里的（*O*）水面会升得更高。”——“你自己看看（试验）。”——“哦，它们一样。”——“为什么？”——“它们一样大。”

“那么*O*和Pb呢？”——“铅的更重。”——“那么这个呢（*O*）？”——“这个比较轻。”——“所以？”——“水面会上升得高度一样，因为它们一样大。”——“Pb和*B*呢？”——“也一样，因为它们也一样大。”——“那么（*O*＋*N*）和（*R*＋Pb）呢？”——“这儿的水面会升得更高（*R*＋Pb）。”——“为什么？”——“它更重。”——“看（试验），哦，它们一样，因为它们一样大并且一样重。”——“那么Pb和*R*呢？”——“铅的会使水更高，因为它更重。”——“看（试验）。”——“一样。”——“那么（*O*＋*B*）和（Pb＋*B*）呢？更重的这个（Pb＋*B*）会使水面更高。”

比起CL，*R*会使水面升得更高，“因为它更重”。——“试验，那么*B*和CL呢？”——“它们不一样。”——“为什么不一样？”——“因为BR更重（试验），哦，我知道了。”——“那么Pb和CL呢？”——“铅会使水面更高。”

詹（7；9）“*R*和*O*呢？”——“它们会一样。”他在手里掂了一下它们。——“那么*R*＋*B*呢？”——“它们会使水面升得一样高。”——“哪一个是我们之前试过的呢？”——“这个（*R*＋*O*）和这个（*R*＋*B*）。”——“那么这个呢（*B*＋*O*）？”

拒绝回答和试验。——“那么如果 *B* 直立而 *O* 水平呢？”——“我不认为它们会一样，因为当它直立起来的时候会使水面升得多一点，而当它比较重的时候会给水更多的压力。”

“那么 Pb 和 *R* 呢？”——“铅的更多因为它更重。”——“看（试验）。”——“它们一样，不奇怪吗！”——“那么 Pb 和 *O* 呢？”——“和它们（Pb 和 *R*）一样。”——“那么 *O* 水平放 Pb 直立放置呢？”——“一样，它们一直一样重！”

“那么如果我放 Pb + *O* 和 *R* + *B* 呢？”——“它们一样，不，它们不一样重，Pb + *O* 的水面会升得更高，因为它们是铅，有更大的压力。”

查瑞（8；0）“如果我把这个（*R*）放在水里会怎么样？”——“水面会上升。当往水里放东西时水面会升高，因为水被挤到了某处（= 替代体积）。”——“那么如果我把这个（*B*）放进去呢？”——“也是一样，它们一样大。”——“很好。”——“现在，你记住它，那么 *O* 和 *R* 会怎么样？”——“也一样。”——“那么 *O* 和 *B* 呢？”——“我要看看它们是不是一样大（测量），是的，它们会使水面升得一样高。”——“那么 *O* 水平放呢？”——“我不知道，等一下，它看起来小了点，但是也有可能没变，也许水面会升得更多一点。”

“那么 Pb 和 *R* 呢？”——“铅比较重，所以我想水面会升得更高。”——“试一下。”——“（试验）它们一样。”——“那么 Pb 和 BR 呢？”——“铅更重，所以放铅的水面会升得更高，哦，不，我要看看它的大小，它们一样大，我想……”——“那么 Pb 和 CL 呢？”——“黏土没有那么重。”他把黏土放进水里，“它们一样。”——“那么黏土和黄铜呢？”——“黏土看起来小一点，也更轻一点。”——“你怎么想？”——“也许这里的（BR）水面升得更高一点。”——“为什么你这么认为？”——“我不知道，无论如何，它们不一样大，我真的不知道。”

为了消除任何可能的误解，我们首先要指出的是，尽管这些儿童中的一些人开始时使用了大小词汇表达，但这并不一定意味着他们就能将体积与重量区分开来，他们只是为了回归到在实验过程中与阶段Ⅰ相关的让人困惑的观念上。我们必须认为有关体积和重量的初始概念仍然是相对未分化的：分化是用简单的组合物和它们的实验验证发展的，但是在使用涉及不同重量的组合物倒退回到了原来的情境，在这种情况下，体积和重量之间的反比关系更加让儿童困惑不解了。

就结果而言是一种连续的系列转变。因此，当一些被试，例如拉姆和詹，开始持有水面上升的高度与所浸入物体的重量而非与体积成比例的观点的时候，而其他的一些被试，例如佩尔，他说“相同大小”，却坚信重量或多或少与体积是成比例的，所以我们只需要将这两个等价的筒中的一个直立起来，就可以确认重量在其中的决定地位：“黑色的筒推动着两边，这使它更重”。格拉用了跟这个很像的辩论，但是当他发现水平放置的和直立的筒所产生的效果相同之后，他开始将重量与体积区分开来。然而，面对（*O* + *N*）和（*R* + Pb）的组合时，他歪曲了铅的重量，当

试验事实使他再次醒悟时，他是如此完全地退回到了未分化的状态中，以至于为了证明刚刚发现的等价关系，他总结反对了凭借感官得到两对“大小一样，重量一样”的所有证据！很明显查瑞在所有的有关重量与体积的分化测试中走得更远，因为他用体积抵消了筒在水平放置时带来的表象错觉，并且在要求比较铝筒和黄铜筒的时候，他说“我要看看它们的大小”，然而，他也是在呈现了铝筒之后才恢复到用重量进行比较，并且在黏土圈出现的时候发现自己完全丧失了那种分化的能力。

现在我们可以看看儿童的实际组合。总的来说，他们都试图把自己的预测建立在刚刚从实验中学到的经验上，然后为了那个目的，他们寻找一种共同的术语：厚度、大小、重量或者体积。但是他们的推断仍然缺乏严谨的逻辑，因此还不能称之为真正的组合；这些推断依然基于类比或转换（没有运算的可逆性）。

事实上，即使在面对相同形状和重量的对象时，因为这种组合取决于对象的数量，他们可以组合重量（$A=A'$）+（$A'=A''$）=（$A=A''$），但是事实上他们还是无法超越阶段Ⅰ：他们没办法推断 $A=A''$，除非通过类比的方法得到。因此，拉姆说因为 $B=O$，$R=B$，所以 $O=R$，这不是因为前两个等价必然导致 $O=R$，而是因为它们都一样。格拉也用了同样的方法，他说 $O=R$，$B=R$，“因为它们一样大”，但是又继续说 O 和 B 是不一样大的，后来仅仅因为一致性又改变了他的想法，再次看了一下它们，然后说“哦，是的，它们也一样”，查瑞和詹也没能推断出 $A=A''$ 是 $A=A'$ 与 $A'=A''$ 的必然结果，查瑞在申明 $R=B$ 和 $O=R$ 之后，面对 $O=B$ 的关系，他说“我要看看它们是不是一样大”。

关于几个同质对象和一个异质对象的等价，有两点需要特别注意：第一，我们的被试，和阶段Ⅰ的被试一样，在引进铅筒和黄铜筒之后，他们有很小程度的倾向会忘记之前建立的等价关系而回归到水位上升只由浸入物体的重量决定的观点。但是不像阶段Ⅰ的被试，他们一旦发现两个不同种的对象产生了相同的效果后，会倾向于延伸这个原则，就开始将重量从体积中分离出来。因此，拉姆最初认为，比起 $O+R$，铅筒会使水面升得更高，黄铜的比 B 更高，黏土比 B 上升得少。佩尔和詹认为比较重的铅会比铝产生更大的影响；如果有一些保留的话，甚至那个抵制住了黄铜影响的查瑞，也败在了铅的重量上。格拉是唯一一个立即将铅筒和其他筒的影响等价起来的儿童。然而，我们所有的被试，除了拉姆和佩尔产生一个中间的反应外，都从试验中获得了新的学习。因此，詹发现 Pb $=R$ 后，对于 Pb 和 O 说“它们跟 Pb 和 R 一样”，甚至意识到当两个中的一个平放下来的时候，等价也是守恒的。查瑞发现 Pb $=R$ 以后，就铅筒和黄铜筒说“放铅的水面会升得更高，哦，不，我要看看它的大小”。

值得注意的第二点是，当物体的重量和形状都不同（不像黄铜和铅筒那样只是重量不同）时，等价性甚至不会带来类比组合或归纳性的预测的出现。对于黏土圈

的例子来说，没有任何等价物被认为是具有传递性的，并且也没有从实验中吸取到经验教训。因此，拉姆发现 CL = B 之后，他预测说因为黏土更轻，所以会使水面升得少一点，但是在记起 B = Pb，甚至记起 BR = Pb 后，他还是拒绝对黏土圈与铅筒的等价性做出推断。当他发现事实确实如此之后，依靠纯粹的猜测得到（B + Pb）=（CL + BR），当发现自己是正确的之后，却还是否认 CL = Pb！在有关铅的实验中建立了正确等价关系的格拉，在黏土圈的实验中还是失败了。当他发现与自己的预测完全相反时，对于 CL = B，他也拒绝推断出 CL = Pb。甚至对这个最超前的儿童查瑞而言，他之前说明 Pb = BR 是因为“大小”，并且发现了“CL = Pb”的关系，但是在出现黏土和黄铜后他也完全丧失了（逻辑）：“我不知道，无论如何，它们不一样大，我真的不知道。”

在这两种反应之间进行比较是十分有益的。显然，与体积有关的唯一等价物是那些承载不同形状和重量的物体。现在，处于阶段Ⅱ的儿童，还不能以任何方式组合类似的（运算）等价物，他们只有在物体的形状相同重量不同的情况下才能将重量从体积中区分出来。就结果而言，他们开始通过提及“大小”，即物质的表观数量来组合他们发现的等价物。我们在第二章看到了同样的反应：在阶段Ⅱ的被试成功地对相同尺寸的棒进行了组合，但是对重量相同形状不同的棒还是无法进行组合。我们还必须记住，即使在“大小”方面，这个阶段的被试也会产生类比和转换，但并非逻辑上必要的建构：他们很惊讶地发现决定水位上升高度的是被浸入物体的大小而非重量，他们向经验低头，却无法解释到底发生了什么。因此，当使用黏土圈单独将体积引入的时候，他们拒绝产生任何组合，即使是一种类比的形式。

当谈到附加组合时，一些处于这个阶段的被试在同质筒的例子中 $R + O + B =$ Ⅲ取得了成功，但是这种成功并不是持续保持的，也仅仅在犹豫之后才有的。因此，拉姆对于第一组的两个或三个筒指了一个大概正确的线之后，说Ⅲ筒会使水面升得更高，因为“它比其他三个一起的更重”，最后又把线降了下来，承认了它们等价性，因为“它们一样重”。对于佩尔而言，他没有想当然地接受等价性，除了在一个例子中，理由是“大的比三个小的更重”。

对包含异质元素的附加组合物，它们遭到了系统抵抗，这引起了前关系重量 × 体积的恢复。因此，拉姆认为比起（$R + O$），（BR + B）会使水面升得更高，“因为它更重”，而这恰恰是在他发现 BR = B 之后。同样地，格拉认为比起（$O + B$），（R + Pb）可以产生一个更大的影响，虽然他已经建立了所有的等价性。在给他展示了铅筒并没有比有颜色的筒使水面升得更高之后，再把它们成对呈现给他的时候，他依然说铅筒会使水面升得更高。刚刚还说“铅筒和其他筒一直都一样重（他的意思是有一样的张力）”的詹，却宣称 Pb + O 比 $B + R$ 有更大的影响，因为“它们是铅做的，它更厚，有更大的力量”。

这些是这个阶段的主要反应。为了能领会这些让人困惑的差异背后的统一性，我们必须力图通过儿童自己的眼睛来看这个问题。我们要求儿童在比较了另外两个对象之后对一个物体的重量进行预测（第十一章），这个问题十分简单，他已经熟悉了我们所要求使用的概念。在目前这个测验中，相反地需要他对体积进行组合，并且是在没有意识到这就是我们期待他所做事情的情况下，要求他回答一个具体的问题：如果 A 和 A' 使水面上升一样的高度，并且 A' 和 A'' 使水面上升一样的高度，那么 A 和 A'' 是否会使水面上升一样的高度，还是不一样的高度？为了解决这个问题，他仅仅需要求助于逻辑；根据已经建立的等价关系，他可以很容易地说出只需要考虑体积这个因素，因此即使对任何关于水面上升规律的事一无所知，儿童也可以非常简单地从逻辑组合中推论出这个问题的答案。在这里，令人震惊的是，而且对儿童的巨大荣誉感到震惊的是，在没有完全理解水面为什么升高的时候，他拒绝从 $A = A'$ 和 $A' = A''$ 中推断出 $A = A''$。因为他认为水面上升得高度取决于浸入物体的"厚度"（他运用的是一个并非不同于重量和体积的术语），所以他对形式等价的使用与他对实验法的最终发现将取决于他将这种不可组合的前关系用可比较和差异化的体积和重量概念取代的方式。

总而言之，处于阶段Ⅱ的儿童，虽然还没有开始推理组合，但是已经开始了类推：因为他们仍然不能成功地对体积和重量进行彻底分离，所以对自己的推论还不够确定。他们也开始去掌握实验条件的概念，但是只是通过归纳的方法；并且他们的归纳通常不确定并且受到相对未能将重量与其原始"厚度"模式中的体积分离的阻碍。

这解释了为什么在给他们呈现了相同的筒的时候他们可以建立简单的等价：$(B = R) + (R = O) = (B = O)$，但是只是通过转换，而并非推理；他们无法通过演绎推理来确定水中物体的具体影响，而只是用基本的方法。因为这个原因，只要筒的姿态发生变化，他们就会否认等价性。仅仅在形状相同、重量不同物体的情况中他们可以多一些成功（铅和黄铜的筒），这也许看起来有些矛盾，但是也解释了这个事实：自从发现了重量必须与"大小"分离，他们把注意力放在了后者上，因为"大小"是物体的一个很容易观测的值，因此他们可以更多地做出正确反应。相反地，当他们的组合与形状和重量都不同的物体有关时，他们同样首先会分离体积。当涉及附加组合问题时，不用说这些儿童就会恢复到以前那些在一定程度上已经被克服的前关系上，这依赖于我们之前遇到过的一种机制（参见第十一章）。他们中的一些可以产生的唯一附加组合是在第Ⅰ组的三个筒和第Ⅲ组的大筒之间；但是在这里，他们依照类比进行，并且这种类比会因其中任何一个筒的摆放姿态的变化而遭抛弃。

在发现可替代规律的过程中出现了一些同样的情形。当儿童开始进行一些组合，

虽然不是通过演绎推理，而仅仅是通过类推或转换，但他们也开始学习借助经验。举个例子，当詹和查瑞观察到铅筒虽然比铝筒更重，但是对水的影响并没有更大时，他们就推断出所有其他的铝筒都会是一样的结果，因此得到一个对逻辑和实验规律的初步掌握。现在，这两者开始融合，这对可替代规律有建设性的作用。然而，这个规则不仅仅是基于归纳得到的，还延伸到了实验中建立的所有关系：它仅被应用于具有相同形状的物体上，甚至毫无疑问，它不能被应用于不同种形状的物体或附加组合物上。

第三节　阶段Ⅲ：演绎推理的出现和可替代规律的归纳发现

阶段Ⅲ的儿童迈出了决定性的一步：出现了逻辑运算推理，这反映在“因为”、“因此”、“当然”等术语的应用中。起初这些逻辑组合仅适用于重量，这证明了我们在上一章中对阶段Ⅲ的反应所叙述的内容。但恰恰是因为它们是严格的，而且不再是类比的，这些组合物为重量与体积的更精确的分离铺平了道路，因此与“厚度”格式有明显的区别。特别是儿童开始求助于类似的体积，并且因此渐渐发现了可替代性规律。然而，这个发现仅仅是由实验结果得来的；它依然只是归纳，还没有引起与阶段Ⅳ关联的直接推理。

下面是一些例子：

德特（7；2）“如果我把这个筒（*B*）放进水里会怎么样？”——“水面会上升到这里，因为筒占了位置。”——“那么 *R* 呢？”——“一样。”——“那么 *B* 和 *O* 呢？”他仔细地看了一下说：“也是一样。”——“那么 *R* 和 *O* 呢？”——“是的，它们一样大。”——“那么 Pb 和 *O* 呢？”——“铅比较重，所以水面会升到这儿（更高的线）。”——“那么和 R 呢？”——他指了一个明显低的线。在实验了 Pb 和 *O* 之后说：“哦，它们一样。”——“那么 Pb 和 *B* 呢？”——“一样，因为 Pb 的重量和 *R* 一样，所以 Pb 和 *O* 一样。”

“那么（*O* + Pb）和（*R* + *B*）呢？”——“前两个（*O* + Pb）会使水面升更高。哦，不，它们一样，与它比较重无关。”——“那么（BR + Pb）和（*O* + *B*）呢？”——“它们虽然重但不会引起任何不同，它们会跟（*O* + Pb）一样。”

“那么，这个黏土呢？”——“它会占少点的位置，它比较少。（实验）哦，它们和剩余的是一样的。”——“像哪些剩余的？”——“所有的这些（筒）。”——“那么（CL + Pb）和（*R* + *B*）呢？”——“它们一样。因为它们的重量一样。哦，不，因为它们和（*R* + *B*）占一样多的地方。”

“如果我把这个（Ⅲ）放进去，那么我应该放其他的什么到另一个瓶子中才

能使水面升得一样高呢？”——“如果你放这个（Ⅲ），水面会升得少一点，因为它大而瘦；要使水面升得一样高，你要放这两个（*B* + Pb）进去。”——“为什么？”——他拿起Ⅲ，比较与第一组筒的长度和高度，然后在手中掂量了一下Ⅲ和Pb的重量后说：“是的，它们的重量一样。”——“但是它们会占据一样大的空间吗？”——“是的。（*B* + Pb）会跟Ⅲ占据一样大的空间。”——“一样的空间？”——“是的，它们一样重，所以它们会占据一样的空间。”——“试一下。”——“（试验）哦，不，我们需要更多（放进去了BR + CL + *B*）。”——“为什么？”——“这并不重要，这三个（BR + Pb + *B*）和Ⅲ占据一样大的空间。”——“为什么？”——“它们一样重。”他称了称它们后说：“哦，不，它们会使水面升得更高，不，我错了，它们会占据一样的空间。”因此他把Ⅲ与第一组的任意三个筒都等同起来了。

邦（8；5）“如果你把一个东西放进水里，它会有压力，从而使水面升起来。”——“*R*和*B*呢？”——“一样的，它们一样重。”——“那么*O*和*B*呢？”他称了重量，测了长度后说：“一样。”——“那么*O*和*R*呢？”——“是的，它们一样长，一样宽，一样重。”

“那么Pb和*O*呢？”——“一样。”——“为什么？”——“它们不一样重，但是它们同样高。”——“但是重量干了什么呢？”——“它会引起一些轻微的区别。”——“但是你刚刚说它们都一样。”——“是的（试验）它们一样，就像放*O*和*B*一样。”——“为什么像它们呢？”——“我们之前看到*B*和*O*的结果一样，所以我说就像Pb和*O*（*B*和*O*）。”

“那么（Pb + *O*）和（*R* + *B*）呢？”——“一样。也许不是。铅的更重，水面会升得更高；当铅浸入水后，它带来了更大的压力。”——“你看Pb和*O*，Pb和*B*，以及*B*和*R*呢？”——“是的，它们都一样。”——“那么如果我放（Pb + *R*）和（*O* + *B*）呢？”——“水面会升得一样高，我们已经试过所有的了，而且这三个和铅使水面上升得一样高。”——“它们一样重吗？”——“也许铅会使水面升得更高，因为它比较重。”

他认为CL会使水面升得比*O*少一点。（试验）“为什么它们一样呢？”——“即使它们不一样重，但是它们有一样的力。因为它们一样高，一样宽。如果我们把黏土变成一个球，然后把球变成这种（筒），那么它们就一样厚也一样高了。”——“那么（CL + Pb + BR）和（*R* + *O* + *B*）呢？”——“它们会使水面一样高。如果我们把这些（第二组）变成一个球，它们会比较轻一点，但是它们会有一样的力，一样的高度，一样的大小，因此水面会升得一样高。”

伦特（8；10）“如果我把这两个（*B*）放在水里会怎么样？”——“会使水面上升”——“为什么？”——“因为它有重量，而且占据空间。”——“那么*R*和*O*呢？”——“一样。”——“那么*B*和*O*呢？”——“是的。”——“那么*A*、*B*和*O*呢？”——“是的。”——“*A*、*B*和*R*呢？”——“毫无疑问。”——“那

么 Pb？”——“它会使水面升得高一点，它比较重，占据更多的空间。哦，不，一样的空间，但是它比较重一些，所以是水面升得更高一些。”——“（跟 *R* 做实验）那么，*B* 和 *O* 呢？”——“它们一样。”

“那么 Pb + *B* 和 *R* + *O* 呢？”——“第一组的水面会升得更高，因为它们更重。”——“但是 Pb 和 *R* 呢？”——“哦，是的，它们一样，因此和 *R* + *O* 一样使水面上升到一样高。即使它们不一样重，但是占据一样的空间。”

“那么 CL 和 *B* 呢？”——“也许是一样的（试验）。”——“那么和 *R* 呢？”——“一样，因为它们仍然占据一样的空间。”——“那么如果我把黏土变成筒呢？”——“它可能会大一点，因为它比较轻。哦，不，它们占据一样的空间。是一样的。”——“如果我把黏土变成和玻璃一样宽的圆盘呢？”——“水面会上升到一样高的地方，因为圆盘也占据一样的空间。”

“如果我们把升起来的那部分水倒入另一个玻璃筒呢？”——“我们需要一个比 *B* 更大的筒，因为水的量比金属筒的重量多。”——“为什么？”——“如果一样大的话，只有一部分水可以进去。”——“筒在水中占了多大的空间？”——“那么多（指向一个不同的线）。”——“那么，玻璃瓶要多大？”——“更大，因为这里有很多水。”——“重要的是，是重量占据的，还是空间占据的？”——“空间！哦，它们是一样的，这个玻璃杯应该和筒一样大。”

克兰（7；11）“*B* 和 *R* 会怎么样？”——“它们会使水面升到一样高，因为它们一样重。”——“那么 *B* 和 *O* 呢？”——“也许它们也会一样（试验），是的，是这样的。”——“那么 *R* 和 *O* 呢？”——“也一样，它们和黑色的一样重，因此它们应该也一样重，因此水面会升到一样的高度。”——“那么这两个（*R* 和 Pb）呢？”——“铅会使水面更高（试验）哦，感觉它们不一样重，但是在水里它们都沉底了，因此水面升到一样的高度。”——“那么 Pb 和 *B* 呢？”——“红的和黑的一样重，因此铅的和黑的对水的影响一样。”——“那么（*O* + *B*）和（Pb + *R*）呢？”——“这两个（*O* + *B*）一样重，这两个（Pb + *R*）不一样重，但是不会引起不同，铅的和橘色的都会沉底，所以水面会升到一样高。”——“那么（Pb + *R*）和（*O* + *B*）呢？”他犹豫，“黄铜和铅会使水面升得更高，因为它们都比较重”，但是最后他将它们的影响等价了起来。

柯尔（7；11）“如果我把这个（*R*）放到水里会怎么样？”——“它会沉到水底，然后水面会上升。”——“为什么？”——“水处在没有东西沉下去的地方，所以，如果我们放进去东西，水就会升起来。”——“那么这个（*O*）呢？”他称了一下它，比较了一下它的高度说：“一样的。”——“那么 *O* 和 *B* 呢？”——“来看看重量（称）一样。”——“那么 *R* 和 *B* 呢？”——“我们已经试过其他的了，水面升到一样高，因为它们一样重。”——“那么 Pb 和 *R* 呢？”——“铅会占更多的空间，水面升得不会一样高。（试验）哦，是的，是一样的。”——“那么 Pb

和 *B* 呢？”——“也是，因为我们已经通过铅的和红的看过了。红的和黑的一样，所以铅的和黑的也一定一样。”

“那么（*R* + *O*）和（Pb + *B*）呢？”他犹豫了。“红的和橘色的会使水面上升得低一点，哦，不，水面上升得会和铅的与黑色的一样高。”——“那么 BR 和 Pb 呢？”——“（称）铅会使水面更高。”（试验。）——“那么（Pb + BR）和（*R* + *O*）呢？”——“我们已经看到 Pb 和 *O* 使水面升到一样高，现在，Pb 就像 BR，因此 BR 和那一个是等价的。”论证者换了一下 BR 和 *R*，“也是一样的。我们知道 BR 和 *R* 是一样的，我们通过 Pb 和 BR，以及 Pb 和 *R* 试了它。”

“那么黏土和这个（*O*）会怎么样呢？”——“一样，因为它们一样重（称），哦，不。”他把它们放进水里，“它们不一样重，但是水面升到一样高。”——“那么 CL 和 Pb 呢？”——“铅比 *R* 更重，但是即使它比较重，它们却使水面上升起来到一样的高度，因此，黏土也会使水面升起来的高度一样。”——“那么（*O* + BR）和（CL + Pb）呢？”——“那一个应该更重，但是它们会使水面升到一样的高度，因为这个（CL）和这个（*O*）一样。所以即使 *O* 比较重，水面还是会升到一样高。”

“那么应该放进去什么使得水面升得和放进去Ⅲ时一样高？它会取决于重量还是所占的空间？”——“物体占的空间。”他把 Pb + BR + *R* 叠加起来，“那么是否我应该把其中一个直立起来，而另外两个平放在旁边呢？”——“这不会有什么区别，水面会升到一样高。”

这些反应至关重要，因为它们表明被试是如何一步步地发现了可替代规律的。

需要要注意的是，实验对象中没有一个儿童事先就已掌握了这项规律，而且他们所有人毫不怀疑地几乎都遵守着“厚度”格式。他们认为固体越厚，对水的压力就越大，就会浮在水面上，一旦固体沉入水底，该固体的重量（而不是体积的大小）会使水面继续上升。此外，柯尔解释说，当圆柱体沉到水底时，“水面就会上移”。此外，他还提到，在体积相等时，在两个物体中，更重的一个会让水升得更高，因为它代替了更多的水：“铅制的会占据更大的空间！”而邦说，一个铅制的和一个铝制的圆柱体与两个铝制的圆柱体比较，会代替更多的水，因为铅制的更重，当铅制的圆柱体浸在水里时将对水产生“更大的压力”。甚至德特，在一开始时他说得正确，“因为圆柱体占据了水的空间，所以水会上升到这个位置”，但又继续说，当体积相同时铅制的将要比铜制的结果更加明显。对于只有两个小圆柱体的圆柱体Ⅲ，在弄清它的结果时，德特的说法就更加离谱了，他认为“它们一样重，所以它们占据同样多的空间！”

那么这些儿童如何放弃他们的先决条件发现了正确规律的呢？他们所做的大体上就是接下来的这些：首先开始用等价重量的严密组合（正如我们在第十一章看到的，他们可以轻而易举地操作）。接下来，当实验证实他们是错的之后，他们意识到

等价性与重量并无关系，他们得出重量“没有产生任何不同”的结论。渐渐地，他们学着将重量和体积分离开来，并基于后者建立了自己的论据。

他们的简单等价的组合表明这种方式与较早阶段的儿童所使用的方法十分不同：他们不再进行类比，而是进行严格的推理，至少在初级的例子中是如此。正因如此，克兰直接说红色的圆柱体和橘色的圆柱体产生相同的效果，因为“它们和黑色圆柱体的称重结果是一样的，就是说它们一样重，也就是说水面上升一样的高度。”柯尔，原本是先组合红色和黑色的圆柱体，再和橘色的圆柱体进行比较的，也推断说它们的结果一定相同，他说：“我们已经做过对比了，水面将上升至相同的高度，因为重量是相等的”，等等。在这些组合实验里并没有出现新的问题，因为它们都是以重量为基础；唯一不足的是他们演绎推理的严谨程度不够，但是既然后者是一般的阶段Ⅲ的重量组合特征，仅有的期待是它应该也可以应用在水下固体的重量上。

只有当要求他们去组合相同形状但是不同重量的物体之间的等价的时候，才突然迫使他们将重量和体积进行区分。因此，克兰预测铅会比红色的有更大的影响，但是看到并非那般之后，他解释说“哦，虽然它们感觉不一样重，但是它们都沉到了水底，所以水面升到一样的高度”，然后他推断铅一定跟黑色的一样也是等价的，虽然他仍然提到重量，但是实际上他无视了它：“红色的和黑色的一样重，所以铅和黑色的对水的作用应该也是一样的。”邦甚至走得更远，他预测铅的重量没有起一点作用：橘色的筒和铅筒，他说“并不一样重，但是它们一样高”。不可否认的是，他立即补充说重量引起了一些轻微的改变，这显示了他要发现重量和体积是不同的得有多难；但是他继续推断铅筒和一样尺寸的铝筒有一样的影响。

我们看看这些儿童迈出了多大的一步：在阶段Ⅱ，对于形状相同重量不同物体的等价引出了在一般整体格式内关于重量与大小或者物质数量的分离，儿童依然认为比较重的物体有一个比较大的影响；与此相反地到了阶段Ⅲ，他已经达到了一个更加严密的重量组合（参见第九章，第十章和第十一章）；他立刻意识到在替代中重量没有起到任何作用，并因此忽视了它。因此德特就（$O+\mathrm{Pb}$）和（$R+B$）说：“它们会使水面升得一样高，它们（$O+\mathrm{Pb}$）比较重并没有什么关系……就像它们跟（$O+B$）一样”，同样地克兰说“这两个不一样重，但是不会导致任何不同”，而且柯尔说“铅比 R 更重，虽然它比较重，但是还是会使水面升得一样高”。

但是，为什么尽管这些儿童忽视了重量，但他们仍然可以继续完成如此严谨的组合（无论如何，就简单的等价而言）？答案很简单：在发现了水位的等价性之后，在依然基于重量的“厚度”信念中，他们继续去组合（$A=A'$）＝（$A'=A''$）＝（$A=A''$）。然后，他们发现重量没有起到任何作用，可以将它从它们的组合中删掉[①]，

① 这个疏忽本身来自于一个运算的组合。这是逻辑乘法的逆运算。参见《日内瓦物理学与自然史学会会议纪要》，1941，第58卷，第155页。

保持着等价，并寻找一个可以使所有元素都等价的新因素。

现在他们有关黏土圈的反应给了我们关于他们取得进展的例证（在第二阶段，同样的测验得到的是完全消极的结果）。因此德特认为，首先，黏土圈会使水面升得少一点，因为“它会占比较小的空间，它比较少”，所以他借助的是物体的大小或者数量而非重量的概念，在发现水位的等价之后他推断：“是一样的，因为它们（CL＋Pb）一样重。哦，不，是因为它们在水里与这两个（*R* 和 *B*）占一样的空间。”换句话说，他考虑到浸入物体占据的“空间”，无视它们的形状以及更加确定它们的重量，也就是说，他暗中发现了体积的作用。邦，他很明确地发现了黏土圈与筒 *O* 是等价的，他立即建构了一个几何学的陈述：“即使它们不一样重，它们也有一样的压力。这是因为它们一样高，也一样宽。如果我们把黏土变成球，再把球变成像这样的（筒），它们也会一样厚（直径）并且一样高。”与此相反，伦特意识到虽然黏土圈与金属筒形状不同，但是它们占据一样的空间，最初他无法将它们等价起来，而是回到了重量这个因素上，并保持了黏土筒因为比较轻所以比较大的想法。然而过了一会儿，他又纠正了自己的说法，说是一个与玻璃容器直径一样大的黏土饼，将会与具有相同高度的容器取代的水量是一样的。

但是，虽然这些儿童可以将黏土的体积与金属筒的体积等价，他们却不能理解可以用同样的方式对待被替代水的体积。根据伦特的说法，一个装有被置换水的容器必须比筒大，“因为水比这个金属圆筒的重量多……如果尺寸相同，只有部分水进入”。试验者为了启发他，继续问“重要的是，它占据的是重量还是体积？”，最后伦特据此看到了曙光说“是空间！哦，是一样的。杯子应该和筒一样！”

如果我们把这些简单等价延伸到附加组合的等价物体上的话，我们发现情况变得越来越复杂，儿童就会在更晚一些才能用正确的方法去推理这个问题。

这也是我们在处理重量组合的时候发现的（第十一章），因此到这样的程度以至于需要我们要分一个亚阶段ⅢA 出来，在这个阶段犹豫的情况要比亚ⅢB 阶段更为普遍。在目前的这个测验中也是如此，虽然没有明显的区分，一些被试仍然会在不同物体（有时甚至是相同物体）的附加组合时最后一次借助他们最初的“厚度”格式。因此当要求德特去寻找大筒Ⅲ的等价物时，他首先说它比小筒细，这显示了他有多混乱，然后他称了它，说它和 *O* 还有 Pb 等价。换句话说，他恢复到完全的无矛盾状态：“哦，是的，它们一样重，所以它们占据一样的空间。”伦特也用同样的方式辩论，在他的情况下也是如此，很明显这种反应是次级的，仅仅是残留的。同样地，邦说铅的比较重可能会导致一些“轻微的不同”，但是这个不同可以忽略，因为铅筒和铝筒效果一样，当要求去比较（*R*＋*B*）和（Pb＋*O*）时，他回归到最初的概念上：“水面会升得更高（放铅的）；当铅浸入水中，它的压力更大。”提醒他一些个别的物体，他看见它们是等价的，而他犯了错误，但是后来他考虑重量并且再次微

弱地说："也许水面会升得更高，因为铅比较重。"

其他的被试，包括柯尔，甚至在较小的程度上包括克兰，他们一旦理解了简单等价，就产生了正确的附加组合。他们是如何克服最后的困难的？就像他们在简单等价的情况下做的一样，是通过一个新的关于"厚度"的分离以及通过体积的重新组合，由此将体积从重量中分离了出来。因此，当要求邦去比较（CL ＋ BR ＋ Pb）和（$R+O+B$）的时候，他说："如果我把这些（后面的部分）变成一个球，它们可能会比较轻，但是和（CL ＋ BR ＋ Pb）有一样的压力，一样的高度，以及一样的大小。因此，水面会升得一样高。"甚至当德特意识到他应该通过大筒的体积进行判断以后，他丢弃了自己最初的前关系："这三个和这一个占据一样的空间。"

当它们渐渐得以建构，我们的被试也从试验证据中获得了越来越多的关系，并因此形成了对可替代规律的阐述。然而，需要强调的是，虽然归纳规律的阐述和概念的推理组合是一枚硬币的两面，但是它们反映了两个不同的态度。因此，当儿童刚发现铅使水面上升的高度既不高于也不低于其中一个铝筒使水面升起来的高度的时候，这与他的预测不一样，然后就推断铅筒和所有的铝筒效果都一样，根据事实本身，他没有能力组合 Pb ＝ X，$X=Y$，因此 Pb ＝ Y。没有附加集合的可逆构造的等同性的对称组合，就不能相信经验的规律性（就像我们在阶段Ⅰ看到的那样）。如果没有这种规律性，就不会有任何组合。

在讨论的特定情况下，这两种态度的共同点是"厚度"的分离和基于单独体积的新关系的构建，并使其自身适用于可逆组合和有规律的试验验证。换句话说，对试验数据的正确解读不但引起一种或多或少貌似有理的归纳类比系统的经验概化，而且还引起一种最初格式的分离和一个普遍观点的理性重组。恰恰就是这点将阶段Ⅲ和阶段Ⅱ区分开来了，在第Ⅱ阶段，每一个组合并非基于推理的类比和归纳。但是，一旦儿童发现了，就像柯尔所说的"是物体的空间"一样，他们就可以同时开始可逆的运算（也就是说就像邦做的一样，他们可以从心理层面上将筒的体积和黏土圈的体积等价），并且确信他们所做的恰恰就是现实中发生的真实情况。

第四节　阶段Ⅳ：规律的即时演绎推理：仅基于体积的组合

因此，处于阶段Ⅲ的儿童最终会发现甚至获得可替代规律。但是，与阶段Ⅳ的儿童不同，他们从"厚度"的总体前关系开始，且只是在测验过程中将体积从重量中分离出来。相反地，在阶段Ⅳ儿童直接抓住了体积，并且理解了需要他们解释的现象。这两组之间的不同是关于重量组合与体积组合之间的有时间差的另一个范例。

那么，下面列举的是一些阶段Ⅳ儿童的反应，从一个对重量而言仍然有吸引力

的过渡性例子开始：

巴尔（9；3）声明$B = R$与$R = O$。“那么如果我放进B和O会发生什么？”——“它们是一样的。”——“那么Pb和R呢？”——“它们是不同的，铅比较重，所以水面升得比较……哦，不，事实上它们仍然是一样的，因为它们占了相同的体积。”——“(试验）那么我把R竖立起来，而将B平放呢？”——“结果是一样的。”

“那么B + Pb和O + R会发生什么？”——“结果是升高的水面一样。两边占了相同的体积。”——“那么我要放什么进去才能使得上升得水面和放这个大的（Ⅲ）进去一样多？”——“你要放两个。”——“哪两个？”——“没有区别，它们都占一样的空间，哦，不，你还要再加一个。”——“哪一个？”——“哪一个都行。”

“那么关于蜡做的W和R会如何？”——“我们要两块蜡。蜡占的地方比较大，它比较大”——“确定？”——他把蜡放在水里：“哦，不，它和刚刚的一样。”——“那么如果我把它切成碎片呢？”——“也一样，它们占一样多的空间。”——“和筒占的空间一样吗？”——“是的。”——“如果放Pb + W和R + O呢？”——“铅比红色的占更多的空间，红色的和橘色的一样，橘色的和蜡做的也一样，所以它们都一样。”——“关于Pb + BR + R和W + B + O呢？”——“结果也是相同的，它们都占据同样的空间。”

迪布（9；10）“上升得水面会一样高，因为二者占据的空间相同。”——“关于B + O呢？”——“第一个会使水面升得比较高一点，因为它在瓶底占更多的空间，哦，不，一样，因为它们一样大。”

“那么关于Pb和R呢？”——“上升得水面一样多，因为它们一样大。跟重量没关系。”——“那么和B比呢？”——“相同。”——“那么如果把B平放、把Pb竖立起来呢？”——“还是相同。铅比较重不会导致什么区别，它们仍然占据一样的空间。”——“关于B + Pb和R + O呢？”——“结果相同，因为它们一样大，它们不一样重但是它们占据一样的空间。”——“那么关于Ⅲ和R + O + B（水平叠在一起）呢？”他仔细地观察并用拇指和食指测量：“它们是相同的，或者大致相同。”

“那么关于黏土呢？”——“我要看看（实验）。”——“那么Cl + Pb和R + O呢？”——“是相同的，因为它们都一样大。我们已经试过铅和黏土，而铅又与其他的都一样。”——“再说一遍为什么与质量没关系？”——“就像空气一样，大气层非常轻但是占的空间比一些重的物体多。”

利耶（12；0）“水面会上升（放入B)。”——“为什么？”——“因为金属占据空间。”——“那么R呢？”——“是一样的，它们的体积一样。”——“那么如果R等价于C，B和C会一样吗？”——“哦，是的。”——“那么这个（Pb）比较重的呢？”——“我不确定。”——“它是取决于重量，还是它们所占的空

间？”——“我认为是体积，所以结果也是相同的。”——“为什么你认为质量不会导致什么不同？”——“因为你不能够分辨。我也在问自己是否不是这个而是另一个。”——“你怎么确定是由体积决定的？”——“因为有东西代替了水，水面就会上升。因此是物体的空间而非重量。”——（实验。）“那么 *N* + *O* 呢？”——“一样，因为它们一样大。”——“那么 Pb + *R* 和 *O* + *B* 呢？”——“当然相同，因为它们的体积仍然相同。”

“那么黏土呢？我知道你不能提前说出答案。但是你怎么想的？”——“与它的轻重没关系。我们要看它占据了多少空间。（实验。）是相同的。”——“如果我们把黏土变成筒，结果是？”——“会和其他的相同，因为只有体积在起作用。如果黏土能让水面升高同样的高度，那一定和剩余的对象是一样大的。”——“那么 CL + Pb + BR 和 *B* + *O* + *R* 呢？”——“一样，都是两边的三倍。”——“我将它们平放呢？”——“它们占据同样的空间。”

“现在看，如果我把放黏土时溢出的水倒出来，你看（实验者指了不同的线），放进这些小（筒状）瓶里，这些小瓶应该和铅筒一样大？还是小一点？或者大一点？”——“正好是一样的，因为使水面上升得是铅筒的体积而非重量。”——“再说一遍，为什么是体积而非重量？”——“重量只能导致下沉，当物体沉到水底后，水面会上升到能上升到的地方，就像空气，它会占据它能占据的所有空间，当一个东西占据了它的空间以后，它就被举起来了，这和之前的水一样多，所以如果一些东西占了位置，水面就会上升。”——“它会膨胀吗？”——“不会的。”

乔什（14；0）“水面能上升是因为筒在水中占了空间，将水推开了，并占了上面的空间。”——“那么 Pb 呢？”——“虽然它稍重一些，但是我想结果还是一样，重量没起任何作用。”——“为什么没有？”——“因为它到了杯子底部，重不重不会导致任何不同。”——“那么 Pb + *B* 和 *O* + *R* 呢？”——“也一样的。两边都是二倍，重量不起任何作用。”

“那么 CL 呢？”——“我要看看（实验），哦，是的，它们的体积一样。”——“那么如果我们把黏土做成一个筒呢？它的尺寸会怎么样？”——“一样，它会比较高，但是比较细，或者它会比较厚但是比较短。”——“那么如果它们一样高呢？”——“那么它们一定一样宽。”——“为什么？”——“因为水面上升到一样高的地方，所以它们一定一样大。”——“如果我把升上来的水倒出来放进这些玻璃杯中的一个里面，会怎么样？”——“它一定和筒一样大，因为筒占据了那些升起来的水的空间。”

在阶段Ⅳ，除了巴尔之外的所有被试都从体积上着手，我们将巴尔作为过渡性的试验，其他人都是从一开始就直接借助体积解决问题。利耶甚至对重量感到奇怪：“因为你根本不能分辨”，也可能很快不会就考虑这个因素了，不仅因为“它通常是体积”，还因为“如果一些东西占据了空间，水面就会升得高一点，所以是物体的空

间而非重量”。换句话说，体积的作用不再像阶段Ⅲ的情况一样来自于对试验的推断，而是来源于演绎推论的建构。其次，在简单和附加组合问题中所有的儿童都即刻获得了成功，并且给出了正确的解释。第三，通过对运算的迅速理解和组合的可逆性，大多数儿童直接意识到了被替代水的体积与水下物体的体积是等价的。如此一来，当问到被替代的水能否装满一个和金属筒一样大小的瓶子的时候，伦特还在犹豫，而利耶直接说：“一定相同，因为是铅筒的体积非重量让水面上升的。”乔什也是如此，迅速说：“我要确定一下它们的大小……因为筒占据了水中的空间，是水升到了上面”。因此这个“上升到顶部的空间”的说法，虽然是儿童用很稚嫩的语言表达出来的，但是它是体积替代问题的详细解决方案。

第五节　结论：体积的组合与可逆运算和实验归纳之间的关系

最后我们还需要搞清楚两个问题：体积的组合与之前章节已经讨论过的组合之间的问题；运算建构与对可替代规律详细阐述的经验之间的关系问题。这两个问题之间紧密关联这点是毋庸置疑的。第二个问题把我们带回到了运算和经验之间联系的一般问题上，这是我们在第十一章末尾还未解决的问题。

但是，首先我们要追问一个最基本的问题：这些需要一个先验分离的组合与那些和规律的阐述紧密联系的组合是否可以与重量组合合理地进行比较？因为重量也被认为是一个先验（在物质重量和数量之间）划分的概念，（作为密度的功能）又是一个先验的重组概念，所以我们相信可以进行比较。甚至物体量的概念也表明有类似的一个形成过程。虽然我们用于评估体积的可替代性规律比调节行为的平衡（the behavior of the balance）更复杂，但是仅仅因为体积的概念更抽象，所以理解体积概念比理解物质的数量和重量的概念更难。对于剩下的，这三个中的每一个组合都必然包含了一种对实验规律的详细阐述过程，这就是为什么我们现在研究的两个问题是一个非常普遍问题的原因。直到最后我们还保留着关于经验和可逆组合的关系讨论的理由是因为这是最便利的程序，也因为可替代性规律提供了一个关于此关系的典型例子。

总的来说，除了存在通常意义上的时间滞差外，关于体积的建构，还伴随着与重量建构相类似的过程。它们的起点是相同的：在阶段Ⅰ都根本不涉及任何组合。我们看到到了阶段Ⅱ，虽然儿童可以通过简单和附加等价来处理同种对象的重量组合问题，但是实际上是关于物质的量的组合，因为在这里重量与物质的量是成比例的关系。在这个阶段体积的组合表现出了一种系统的时间滞差，在体积的组合上仍然使用的是单纯的类比和转换。对于其余部分，涉及重量不同但形状相同的物体的

组合物是成功的，并且由于重量与“大小尺寸”的分离，在任一种情况下具有相同重量的圆柱体的组合物也是成功的。因此也许可以看到，关于体积组合的逻辑比在第十一章中提到要提前一些，然而这只是个幻觉，因为这里的“尺寸大小”在这种背景中与伴随物体量而成比例变化的体积之间只不过是直接的关联。多亏了阶段Ⅲ的儿童能够在横向水平上继续进行逻辑关联，因此在所有重量组合的问题中都取得了成功。为此，他首先诉诸重量，然后忽视重量，从而在他的实验之后分离出了体积。但是，尽管这意味着在逻辑建构方面有明显的进步，也导致了可替代性规律的发现，但是很明显我们还不能说这关乎着体积的组合：只有在阶段Ⅳ才会出现类似组合。

因此，我们再次发现在体积建构和重量建构之间存在一种系统的时间滞差，现在我们来看看如此推断的理由。如果我们拿一个金属或者黏土筒，并将它从直立放置变为水平放置时，问被试它的重量是否仍然守恒？它是否仍然可以替代同样数量的液体？我们将会发现，在阶段Ⅱ中期之前他们会否认这两种等价关系，并且只会到该阶段的末期才会承认这两种关系。相反地，当涉及体积问题时，处于阶段Ⅰ和阶段Ⅱ的几乎所有被试自始至终认为浸入水的筒的姿态发生变化可以引起水位的变化，到了阶段Ⅲ时他们中甚至有一半人还持上述观点：“直立的筒更细”，“占据相同的空间”，“同时推着两边”，“更重”，“更高”（阶段Ⅱ）；“更大”，“有更多的力量”，“占据更多的空间”，“使水升得更高”，等等（阶段Ⅲ）。很明显他们对重量和体积有不同反应是基于如下的事实：而平衡有助于纠正对重量的主观印象，因此表明物体的位置是无关紧要的，对体积的把握试验一系列关系，其中物体的三个空间维度是最明显的仅有关系：儿童也必须意识到浸没的固体和液体不会受到压缩，因此需要认识到质量和这个压力是与这两者的材料相关联的。因此，当问他物体在水平放置时与直立时占有的空间是否相同，他会抑制主观印象，并根据像高（在这种情况下，他会说直立放置的筒更大，等等）或者宽（在这种情况下，他会说这个比较细，比较小，等等）这些最明显的特性进行回答，而物体的重量因此表现为物质的具体特性时，一旦物体与物质的表观数量失去联系，体积就会成为一种抽象的概念。这就解释了为什么儿童在厚度的格式下将这三者混在一起，这也解释了为什么会发现他们寻找一种计算水中物体占有空间的恒量是非常难的。

因此，体积的组合与重量的组合之间存在时间滞差。事实上，为什么阶段Ⅱ的被试发现，如果 $A = A'$，$A' = A''$，那么 $A = A'$，推断固体棒的重量比推断体积更容易一些？答案是，在第一种情况中，他们就物体的物理常量进行讨论（他们领悟到对于坚硬的固体棒，将它左右移动，并不能改变它的重量），在第二种情况下，举个例子来说，在判断两对筒所替代的水量时，因为儿童考虑到了很多复杂的相关关系，所以他们对浸入物体的有规律的行为开始怀疑。

然后我们可以猜想对于实质、重量和体积而言，它们各自的组合之间的时间滞

差并没有包含这种除去内容的形式或逻辑推理吗？如果我们那样说，我们就要为自己过分简化的想法而感到愧疚；很明显，比起依靠天平测量重量，儿童对于通过水位和体积的替代来测量重量感到更加的没有确定感，在第一种情况下，所试验的关系并不像第二种情况那么好，因此不会产生超越经验的归纳。

但是首先，如果根据介于实质、重量和体积的各自组合之间的时间滞差，我们可以推断出演绎或者形式因素以及（感知的和实验的）内容发展成了一个不可分割的整体。事实上，为什么在这些儿童组合物体的数量之前，不能成功地对重量进行组合？原因是重量（或者重量的守恒）预先假定了物质（或者物质的守恒）的存在，但是，反之并不亦然。同样地，对于体积的组合延后于对重量的组合，是因为它们的守恒取决于物体的一致行为，根据儿童的反应，后者（体积）也就是物体的不可压缩性和“坚硬程度”依赖于重量的守恒（见第六章）。现在这个含义——在重量中有物质，在体积中有重量，但是，反之并不亦然——是一个运算建构的结果，还是来自于实验发现？这很清楚，这两个因素是相互依赖的：客观的发现取决于一个运算群集化的概念系统，后者除了可能的行动外，什么都不是。

这引导我们或者带我们回到关于形式和内容的关系问题上，甚至更为确切的是回到可逆组合与实验归纳的关系问题上。

让我们首先来定义本章讨论的体积组合的特征。起点是缺乏基本概念的分化，即相信这所有的三个关系（实质、重量和体积）是直接与另一个成比例的。换句话说，A 比 B 高，或者（$A \xleftarrow{1} B$）$=$ A 比 B 大；或者（$A \xleftarrow{2} B$）$=$ A 比 B 细；或者（$A \xleftarrow{3} B$）$=$ A 比 B 重；或者（$A \xleftarrow{4} B$）$=$ A 比 B 强壮；或者（$A \xleftarrow{5} B$）$=$ A 比 B 使水升得更高；或者（$A \xleftarrow{6} B$）。所以（$A \xleftarrow{1} B$）$\times$（$A \xleftarrow{2} B$）$\times$（$A \xleftarrow{3} B$）$\times$（$A \xleftarrow{4} B$）$\times$（$A \xleftarrow{5} B$）$=$（$A \xleftarrow{6} B$）。因此在阶段Ⅰ，没有任何的形式运算组合：并且不管导致他的荒谬性的这种假设，认为所有三种关系都是直接成比例的，也正是由于他们的这种信念，我们力图用形式符号来表达，以便阐明后续群集的条件。

现在我们呈现给儿童的实际数据（在测验的开始有一个明确并且唯一的目的就是使儿童熟悉这些数据）是不能用这种方法分析对待的。因此要求儿童对铅筒 A 和铅筒 B 进行比较时，当用重量等价力量以后，他会发现 $A = B$ 除了不涉及（$A \xleftarrow{4} B$）和（$A \xleftarrow{5} B$）外，涉及关系 1、2、3 和 6。同样地，对于黏土圈给出了（$A \xleftarrow{1} B$）、（$A \xleftarrow{2} B$）、（$A \xleftarrow{3} B$）、（$A \xleftarrow{4} B$）、（$A \xleftarrow{5} B$）和（$A \xleftarrow{6} B$），等等。现在，当基于比例原则的各种建构被证明是不成比例的时候会发生什么呢？在阶段Ⅰ，儿童更喜欢他的总体格式与运算的一致性；此外，三个因素阻碍了组合，这顺便帮助我们更清楚地了解后续的建构。第一，儿童有时表现得好像空间维度与重量成正比，而在其他时候，就好像反过来一样，他面临着永久的矛盾。第二，当

这些关系中的一个突然改变（例如，本来斜放着的筒变成了直立的筒），儿童会单独地思考这种变化，也就是说，在出现相反变化的情况下（高增加了但是宽度成比例地减少了）他就无法进行组合。第三，因为他坚信这些关系在总体上是固定的——这个信念不断地被实际发生的转化所否定——他开始怀疑经验的一致性和他的原始假设。于是出现的结果是：成功的组合取决于三个因素：（1）将所包含的特性进行分化，即按照类别划分，或者重量和仅仅保留空间维度的压力特征的抽象化[①]（补充一点：当然这个固体是足够重的，这样它就可以沉到水底）；（2）将剩余关系与所有变化的适当补偿相乘，即一个固体体积既可以从定性的维度表述，也可以通过定量的维度表述，由此与所置换的水量关联起来的系统（参看利耶和乔什的回应；阶段Ⅳ）；（3）一套逻辑和实验常量的集合。

现在我们可以确定经验和实验归纳在组合中各自所起的作用，即在替代规律的逻辑建构中的运算作用。首先，很明显如果没有经验，是无法满足的我们刚刚提到的这三个条件。经验单独提供了一个运算的内容，即决定哪一个运算被影响，在哪种意义上受到影响。当重量足够重完全可以沉入水底时，为什么水位取决于体积而非固体的重量呢？为什么当一个金属筒浸入到水里的时候水位上升而非下降呢？为什么固体的重量和其体积并不需要成正比呢？为什么这些固体的体积是保持恒定的？也就是说为什么改变其中一个的量可以通过改变另一个的量来补偿？简而言之，只有经验才能说明什么样的关系必须分离或组合，它们必须如何组合，以及必须考虑哪些实际或物理常数。

但是同样很清楚地是这些实验数据不能从简单的观察、实验中获得，或者在缺乏形式组合时得到。让我们先来看看第三个条件，由于宇宙的规则过程和物理常数的存在，我们都知道经验不会在每一个细节中重复，并且我们所关注的涉及大量抽象的测量机制。因此如果铅筒 A 使水面上升的高度跟铅筒 A' 一样，而且 $A' = A''$，为什么我们就有权得出结论 $A = A''$？毫不夸张地说我们的唯一理由就是逻辑必要性[②]，因为如果我们追寻每一个进入水中的物体的命运以及每一个金属分子的命运，我们会发现在 A 和 A'' 之间发生了一个巨大的改变。为什么当我们重复这个实验的时候，A 的效果和 A' 的效果是等价的？再一次，仅仅因为组合需要 $A = A$ 与 $A' = A'$。这意味着，如果我们应该从以精确度足够的实验中发现 A 不再等于 A' 或 A''，我们就不会说 A，A' 或 A'' 已不再是与它们自己相同，因此“不可思议”，但它们已经发生了改变，这不会妨碍我们通过抽象来获得它们的原始状态，因此断言如果 $A = A'$，$A' = A''$ 则 $A = A''$，现在和以前一样。换句话说，实验内容表明需要进行哪些运算，

① 在运算意义上，抽象是逻辑乘法的逆运算。参见《日内瓦物理学与自然史学会会议纪要》，1941，第58卷，第155页。

② 安·拉朗德：《归纳与实验诸问题》，巴黎，博伊文。

但是，如果物理世界经过转换和流动，推理会固定这种流动，并通过使世界在思维中可逆而提供回归所需状态的手段。接下来它与新的观察数据等相同，由此不断地关联现在和过去。因此，虽然在实验过程中铅筒和其他的筒确实有轻微的改变，虽然水有蒸发或者膨胀，瓶子直接改变了水的形状，我们仍然可以在其他关系的帮助下通过对新数据和旧数据的调停得到 $A = A$ 和 $A = A' = A'$。就结果而言，当儿童还没有学会推断 $A = A''$ 时，他对经验没有任何信心，反之亦然：实验的现实和运算的现实（无论他们是基于物理还是纯粹基于逻辑的运算）事实上是同时得以建构的。

同样的，关于第一个和第二个条件：如果不依赖一个可逆的机制，即没有一个逻辑的群集（groupings）或者算术和几何学的群（groups），是不可能将体积从重量中分离出来的（第一个条件），或者不可能协调包含在物理体积概念中的复杂关系（第二个条件）。就如实验室的物理学家，如果没有一种数学设备为他提供后期的数据处理服务，或者作为一种最初的语言，甚至是作为一种知觉的仪器［例如庞加莱（H. Poincaré）和迪昂（Duhem）在很久之前说过，如果没有一种在一定数值范围内的刺激震荡，物理学家就无法看到电流，或者说没有一组相似的抽象概念符号就无法观察到任何现象］，那么他就无法理解、记录和观察到任何事件。因此人脑在一开始就无法精确地理解例如“物质的数量”、“重量”或者“体积”这些概念，除非通过系列化、等价、抽象（类别的划分）和关系的乘积，等等，也就是说通过直接结果是数值或者可测量量化的形式和运算群集才可以办到。举个例子，当儿童发现水位的变化取决于物体的体积而非重量（物体足够重可以沉入水底）之前——由最基本的观察所决定的分离——儿童需要至少历经四个阶段，这正好覆盖他人生的前四到七年，包括对这三种常量的连续运算建构。要领悟铅筒和跟它一样尺寸大小的铝筒会代替相同体积的水这一点，取决于大量的逻辑组合的建构（等价、序列化以及不对称关系的乘积）。相同地，意识到水平放置的筒与相同尺寸大小直立放置的筒占据同样大的空间这一点，也是依赖于整个逻辑，要领悟到关于黏土和相同大小的金属筒对水位的改变是相同的这个事实的简单经验主义的重要性，也需要可逆运算，这个可以帮助被试去建构一个与其他的相同尺寸大小的黏土圈，甚至于领悟到他可以把被代替的水倒入另外一个与筒一样体积的瓶子里。

不需要使用长篇大论对相同的组合再进行赘述，而是以平行的形式进行的物理运算——读者会记得我们在第十一章建立的平行主义——也让儿童获得了体积的守恒（第三章）、获得了帮助他们将守恒延伸到溶解物质的原子论（第六章）和在恒定的微观粒子体积上的压缩和解压的格式上（第七章至第九章）。就第一点而言，体积守恒很明显不低于物质和重量的守恒，取决于等价物的组合和附加组合，并且，如此建构的物理恒量构成了一种居于流动事件之上的运算可逆性的胜利。至于原子组合，我们非常清楚地看到它们是第一个在微粒平面上的简单延伸：因为它们超越了感知

的极限，所以它们更加迫切地想要一种能够重建真实事实的演绎机制。特别是在运算或形式与实验或归纳方法中溶解糖颗粒（新生原子）的守恒和本章讨论的测试之间存在显著的平行关系（第五章和第六章）。在阶段Ⅰ，守恒的缺乏与完全未分化的经验相结合；在阶段Ⅱ，新生的原子论和物质的守恒与初期服从经验的指令齐头并进，但仍然缺乏一种协调整合；在阶段Ⅲ，原子论和正确的重量组合与系统归纳的发展和完整的经验提升有关；在阶段Ⅳ，看到物质、重量和体积的完整组合与经验的完全演绎密切相关。因此，不仅我们在这里处理的组合与原子论组合之间存在完全的对应关系，而且在两者的归纳方法之间，从完全未分化的初始水平到经验，再到最终水平的等价和附加组合，有助于运算机制通过超凡的演绎推理取得最终的胜利。

因此，我们有权得出这样的结论：在本书中我们所考察的所有领域中，思维内容是对思维形式的补充，由儿童认知的世界组成了思维的内容，为儿童提供唯一手段的形式从这个世界的状态 T 回归到状态 $T-1$，扭转了思维中的现实。然而，如果断言内容减少到运算所依据的术语（A，A' 和 A'' 等等）和可逆运算本身（=，+，−，×，等等）的形式结构上，就是完全错误的，因为这些联结很多结果的术语不可能在关系之外得以划分和定义；相反的是，这些运算根植于现实，因为只有现实才会迫使加强术语之间的各种组合或分离。因此，从某种意义上来说心里没有做什么，只不过是扩展延伸了现实而已，但是心理是通过增加思维的可逆性而实现这点的。

现在回到实验归纳和推理建构演绎组合的关系上。实验归纳，它的功能是跟随现实的所有起伏、可逆的或者其他的现实，演绎组合的逻辑－算数形式，其中抽象是时间和空间组成的，或者是在可逆建构的基础上改造宇宙的物理运算形式，我们发现归纳也构成了一种组合形式——我们刚刚看到了原因——但是不完整，即“一个群集”或一组依然没有涉及运算的群集。因此，很容易定义实验归纳和纯粹演绎的混合物，我们在建构守恒概念，特别是原子论的过程中，以及本章所研究的替代规律的组合和阐述中都遇到了这种混合物。实验规律的建构只不过是组合的逐渐完善，当涉及的关系简单到可以群集化时，这个过程会成功。但当组合物不适合一个可逆系统时，在归纳中它仍然会陷入困境。在这种情况下，只能说明通过现象之间观察到的关系，却不能推理这种关系。换句话说，归纳是将可逆运算应用于仍然不可逆的内容上，或者是因为它包含的数据不够充分已知或未经过精心设计而产生连贯的群集，或者因为它实际上是不可逆的。在任何一种情况下，运算本身都不会通达一个完整的组合，而只是为它做好准备：当归纳一个规律，证明是成功的时候，归纳最终会与演绎融合在一起。

结　论

综合全书，我们打算通过些许关于量化、逻辑和经验的评价对整个研究作出总结性的结论。

I

将数量和特性从根本上对立起来进行的讨论是极其荒谬的，就如同在说数学是一门纯粹的定量学科，而逻辑学是一门纯粹的定性学科一样荒谬。本书在对于物理特性的逐步量化的讨论中非常清楚地表明这两者是交织在一起，无法分离的。

在定性关系中都涉及一个量的问题。我们无法对绝对的或者孤立的特性进行察觉或者设想，我们总是将特性与数量关联起来；如果持相反的论断，那我们就相当于在一个错误的理念下研究问题了。因此，苛勒的研究已经表明，若同时呈现 B 与 C 且在这些特征（颜色和大小等）对比关系上，就 B 对于 C 而言犹如 A 对于 B 一样，那么一个已经训练成选择 B 而不选择 A 的小动物，也会在 B 与 C 同时呈现时选择 C 而不选择 B。既然特征、性质是内在联系的，就不能把它们称作比数量还原始的东西；两者是相互区别但是同时又不可分割的概念。

然而，在赋予物体某种特性和由此产生的三种相应类型的数量之间，有三种可能的关系类型，需要单独地以不同的心理和原子观念看待每种类型。

首先介绍了内涵量的类型（借用康德的经典术语），这种类型简单地定义了部分与整体之间的关系，规定整体比它的任何部分都要更大一些，就它本身而言任何部分都有相同的大小。这种数量类型是仅有的一个在逻辑上需要调停的，但是是在每个逻辑分类群集内得以调停的。因此如果所有的 A 和所有的 A' 组成 B，那么 B 就是由 A 和 A' 结合而成的整体；如果所有的 B 和所有的 B' 组成 C，那么 C 就是由 B 和 B' 组成的整体，然后我们就得出 $A<B$ 和 $A'<B$；$B<C$ 和 $B'<C$，等等，但是对于 A 与 A'、B 与 B'、A 与 B' 和 A' 与 B' 等之间的关系，我们却一无所知。同样，如果

在一系列不对称的关系中，a 是 O 和 α 之间的差异，a' 是 α 和 β 之间的差异，b' 是 β 和 γ 之间的差异，等等；且 $a + a' = b$，$b + b' = c$，等等，我们就知道 $a<b$，$a'<b$，$b<c$ 和 $b'<c$，但是我们对于 a，a'，b' 之间的所有关系却也一无所知。如果 a，b 和 c 等是对称地捆绑在一起的，这一结果同样是正确的，由于类作为一个整体的逻辑术语仅用这些量词“一个”、“一些”、“任何”和“所有”来描述，而且既然在类似定性的序列中，例如“红酒 A 不如红酒 B 好，红酒 B 也不如红酒 C 那样好”，我们仅仅知道，在 A 与 C 之间比在 A 与 B 之间或者 B 与 C 有一个更大的差异，但是我们无法知晓这种差异的确切程度。

现在让我们做个假设，相较于简单地赋予关系 $A + A' = B$ 或者 $a + a' = b$，我们能够进一步赋予 $A = A'$ 或者 $a = a'$ 这样的关系。然后我们应该有 $B = 2A$，$C = 3A$，等等（或 $b = 2a$，$c = 3a$，等等），即数或者部分组成的系列；由此我们得到了另一个基于单元（A 或者 a）建构物的数量（可测量的或者数的）类型。

还有另外一种可能性。即使没有对 A，A' 和 B' 等的量化，或者 a，a' 和 b' 等的量化，我们也能够在遵守一些建构物的原则的情况下，在它们之间建立一些类似的不同的关系，例如一系列增或者减的不同，一系列比例和一系列的调和关系，等等。就结果而言，虽然不可测量，但是是一个超越简单逻辑的量化。整个的定性几何学[①]是以第三种数量关系类型为基础的，我们把这一类型称为外延，第二种数量关系类型则属于这一常规概念的特殊形式。

Ⅱ

因为内涵量是逻辑的特征，从表面上看，它们似乎来源于最为基本的知觉或者直觉的关系。然而，即使数量涉及心理活动的最原始的水平，它们也仅仅是出自于一个“原始的”的形式，也就是说，它们还停滞于未分化中（外延和内涵的混合），所以除了在直接知觉或者直觉这样的瞬时范围之外，它们充满了矛盾。因此我们或许会期待得到这一结果——直到逻辑自身得到组织化之后，才能把内涵量假设成为一个稳定的和已分化的形式。现在，我们知道逻辑不是某种固有的东西：我们在本书中描述的每一个测验均表明，在特定的心理发展阶段，在部分的排列中仅有的变化已经足以证实儿童对总和（或者逻辑上的加法）的概念不再等于整体了。那么再一次，如果根据 $A = B$ 和 $B = C$，处于七岁到九岁之间的儿童不一定会得出结论 $A = C$。另外，七岁到八岁的儿童不能够对三种重量进行序列化（$A<B<C$），这就解

① 尤其是连续理论（除了阿基米德定律，这是度量标准）：康德的假设，维尔斯特拉斯定理（Cantor's postulate，the theorem of Weierstrass）等。当科瓦莱斯基（Kowalewski）定义“汇聚收敛点的周围”作为包含“接近所有”集合的点，这“接近所有”(＝除了一个有限的数)，然而不能得到测量，毫无疑问超越了“一些”和“所有”的逻辑的数量化。

释了为什么即使是对于内涵类型而言，他们也无法产生系统的量化：所有的类似量化都是部分与整体的相互关系，而没有逻辑就没有稳定的整体。但是，正如我们看到的，无逻辑意味着无守恒，无守恒则意味着除了“原始的”知觉的直觉数量外，什么都没有了。

由此我们的基本问题是：儿童一般是如何达到一种逻辑水平，或者儿童怎么得到一种特定的逻辑方法的？我们看到儿童并非是通过直觉或者知觉方法的逐渐提高来做到这点的，因为知觉是死板的，没有回路的，而且可逆性转变的协调不仅需要打破知觉结构，还需要建构一个纯粹的运算系统。

现在正是在这个领域中，如今的研究不仅证实了我们在《儿童的数概念》中首次提出的假设，而且证明了它的普遍性：逻辑的运算并非出现在许多断章取义的判断之中，即并非出现在逻辑学的经典教材中描述的那种判断中，而是出现在一般系统的形式中。实际上，独立的运算是不存在的，其简单的原因是每个运算都是一个实际行动（动作），而且是一个能够与其他（组合）协调整合，且能在两种方向上（可逆性）进行的。因此运算的具体和本质的特征是一个群集：在一个群集之前，是没有运算的，因为行动（动作）能成为运算性的或者运算能像这样得到建构均源于群集。

实际上，从儿童在完成关于体积的任务时提出的每一个问题的解决方法的研究中，我们能够得到什么呢？儿童在联立机制和协调整合中运用了以下四种机制：（1）直接运算：可以由源于两个相同类型动作中的任何结果的组合或是保留在整体－部分系统中的可逆性动作这两类动作中的任意一种建构而成。第一，例如，所有的行动（动作）导致部分组合成为整体［或者所有的行动（动作）导致部分脱离整体成为部分］；如果 A 是整体的一个部分，A' 是另外一个，我们就有 $A+A'=B'$；如果 B 与 B' 可以组成整体，我们就有 $B+B'=C$，等等。第二，所有的动作服务于将元素整合进增或者减的差异序列中（或者一系列通过转换、循环或者压缩而置换的元素，等等）：如果 a 是第一个差异，增加 a' 到这个差异，我们就有 $a+a'=b$，$b+b'=c$，等等。第三，行动（动作）服务与对两个系列的组合：A 比 B 更长但是更细，等等。（2）可逆运算：上述动作直到与相应可逆的动作联系起来后才成为具有真正运算性质的动作：分离与组合，位置替代（或者替代复位，在这种例子中逆运算的逆运算成为直接运算），用一种差异的减少增加另一种差异，等等。实际上，我们所了解的关于可逆性起源的每一件事情（第一章到第六章等）都有倾向表明，它是运算系统建构的必要条件；相反地，除非基于整个的运算系统，否则，真正的可逆性（这与“在经验上回归到起点”相对照）是不能得到建构的。换句话说，直接的运算需要基于它们的可逆性，而反之亦然。（3）但是在心理能够掌握这种运动的平衡之前，有一个条件必须得到满足，而且观察再次表明这与最后一个是同步

的：如果一个已给的结论是通过两个不同的路径得到，那么它就被认同为“相同”。这就是我们所指的可加性。因此如果我们把球 C 分成部分 A，A' 和 B'，然后将 $A+A'$ 组合成 B，然后再加 B'，或者省略 A，用 B' 组合 A'，在达到逻辑阶段前的儿童不一定会如此考虑，但达到之后的儿童将会一直认为 $(A+A')+B'=A+(A'+B')$。（4）如果我们将可逆运算与直接运算结合（例如，将一个球压扁成为一个饼状，然后再将饼状捏成一个球），从表面上看我们似乎根本什么都没做过。这就是我们所指的相同运算，这能够保证整体或者部分的同一性。现在，正如我们屡次所看到的，由我们的被试所说的（“你没有增加什么，也没有减少什么”）简单认同仅仅出现在可逆和类别作为一个整体的可加性中。

一旦儿童开始思考类似的转换，所有这些过程就会同时出现，取代了似乎绝对的和自给自足的知觉形式。我们已经注意到的对量化的影响，也是对群集定形的最佳检验，是对原子格式的守衡和建构的一个先验肯定。为了确定一个运算类别的逐步建构，我们仅需要看看由被试自发提供的答案就可以了，因为一旦他们超越简单的直觉阶段，就无差别地，自动化地唤起了直接的运算、可逆性和同一性，还因为他们的陈述反映了他们对可加性的掌握。然而，他们的分类可能还是停留在纯粹的初级阶段，若不是他们能从经验性的可能判定发展到演绎性建构的论证，守恒也不会被确认为一个逻辑必需品，并被原子关系的建构而得以证实。

Ⅲ

在说明部分与整体的关系中定义的内涵量得以建构的情况下，群集的完成如何引发外延量化这一问题之前，必须强调我们所描述的运算群集，其运算能够分为两种类型。当假设恒定不变的物体组合成一个类或者根据它们之间的关系序列化时，得到的类和序列将独立于时间和空间，以差不多的方式用于数或代数的等价上，同样的类与序列也能在它们之间得到建构。至于逻辑 - 代数运算，则要满足下面的两个条件：（1）运算所指向的基本元素是个体的和恒定的物体；（2）时空条件不影响运算。

现在，当我们的被试（在实际上或者在思维中）将黏土的部分组合成为一个单一的球或者将糖的颗粒融合成为一块时，儿童在建构部分对于整体的关系的方式就如同他们将个体的元素整合进类别或者亚类别和总体类别之间的关系中；然而，在现在的例子中，整体，例如球体或者块状，并不是一个类别，而是一个单一的物体。有人也许会反对这一点：在部分到整体或者物体到整个类别的关系之间，其差异需要的是表征或者思维的内容，而不是逻辑的，但是这种观点是非常错误的。在一个整体中的部分的传递包含物（例如，苏格拉底的鼻子是他的脸的一部分，苏格

拉底的脸是苏格拉底的一部分，因此他的鼻子是他苏格拉底的一部分，等等）和同样的在一个类别中个体的传递包含物或是在一个大类别中小类别的传递包含物（例如，苏格拉底是一个雅典人，雅典人是希腊人，因此苏格拉底是一个希腊人）之间，我们很容易能够做出一个纯粹形式上的区分，因为第一个不传递有关第二个的关系（因为第一类传递物并不能在第二类以上再次传递）：苏格拉底是一个雅典人，一个希腊人，等等，但是不管是他的头，还是他的鼻子都不能称为是希腊人或者雅典人，尽管它们都是他自身的部分；而且如果他失去了他的鼻子，他仍然是一个雅典人或者希腊人等等，但是他自己再也不能维持一个与原先的整体相同的物体或者什么了。因此我们能够通过将以下提到的两个运算中的前者从后者区分出来进行比较，这两者即部分的或者部分的增加（部分的组合物或者分离物）与包含或者逻辑上的加法（组合物或者作为类别的元素的物体的包含物）。这种比较基于如下两个标准：（1）它们是逻辑下的，例如建构它们的向上的界限的“整体”是个别的物体（即使如果这个单个物体像宇宙一样大）；（2）它们把部分和整体当作空间或者时间的元素，因为它们通过减，而不是抽象的区别特征划定它们的界限。

类似地，当我们的被试将球的连续状态，一块糖或玉米种子作为扩张或收缩的结果等处理时，很明显他们正在使用与以加法或者乘法的序列处理不对称关系相同的方式组合这些关系。然而，这里所涉及的不再是物体本身的系列化，或者保持恒定关系的物体之间的序列化，而是同一个物体或者相同物体连续状态的系列化。现在，这些状态之间的关系不再是随机的，而是由时空位置组成的，这个位置的转化是位移，就像部分可以帮助我们构建以后可以分类的物体一样，因此布局和位移是内部运算，可以产生以后能够序列化的关系。

简而言之，时空或物理（即基础逻辑）运算具有与逻辑运算相同的形式结构，但具有相当不同的运算意义，这就是为什么两者无法组合的原因，即使它们的组织化是基于相同的群集，也无法做到这一点。与逻辑运算一样，物理运算因此可以以定性的形式出现，具有纯粹的内涵量化并进行外延或量度的量化。

Ⅳ

从内涵到外延的量化转换是一个可测量的指标，而且这在逻辑和时空运算的双重意义上，因为我们一次又一次看到，它不是通过增加新的运算而是通过简单地重新组合以前群集中涉及的运算而进行的。

实际上，在我们已经探索过的整个领域中，所有的发展都被证明是同时的：与我们期待的正好相反，不存在内涵量化这一初级阶段与一个随后出现的外延或者可测量量化的后期阶段。初次出现的东西是非常不同的：一个直觉或知觉类型的“原

始”数量，有着未分化（即内涵与外延同时存在）与非逻辑的特点。接着是在逻辑和物理运算帮助下的内涵量的建构，对之我们能逐步追溯其发展的轨迹；通常状况下，一旦量化的第一种类型完成之后，可测量的或者外延量就会同时出现，就这点而言可以说让人十分意外。这种自相矛盾的情况揭示了遗传机制的存在，而这种机制反过来又为逻辑与质性的数学化之间的关系提供了大量的启示。

当然，我们并不是指儿童使用这些获得的概念作为素数（prime numbers），而只是指例如通过章节中描述的实验引出的具体和自发的测量结果。

就物质或物质的数量，即最简单的数量形式而言，我们没有（除了第十一章中描述的均质木条外）进行外延或度量量化的新实验，因为我们已经在别处描述了结果[①]。正如读者可能记得的那样，一旦儿童开始假设从一个容器倾倒到另一个容器中的液体守恒，因此最终得到的是至少一个内涵的量化，他学会使用度量或外延量化解决第一个问题。因此如果将容器 B 中的液体倒到容器 $A_1 + A_2$ 中，儿童将会预测，如果将 A_1 中的液体倒回到 B 中，高度将只会上升到原来的一半，等等，或者如果将 B 中的液体倒入另一个更细的但是更高的容器 L 中，儿童会将可逆的部分考虑进去，并补偿差异使之相等，等等，然而此前儿童并不能掌握这种简单的度量关系。

现在，很有趣的是，内涵或逻辑和外延或度量量化之间相同的相互依赖性也适用于重量，但具有一个阶段的时间滞差（阶段Ⅲ而非阶段Ⅱ），因此，在他掌握重量守恒的同一阶段，他也掌握了如下方法，如果要使黏土球在重量上等同于一个木塞的重量，儿童仅仅需要将自己的球切成两半并改变其中一个的重量使其等同于木塞重量的一半，等等。现在，读者会记得儿童在得到这个结论之前使用了多少荒谬的办法。到了阶段Ⅲ，儿童不仅认识到两块黄铜 A 和 B 在重量上相等，而且如果 B 与铅块 C 重量相等，然后 $A = C$（内涵量），$C = D$，那么 $A + B = C + D$，或者 $A + C = B + D$，等等，或者有一个更简单的推论：$A + A = 2A$（度量的量化）。至于非度量量化，我们对一般守恒的发现以及导致它的四种方法的发现的分析清楚地表明，比例的不变性在差异的等价和逻辑元素的认同上是在相同的时间得以领会掌握的。

让我们回顾一下，在阶段Ⅳ物理体积守恒的发现涉及相同的同步性：逻辑群集需要度量组合以及非度量的外延组合（比例）。

原子论的自发发展证明了这一过程的普遍性：原子论产生于逻辑内的划分和替代，是数量化的原型：它的唯一目的是解释守恒。为此，“粒子”被均衡并简化为一个单元集，这种量化与内隐度量系统齐头并进：粒子构成一个可数集，其元素可以一对一对应正整数。

现在，内涵的和外延的度量数量的心理结构同步的原因无疑是基本运算机制如

① 皮亚杰和斯泽明斯卡：《儿童的数概念》，劳特利奇与基根 · 保罗，1952，第一章，尤其第十章。

此密切相关，这点是毫无疑问的。事实上，我们不能指出任何导致建构外延度量数量的特殊运算；因此，新的是综合，而不是运算形式。确实，如果我们没有迭代 $A + A = 2A$，就没有测量系统，也不会从逻辑加法 $A + A = B$ 中，或者从重复等式 $A + A = A$ 中区分出数的关系。但是迭代仅仅是一个单元 A 与它自身的加法，而且在可加的分类 $A + A' = B$，$B + B' = C$ 等中，单元仅仅来源于能够被 A，A'，B' 等影响的替换物的概化。数学与逻辑的区别在于，即从群集到群集的外延；后者是一个新的运算组织，但没有添加任何与逻辑完全不同的特殊运算。

我们已经在讨论重量的组合中（第十章的第三节）处理了这个转换，我们现在必须表明我们提供的解释通常是有效的，即逻辑的类是通过对类别（等价）的群集的运算综合以及通过差异均衡过程对不对称关系（差异）进行分组而转换为数学群集。[①] 实际上，当一组元素（如一条铅 A_1 或一套铅棒中的三块 A_2，A_2'和 B_2'）构成仅由其特性定义时，我们可以对这些元素进行分组：（1）根据它们的差异进行序列化：$0 \xrightarrow{a} A_2 \xrightarrow{a'} A_1$，因此，0 将意味着 A_2 比零更为紧密，A_1 比 A_2 更紧密，等等。（2）将它们归入一个类：因为 A_2，A_2'和 B_2'三者各自的特性均等价，且 A_1 有其他特性，所以，铅将会组成一个特殊的类 A_1，而三个块状的组成另一个类（$C_2 = A_2 + A_2' + B_2'$）。我们或许还会发现这些物体的重量相同，这时我们能够建构出类 D（$= A_2 + A_2' + B_2' + A_1$，现在已经变成 C_2'），D 是包含整个相同物体的总体集合，但是这一分类没有将特定的特性排除在外，而通过这个特定的特性可以对它们进行区分。（3）现在让我们假定，我们忽视了特别的特性，而仅仅聚焦于它们之间的等价性；然后每一个术语（条款）就上升到了一个单元 A 的等级，而类别 D 马上就可以通过 $D = A + A + A + A$ 来定义。但是这样一来，我们如何在这些 A 之间进行区分呢？这还是得通过序列化。现在因为我们在建构一个定性序列的同时，不能保留序列可以根据特征进行置换的权利（例如，将它们视为等价的），所以逻辑群集（1 和 2）没有帮助我们把等值类与差值序列结合为一个有机整体。因此，唯一允许我们区分等价单位 A 的系列将是一个无视其特定数量并且仅依赖于它们在顺序上的差异的序列，因为在这种情况下，无论我们选择什么顺序，我们总是会有 $A + A + A + A = D$。在这个意义上，数值群集（3）可以说是由等价（2）的逻辑群集和差异（1）群集的综合产生的。

还要强调的是，在时空的物理运算中也是相同的机制在起作用。实际上，我们既能够把物体棒和铅当作类别的元素，又能把其当成是来源于统一整体（＝来源于部分的重量之和的总体重量）的部分。如此一来，测量系统变成了划分（一旦部分能够在形式 $A + A + A + A$ 中相互取代）和放置（每个部分能够根据其在空间中放置的位置确定）的一个综合体。因此儿童通过分割物体（分成颗粒）和放置与置换（简单

① 参见皮亚杰和斯泽明斯卡，同前，第 240-243 页。

的置换或者压缩与解压，等等）的群集的方式建构了自己的原子论模型。现在，一旦完成了性质的建构，就会引出实质的测量，因为被试会把总体中的每个颗粒当作一个相互等价的单元。但是，由于儿童确认了这些颗粒的总和“数”的守恒，不论是在糖水或玉米面粉中，儿童什么都知觉不到，那么他是如何将它从其他中区分出来的呢？儿童通过在脑海中把它们横向或纵向地一个挨着一个进行“放置”，因此没有哪两个会同时处于相同的地点[①]。因此，可测量的量是通过单位—部分的等量化或顺序概念的概括来合成分区和放置（或位移）（通过将相同单元首尾相接放置而建构的均有相同值的所有行），数是划分和放置（或者置换）的一类综合，通过等价的外延和可连续的差异来表示不对称的关系。

至于外延的，不可测量的数量，不言而喻，它们也是由同一个整体的不同部分相互比较而不是整体的比较而产生的，但我们在这里得到的是均衡比率（比例等等），不再是单元或差异本身。

V

所有这些建构都包含着类别的内含物，关系的序列，数，部分，放置和测量，那么，其中哪一个是这些建构物中的经验和心理活动的确切功能呢？在这本著作中，我们已经不止一次遇到了这个问题，而且当看到运算的实验内容和它们的推理结构之间的关系时，这一问题显得相当突出。

首先，我们来区分两个因素，即就是说物理和逻辑运算之间的关系，以及这两者和实验归纳推理之间的关系。现在，若是将这些运算的第一个当作第二个的内容或者认为其与经验联系更为紧密，这都是错误的。我们看到两者是同时得到建构的，而且它们都源自普通的材料，第一个帮助构造了物体的部分和它们的相应位置，第二个组合了物体或者它们的关系。因此每一个如同其他任意一个一样都是形式的或者实验性的。

那么，这两种运算的共同来源是什么？这是演绎形式与实验内容或建构与归纳的问题的关键。既然一般意义上，在最具体和感知运算形式中，运算的基本来源是行动（动作）。正如我们经常看到的，每一个运算都是一个可逆的行动（动作）。不可逆的行动（动作）不是运算，因为不可逆行动（动作）可能会在一个纯粹经验的途径上引起任何结果。因此，这些结果也许会颇具成效，但是并没有得到规律的建构。当行动（动作）能够被归类成一个完整的且既联合又可逆的运算系统时，常规建构才会起步（参见Ⅱ）。归纳只不过是分类过程中的建构，一旦建构受到已经完成

① 如果任何两个元素都改变回合，则总的安排仍然相同；因此顺序改变，同时也是在有限的数序列中。

的群集或者群内部的影响，演绎就开始了。

但是即使这种方法算是属于推论的范围，来源于智慧活动的形式和有类似经验引发的内容的各自作用的问题也发生在归纳推理的方面和前运算的心理过程方面。归纳是重新组合的推理，这也许可以与真正的演绎推理联手；但是在任何一个出现之前，都有一个直觉的智慧，感知－运动智慧，习惯和知觉，而且在这其中每一个方面都能够用新的术语提出问题。

一般而言，我们能说，从最低的心理活动阶段开始往前看，有两个因素的关系首先遮蔽了我们这里要考虑的问题。这些因素是动力来源，所有未来出现的运算，具体的物质，是儿童和外部媒介之间的联结点的源头。现在，对于两个系列的调查研究让我们确定，无论我们爬到多高的心理量表上，我们都将会发现这些因素是相互作用的。知觉的研究[①]已经表明，即使有形的物体用参照点和信号提供了来源，后者提供的是它的结构。结果就是一无止境的循环（所谓的格式塔完形）。另外，在我们的知觉研究中，和以上所有的心理发展的最初几个月的感知运算智慧特征，我们能够再一次证明两个因素从开始就是相互联系的，即它们是两个感知运算格式捆绑在一起的部分，在这个格式中感知数据保持着无意义，无目的，除非它们被顺化到重复的行动（动作）中，而且在其中除非它们能被同化到连续不断的数据知觉中，否则后者是无法达成的。这是一种现实与动机的自我中心同化，以及一种对行动（动作）与外部数据的对应性现象学顺化，我们必须寻求早期接触和心理活动与经验之间的第一次冲突。

现在，整个群集化的历史是渐进的去中心化的过程，即拒绝自我中心主义，支持封闭和规则的结果，这是因为最初的行动（动作）已经变得可逆和可运算，或者，如果你愿意，因为儿童自己的动作已经纳入可能行动（动作）的整体系统。因此，毫不奇怪，多亏了这些迟早会被视为可能性运算结果的知觉数据，实验科学的历史是一个现象主义的逐渐修正的过程。只有当原始的同化与原始的顺化，这两者中的其一被一个基于内部需求的运算性动作进行建构，且另一个开始运用由不可逆过程的建构所启发的最可能模型时，自我中心且局限于现象学的同化与未分化且富有阻抗性的顺化才能相互分离并趋于完整。

---

① 由冯－魏茨萨克尔的门徒奥尔斯伯格所研究。

原版主题索引

译者后记

2015年年底机缘巧合，我参与到了《皮亚杰文集》的翻译团队中，接手了《儿童对物理量的建构和发展——守恒和原子论》一书的翻译重任。当时我刚好完成博士学位论文的答辩，也晋升了副教授职称，正好在可以喘口气的间隙，王振宏教授将这件意义非凡的工作交给了我，并说要赶在2016年3月给李其维教授交初稿，我心里一阵打鼓！

现在还记得那个2015年的春节，当家人都聚在一起谈笑风生的时候，我却躲在房间进行翻译工作。即使这样，等过完春节的时候，才翻译完成了第一部分。眼看举一人之力根本无法在短时间内完成初译工作，情急之下想到了我门下在读的本科生，在充分整合了他们的力量之后，经过多人以多种形式合作，多次反复修改之后最终按期完成了这篇巨著的翻译工作。

首先，初译稿由黄龙飞、陈梁杰、李瞳、王敏帆和我共同完成。具体分工如下：序言、第一部分、第三部分和结论部分的初译由我完成；第二部分由黄龙飞完成；第四部分的第十章至第十二章分别由陈梁杰、李瞳和王敏帆完成；主题索引部分由王敏帆整理完成。

其次，审读修改阶段的工作主要分为三个阶段：第一阶段是在初译的基础上，进行挑剔性阅读和研讨的阶段。在此阶段，我们成立了由黄龙飞、王敏帆、李瞳、陈梁杰、韦博文、陈海萍、张岩、强晓薇和郑艺璇同学组成的审读团队，站在读者的角度对全书进行了细致的交叉审读，并于2016年3月至6月每周定期举行《皮亚杰文集》审读交流研讨会，对其中晦涩难懂的长句和难句进行了讨论交流，以确定比较合适的翻译方法。第二阶段是在同学们修改和研讨的基础上，于2017年8月30日交稿之前，又由王敏帆、李瞳、王田雨和我对全书分别进行了全面修订。完成这个阶段的工作时我曾长出了一口气，心里总算有了点底儿。第三阶段则是在李其维教授领导的《皮亚杰文集》翻译团队提出新的总索引的情况下，又自2018年3月至6月底，由李瞳、张晨、张岩和王敏帆分工合作，按照新的索引对照英文原文对各

自负责的特定部分进行了修订。在此基础上，我在加州大学伯克利的 Doe 图书馆里，花了整整两个多月的时间，完成了第三次的全书审读和修订工作，最后，又由衣新发教授与王振宏教授对全书进行了审校。此时，我才又长出一口气，因为发现了很多疏漏，甚至错译的地方！那时在心里对这本巨著因故没按时出版充满了感激！然而，等书稿交付出版社之后，在解远文编辑的审稿过程中，却又发现了不少问题。感谢解编辑的审校，让此书的疏漏减少到最少。

最后，非常感谢王振宏教授和李其维教授的信任和重托，将此书的翻译工作交付于我，给了我和我的学生仔细重读皮亚杰经典著作，吸取皮亚杰有关儿童发展阶段理论智慧的机缘，虽然翻译过程曲折反复，但能让我们以这样特殊的方式与皮亚杰对话和交流，领略其无穷魅力，则是一件无法用任何形式量化的有巨大价值的事情。纵使如此，在人类智慧的发展过程中，我们也是站在特定发展阶段的个体，受到自身思维和其他方面的局限，纵使已经花费了大量的时间和精力，以多种可能的形式投入翻译工作，但我们还是有可能无法真正领会皮亚杰拟通过语言所传达的智慧诉求，无法超越通达更高水平的前辈、同仁和读者的期冀，在此恳请各位不吝赐教粗疏和纰漏之处！

王雨晴

2018 年 6 月 27 日

儿童的运动和速度概念

〔瑞士〕让·皮亚杰　著
段海军　刘冰洁　贾培媛　张心如　王彤星　译
胡卫平　赵汉璇　王雨晴　审校

儿童的运动和速度概念

法文版　*Les Notions de Mouvement et de Vitesse chez l'Enfant*, Press Universitaires de France, 1946.

作　者　Jean Piaget

英文版　*The Child's Conception of Movement and Speed*, London, UK: Routledge and Kegan Paul Ltd, 1970.

英译者　G. E. T. Holloway, M. J. Mackenzie

段海军 刘冰洁 贾培媛 张心如 王彤星　译自英文

胡卫平 赵汉璇 王雨晴　审校

内容提要

著名儿童心理学家与科学家皮亚杰主要研究儿童思维发展的问题。他花费了大量的精力研究了儿童物理因果关系、空间、数、时间和几何等概念的发展。其中，《儿童的运动和速度概念》是儿童发展系列研究的一部分，并与《儿童时间概念的形成》、《儿童的空间概念》等共同构成了皮亚杰有关基本科学概念发展的研究系列。

儿童很早就在现实世界中接触到运动与速度。皮亚杰使用临床法研究了儿童对运动与速度的概念是如何发展的，从而揭示儿童思维发展的过程。Hermelin（1970）曾经这样评价本书："这本书可以被看作是皮亚杰有关儿童时间和空间概念研究之后的一个延续。在本书中，皮亚杰基于大量设计精巧的实验证据，得出儿童是按照先后顺序来判断速度的观点。皮亚杰首先讨论了空间顺序的概念，然后关注了时间上的顺序。因此，儿童在判断物体速度时，不会考虑物体的起始时间是否相同，只通过物体到达的先后顺序来判断运动速度，认为后到达的物体花费的时间更长。然而，当两个处于不同起始点的物体同时开始运动时，孩子们会判定后到达的物体速度较慢。因此，速度和时间进程似乎首先取决于物体出现的顺序。"[①]

值得一提的是，皮亚杰在进行儿童运动、速度以及时间概念的研究时，还与爱因斯坦之间有一段交往的佳话。1928 年，爱因斯坦（时年 49 岁）到瑞士的达沃斯（Dovos）访问，他向皮亚杰（时年 32 岁）提出一个问题：儿童是按照怎样的顺序获得时间和速度概念的？因为在经典的牛顿理论中，时间是一个基本性质，速度由时间来定义（速度＝距离 / 时间）。但在广义相对论中，时间和速度是相互定义的，不存在哪个概念更为基础的问题。爱因斯坦最想知道的是儿童是怎样理解速度的？儿童能明白距离与时间之间的函数关系吗？他们到底是如何判断物体快慢、如何建立时间和空间观念的？儿童对速度的理解是不是更简单，也更依赖直觉呢？婴儿在出生时是否就具备对某一个或两个概念的理解？两个概念的理解是否有先有后？如果有先后，对前一个概念的理解怎样影响对后一个概念的理解？因此，他当时建议皮

① 荷美林：［皮亚杰著《儿童的运动和速度概念》书评］，《英国精神病学杂志》，1970，第 117 卷，第 463-464 页。

亚杰研究儿童运动速度与时间的概念。1946 年，皮亚杰相继完成了《儿童时间概念的形成》和《儿童的运动和速度概念》，从儿童发展心理学的视角对物理学大师爱因斯坦当年提出的问题作出了系统的回答。处于婴儿或童年早期的儿童不能理解时间、距离和速度。只有在具体运算阶段，他们才最终掌握这三个概念。皮亚杰在自序中这样写道：“这项工作的开展要感谢爱因斯坦给我提出的很多问题，大约 15 年前，他在瑞士达沃斯主持第一届哲学与心理学国际会议的演讲中谈道：‘我们最初对时间的直观理解是与生俱来的还是后天习得的？对时间的理解等同于对速度的直观理解吗？如果这些问题能够引导我们去研究儿童对时间概念的起源和发展，那么答案将会怎样？’”因此，皮亚杰有关儿童运动、速度与时间概念的实验研究与爱因斯坦的相对论之间有内在联系。皮亚杰的研究发现儿童是先发展快慢的观念，然后才有时间、空间的观念。这样的发现和爱因斯坦相对论的知识体系是一样的。也就是说，儿童不是按照距离除以时间来解释快慢，而是按照空间和时间的顺序来判断的。在 1953 至 1954 年间，皮亚杰到普林斯顿大学工作，20 世纪最伟大的物理学家和心理学家再次在普林斯顿相遇。爱因斯坦曾经感慨，即使是最单纯的知识，小孩子也要历经如此错综复杂的过程才能获得，这远比物理学复杂得多。

《儿童的运动和速度概念》一书共包括五部分。前四部分根据儿童的运动与速度概念的发展过程，从“位置顺序”、“位置改变”、“定性速度”、“定量速度”四个方面，探讨了儿童运动和速度概念的发展。第一部分阐述了位置顺序概念的发展，通过对儿童的观察，皮亚杰认为儿童关于运动概念的发展事实上先是对顺序概念的发展。第二部分讲述了运动与位置顺序的关系，将运动本身理解为“位置的改变”。前运算阶段的儿童发展出以“超越”为依据的速度直觉，根据运动物体空间或时间顺序的改变来判断物体的运动快慢。后两部分研究发现，只有儿童具备了运算能力后，才能发展出定量的速度概念。此阶段的儿童能够将速度理解为空间距离和时间之间的关系，并采用路程长度和时间的比率来量化速度。

通过总结前四个部分的研究结果，皮亚杰在本书的第五部分提出了儿童运动和速度概念发展的六个运算系统：位置运算系统、位移运算系统、同步位移运算系统、相对位移和同步位移运算系统、外延运算系统以及测量运算系统。六个运算系统体现了儿童的运动与速度概念从定性到定量的发展过程。在运动概念发展方面：前运算时期的儿童根据运动终点的顺序来判断运动路程的长短；具体运算阶段的儿童开始认识到运动路程是起点与终点的间隔；形式运算阶段的儿童能够对路程进行运算操作。在速度概念发展方面：儿童的速度概念最早是以顺序形式，并非定量（即空间距离和时间的比例）形式出现。前运算阶段儿童在判断物体运动快慢时主要的关注焦点是物体位置的前后顺序。具体运算阶段的儿童开始同时考虑路程和时间，但只有到了形式运算阶段才能对速度进行路程和时间之比的量化操作。

段海军

目　录

原书序言

本书关于儿童运动和速度概念的研究是最近出版的时间概念形成的后续研究，这三个基本概念相互联系，息息相关。

在儿童的心智发展中，如果将所有心血全部投入到运动和速度这两个概念的研究上是否过于重视它们了呢？而事实上，我们对此非常清楚，并通过这篇序言向读者阐述其重要性。我们唯一的理由就是目前我们对于儿童智力发展的认识，仍然处于一个相当惊人的不成熟状态。当植物学家已经可以列出世界上所有的植物，动物学家已经可以清楚地描述每一种动物发展的每一个阶段时，而儿童发展科学仍受到基于经验实证的通识学科发展的限制。

目前，运动和速度的概念已经涉及数学及通识科学的教学领域。如果可以准确了解这些概念的发展，即心理和逻辑上建构和生成的机制，那么对于数学乃至通识科学的教育领域都具有重要的意义。

但是，仅仅追求心理学研究成果在具体领域的直接应用并不能充分彰显其研究价值。因此我们开展本研究的基本出发点是拟从运动和速度概念发展的视角来描述儿童从直觉思维（intuitive thinking）到运算思维（operational thinking），即从对信息的感知到逐步形成推理的发展过程。因此，在研究思维发展过程时，只有通过一步一步地检验事实，我们才能避免在最后进行综合总结的时候陷入纯粹的抽象言语描述中。

在本研究中（同之前儿童数、量和时间概念的研究一样），我们将“运算”（operations）这个术语明确定义为可逆并且可以形成系统性整体的动作或者转化。我们试图证明在数学中“群”（groups）的概念形成之前，即通常意指一个测量量或者至少是外延量的出现，逻辑运算虽然远没有那么丰富，但是已经在内涵量，即群集（groupings）的水平上形成体系——同样是可逆的，且能够形成连接部分与整体之间简单关系的系统。这种机制是运动和速度初级运算观念的基础，也是随后数学化的前提。

本研究中所涉及的直觉或者直觉思维的概念比数学家所研究的范围要窄。在本

研究中，直觉思维意指前运算思维（pre-operational thinking），即思维仅依赖于感知的图形构造或者试探性的实验活动，且不具备“群”或者“群集”的观念。在此有必要说明，表象直觉（image-using intuition），抑或感知直觉（perceptual intuition）均与理性直觉是相对立的，但是为简洁起见，我们将在本书中全部简称为直觉。

因此，我们研究运动与速度的关键问题是运动与速度的概念从表象直觉或感知直觉到形成运算系统（operational system）的过程，通过分析儿童试图解释运动的本质并指出原因的行为来研究儿童运动概念。为此，我们强调儿童的泛灵论（animism），即有意识且有目的地移动物体，并且把重点放在儿童的目的论和物力论（dynamism）上，即所有的运动都有目的，并暗示存在内在动力或者创造力。因此在亚里士多德物理学的类比中以两种假设的原动力，即内在动力和外在动力，来解释像云或者流水的运动，而根据“环境反应”的系统图，人们将投射运动归因于排出空气的效应。

本研究中并不会涉及目的论，但是它有助于我们理解运动与速度概念的运算发展。事实上，正是这样带有泛灵论色彩的目的论才让我们意识到在儿童的直觉中运动的“终点”和比较速度时“超越”的重要性。因而，顺序和“放置”这两个概念在这些概念形成中的基础作用就可以在这个方面加以解释，类似于物理学中的目的论和合适的位置的概念，即质性运算或内涵运算始终高于数学运算或外延运算。但在此我们再次重申，我们研究的重点仅仅聚焦于发展的运算方面。

第一部分　连续顺序或位置

第一部分的两个章节主要通过分析位置改变来研究连续的、线性的或者周期循环的顺序。事实上，运动的概念首先意味着数学和心理学上顺序的概念。因为从本质上看，位置的改变必然与位置系统有关，更确切地说，就是与遵循了特殊顺序的位置有关。因此，我们在分析运动与速度概念的发展时要首先分析顺序概念的发展。但由于本研究并不考察儿童的几何学概念，而仅仅考察儿童对运动的理解，因此我们所选的关于连续顺序的例子不是静止直线上的几个点，而是由同一物体所进行的直线或者周期运动。从顺序或者位置运算的角度来看，这两者是相同的；但从心理学的角度来看，从一开始将这些运算置于直观的运动情境中更易于理解。

第一章　行程的反方向问题

假设存在 *A*、*B* 和 *C* 三个物体。*A* 在 *B* 的前方，*B* 在 *C* 的前方，运动方向从右到左为 $A \leftarrow B \leftarrow C$。这种运动可以通过三种方式实现。

方法 1：三颗珠子，*A* 是红色，*B* 是黑色，*C* 是蓝色。三颗珠子都穿在一小截金属线上。一个人手拿金属线，将金属线两端露出。然后将珠子以 *ABC* 的顺序串起来，并以 *CBA* 的顺序将它们折回。

方法 2：三个小木球，*A* 是红色，*B* 是棕色，*C* 是黄色。以 *ABC* 的顺序放置在一个硬纸板做成的斜槽上，斜槽中间部位有一条隧道。三个木球按照 *ABC* 的顺序出现或者以 *CBA* 的顺序返回。

方法 3：三个木质的玩偶，*A* 是蓝色，*B* 是绿色，*C* 是黄色，系在一根线上，以 $A \leftarrow B \leftarrow C$ 的顺序从屏幕后方通过。

尽管我们的研究以自由谈话的形式进行，但主试会根据儿童的反应有组织地提出问题，因此保证了方法的有效性。

问题 1：当物体以 *ABC* 的顺序从右向左运动，经过手心、隧道、屏幕时，物体会从手心、隧道、屏幕的另一端以何种顺序出现？

问题 2：当物体反方向经过隧道（或者从屏幕后面经过）时，物体会以何种顺序出现？

注意：儿童用对应颜色的彩色铅笔在纸上画出物体的正确顺序（在回答问题 1 之前或者之后）作为提示。在解决问题 2 时，儿童只需要看他的纸，并用相反的顺序读出这些颜色。这样便可分离推理和记忆问题。

问题 3：在儿童解决了问题 1 和 2 之后（若儿童已经不是第一次进行实验，则重复实验直到儿童可以有把握地给出答案），实验者提出问题 3 和问题 4（问题 3 仅适用于方法 2）。首先要求儿童改变位置坐到桌子的另一边，然后将物体同样以 *ABC* 的顺序放置进隧道里。如果在儿童的原来的位置上，运动方向是从右到左，那么儿童在新位置上时，运动方向是从左到右的：在儿童被问到球将以何种顺序从右手边出现的，他应该意识到，尽管由于隧道与自己之间的位置发生了改变，而球看上去像是从原路折回，但是球出现的顺序还是一样的。换句话说，儿童必须根据球开始的位置来判断他们的出现顺序，而不是根据隧道的左边还是右边来判断。这一问题涉及当儿童面对运动的同一客观顺序时进行运动方向判断的两种方法。

问题 4：实验者在儿童面前将三个物体以 *ABC* 的顺序放回（无论物体是在手心上，在隧道里还是在屏幕后方），并使用手和金属线（方法 1），或者使用硬纸板隧道（方法 2）或者仅使用金属线（方法 3）进行一个旋转半周（180°）的运动。需要注意的是，实验者必须让儿童观察到整个运动过程，同时口头描述半周旋转运动①，并且在方法 1 和方法 3 中让儿童注意观察转动金属线时金属线的尾端。旋转半周后，问儿童在与问题 1 中以 *ABC* 顺序出现的物体，在同样的位置会以何种顺序出现。在问题 4 中这些珠子与问题 2 中的顺序一样，均以相反方向运动。但是由于在问题 4 中实验装置进行了旋转，因此问题 4 也更加复杂。

问题 5：与问题 4 一样，但是要连续进行两个半周旋转的运动（同一个方向），既可以分两步进行，即 180° ＋ 180°；也可以一步完成，即 360°。

---

① 半周旋转是在水平面或者垂直面上进行。

问题 6：采用同样的问题，进行随机数目的旋转半周运动，即奇数（以相反的顺序出现），或者偶数（以相同的顺序出现）。

问题 7：如果至此之前任何一种情况中，儿童都没有自发地认为中间物体 *B* 会第一个出现，就提出以下问题。实验者首先描述一个随机数目的旋转半周运动（旋转数目大概为 10 次，但并不进行准确计数），然后问儿童哪个物体可能会先出现？是 *A*，*C* 还是 *B*？每次都询问为什么是，或者为什么不是。在儿童回答 *B* 时问“这是怎样发生的”（需要说明的是，为了避免珠子间发生跳跃，在方法 2 中隧道直径仅仅比球大一点）。

最后，同样的问题 1—7 不仅仅局限于 3 个物体的情况，还可能涉及 4 个或者 5 个物体。

在 55 名 4—8 岁儿童的回答中，我们观测到了以下几个阶段。

阶段Ⅰ：儿童能够回答出问题 1（毫无疑问，2 岁以上的儿童都能回答出来），但是不能回答出问题 2，即简单的顺序颠倒（反序）。

阶段Ⅱ：儿童能够回答出问题 2，但是不能解决问题 3—5，至少不能在第一次尝试中就解决；但与此相反，在这个阶段的第二部分（亚阶段Ⅱb），儿童能快速地回答问题 3 和 4，但对于问题 5 和 6 仍然只能进行摇摆不定的尝试。

阶段Ⅲ：儿童能够马上解决问题 1—5，并随后将解决方法推广到了问题 6。

至于与中间物体有关的问题 7，在阶段Ⅰ开始，儿童自发地认为 *B* 可能出现在第一个，最后一个，或者 *A* 和 *C* 的中间。但在阶段Ⅰ后期，儿童自身很少会出现这种想法。他们可以根据观察到的现象回答这个问题，并且无须解释就能认同这个结果。从阶段Ⅱ开始，儿童认为三个物体的顺序不可能打破，在两个运动方向中 *B* 始终都在中间。然而，当有 5 个物体时，儿童在此阶段仍然会出现不在两端的物体可能会在最开始出现的这种自发的想法。

第一节　阶段Ⅰ：物体原路返回时不颠倒中间位置物体的顺序与位移

阶段Ⅰ在儿童平均 5 岁时结束，但是这一阶段的特征在很多 5 岁半儿童的身上也可以观察到。以下是一些例子。

安（An，4 岁）　方法 2：哪一个会先从隧道中出来？——红色的（*A*）。——然后是哪一个？——棕色的（*B*）和黄色的（*C*）。——（演示。）——现在他们要回来了，哪一个先出来？——红色，棕色，黄色。看（演示）。——哦，不，是黄色，棕色，红色。为什么？——因为他们是返回来了所以是黄色的。——好的。现在，我要转这个隧道（问题 4）。哪一个会先出现？——红色，然后是棕色，然

后是黄色。——看（演示）。——是黄色的。——为什么？——因为……我不知道。——好的，我们再来一次。——黄色。——（演示。）——为什么？——不知道。

现在，看：我要转 2 次，你看，1 次，2 次。现在哪个会先出来？——棕色的（*B*）。为什么？——因为你转了 2 次。——但为什么转了两次就是棕色的先出来呢？……（演示。）看！——红色的（*A*）。——为什么？——不知道。现在我要转 3 次了，看。这次是哪个先出现？——黄色的，不，棕色的！——为什么？——因为你转了 3 次。——（演示。）哪个先出现？——哦，黄色！——为什么？——不知道。——现在呢？（转了 5—6 次）。——棕色的（*B*）。——为什么？——因为你转了很多次。——隧道里的球可以跳过另一个球吗？——不可以。——为什么？——因为隧道太窄了。——好的。棕色的球在哪里？——在中间。——那么哪一个会先出现？——棕色的。——看！——哦，不，是黄色的。——棕色的球在中间是什么意思？——它在红色和黄色的球后面。——好的。现在，看（转几次）。哪个会先出现？——黄色。——现在呢？（再转几次。）——红色。——现在呢（重复）？——黄色。——现在呢（重复）？——现在是棕色的！——为什么？——因为我不知道你转了多少次！——看！——哦，不，仍然不是那个。

方法 3：这些玩偶可以跳过其他玩偶吗？——不能，因为有一条线。——对。那哪一个会先出来？（问题 1）。——蓝色的（*A*）。——然后呢？——绿色（*B*）和黄色（*C*）。——是对的吗？（演示。）——是的。——现在，他们往回走了，哪个先出来呢？——黄色的。——（演示。）如果我这样转一下线呢？（问题 4）。——蓝色的。——（演示。）——哦，不，是黄色的，因为你转了那根线。——现在呢，如果我转 2 次了？——蓝色的。——如果我转 3 次呢？——蓝色的——（演示。）——不，黄色的。——如果转 4 次呢？——绿色的（*B*）会先出来。——为什么？——因为绿色的（*B*）在蓝色的（*A*）后面。——（演示。）——这样是对的吗？——不，是蓝色。——现在呢？——（多转几次。）——绿色的（*B*）！

罗斯（Ros，4 岁 6 个月）　方法 2：哪一个会先出来？——红色的（*A*）。——然后呢？棕色（*B*）和黄色（*C*）。——现在你看到了吗？——（演示。）——它们的行程结束了。它们正在回到隧道，并且从这边出来。哪个会先出来？——红色的（*A*）。——为什么？——因为它在这里（指着顺序中的第一个）。——看！（演示。）——这样不对。——为什么？……现在呢？（第一个方向）。——红色的。——（演示。）——是的。——要是这样呢？（反方向）？——黄色的。——（演示。）——是的。——现在我要转这个隧道了。（问题 4）哪个会先出来？——红色的。——看！（演示。）——不，黄色的。——再看一次（重新回到开始的位置）。——红色的。——（演示。）——不，还是黄色的。——为什么？——因为它总是这样走的（指着走过的路）。——为什么红色是最后一个？——因为它待在最后面。

方法 3：哪一个？——蓝色（*A*），然后是绿色（*B*），然后是黄色（*C*）。——

它们回来的顺序呢？——蓝色，绿色，黄色。——（准备演示。）——不，黄色，绿色，蓝色。——看，现在，我要转它了。（问题4）哪个会先出来？——蓝色。——（演示。）——是对的吗？——不。——为什么是错的？——因为它在黄色的后面。这根线转了。——（再次尝试。）——黄色的。——（演示。）——是的。——为什么？——因为它转到另一边了。——在它后面呢？——绿色的。——为什么？——因为它在黄色的后面。——（转多次）哪个会先出来？——蓝色（*A*）或者黄色（*C*）或者绿色（*B*）。——绿色的可能第一个出现吗？——是的。——它怎么能第一个出现呢？……（转5—6次）。你觉得哪个可能先出现？——绿色。——那是什么？……看（给儿童看线和3个玩偶）。——它不能是第一个出现。——为什么？因为金属线。——现在呢？（转超过10次。）——这次绿色先出来！——为什么？——因为它转了。——它在前面吗？——它在中间。——如果你转了线，它能第一个出来吗？——可以。——看！——不。——这次呢（多转5次）？——绿色可能是第一个出现吗？——可以。

亚奇（Jac，4岁8个月） 方法2：正序，答对了。反序：首先，与正序混淆，然后根据经验连续答对了三次。黑色的（*B*）可能第一个出来吗？——可能。——（回正序，儿童移到桌子的另一边：问题3。）——可能是黄色的（*C*）。——为什么？——它就是这样走的。——（根据从左到右的顺序判断，而没有考虑到隧道洞口的位置，因为球是按照与之前相反的顺序进行运动。）看！（演示。）——不，是红色的（*A*）。——现在呢（重复）？——红色的。——（演示。）对。现在呢？——（同样的）黄色的（*C*）。——看！（演示。）——不再是红色的了。——看，现在我要转它了（问题4）。——红色的。——（之后轮流指着3个颜色。）在有5个颜色的物体的情况下，正序答对了，但反序还是答错了。

弗朗（Fran，4岁10个月） 方法2：正序答对了。反序：仍然预测的是正序。红色（*A*）然后是棕色（*B*）然后是黄色（*C*）。——（演示。）——是对的吗？——不是，因为红色从这里（左边）先出来到那里（右边），它从另一条路出来的。——再看（正序）。——红色。——然后现在呢（反序）？——黄色。——对。现在我要把这个隧道转一下。（问题4）哪个会先出来？——红色，因为它在那里（指着隧道的左端）。——对吗？（演示。）——不，因为它转了。——（再试一次。）——黄色。（正确。）——现在我要转2次。——黄色。——看，对吗？——不对，因为它已经转到另一个方向了。——我要转多少次才是红色的呢？——两次。——当我转1次呢？——黄色。——如果我转3次呢？——还是黄色。——如果转4次呢？（演示。）——棕色（*B*）。——为什么？——因为转了4次？——看。（演示。）——哦，不，还是红色。

方法3：正序答对了，但是反序在最开始的时候与正序相混淆。如果我转这条线呢（问题4）？蓝色（*A*）。看。——哦，不，黄色（*C*）。——为什么？如果

我转两次呢（演示但是隐瞒结果）？——绿色（*B*）——为什么？——因为转了2次。——它在哪里？——在蓝色的后面，在中间。——如果我转2次，它会先出来吗？——会，因为转了2次。——但它怎么能先出来呢？——你把它移动到蓝色的前面了。——通过什么从中间到右边了呢？——通过金属线。——它可以跳过蓝色的吗？——不能。——那如果我转两次，哪个会先出来呢？——绿色的！

德尔（Der，5岁6个月）　方法2：最开始认为反序和正序一样。看！（演示。）——不，它现在变了。——为什么？——因为它们回来的时候，它们没有转。所以是黄色（*C*）。——（再试一次正确了。）现在看！我在转这个隧道（问题4）。——红色（*A*）然后是棕色（*B*）然后是黄色（*C*）。——这样是对的吗？（演示。）——哦，不，是黄色！但在那边（在转半圈之前的右边）。——黄色是最后一个，但现在黄色是第一个（在转半圈之后的右边）。它怎么变了的呢？你认为？——哦，因为你转了盒子（隧道）。——（再试一次：正确。）好的。现在我要转几次，哪个会先出来？——我认为现在应该是红色，因为之前是黄色。——（补偿[①]！）现在看！他们跟之前一样（*ABC*）。我转2次。哪个先出来？——棕色！（很有信心。）——为什么？——因为你转了2次。——为什么？——在旋转之前它是在红色的后面和黄色的前面：在中间。——如果它在中间的话它怎么能到尾端的呢？——可能是这样发生的：棕色开始是在中间，而旋转之后它就到一端去了。——看！（演示。）——哦，不，是红色。——再看一次。（演示。）——黄色！——再来一次！（演示。）——红色！——再一次！（演示。）——黄色！——再一次！（演示。）——红色！——现在呢，再转一次呢？——将会是黄色。——为什么不可能是棕色呢？——因为棕色不可能转过来然后从这边出来。——现在我会转很多次（7—8次），哪个会先出来？——黄色（*C*）或者红色（*A*）或者棕色（*B*）！

方法3：在开始时同样混淆了正序和反序。然后问题4：蓝色（*A*）因为从这边出来（左边）所以是蓝色。——看！（演示。）——哦，不，它变了因为你转了它。——在随后的尝试中他轮流预测了*A*或者*C*。为什么不是绿色（*B*）？——除非你把其他两个拿走。——我要更快地转它。哪个会先出来？——绿色（*B*）。——为什么？——因为你这样做了！

此阶段中儿童的反应已经与其顺序直觉有关，这对于我们进一步探究直觉与运算之间的关系具有重要的价值。

首先，我们注意到参与实验的所有4岁以上的儿童，都能解决问题1，即他们已经认识到了正序以及在之后横向运动中的顺序守恒（conservation of order）：他们确定3个球并不能互相超越，因此系在线上的3个小人或者珠子在隧道或者纸板屏的另一

① 补偿（compensation）指物体改变形状而不改变质量时，其向度之一改变将在另一向度上获得补偿。——中译者注

端将以相同的顺序出现。显然，这种认识的来源是经验（至少有一部分是经验）。而几个月的幼儿还没有获得物体守恒的概念，因此根据我们所描述的情况，并不能预计到顺序的守恒。但一旦儿童认识到物体的不变性以及物体在隧道中或者金属线上无法互相超越的因果关系之后，儿童就能轻易理解在行程（向外地）中的顺序守恒，且顺序守恒也符合了对三个物体的直接经验。

在阶段 I 初期，个体不能推断出返程时物体的顺序与去程时是相反的。这是前运算直觉的一个典型特征。这种情况在不同儿童身上持续的时间不同。他们错误地认为当物体以 *ABC* 的顺序离开后，只能以同样的顺序返回。好像三个物体在散步，按顺序一个接着一个，并且不改变他们的位置。因为儿童已经从经验中获得了无数的例子，因此想象它们以 *CBA* 的顺序返回对儿童来说应当没什么困难。此外，对于儿童而言，如果细致地观察纸板隧道或者小人的位置，应该能够理解物体不可能以同样的顺序返回，因为它们不能相互改变位置，并且在每个访谈中我们都强调了超越和穿过的不可能性。那么，为什么儿童想不到反序，而是倾向于用实验中无法实现的正序回答呢？原因很明显，这也是我们对问题 2 的这些早期回答唯一感兴趣的地方。在这种纯直觉水平阶段，儿童只能回忆他们实际感知到的事件，并根据其事件的实际表征进行推理，而不能对其进行变换或反转。在反序的情况中，直觉地进行一个“心理实验”以详细描述运动过程似乎更加容易。因此一旦现实生活中的经验可以与实验中反序的情况联系在一起时，参与实验的儿童便会马上进行“心理实验”。比如，德尔说，“当它们返回的时候”（在实际观察到了返程后），“它们没有掉头，所以是黄色（*C*）在最前面”，或者还是像弗朗一样说“它从另一条路下来的”。但是重要的是，儿童在实际体验之前并不能预期到顺序的反转，必须等实际看到以后才能想象它们以反序返回。换句话说，儿童还不能直觉地预期到反序的出现，而只能在观察到了之后进行回忆和归纳。简而言之，儿童拒绝想象这种简单的顺序反转，因为他们除了简单的复制，完全不愿尝试心理表征（mental representation）行为，所以出于惯性，他们更倾向于按照原来的样子保持原有的知觉图像 *ABC*。

在问题 3 和问题 4 中，错误的发生不再是由于心理上的惰性，而是由于一个更加费解的系统上的困难。问题 3 的结果对这个阶段没有很大的意义，因为它意味着观察了 2 次或者 3 次的返程之后对问题 2 的解决。然而，我们发现了一个有趣的现象。（亚奇）经过重复的观察，儿童已经明白物体 *A* 总是从隧道左端出现，物体 *C* 总是从右端出现。而当他坐到桌子的另一边时却并没有给出顺序相反的回答，而是期待物体 *C* 仍然在右端出现，但实际上应该是物体 *A* 在右端出现。换句话说，他不是根据物体在隧道中的运动方向来推理的，而是根据其自身绝对位置的静态指标。这恰恰是出于儿童缺乏对运动的相对方向的理解以及对绝对位置参照的依赖。关于这一点我们将在儿童对问题 4 和问题 6 的回答中有所发现。

事实上，儿童对问题4的回答出奇地一致，从完全不理解半周旋转的作用到开始有经验性的认识。这个失败的原因很明显：儿童坚信物体*A*首先从右手边出来，物体*C*从左手边出来，而既没有考虑隧道或者金属线的半周旋转，也没考虑问题3中自身位置的改变。因此，儿童会再次根据其右边的绝对位置的静态指标进行判断，而不是根据物体的运动方向，即物体*ABC*或*ABCDE*在进行了半周旋转后顺序发生了反转。当第一次提出问题时（儿童看着隧道或者金属线被旋转，但是看不见*ABC*物体），所有处于这个阶段的儿童期待物体仍以顺序从右边再次出现。但一旦看到了实验结果，儿童虽然会认识到自己错了，但是他们不能理解为什么错了，或不能马上理解。这就是与问题2之间的本质差别。在儿童再次尝试回答这一问题时，即儿童已经考虑了他所看到的结果之后，儿童通常仍会认为物体*C*会是第一个出来。但对之后提问的回答表明这仅仅是经验的联想的结果，儿童并没有理解其中的原因。有些儿童确实会这样回答："这是因为隧道旋转了"，但*C*第一个出现与隧道旋转是同时出现的，并且引起了他的注意。因此将两者联系起来仍然不能证明他理解了其中的原因。比如，弗朗，在第一次试验中就给出这个答案（在他给出基于绝对位置的最初的错误之后："是红色的，因为它在那边"，即在右边），他认为在两个连续的半周旋转之后，物体*C*将最先出现。至于德尔，他在错误预测之后，被所看到的震惊了："但是在那边（右边）黄色是最后一个，而现在那边（再次右边）黄色又是第一个——怎么会变了呢？。"而他没有经过思考的回答是："哦，因为你转了盒子。"他好像完全理解了，但随后他认为黄色（*C*）和红色（*A*）会轮流出现，而没有考虑半周旋转的次数。方法3也是一样。总的来说，这个阶段的儿童对问题4有两种类型的答案。第一种是，儿童不考虑旋转，仍期望正序继续出现。因为儿童是根据隧道或者金属线的末端位于他的左侧还是右侧，而不是根据运动本身的方向来预测物体出现的顺序。第二种，当实验已经结束，并发现了错误之后，儿童确实将反序归因于半周旋转，但是仅仅是以一种经验的方式（即后此谬误[①]），而非想象物体本身的反转。出乎意料地出现了物体*C*，对儿童来说似乎是一件碰运气的事情，而不是对运动路线理解的结果。对问题5到问题7的回答很容易就能证明这点。

事实上，问题5和问题7是对问题4的自然补充。如果儿童理解了第一个半周旋转会反转顺序的话，他就能理解第二个半周旋转会使反转的顺序又转回来。换句话说，完整的360°旋转完全不会改变顺序（问题5）。事实上，如果儿童采用运算思维（operational thinking）而不仅仅是直觉思维（intuitive thinking）的话，他将理解两个反转是一个简单的负负得正的运算。而如果依据经验观察得到一个半周旋转会改变顺序的结果，他就无法预测到两个半周旋转的结果。同样地，问题6是在问题5基

---

① 后此谬误指根据事件发生的顺序而得出结论的逻辑谬误，即因为事件*Y*发生在事件*X*之后，所以事件*Y*必定是由是事件*X*造成的。——中译者注

础上的推广，即仅涉及连续地轮流出现正序和反序的问题。

此阶段的儿童对问题 5 和问题 6 的回答揭示了年幼儿童的反应在多大程度上保持其前运算（pre-operational）的水平。比如说，安预期在两个半周旋转之后中间的球 *B* 会先出现；预计 *C* 或者 *B* 会在三个半周旋转之后先出现，但是当 *B* 没有出现时，他期望在 5—6 个半周旋转后，*B* 会先出现。德尔看到一个半周旋转之后 *C* 先出现了，就认为在几个旋转之后"红色会先出现，因为之前是黄色先出现的"，好像应该对 *A* 的出现有某些补偿，而未考虑旋转的次数！他十分深入地应用了这个规则，以至于即便是在进行了两个半周旋转的情况下，他仍然预测中间物体 B 将会先出现。简而言之，儿童不理解连续旋转之间的关系，即运动方向及其反方向的关系（这是我们关注的地方）。这也验证了问题 3 的结果：由于儿童无法根据其左右确定物体出现的顺序（因为这个预测规则与实验结果相矛盾），因此儿童并不是通过想象隐藏的物体或者它们的顺序来进行预测，而是根据他们的奇思妙想，即就像在这些物体中抽签一样控制它们的旋转的频率和补偿来预测哪个物体会先出现。

这种不受任何控制的心理表征，甚至是以例如幻想的直觉预期的方式进行的表征，在儿童回答问题 7 时表现得尤为明显。实际上，在实验者没有任何提示的情况下，4 到 5 岁的儿童均自发地认为在 *ABC* 三个成直线排列的元素中，如果运动的方向改变了，中间的元素 *B* 可以变成第一个。而在一次返程之后，当儿童从经验中意识到不可能是 *A* 第一个出现时，则儿童认为 *B* 首先出现的情况变少了。相反，当隧道或金属线做了一个半周旋转之后，预测 *B* 是最先出现的情况变多了。比如说，安在两个半周旋转之后，说"因为你转了两次"，所以预期是 *B* 最先出现。实验的结果是 *A*，而他仍然重复他的假设认为是 *B*，"因为你转了 3 次"。当实验结果是 *C* 时，他在多次旋转之后再一次预计了 *B*，"因为你转了很多次"。然而他自己声称球在隧道中不能绕过其他球，因为"洞太小了"。如果 *B* 在中间意味着"它在红色的（*A*）后面和黄色的（*C*）的前面"，因此无论运动的方向如何，*B* 始终位于第二。然而在转了更多次并预测 *A* 和 *C* 先出现之后，安得意扬扬地宣称"现在应该是棕色的"，"因为你转了不知道多少次"，好像半周旋转的次数不可避免地改变了物体的顺序。最明显的是，在意识到"噢，不，还不是那个"之后，尽管在中间的玩偶 *B* 被金属条钉在 *A* 和 *C* 之间，在方法 3 中他仍然坚持假设 *B* 会最先出现！罗斯也是一样，认为玩偶 *B* 会最先出现"因为它转了方向"。在看三遍演示之后，说"因为这根线所以它不能改变位置"。弗朗和其他儿童的推理也相似。德尔，在注意到自己的失败之后，似乎看穿了这一切（"你必须把其他的拿走"），但当转得更快的时候他又回到了最初的观点，"因为你这样转了它"。

这些现象在儿童几何学研究及其对运动的理解研究中是很有趣的一部分。对我们而言它涉及了两个相关的结论，第一个是"两者之间"关系的本质，第二个是前运算直觉。

著名的希尔伯特（Hilbert）公理指出“如果 B 在 A 和 C 之间，那么它同样也在 C 和 A 之间”。换句话说，不管运动的方向如何，“两者之间”的关系都是保持不变的，无论这种关系是在我们脑海中，还是在实际的运动中。而对于这些儿童而言，起初这个命题还不是公理，并不能得到他们的认同。但在实验中这种关系变成了一个简单的、实验性的事实。这种最初缺乏理解的现象让我们马上联想到 10 到 12 个月的婴儿的行为。他们为了把圈套在线上，不是将线滑进圈中，而仅仅把圈和线碰在一起，好像这样就能让圈包住线。但经验教会了他们存在于圈和线之间的拓扑关系。在“两者之间”关系的情形中，无论运动方向如何，其顺序守恒的意义是什么？如果 A，B，C 是位于同一直线上的三个物体，那么只有移动到二维空间，B 才有可能不再位于 A 和 C 之间；如果 A，B，C 位于同一平面，且平面上的任何物体都不能发生相对移动，那么只有将 B 移动到三维空间，B 才有可能不再位于 A 和 C 之间；最后如果 A，B，C 属于同一个物体，且每一个部分的顺序都不能改变（不管是因为盒子太窄不能互相跨越，还是因为这些圈或者珠子都穿在同一根线上等），那么 B 只能移动到第四维空间才能离开原来所处的中间位置。但引入四维概念就意味着人们不打开盒子就能把物体从盒子中拿出来，不用脱下手套就可以将其从左手换到右手等。所以像婴儿一样不从圈内把线穿进去，或是改变狭窄隧道中三个球的方向，又或是改变穿在同一根线上的三个物体的顺序，这些现象从本质上是可能出现的。只有在我们三维世界中才是不可能。因此唯有经验才能逐渐帮助儿童理解这些现象。在相当常见的线和圈例子中，2 岁以上的儿童才能有实验性的突破——认识到要将线穿过圈中。在与儿童生活距离比较远的例子中，比如说球在隧道或者珠子穿在线上，必须要等到 5 岁才可以被理解。但是在所有的这些情况中，由于三维空间确实是真实存在的，因此在实验中不可能出现位置调换。相反，儿童一旦意识到了与正序 ABC 相对存在反序 CBA，则 B 出现在中间位置就是必然的：事实上，一旦从运算的角度认识到反序仅仅是将正序反转，而不改变序列中任何物体的位置，则“两者之间”的位置关系就是对称的，且任何顺序都不能改变中间的位置。在阶段 I 中可以看出，儿童到此时为止仍未在逻辑上建构出反演运算，而仅仅是经验的观察：因此，儿童对“两者之间”，即中间位置的关系的理解，理所当然地处于前运算和直觉状态。

但是有待于我们去探索的还不止这些。即使此阶段的儿童缺乏运算能力，并且只能运用直觉的方法解决问题，为何儿童仍倾向于建立一个大胆的假设，即对位置进行不合理的改变，而不是对进行半周旋转的物体建构一个清晰的影像。他们十分清楚自己的假设缺乏逻辑，而失败的原因也并不是因为不能回想起实验设备中已经发生的情况。事实上，由于没有理解反演的原理，他们仍然认为位于中间的物体 B 首先出现的概率与两端的 A 和 C 首先出现的概率一样。因此，从他们的反应中能看出，经验或者直觉思维有时会完全阻碍运算群集的发展，进而导致难以想象的意象

或者难以被直观地理解的直觉。按照逻辑思维发展的某一特定水平的观点来看，这一点是极具启发性的。造成这种奇怪又矛盾的现象仅仅是因为两个独立分离的结构（依照即时体验在单个知觉领域中所提供的意象，每一个意象整体都是独立且一次形成的）无法得以联系。由于直觉之间的关系并不等同于直觉表征的物体，而且直觉之间的关系可以相互替代。因此，如果不同直觉间继续保持这种失联的状态，就需要个体使用运算通过可逆的转换系统填补直觉间的空白。运算通过将组织化的程序应用到直觉之间的关系上，进而把不同直觉联系起来。这样的程序仅应用于直觉自身的领域。而在这些程序变得机动且可逆之后，它们将被推广到其他领域。

第二节　阶段Ⅱ：返程的反序与中间物体位置的不变性

亚阶段Ⅱa：不理解半周旋转的作用。

亚阶段Ⅱb：可以预测一次半周旋转的作用，但无法进行概括。

阶段Ⅱ儿童开始进行直觉整合，但是不能进行运算化概括。例如，当从 3 个物体变成 5 个物体，或者从 2 个旋转变成 3 个旋转时。以下是亚阶段Ⅱa 的一些例子：

克里（Chri，5 岁 4 个月）　方法 1：看着这些进入隧道的珠子。他们会如何从隧道的另一边出来？——红色（*A*）先出来，然后是黑色（*B*），蓝色（*C*）是最后。——好，我现在让它们回来。它们的顺序是？——蓝色（*C*）最开始，然后是黑色（*B*）和红色（*A*）。——为什么他们的顺序反过来呢？——因为你让他们从另一个方向过来的。——好的。现在，看：我现在要像之前那样把它们放进来，然后我会把隧道转过来。哪个会先出来——？红色（*A*）。——为什么？——因为线反过来了。——然后呢？——黑色（*B*）和蓝色（*C*）。——看：它们现在要进去了，然后我要像这样转一下隧道（半圈）。哪个会先出来？——红色（*A*）。——（实验。）对吗？——不是。是蓝色，因为你让它走另一边了。——我们再来一遍（同样的解释）。哪个会先出来？——红色（*A*），因为线在这一头。——看。（实验。）——哦，不，还是蓝色因为它转到另一边去了。——（重新开始）现在呢？——蓝色。（正确。）——现在，听我说：我要转两次隧道，不再是一次。哪个会先出来？——蓝色。——为什么？——因为它被转到另一边去了。——看。（实验。）——哦，不，是红色！我以为它会从那边出来。——（转几次。）哪个会先出来呢？——红色或者蓝色。——为什么？——或者是黑色。——为什么？——哦，不是，它不可能出来，因为它在中间。

若斯（Jos，5 岁 6 个月）　方法 2：（问题 1）。红色（*A*），然后是棕色（*B*），然后是黄色（*C*）。——对，现在它们回来了。它们以哪种顺序回来的？——黄色

（*C*），然后是棕色（*B*），然后是红色（*A*）。——为什么？——因为它们回来了。——现在它们进隧道了，但有趣的是，我要颠倒一下这个。哪个会先出来？——我不知道。（看了很久以后。）红色。——为什么？……（演示。）——黄色！——为什么？……（重新开始。）现在呢？——黄色。——为什么？——因为你转了一下它。——对，现在我要连续转两次。哪个会先出来？——黄色。——（演示。）对吗？——红色。——为什么？……

贝尔（Ber，5岁8个月）　方法2：简单的返程问题答对了。旋转半圈。红色（*A*）。——为什么？——因为它在最前面。——看。（实验。）——黄色。——为什么？——我不知道。——（重新开始。）——黄色。——为什么？——因为它转过来了。——（重新开始。）可能是棕色的吗？——不可能，它在中间。

方法3：简单的返程问题答对了。旋转半圈。——黄色（*C*）。——很好。为什么？——因为它在最开始的位置。——好。我现在让它们回来。哪个在最前面？——蓝色（*A*），然后是绿色（*B*），然后是黄色（*C*）。——很好。现在我要转两次。哪个在最前面？——我想应该是黄色（*C*）。——为什么？——因为你转了两次。——看。——哦，不，蓝色（*A*）。——为什么？……

维尔（Wil，6岁）　方法1：简单的返程问题答对了。旋转半圈。黄色（*C*），因为它在另一头。——（对。）再来一次。——黄色（对）。——好。现在我要转两次（转一圈）。哪个最先出现？——黑色（中间的！）。——为什么？——不，是黄色（*C*）或者蓝色（*A*）或者黑色（*B*）。——看。我要把它们放在最初的位置，然后转一次（转半圈）。哪个先出来？——蓝色（*A*）。——（已经忘记最开始的正确答案。）看。——不，是黄色。——现在呢（转2次）？——黄色。——看。——不，是蓝色。——那现在呢（转3次）？——蓝色。——确定？——不。——可能是黄色？——是的。——可能黑色（*B*）吗？——也可能。——那转5次呢？……黑色会一直待在中间吗？——不会。

皮尔（Pil，6岁）　方法2：正序回答正确。——如果它们返回是什么样呢？——棕色的（*E*），然后是绿色（*D*），然后红色（*C*），然后蓝色（*B*）和黄色（*A*）。——很好。为什么？因为它们转过来了。——红色的（*C*）可能第一个出来吗？——永远不可能是红色的（*C*）；它在蓝色（*B*），和黄色（*A*）的后面。——现在我们重新开始，但是你要绕过去坐在桌子的另一边（问题3）。哪个会先出来？——绿色的（*D*）。——为什么？——它们会转过来。——（实验。）——看，黄色！——看。我们现在重新开始，但是我会转一下隧道（180°）。哪个会先出来？——这次应该是蓝色（*B*）。——因为你转了它，它也转过来了。——（实验。）——哦，不，是棕色的（*E*）。——现在呢（360°）？——黄色（*A*）或者棕色（*E*）。——只有这两个？——可能是红色（*C*），因为你最后转了它。问题6：完全错误。

拉恩（Lan，6 岁 6 个月） 方法 2：返程。红色（*A*），不，黄色（*C*）。——为什么？——因为红色的（*A*）在那边。——（重新放置球，半周旋转。）——红色（*A*），然后是棕色（*B*），然后是黄色（*C*）。——看。（实验。）——错了，我认为是红色是因为它在这一头。——为什么是黄色呢？——因为你把它转过来了。——现在我要转两次。红色（*A*）（正确）。为什么？——因为它在这一边。——如果我再转一次呢？——红色，因为它在这边……不，黄色！——（回到一个半周旋转。）——红色（错误）。拉恩完全没有提到棕色（*B*）。

韦厄（Wag，7 岁 3 个月） 方法 2：返程：黄色（*C*）。首先因为它之前是最后一个，而且它们无法打乱顺序。——（转半圈。）——红色（*A*）。——看。（实验。）——黄色（*C*）。为什么？——因为你改变了球，你转了一圈（360°）。——红色。（3 个半周旋转。）——红色的。——看！——不，黄色的，因为如果你转了 4 次就是红色。——棕色（*B*）呢？——（他笑了。）

方法 3：返程和半周旋转问题回答正确。12 个半周旋转后绿色的还在中间吗？——不。——为什么？——不，还在中间，因为你把它转过来了，而且你不能把它拿出来。

马尔（Mar，7 岁 6 个月） 方法 2：返程：正确。半周旋转：红色（*A*）。——看！——不，黄色。——为什么？——因为你转了它——（两个半周旋转。）——黄色，哦，不，是红色。——（旋转 3 次。）——红色。——看！——不，是黄色。——（旋转 4 次）？——红色。——（转任意次。）——可能是红色或者黄色。——不是棕色（*B*）？——不，因为它在中间。

与阶段Ⅰ中的初级直觉和亚阶段Ⅱb 中运算出现的前兆相比，这些处于中间阶段的儿童的回答是很有趣的。

我们注意到大部分儿童都正确地预测了返程顺序（问题 2）。而即便当物体数量变为 3 个或 5 个时，儿童仍然可以正确预测返程顺序。但是我们仍然想知道这个发现是直觉的，还是已经变成了运算的。换句话说，返程的顺序是仅仅根据经验得知，还是根据可逆性（reversibility）而知。在理解反演的过程中，此阶段的儿童通过直觉期望或者理论表征已经能够想象三个人列队返回，彼此不能超越也不能交换位置。这就是克里说的（它回到前面了“因为他们从另一边过来的”），特别是韦厄：“黄色在第一个因为它之前是最后一个，而且它们的顺序不能打乱”。确实，若仅根据问题 2 本身，运用运算推理就是会这样解释，但运算和清晰表述的直觉（articulated intuition）[①] 之间的差异在于前者可以引起概括化，而后者则仅被限制在产生物体间关系的小范围内，并不能推广到其他问题上。从这一点看来，儿童对反演的发现并不

---

① 清晰表述的直觉与简单直觉相对，是指连续性调节的产物，即可以清晰地表述事物间笼统的且无法分解的原始关系，但仍然不是真正的“群集”。——中译者注

能帮助其立刻得出问题 3 到问题 5 的答案，而是慢慢地得到答案，这正是这一阶段儿童发展的特点。

首先，儿童在理解反演之后最快解决的是问题 7（中间位置的不变性）：如果只有在不发生任何跳跃的情况下才能想象出正序和反序，那么中间的物体就只能待在其原有的位置。但很有趣的是，我们观察到回答出了问题 2（反演）的儿童并不一定能回答出问题 7。当只有 3 个物体时，儿童很容易得出问题 7 的答案，但是维尔（6 岁）一次就解决了反演和半周旋转的问题，但在旋转了 360° 之后，他却预计中间的物体会最先出现。克里也是一样的，在转了几个半圈之后，认为中间物体最先出现的可能性仍然存在（尽管比那些在两端的物体出现在最前面的可能性要小），然后又更正了自己。而当出现 5 个物体时，儿童此时对反演的理解（比 3 个物体时更困难）将使其认识到中间元素（即现在的位置 3）永远不会出现在最前面。例如皮尔（6 岁），他正确预测了 5 个球的反序（“因为他们转过来了”），而并不认为中间物体在返程可能会首先出现；当他绕过去坐到另一边时，认为倒数第二位置的物体 *D* 会最先出现（问题 3）；在进行半周旋转的时候认为第二个物体 *B* 会最先出现，而在旋转一周的时候认为最先出现的不是两端的物体就是中间的物体：因为他并不认为三个位于中间的物体是不变的，因此他对返程的心理体验依赖于清晰表述的直觉，而绝对没有达到运算水平。因此，我们可以得出结论，在亚阶段Ⅱa 中儿童对问题 7 的回答（即中间物体的不变性）仅仅是清晰表述的直觉的结果（和反演一样），是基于对设备表象中跳跃的不可能出现而产生的：韦厄说到中间的物体时，“因为你转了它（即因为你仅仅转了它），而且你不能把它拿出来”。而如果问题 7 已经涉及运算的话，则儿童在解决问题 2 和 7 的基础上可以直接解决问题 3－7。

在亚阶段Ⅱa 中，儿童对问题 3 到问题 7 的回答充分说明了不能产生群集运算的原因。不管设备进行哪种半周旋转，当儿童移动到桌子的另一边的时候（问题 3），我们马上发现他们不能颠倒左右，也不能理解物体 *A* 将在他左侧先出现（见皮尔）。此外，在第一个半周旋转问题上（问题 4），儿童不能预测反序（即以此初始预期的失败区分了亚阶段Ⅱa 和亚阶段Ⅱb：只有维尔是个例外，但是因为他没有回答出问题 7，因此他至此仍明显属于亚阶段Ⅱa）。但是当儿童已经观察过在一个半周旋转后出现的反转顺序后，儿童便马上将这个经历考虑在内（除了在阶段初期的儿童外），因此儿童能预期到如果我们把所有物体归回原位，然后重复进行一个半周旋转，则反演将再次出现（贝尔和其他儿童甚至将这个结果从方法 2 推广到了方法 3 上）。尽管在重复之前情形时，处于亚阶段Ⅱa 的儿童能够以这种方法将其经验考虑在内，但他们仍然不能理解旋转的结果。因此他们不能将第一个半周旋转中所学的内容推广到随后的情形中去。克里、若斯和贝尔在两个半周旋转的情况中（问题 5）选择了和在一个半周旋转情形中相同的答案，好像半周旋转的数目不重要，仅仅是旋转隧道

或者线就能保证最后一个元素（*C*）的首先出现。此外，拉恩、韦厄和马尔成功解决了问题5，所以在2个半周旋转的情况下颠倒了之前在一个半周旋转中观察到的反序（但是在实验之前没有预期到最初的反演），但在三个半周旋转时，他们已经完全糊涂了。只有在观察了一个、两个、三个半周旋转的结果之后，维尔和马尔（两个发展最快的儿童）才开始有模糊的概念，即随着每一次的半周旋转其顺序就会改变。这是亚阶段Ⅱb才有的反应。因此，很明显，在亚阶段Ⅱa的过程中，问题3到问题5只有不断试误的情况下才能得以解决，且至此没有任何转化的群集出现。

运算存在的标志是群集。由于儿童还没有认识到群集（所以没有给出问题3到问题5的答案），我们认为问题2到问题7的正确答案应该基于是直觉的，还不是运算的。但这难道不是用未经证实的假定作为依据进行狡辩吗？难道不能承认当前的反序和中间元素位置的不变性虽然较其他运算更为简单，但已经算是产生群集前的运算吗？最重要的是，我们难道不能认为旋转与顺序关系没有任何联系吗？难道不能认为在问题1（正序），问题2（反序），问题7（"两者之间"的关系）中，所考察的关系就已经足以证明在形成基于"位置变化"的自动群集之前，便已经形成了一个基于"位置"的自动群集呢？

这些问题可以用两种方式来回答。一方面，从逻辑上来说，显然顺序关系和位置变化都暗含着运动的方向。而两者都与序列中作为参照点的系统位置有关，甚至这两种类型的群集是不可分割的（见结论1和结论2）。另一方面，从心理学上来说，我们有必要确认个体在改变其自身位置或者序列物体的位置发生改变时，个体是否仍然能够反转任何顺序关系。依据问题3，4和6中的安排，即在问题1和2的基础上预测去程和返程的顺序，儿童仅依据自动调节性自发地根据左右或者前后顺序来预测最远到达的物体：比如说，当拉恩预测返程（问题2）物体（*C*）的出现，他很简单地说"因为（*A*）属于这边"，因此每个物体永远在"它那边"。在这样的解释中没有包含任何推理的成分。因此，只有基于问题3到问题7的回答才有可能确定是否存在运算性的反演。

即便如此，儿童清晰表述的直觉，即在此基础上解决了问题2和问题7，确实以如下方式充当了早期静态直觉与运算之间的过渡。最开始，儿童只有对某些特殊情况才能成功地进行直觉想象，这些想象是根据他之前的动作所感知的（与感知运动阶段不同，感知运动阶段的个体并不主动想象任何事情，而是他所感知到的事物立刻激起了其动作程序并延长了其知觉过程）。此时，这些特殊情况下的直觉图像将充当动作的内化模型。但是从思维的观点看来，因个体不能想象连接这些直觉图像的动作，所以对于儿童而言这些直觉图像间仍然是分离的。当个体处于阶段Ⅰ时，个体凭直觉先后确定物体*B*在物体*A*和*C*之间，或者物体*B*在*A*或*C*的前面或后面。但他们不能甚至没有试图去想象*B*是如何改变与*A*或*C*之间的位置的。然后，个体

努力用直觉表征去填补这些差距，其中包括从一个图像到另一个图像直觉地预期或重构其动作本身。这种心理体验构成了清晰表述的直觉，比首个简单感知重构的静态直觉要更灵活。因此在阶段Ⅱ中，个体正是以这种方式想象到物体 *ABC* 以相反的顺序 *CBA* 返程，尤其是他是如何逐步（并非马上）发现 *B* 无法与 *A* 或者 *C* 互换位置。但是这种清晰表述的直觉仍然不是运算，因为这些直觉仅仅是对原始直觉的改造或者扩散，而个体还不能对其进行概括化或者调节，因此只要这些直觉不能被"聚集"在稳定而可逆的运算整体中，则个体仍将处于前运算阶段。

处于亚阶段Ⅱb 的个体，虽然不能完全解决问题（问题 5 和问题 6 一起），但是当他们自己改变位置（问题 3）或者当设备中进行了一个半周旋转（问题 4）时，他们已经可以正确地预测顺序。甚至在该阶段末期时，当设备中进行了两个半周旋转（问题 5）时，儿童仍然能够正确地预测顺序。

苏尔（Sur，5 岁 6 个月）　方法 2：用 3 个物体：返程答对了。那如果我像这样转它呢（问题 4）？——那将是黄色（*C*），然后是棕色（*B*），然后是红色（*A*）。——为什么黄色是第一个？——因为你转了那个隧道。——看。（实验。）答对了。现在我要转两次（从最初的地方再开始）。哪个在最前面？——黄色，因为……我不知道。——看：我转 1 次（很慢），然后再一次（同样很慢）。哪个？——红色，因为它最开始是在最前面，然后你转了隧道 2 次。——如果转 3 次呢？——我不知道。——1 次呢？——黄色。——2 次呢？——红色。（在儿童面前演示每一次旋转，但是不给出结果。）——3 次呢？——黄色。——4 次呢？——红色。——5 次呢？——黄色。——6 次呢？——红色。——好的。现在听我说：如果我转 2 次呢？——红色。——转 4 次呢（仍然在儿童的面前转隧道）？——黄色。——6 次呢？——红色。——8 次呢？——红色。——10 次呢？——黄色。——如果我继续转，棕色的（*B*）有可能在最开始出现吗？——不可能，因为它在中间。

布鲁（Bru，5 岁 7 个月）　方法 2：用 5 个物体。返程（问题 1）正确。红色（*C*）可能最先出来吗？——不。那不可能：对它来说那太远了，而且它在中间！——（儿童移到桌子的另一边去了。）那边（儿童的右边）哪个会先出来？——黄色（*A*）。（正确。）——如果我这样转呢（180°）？——棕色（*E*）因为你转了它。——如果我转隧道的话，其他的，比如说蓝色（*B*），或者绿色（*D*）会先出来吗？——不。只有黄色（*A*）或者棕色（*E*）有可能，其他的在中间。——看。（360°）。——棕色（*E*）。——再转一次呢（很慢，他很仔细地看）？——黄色（*A*）。——看。（实验。）正确。现在转三个半周旋转呢？……你能告诉我哪个在最前面吗？——不，要看情况。——要看什么情况呢？——一次是棕色（*E*），一次是黄色（*A*）在前面，但是你不能事先知道会是哪一个。

亚奇（Jac，6 岁 10 个月）　方法 1（3 个物体）：返程答对了。如果我这样转

它呢（180°）？——会是蓝色（C），因为那个是在前面，现在你转了这根线。——转两次呢？——红色（A）因为你转了两次后它就是在最前面。——为什么？——因为上次它在最后面。——3 次呢？——红色（A）或者蓝色（C）。——是哪一个？——不知道。——黑色呢（B）？——不会，因为它在中间。——它不可能到前面来吗？——不可能，因为你必须把珠子从线上取下来才能改变它们的位置。——转 3 次呢？——蓝色（C）。——转 5 次呢？——红色（A）。等等。

曲尔（Quel，6 岁） 方法 2（3 个物体）：返程答对了。因为黄色（C）之前是最后一个：现在是最前面一个。（180°）。黄色（C），然后是棕色（B），然后是红色（A）。——转 2 次呢？——红色（A），然后是棕色（B），然后是黄色（C）。——为什么红色第一个出现？——因为上一次黄色是第一个所以这次红色是第一个。——3 次呢？——黄色。——为什么？——因为上次是红色第一个。——4 次呢？——黄色。——看。（实验。）——哦，不，是红色，因为上次是黄色。——5 次呢？——（想了一会儿。）红色，黄色，红色，黄色，红色；是红色！——很好。现在我要转 3 次（从最初的位置）。——红色。——看。（实验。）——不，是黄色。——4 次呢？——黄色。（错误。）——可能是棕色（B）吗？——不可能，因为它在中间。

莱佩（Lep，6 岁 8 个月） 方法 2（5 个物体）：正序和反序都正确了：红色（C）有可能在最前面吗？——不可能，因为棕色（E）在最前面，红色不可能在那个位置。——来坐到这边（问题 3）。那个会在最前面？——黄色。（正确。）——如果我转动它呢（水平转 180°）？——棕色（E）。——如果像这样呢（垂直 180°）？——还是一样的。——你怎么知道哪个最先出来的？——我看着你，第一次你是这样转的，然后那样转。——如果像这样呢（360°）？——黄色（A），跟之前还是一样的。——那现在呢（不止 3 次）？——我不知道。即使回到最初的位置再开始数，莱佩也没有发现规律。另一方面，他从来没有预测任何中间三个物体出现在最开始。

皮亚（Pia，7 岁） 方法 1：返程答对了。180°。——黄色（C），因为在此之前是蓝色（A）。——转 2 次（360°）？——蓝色或者黄色。——看。（180° + 180° 很慢）？——蓝色（A）因为开始是蓝色在最前面，如果你转一次是黄色（C），如果你再转一次又是蓝色（A）。——4 次呢？——蓝色（A），因为是蓝色，黄色，蓝色，然后又是黄色，蓝色。——5 次呢？——（他又算出来了。）黄色。——6 次呢？——蓝色。——3 次呢？——蓝色。（错误。）——11 次呢？——蓝色。（错误。）——那黑色会第一个出现吗（B）？——不会，因为它总是在中间：因为其他两个在它旁边所以它不能先出来。

欧德（Od，7 岁 6 个月） 方法 2：同样地开始。（问题 4 到问题 6）：1 次？——黄色（C）。——2 次？——红色（A）。——3 次？——黄色。——4 次？——红

色。——5 次？——黄色。——6 次？——红色。——25？——黄色。——40 次？——红色。——48 次？——黄色。——52？——红色。——58 次？——黄色。——1 次？——黄色。——2 次。——红色。——4 次？——黄色。——6 次？——红色。——8 次？——黄色。

有趣的是（有可能成为特征），我们可以注意到儿童在解决问题 4 到问题 6 有了进步时，才表现出了稳定的的调节性。在亚阶段Ⅱa 中儿童不能通过预测解决问题 4（一个半周旋转），但通过经验学习，认识到顺序随着旋转而改变。在开始时儿童同样也不能解决问题 5，不理解旋转两个半圈等于旋转一圈。然后，当他解决问题 4 后，仍然不能解决问题 5，认为旋转三个半圈等于旋转两个半圈。因此我们在亚阶段Ⅱa 儿童身上观察到了发展的三个连续步骤：从零个到一个半周旋转，再从一个半周旋转到两个半周旋转，最后从两个半周旋转到三个半周旋转。处于亚阶段Ⅱb 的儿童继续如下发展。首先，儿童能够通过预测自发地解决问题 4：在一个半周旋转（水平或者垂直）之后会颠倒顺序。同样也解决了与这个新方法有关的问题 3［观察者改变了位置，顺序守恒（conservation of order）］和问题 7（中间物体的位置不变）。有趣的是，当问题 4（一个半周旋转）一旦自发地得以解决，问题 5（两个半周旋转）也解决了：反序的反序又变成了正序（皮亚说，“刚开始的时候蓝色是第一个，如果你转一次，就是黄色，如果你再转一次又是蓝色”）。只有在 5 个物体的情况下，才存在犹豫不决的情形（见布鲁的例子）。在亚阶段Ⅱa 中，由于儿童只有在实验结束之后才能解决问题 4，在观察到答案之后并不会直接引起问题 5 的解决，因而存在一个时间差。因此问题 4 和问题 5 的同时解决标志着下一个阶段的出现。一旦到达这一阶段，儿童便继续向前发展。首先，在旋转三个半周的情况中，亚阶段Ⅱb 发展最慢的儿童没有立刻得出答案（苏尔、布鲁和亚奇），而发展最快的儿童马上就能回答正确了。但是如果在旋转一个和两个半圈问题之后，马上提出旋转三个半圈后物体对应的顺序问题，他们就无法答对（比如曲尔和皮亚）了。我们发现有些儿童似乎在回答完旋转三个半圈问题之后便筋疲力尽，无法答对旋转四个半圈的问题，即使是在每个半周旋转之后问他也是一样（如曲尔），而有些儿童只有按照顺序提问时才能成功。最后，在之后的情况中，我们必须区分那些在 5，6，7，…个半周旋转中很容易就发现了顺序交替的儿童（发展最快的，例如欧德等），和那些完成了“*n*”个半周旋转以后才能发现顺序交替的儿童，旋转的次数 n 随着儿童的发展水平而逐渐增多，正如我们先前看到的儿童最多只能回答到旋转四个半圈的问题。

因此，我们观察到的得以区分亚阶段Ⅱb 的上限，其共通性在于：当按照数字序列（1，2，3，…，“*n*”个半周旋转）来提问时，儿童能够根据每次新的半周旋转来改变物体的出现顺序；但是当变成从一个数字跳到任意数字来提问时，一旦数字超过 3 或 4 个半周旋转，或者在开始往回数的情况下，儿童就开始混淆不清了（见亚

奇、苏尔和皮亚的例子，甚至欧德在访谈最后的回答也是如此）。

这些事实证实了从直觉思维到运算思维的早期过程的模式。事实上，问题在于我们需要同时解释在亚阶段Ⅱb反复出现的失败和在该阶段出现的典型发现：即在旋转半周后的反序和在旋转一周后反序的反序，换句话说，又变回了正序。同时获得的这两个发现无疑已经接近了运算，因为它满足运算思维的两个标准，即反演运算（反序）和之后的一个精确"组合"（反序的反序）。另一方面，因为儿童不能立即对发现的解决方案进行概括，所以它们还不完全是运算的。此阶段的儿童必须按照实物的连续数字序列才能数数（不能仅凭想象），因此，对于他们来说，从一个次数的半周旋转跳到另一个次数的半周旋转的反演的"组合"仍然是不可能的。因此，我们发现了"清晰表述的直觉"的上限和运算的下限。换句话说，从亚阶段Ⅱa开始，在儿童可以成功地想象物体从相反的方向返回（问题2）和中间物体的不变性（问题7）之后，他们已经能够对这些清晰的直觉进行简单地改进，从而进行简单的半周旋转颠倒顺序的心理实验（问题4）。当这种推断性反演来源于基于想象中的预测而非对实验的观察时，儿童可以立即对在两个半周旋转之后的顺序进行正确预测。在亚阶段Ⅱa中，这一现象变得非常普遍。当儿童在一个半周旋转之后观察到了顺序的颠倒时，发展最快的儿童就已经能从中得出两个半周旋转是顺序的两次颠倒的结论。但是由于儿童对每次半周旋转争取遵循他脑海中反转的每一个细节，所以，他只能逐步地精确预测3，4，5个半周旋转的结果。一旦儿童对交替出现的物体可以进行想象，他们就发现（这就是亚阶段Ⅱb的上限）每次半周旋转都改变一次顺序。直到此阶段的上限之前，个体一直依赖直觉想象，因此每次新的半周旋转需要对物体的正序和反序一个一个地进行想象。当半周旋转的个数从一个数跳到另一个任意数，而不是遵循数字序列时，儿童就已经无法解决了。这恰恰证明了儿童的回答依赖于直觉想象。

那处于该阶段的儿童接近但没有完全获得的这个运算机制是什么？我们在了解了他们在有序的发展过程中对解决方案进行概括化所欠缺的东西之后，就大致能够理解了。有人可能认为，运算不过是可改变的且完全可逆的清晰表述的直觉。因为它们缺乏视觉内容，并完全靠纯粹的"意图"留存——我们可以从彪勒（Bühler）关于非图像思维（Bewusztheit）（即意识）的著名分析来理解。换句话说，当有足够的格式化（schematization）时，运算将在它们的纯态（pure state）中产生。由于每次反演都被认为是潜在的表征，因此，此阶段的儿童不需要实际的表征就可以解决问题。而这种潜在的表征就像是预先写好的实验大纲，如果仅仅按照大纲开展则毫无意义。这样就可以理解为什么运算的标志是"组合"或者"计算"了：脱离了表征的内容，运算格式（operational schemes）不再仅仅依赖于现实（正如一连串的再生或者预期直觉），而以相互依存的方式成了推断的基础。这就是"组合"的构成。但是由于组合

从直觉的约束中脱离出来，使其数量可以是无限的，并与任何的潜在表征相互联结：由此，对“n”个半周旋转之后的结果预测，独立于所选数字的顺序。因此，我们接下来将要在阶段Ⅲ看到，通过心理实验或清晰表述的直觉对已执行的动作进行概括，进而组成了运算，并且用规则替换经验直觉来概括这些动作，最后逐渐趋近于最终的且连贯的“群集”(但在结构上具有不确定性)。

第三节　阶段Ⅲ：涵盖问题1到问题7的运算解决

有些儿童完全正确地回答了以下问题时，这就使得我们能完成这次分析。

伊尔（Gil，6岁6个月） 方法2：问题1到问题4回答正确。如果我转2次呢？——红色（A）在最前面，因为你转了1次，然后又转了1次：这样使得它和第一次在同一边。——3次呢？——黄色（C）。——4次？——红色（A）因为你转了4次。很简单。你不知道我是如何解答出来的。我可以看穿这个纸板。（实际上，他一边动动嘴一边就答出来了。）——6次呢？——（但没有实际的旋转。）不管怎么样都不可能是棕色（B）在最前面，因为它不能改变位置。——所以是？——（他低声地解答出来了。）红色（A）。——5次呢？——黄色。

拉姆（Lam，7岁4个月） 方法2：最开始是一样的。如果我转2次呢？——红色（A）因为你转了2次。——（10，12转得很快。）可能是棕色（B）吗？——不可能，因为它在其他两个的中间。——如果我一整天都用发动机转呢？——它还是一直在中间。——转3次呢？——1次是黄色，2次是红色，3次是黄色。——5次呢？——黄色。——6次呢？红色。——12次呢？——红色。——15次呢？——黄色。——11次呢？——黄色。——2，4，6，8次呢？——不知道。

阿尔（Al，7岁2个月） 1到8次（按顺序）正确。如果我转1次呢？——黄色（C）。——5次呢？——黄色。——7次呢？——黄色。——4次呢？——红色（A）。——6次呢？——红色。——8次呢？——红色。——12次呢？——红色。——15次呢？——黄色。——17次呢？——黄色。——20次呢？——红色。

方法3：1，2，5，8，13，25和40次答对了。我们称数字2，4，6，8是什么呢？——偶数。

我们可以看到，无论所选数字的顺序如何，这些儿童能够成功预测任意半周旋转次数的物体顺序。此外，他们根据正序与偶数次旋转有关，反序与奇数次旋转有关，迅速地概括出了预测的规律。

当儿童发展到此阶段的最高水平时，会出现的一个问题就是儿童是怎样推断出问题中所有的转换的，而这在前一阶段中所有的儿童均需要进行实验后才可以理解。这是实验和推论的问题，或者儿童内在的认知结构和外部经验的问题。这种内在结

构和外部经验的相互作用在运动和速度研究的开始——顺序概念的研究中就已经体现出来了。

如果获得每一个新的概念时，经验都是必要的，那么最终要能够做出推断，智慧活动也是同等重要的。因此，我们马上抛弃了联想经验主义和先验理性主义（priori rationalism）的传统方案。因为它们是单方面的，或者说它们是互斥的。而现象学强调个体与物体之间根本的相互依赖关系。从同一个角度出发，形成理论在这个范围内建立了功能性的整体，使得有机体从其环境，感应器从其感知领域，或是结构化智慧和结构化物体中分别脱离出来。但是认识论的现象学和心理学的格式塔主义（gestaltism）强调非结构化运算格式和组织规则的永久性，而不是对心理同化的逐步调整和对外部物体的顺化（accommodation），因此认为这两个理论都毫无意义。

事实上，存在于个体活动与经验之间的关系不可能是永久的。因为无论是同化的格式化（schematization of assimilation）还是与事物联系的方式都没有彻底确定下来。这种关系从一个阶段转变到另一个阶段，只有根据其自身的发展才能找到解决问题的一般方法，即这种相互作用的逐步平衡。这正是在之前的事实中，特别是在顺序关系的群集中所表明的。

此外，可以以两种互补的方式提出问题：解释全部体验，或者预测之后的经验，或者重构先前的经验（实际经验或者潜在经验）。首先从解释体验的角度来看，很明显，基于相同的经验观察（比如说，当物体回溯其路程或者设备旋转了 180° 时，儿童会发现顺序相反了），儿童会根据其理解方式的不同产生完全不同的重构。而这种理解是根据儿童已经经历过的心理发展阶段而改变的：这本身就足以证明智慧的同化（assimilation）与结构化不同，即个体在结构化中处于被动的状态。无论这种同化是否调节了对事实的真实感知，或者是否存在对这种感知的主动同化，都不是我们这里要讨论的问题。但是从我们已知的事实来看，很明显，从阶段Ⅰ到阶段Ⅲ，即从简单的直觉到基于清晰表述直觉的运算智慧，无论是个体的活动还是之前经验所产生的效果都不能完全保持一致，而从这个方面来说这两者之间的关系改变了其特征。另一方面，从预测经验的角度来看，根据个体是否无法预测或者重构事物（阶段Ⅰ），或者尽管没有在行为中实现，但是是否通过想象实验来进行预测和重构（阶段Ⅱ），或者是否根据运算组合进行计算（阶段Ⅲ），预测和重构及其之间的关系以连续的方式同样改变了它们的特征。

因此，从以上两种视角来看，我们可以对前面的这种结果进行如下解释。在阶段Ⅰ中，儿童仅仅在进行观察实验，但是还没有理解，因此除了对静态有限的观察进行简单的复制之外，儿童无法做出预期。因此，所发生的个体活动将自身缩减到对既定事实的直觉进行简单的中心化（centring）上，这恰恰强调了个体活动无法与任何之前或之后的事实建立联系。因此个体在观察到一个半周旋转后的相反顺序

CBA 之后，个体会预测两个半周旋转可能也是同样的结果。在阶段Ⅱ中，经验动作已经超出了观察到的事实，因为它提供了逐步重构和预测的内容，而这正是该阶段进一步发展的标志（Ⅱa 和Ⅱb）。但这是因为随着上述事实逐渐扩散的直觉产生了一个调节行为使得个体表征能力拓展到了一个可变的极限上，也正是这种直觉的扩散导致了表征能力的逐渐拓展。最终，在阶段Ⅲ中，经验持续不断地无限扩展，与标志着个体行为解放的“组合”能力相一致。这点仅仅是基础，只有超过经验并建构一个具有完全可逆和抽象概括的双重性质的格式化，即其结构化性质的证据，我们的推断才可以成功将经验包含进去。

因此，在开始的阶段，个体活动的标志分别为过度重视短暂直觉（阶段Ⅰ），然后将当前事实与先前和随后的直觉联系起来（阶段Ⅱ），最后使其遵从于通过可逆性组合来调节的运算（阶段Ⅲ）。因此，在以上三种情况中，个体活动最初包含了仅仅将事实与个人观点联系起来的动作（阶段Ⅰ），然后包含了通过逐步协调这些观点将事实联系起来的扩散（阶段Ⅱ），最终包含了将产生这些连续的观点的动作联系起来（阶段Ⅲ）的运算。然而经验是由事实本身形成的，最开始是简单的现象和毫无逻辑的事实（阶段Ⅰ），然后通过想象将中间的事实联系起来（阶段Ⅱ），最后形成了事实整体的可能图像（阶段Ⅲ）。

但是，如果个体的活动受到了建立经验的数据之间的关系的限制，那我们是不是要做出以下取舍：要么这种经验数据之间的关系是对现实和动作的复写，或产生这些关系的运算仅仅是对经验本身转换的简单复制；要么就是推理是独立的，但受到了很大的制约，它限定成了统一的形式并努力克服外部的差异。然而，当其他每个群集或者群运算是一个完全精确可逆的系统时，我们没有理由认为同一性是理性的：运算同一性仅仅是正序运算和反序运算的产物。那么运算是不是只简单复制了实验间的关系呢？绝对不是，因为之后这些关系演变出了完全的可逆性。但是，在开始的时候，难道每个运算不都是每个简单动作在具有可逆性之前仍保持其经验性的结果吗？这难道不是一个简单的纯经验内化，即从对由实验性旋转所获得的结果进行简单的验证到将运算性旋转集合成一个演绎系统吗？

然而，正是发生论的观点阻碍了个体内部活动和外界压力之间问题的合理解决的讨论。事实上，在最初个体的行为和经验数据之间是完全没有差异的。而在发展过程中其差异才逐渐体现出来：与此差异相对应有一个逐渐的相互调整过程。如果个体在起初的协调时封锁了经验并将其归纳为一种现象，则最后的群集迅速形成一个脱离内部矛盾的推理组合系统，其组合脱离了内部的矛盾，同时形成一系列与实际实验相一致的潜在经验。

因此，与图像起点相同的动作会通过运算和知觉给事实增加一些东西进去，而不是从自身结构中拿走某些元素（或者说是从中“提取”元素出来）。此外，个体不

仅读出一个简单的连续顺序，而在一个个“放置”物体的行为中，也会对实际内容进行修正。这种转变是歪曲的，是不完整的。因为它受到儿童自身和儿童当前动作的制约。但是随着它的扩散和对每一个潜在修正的适应，个体会将之前和之后的状态考虑在内，因此个体会将其本身并未掌握的可变性以及自己有能力赋予的可逆性加入到之后的修正中。

因此，在建构数学关系中，经验起着非常特殊的作用，而这也是那些心理学家和认识论学家经常忽视的：个体经常以自己为实验对象进行顺序（数量或者空间）的实验，即以他的动作，而不是客观物体为实验对象。这就是为什么在某一时刻——一旦动作协调形成了一致的“群集”之后，个体便可以在某一特定时刻脱离实验本身，产生内在的纯推理组合。那么如果最初的经验包括了从物体本身提取的知识的话，就无法解释这样的现象。但是，在动作相互协调得以实现，以及动作组合转化成“群集”并变得运算化之前，动作需要足够的经验来进行相互的协调，同时也需要以客观物体作为这些经验的基础。我们所研究的顺序概念的所有差异，其来源是实验性的而不是经验性的，因为它是由个体自身行为的实验产生的，导致了必然的而不是先验的（priori）推理，它是实现这些动作组合的关键。而这一组合是逐渐形成的，而非从一开始就既定的。这就是我们对上述研究结果的解释。

第二章　周期运动中顺序的连续性

第一章描述的正反方向交替的运动需要一个周期运动的研究作为补充。周期运动的独特性在于如果 *B* 在 *A* 的后面，*C* 在 *B* 的后面，*A* 就会在 *C* 的后面，其顺序为 *ABCAB*…因此儿童面临的新困难就是如何理解正序和反序的周期性。

为了探究这个问题，我们向儿童展示一个圆柱，或者展示有四个面或者六个面的棱柱更佳。圆柱或棱柱绕着其长轴旋转，且每一个棱柱面的颜色都不同。研究中涉及的问题仅与颜色的顺序有关。首先向儿童展示圆柱或棱柱，并且在儿童记录棱柱颜色时旋转圆柱。然后，我们把它放进一个圆柱体状的盒子里，盒子有一个很宽的、竖向的裂缝，可以依次显示每一个面的颜色（但是每次只能展示一个）。然后，在盒内缓慢地旋转棱柱。在实验中，为了保证儿童是凭借理解而非记忆记住了随机的顺序，儿童会拿到一套彩色的纸条，当主试第一次将棱柱旋转时，儿童利用纸条记录依次出现的颜色，并将 4 个或 6 个彩色纸条排列成示范序列作为提示。因此儿童回答问题时将基于示范序列而非记忆。当儿童排列好示范序列 *ABCD* 或者 *ABCDEF* 时，要求儿童当第一个颜色 *A* 再次出现时，重现第二次旋转发生的顺序，即在第一个下面的第二个序列 *A*—*D* 或 *A*—*F*，则儿童需要接连排列两个或者三个序列。因此，儿童从最开始的时候就有机会观察颜色顺序的周期性。之后我们移走其余重复的序列，只留下第一个示范序列在桌上，并开始问以下六个问题。

问题 1：盒子内圆柱的第一个颜色（*A*）在裂缝中出现（与示范序列中的第一个颜色相对应），要求儿童预测圆柱旋转之后会出现的颜色顺序（盒子保持不动，但是示范序列一直是可见的）。为此儿童需要将桌上的彩色纸条排成与示范序列相似的样子。但示范序列必须放在离儿童稍远的位置，防止儿童仅仅是将相同颜色的新纸条放在相对应的颜色纸条的下面。

问题 2：当第一个序列完成，问儿童如果继续转圆柱，在最后一个颜色（*D* 或者 *F*）之后哪个颜色会出现。因此问题 2 是关于排列周期性序列 *ABCDABCDAB*…的问题。

问题 3：问题 2 是从第一个颜色开始，而问题 3 是从中间颜色开始提问（比如说，*B*，*C* 或者其他中间的颜色）。

问题 4：我们再一次展示圆柱，并提醒儿童圆柱将会往任意方向旋转。为了确保儿童认识到当圆柱再次放到盒子里时，旋转的顺序是相反的，我们在圆柱上插了一个露在盒子外面的旗帜来向儿童指示圆柱旋转的方向。此外，为了更清楚起见，我们要求儿童在圆柱可见的时候，重现正序颜色顺序的示范序列。示范序列重建之后，我们再问问题 4：找出相反方向的颜色顺序（当圆柱仍在盒子中时从 *D* 或者 *F* 开始重建相反的顺序）。

问题 5：继续排列相反顺序的序列，但是从 *D* 开始：所以顺序应该是 *DCBADCBAD*…

问题 6：同样的问题，但是从中间的颜色开始（比如说，*CBA* 和 *CBADCBA*…）。

根据我们在第一章中观察到线性顺序发展的相同的三个阶段，我们可以对在这几个问题过程中观察到的反应划分等级。在阶段 I 中，儿童不能理解序列顺序的连续性。在阶段 II 中可以理解 *ABCDEF* 的顺序，但如果是从中间的元素 *B*－*E* 开始的话，对连续性的理解就出现问题了：尤其是个体在 *F* 之后不能根据周期 *A*…*FA*…*F* 继续预测顺序；即使从 *F* 开始，同样也不能理解相反的顺序。最后，在阶段 III 中，儿童正确回答了所有问题。阶段 I 和 II 包含了可以进一步区分的亚阶段，我们在第一节和第二节中会提到。

第一节　阶段 I：缺乏对连续的理解

1. 亚阶段Ia

我们还记得在第一章测试线性顺序的连续问题中，所有儿童都能够对屏幕后出现 3 个或 5 个物体以正序通过通道时其顺序保持不变性进行预测。然而，在周期顺序的情况中，儿童对正序的理解似乎不再是立即出现的了。对于儿童而言，存在两个相互强化的挑战。一方面（亚阶段Ia）在对示范序列进行建构的过程中，年纪最小的儿童很少能够将循环顺序转换为线性序列；另一方面（亚阶段Ib）在克服了之前那个困难之后，即使参考了示范序列，儿童还是不能成功预测哪个颜色会跟在另一个颜色的后面。以下是亚阶段Ia 的一些例子。

利尔（Lil，3 岁 8 个月）在有四种颜色圆柱的旋转过程中，根据我们的指示排列了 *ABC*。但是 *D*：利尔将它放在 *A* 的前面：但 *D* 在（*A*）前面还是（*C*）后面呢？（根据我们的提示放置在 *C* 的后面。）我们在 *D* 之后继续放置 *A*，这是 *A* 第二次出现。然后出现 *B*：利尔将它放在 *A* 的前面。我们将 *B* 放在正确的位置然后展示 *C*：利尔将它放在了第一列 *A* 的前面。再更正，然后出现 *D*：利尔再一次将它放在了 *A* 的前面。

然后我们不再干涉，并在我们旋转（盒子内）圆柱的过程中，要求儿童重建

颜色序列：尽管序列 *ABCD* 就在他面前，利尔还是重建出 *DBCA* 的顺序；尽管仅仅要求儿童读出观察到的连续出现的颜色，并将其转换成线性序列，并没有要求进行预测时，还是完全失败了。

我们再重新开始：这次利尔能够排出 *ABC* 但是将 *D* 放在了 *A* 的前面，即 *DABC*。在 *C* 的后面是什么呢？——（转。）——（利尔将 *B* 和 *D* 再一次放进去了，排列出 *DABCBD* 的顺序。）

克里（Chri，4 岁 6 个月） 在我们的帮助下成功重建了序列 *ABCDA*：之后是哪个呢？——蓝色（*B*）。——找到它。（他找到了。）你会把它放在哪？——在绿色的（*A*）后面。——非常好。下一个呢？——（*C*）。——然后呢？——红色（*D*）。——好的。之后呢？——（将 *B* 放在了 *A* 的前面，而 *C* 放在了 *B* 的前面。）因此儿童似乎理解甚至预测到了颜色的顺序，只是没有理解周期性。但当旋转使 6 个颜色的序列以此进行序列重建时，儿童排出了 *FEABDC* 的顺序（这说明儿童不是通过预测完成任务的）。

卢策（Luc，4 岁 8 个月） 同样，在将 *A* 和 *B* 以 *AB* 形式放置之后，当放置 *C* 时，首先将 *C* 放在 *B* 的右边（因此是 *ABC*）：你也可以将它放在这里（在 *A* 和 *B* 之间）。为什么？——因为它在那个的（*B*）旁边。

2. 亚阶段Ib

安特（Ant，4 岁 5 个月）毫无困难地一个接一个重建出了三个 *ABCD* 序列。示范序列被放在左边，圆柱是放在其盒子里。（*A*）之后是什么？——（他放置了 *ACBDB*。）——在六个颜色的时候，他很容易就重现出了 *ABCDEF* 的顺序：在 *A* 之后是什么？……（*C*）？——我不知道。——试一下。——（他放置了 *AFACEB*。）——这列（模型）可以帮助你吗？——是的，我们做对了。——在（*A*）之后呢？——（他放成了 *ACAEFAFC*。）

赫尔（Hel，4 岁 11 个月）重现了 *ABCDEF* 的顺序。在 *A* 和 *B* 之后呢？——（*E*。）——（转。）不。——在之后？……这一个（模型）能帮助你吗？——是的。——那是？——在红的（*B*）之后是蓝色（*C*）然后在蓝色（*C*），之后是黄色（*D*）。——好的，然后呢？——（之后没有再回答正确了。）

若斯（Jos，5 岁） 她把她的颜色放在示范序列的下面，非常正确地预测了顺序。一旦将模型放置在稍远的位置，她就预测 *ACDBCDB* 和 *ABDFDFD*。

雷恩（Ren，5 岁） 因为它在它的后面。在四个颜色旋转的过程中（圆柱仍然是完全可见的）回答出了 *ABCCDA*，然后移走了一个（*C*）。当我们进入到预测阶段时，他看着示范序列每次都预测正确了，但是在放置连续颜色时则是以 *BABCDAA* 的顺序。

当六个颜色的时候，他成功地再现了所观察到的 *ABCDEFA* 的形式，但是当进

行预测的时候就混淆了。如果我转一下它，在*A*之后会出现哪个？——（*E*。）——为什么？——因为它在它的后面。——你是在猜测，还是你能肯定的说？——是的，是（*C*）。——看（转）。——是（*B*）。——在*B*之后是哪个？——（*E*。）——看（展示了*C*，然后*D*，然后*E*）。——现在在（*E*）的后面呢？——（*A*。）——那个（模型）能对你有帮助吗？——我们再试一遍。——在（*A*）之后呢？——（雷恩这次完全没有注意圆柱就复制了整个示范序列。）现在你必须简单将手指放在下一个出现的颜色上。看，如果我们从那个（*C*）开始，接着出现的是哪一个？——那个（*B*）因为它在（*C*）旁边。

雷（Ray，5岁3个月）在成功排列了示范序列*ABCDA*之后，要求其预测*A*之后的顺序：他预测了*ABDA*，然后是*ADCB*。为了看起来更加具体，我们尝试着通过展示完全可见的静止棱柱，让一个小玩偶围着它转，并且把示范序列放在儿童的正前面。你看，她首先正在看棕色（*A*）然后是绿色（*B*）……像这个（示范序列）。现在，将棱柱放回到盒子里面。在棕色（*A*）之后是哪个？——绿色（*B*）。——在（*B*）之后呢？——红色（*C*）。——再之后呢？——蓝色（*D*）。——好的。——在蓝色之前呢？——棕色（*A*）。——在红色（*C*）之后呢？——绿色（*B*）。——在红色（*C*）之前呢？——棕色（*A*）。——在棕色（*A*）之后呢？——红色（*C*）。——在棕色（*A*）之前呢？——绿色（*B*）。

因此，我们发现这些儿童不能够预测一个循环中的4个或者6个元素的连续顺序（亚阶段Ib），甚至在最开始（亚阶段Ia）不能建构一个示范序列来代表颜色的顺序。为何这些困难在循环顺序中独有而在线性顺序中却不存在呢？

在儿童通过简单读出连续观察到的颜色（此时圆柱仍然是完全可见的，跟颜色通过裂缝出现一样）来建构示范序列的过程中，惊人地是我们发现了儿童最初就不能维持原有的运动方向：看到*D*出现在*C*的后面，利尔将其放在了*ABC*的前面，而*ABC*已经是从左至右排列了的（之后这个错误在*B*和*C*等中又重复出现了）。克里也一样，他能够排列出*ABCD*，但是不能排出六个颜色，他将*D*放在了*C*的前面，*E*放在了*A*的前面，然后*F*放在了*E*的前面。毫无疑问，在将循环顺序转换成线性顺序的过程中存在一些规则。不管是圆柱绕其纵轴旋转，还是观察者绕着圆柱（像雷的玩偶一样）旋转，颜色*ABC*…总是一个接着一个出现，这种时间上的连续性表现在空间上旋转（圆柱或者观察者）的相位上。现在要求儿童用直线上一系列从左到右的位置来表达这种空间时间上的连续，但事实上是从右排到左或者向上叠加（*A*在*B*下面，*B*在*C*下面等，或者相反）也是可以的。同样，示范序列也可以用任何圆周表示。因此，儿童不能立刻意识到其中的规则，并且在适应的过程中出现一些错误是正常的。但是利尔和克里最初的反应并不是儿童对象征意义的理解的例证，而是儿童难以理解的例证：儿童颠倒了之前和之后的关系并误解了临近的概念。当我们表征连续顺序时，顺序的方向是从左到右还是从右到左并不重要，重要的是选中

的连续顺序应当保留下来。而这恰恰是利尔和克里没有理解的：在之前颜色“之后”出现的那个颜色放在左边或者放在右边是没有差别的。因此从他们的回答来看，最年幼的儿童没有理解在循环顺序中“之前”和“之后”所表达的连续关系，而仍然将其看作是没有差别的简单的并列关系。卢策的反应正是这方面的典型例证：在将*B*正确的放置在*A*之后以后，他自动地把*C*放在了*B*的后面，但下一个他感觉放成*ABC*或者*ACB*的方式是没有差别的，因为“它在（*B*）的旁边”。但更奇怪的是，这种并列的感觉（在“旁边”）在最开始并没有同化到拓扑学的“临近”概念中，因为在最开始儿童理解示范序列中的这种临近并没有困难：利尔将*D*放在*ABC*的前面，克里在六个颜色的实验中，想到了序列*FEABDC*，*E*和*A*或者*B*和*D*是并列的尽管它们在圆柱的连续中并没有相邻（没有回到*FE*和*DC*的反序）。

因此，我们可以理解，为什么当我们使用模型将示范序列的概念转变到对连续的预测时，发展最快的儿童（亚阶段Ⅰb）的反应仍然很不恰当：事实上，这不仅是对所观察到的序列的复制，基于这种复制的预期需要对临近关系的协调，而正是这种临近关系保持了运动的方向持续不变。在预期知觉的情况下，这种具有双重性质的综合自然要比在仅仅是知觉直觉或者复制知觉的情况下更难理解：正是这样，雷恩不是只想着运动的方向忽略了临近性（*E*和*C*在*A*的后面，*E*在*B*后面等），就是保留了临近性而忽略了运动的方向（*B*在*C*的后面“因为它在*C*的旁边”）。同样，雷在保持临近性而忽略运动方向（*B*在*C*后面）或保持运动方向而忽略临近性之间摇摆不定。

但是我们仍然需要对循环顺序的预测和复制中出现这些困难的原因进行解释。还记得（在第一章）同样在阶段Ⅰ的儿童能够保持对三个或者五个物体正序的线性顺序，但是在隧道或金属线的半周旋转问题中儿童既不能反转顺序，也不能维持“两者之间”的关系。这两种现象之间相似性都是不言自明的。首先很明显，由于在循环顺序中类似数目的物体（因其周期性而抽象）不能以序列的形式排列，所以正序线性顺序在阶段Ⅰ中仍然是直觉甚至是知觉的。因此，线性顺序的反演和“两者之间”关系的守恒在半周旋转问题中仍然是不可能的。这些都意味着只有在超出知觉或者即时直觉的条件下，儿童才能以相同的方式复制或预测循环顺序。在旋转圆柱的问题中，“之前”和“之后”这两词确实在直线运动中并不是同样简单的意义，因为儿童对整体不再有同时知觉，并且经过旋转后相同的颜色均可以任一方向中找到：所以，不是儿童以感知对*AB*，*CD*等努力重建临近性，但忽略了运动的方向，就是儿童努力保持运动的方向，但忽视其中的临近性，并混乱了中间（“在两者之间”）的关系。从这些事实中可以看出，顺序关系本质上是运算的，甚至在那些运算似乎不起作用的情况下，比如说复制所观察到的颜色的循环序列时，复杂的“排列”行为对儿童协调临近性与运动方向之间的关系来说是非常必要的。

第二节 阶段Ⅱ："僵化"的序列

1. 亚阶段Ⅱa

在这个阶段，不管是通过理解在示范序列中颜色的关系以及哪些颜色会从圆柱的旋转中出现，还是通过他们实验性的观察，儿童可以成功地预测或者预期循环序列 *ABCDABCDA*。

正确预测六个颜色序列的难度与预测四个颜色序列的难度基本相当（两个预测之间存在些许的时间间隔）。最重要的是，一旦成功预测了第一个颜色序列 *ABCD*，对周期序列…*DABCD*…同样也预测成功了。这明显表明理解顺序的周期性对第一个序列的预测成功是很有必要的。而相比之下，儿童对线性序列的理解要早于对循环序列的理解。此外，非常有意思且具有显著理论意义的是，个体最开始（在阶段Ⅱ中）必须从示范序列中的第一个元素，即 *A*，开始才能成功预测。如果从中间元素开始（在序列 *A*…*D* 中的 *B* 或者 *C*），个体就会迷惑，其反应再次与阶段Ⅰ一样。这足以表明在阶段Ⅱ中循环序列的形成还不是运算性的，而仍然是直觉的：循环序列形成了一个"僵化的"集体，这个集体只能作为一个整体展开，甚至与随后的循环集体相联系，但是其不同成分之间的关系还不包括可移动且可逆的运算。

此外，我们分辨出了Ⅱa 和Ⅱb 两个水平。在亚阶段Ⅱa 中，从 *A* 开始时儿童能够成功预测，但是从中间元素开始时就失败了，而且一般而言即便是从最后一个元素 *D* 开始（或者 *F*）儿童也无法回答出反序。在亚阶段Ⅱb 中，儿童能够设法预测从中间元素开始的连续序列，但仅仅到最后一个元素，不能继续预测随后序列。此外，他们还成功预测了从最后一个元素开始的相反顺序，但是当从中间元素开始时也预测失败了。

在此亚阶段后期，他们成功了，但是仍然不能预测从指定元素开始的反序的周期性。因此，阶段Ⅱ标志着从阶段Ⅰ中完全的失败到阶段Ⅲ完全的成功之间所有的过渡。以下是一些亚阶段Ⅱa 的例子。

西姆（Sim，4 岁 11 个月，接近 5 岁）预测在 *A* 之后：（*BCD*）。再之后呢？——什么也没有。——但如果我继续转呢？——（*A*）然后（*BCD*）。——（我们将圆柱停在 *C* 的位置。）你知道接下来是哪个嘛？——（西姆再一次将 *A* 和 *B* 放在了 *C* 之前，然后将 *D* 放在了之后。）

看：你可以朝着相反的方向转圆柱，像这样（在物体完全可见的情况下演示）。现在告诉我如果我反方向转的话，哪个会在（*D*）之后出来？——（写下 *A*。）——看（转）。——不，是（*C*）。——然后呢？——（*A*。）——看（转）。——

不，是（*B*）。——在（*B*）之后呢？——将会是（*C*）。我们放弃了。

六种颜色：（正确预测）*ABCDEFABCDEFAB*。你怎么知道的？——我知道是因为全部在这里（指着示范序列）。——（我们将圆柱转到 *C*）在这个之后呢？——（*F*）。你能用那个帮助你吗？——（示范序列）能，（用 *B* 代替 *F*，因此是 *CB*）等。

在重建了另一个示范序列之后：如果我反着转，*F* 后面是什么？——（*D*。）——看（转）。——（将 *D* 改成 *F*。）——再之后呢？——（最后是 *BDEF*。）

杰（Jea，5 岁 1 个月）对于六种颜色有同样的反应。当我们向他展示 *D*，他预测序列为 *DBCEF*，而仍然没有考虑 *D*。因为它已经在那了。我不能再放一个进去。

安德（And，5 岁 9 个月）构建了模型 *ABCD*。在之后是哪个？——（*ABCD*。）——再之后呢？——（*ABCD*。）——现在，在这个之后（将圆柱停在 *C*）会是哪个？——（*CBAD*。）——为什么？——我能从这一列看出来（指着以 *D* 结尾的示范序列）。——在（*B*）之后呢……（*ABCD*）之后呢？（*ABCD*）在（*C*）之后呢？——（*CBDB*。）从 *D* 开始的反序：失败了。

昂（Hen，6 岁 2 个月）成功预测了循环序列 *ABCDABCDA*…在红色（*C*）之后是哪个？你能说出来吗？——不能。——猜一下。——（*CD*。）——对，在蓝色（*D*）之后呢？——（*DBA*。）——试验了一下，并纠正了，然后重建了一个新的示范序列。在红色（*C*）之后呢？——（*CDBA*。）——在绿色（*B*）之后呢？——（*BACD*。）六个颜色的回答是一样的：循环序列从 *A* 开始能够重建，但是从 *C* 开始昂就预测为 *CABEDF*。相反的顺序也失败了。

克里（Chri，6 岁 4 个月）也是同样的回答，但是我们从 *C* 开始时，他继续从 *A* 开始因为它仍然是第一个。

弗朗（Fran，6 岁 6 个月）同样的回答。当有四个颜色时，预测 *B* 之后是 *D*。在（*C*）之后呢？——绿色（*B*）因为它在红色的（*C*）前面（即在圆柱上）。——在（*B*）之后呢？——（*A*）。——在（*D*）之后呢？——（*DCAB*。）——为什么是（*C*）？——因为它在（*D*）的旁边。相反的是，当从 *D* 开始时，弗朗成功预测了相反的顺序。在六个颜色的情况下，他能够预测从 *A* 开始的序列，但是从 *F* 开始的相反序列失败了。而对于从 *E* 开始的正序，他回答的是 *EFDCAB*。

雨果（Hug，6 岁 6 个月）很有趣，因为他的组合是成对的。他成功预测了循环序列 *ABCDABCD*。但是从 *C* 开始时，他回答成了 *CBDA*，然后是 *CDBA*。从 *D* 开始时，*DCAB*。在（*B*）之后呢？——（*BACD*。）——是这样吗？（*BCAD*。）六个颜色回答也是一样的。相反地，他成功预测了从 *F* 开始的相反顺序，但是从 *AF* 开始他接下来回答的是（*AF*）*EDBC*。对于从 *AD* 开始的 *DCBA*，他给出的答案是 *ADCB*（相反顺序），他回答正确了。但是随后他又更正了这个答案，说不，错了，应该是（*ADBC*）因为必须倒过来。

这些答案令人非常感兴趣。首先，我们不能再说这些儿童像阶段Ⅰ一样不能理解问的问题。事实上他们在预测从示范序列的第一个（*A*）或者从最后一个（*D* 或 *F*）开始的问题中回答得非常正确。但即使是四个元素，如果我们从中间元素 B 或 C 开始，他们就不能预测序列了。这种反应能证明直觉思维和运算思维之间的差别，因此这样系统性的回答值得我们对其进行简要的分析。

为了清楚起见，我们从阶段Ⅱ儿童所特有的对正序的循环序列的预测及其周期性获得说起。仅仅读出示范序列顺序问题的发现看起来不是很重要。但是在阶段Ⅰ我们了解到，这种建构并不简单。因为它包含了将循环序列转换为线性序列，或者将线性序列转换为循环序列的过程，而在整个阶段Ⅰ中，这种建构均未实现，因为在循环顺序中，每一个颜色在起始点 *A* 的左右两边出现的概率是相等的。这是一个维持运动方向不变的同时协调其临近性关系的问题：在阶段Ⅰ中缺乏的这种综合能力，到阶段Ⅱ的初期才得以出现。但是，如果从最初的颜色（*A*）开始是可行的，为什么当从中间元素开始时儿童就做不到了呢？很显然，这两种解决方案存在时间差，因此从运算的角度可以证明此时的综合还不是运算性的，而仍然是简单的能清晰表述的直觉：当根据示范序列重建临近位置的时候，儿童仅仅对运动方向不变的情况下的圆柱运动进行预测。但为什么当我们将中间颜色作为起始点时，清晰表述的直觉就不适用了呢？

一般来说，我们假设儿童注意到了运动的方向且对成功预测的经验得以保持，则与从中间元素开始相比，从示范序列的一端开始更容易预测出 *ABCD* 或者 *ABCDEF* 的顺序，因为中间元素会使儿童的注意同时分散到两种可能的运动方向上（圆柱的颜色顺序是循环顺序而非示范序列中的线性顺序）。而对于临近性而言，即在保持连续的运动方向顺序时进行一步一步地重构的问题，显然，如果方向不再保持固定，则重建序列会引起混淆。只要这些困难还存在，儿童将倾向于回答最初的顺序 *ABCD*，这种倾向将进一步使得问题的解决方法复杂化。事实上，当向儿童完全开放地展示旋转的圆柱，让其来观察圆柱的连续颜色时，给儿童最初的解释跟直接观察示范序列的颜色是一样的，这些颜色的序列是一个很完整的整体，即格式塔（gestalt），犹如一种曲调，其特性远远超过单独的音符。恰恰是因为这些集体的知觉特质，清晰表述的直觉才能给出对颜色序列的可能预测。但是为了预测在中间元素后的连续顺序，必须打破最初的结构，并由此重建另外一个结构，而与之后要形成的运算方法的可移动性相比，这是相对困难的直觉任务。很明显，当我们从中间元素开始时，由于这些不同的相互依存的因素，才造成了重建顺序时的难度。因此序列 *A*…*D* 或 *A*…*F* 是“僵化”的，因为儿童对序列的理解是直觉性的（这个僵化性与其清晰性相兼容）。因此在此阶段的儿童没有超过简单图像的阶段，仍然使用前运算直觉。

在儿童的回答中很容易就能发现这些不同的因素。比如说，西姆，在预测 *C* 之后的颜色时，将 *AB* 加到了 *C* 之前，并在之后加上了 *D*，将新的问题又返回到序列 *ABCD*，但是在六个颜色的时候，他保持了运动的方向但没有保持临近性（*C*），或者保持了临近性但弄错了运动方向（*CB*）。杰在 *D* 之后加上了 *DBCEF* 好像 *D* 跟 *A* 是相等的，他明确地忽略了原来在 *C* 和 *E* 之间的 *D*"因为它已经在那里了：我不能放两次"。换句话说，他将新问题等同于之前的问题了。克里也是一样的。在 *C* 之后放的是 *B*（有临近性但方向错误）然后是 *AD*，因为示范序列同样是以 *D* 结束，而 *A* 必须要放到某个位置。昂在 *C* 之后放的是 *D*，看起来似乎是正确的操作，但是他将 *BA* 放到了 *D* 的后面，好像必须通过读反方向示范序列的开始才能补全 *CD*。弗朗和其他儿童也是一样的。

总而言之，只要儿童考虑从 *A* 开始到 *D* 或者 *F* 结束的循环序列整体，且运动方向保持不变时，他能直觉性地复制临近性，这相当于一个以示范序列为代表的"僵化的"直觉序列整体。但是当我们从中间元素开始时，他无法打破僵硬的框架，因此他要么没有任何犹豫地回到之前（西姆，杰和克里），要么就是尝试新的综合。但一旦儿童考虑临近性就再一次弄错了运动方向，或者保持了运动方向而没有考虑临近性。因此，在亚阶段Ⅱa 的儿童相当于那些仅凭某种语言汇合进行 1，2，3，4，5，6 整体计数的儿童，但是如果你问他们在 3 或者 4 之后是哪个数字，由于缺乏具有运算特质的分析和综合，他们就回答不出来了。

如果同意前面的观点，那么我们从一开始就能理解为什么这个阶段的儿童在重建序列的相反顺序上存在系统性的困难。对儿童来说从 *D* 到 *A* 或者 *F* 到 *A* 进行重建自然较为容易，但是如果最初获得的顺序是反序，则它本身构成一个直接的或者最初的顺序。相反，一旦最初获得的顺序是 *A*…*D* 或者 *A*…*F*，为了构建相反的顺序，儿童必须保持最初的顺序 *AB*…并且以相反的顺序读出。很明显，这种困难几乎就像从中间元素开始的新正序一样。所以只有最大的儿童弗朗和雨果，在测试中回答正确了一部分，但是一般来说在这个阶段不算成功。

2. 亚阶段Ⅱb

由于直觉结构的融合和逐步调节，处于亚阶段Ⅱb 的儿童开始从起初的"僵化"的序列逐步向阶段Ⅲ的运算序列转变。亚阶段Ⅱb 的回答记录下了转变的过程，并对之前所述内容提供一个有力的补充。事实上，在亚阶段Ⅱb 的过程中，儿童除了可以简单地排出序列 *A*—*D* 或者 *A*—*F* 外，还可以正确回答出中间元素和最后元素 *D* 或 *F* 之间的序列。但奇怪的是，儿童的预测无法超过 *D* 或 *F* 以继续开始 *ABC* 序列。而如果从第一个元素 *A* 开始他的序列时，他毫无困难会继续预测下去！这个现象说明了儿童仍处于直觉思维阶段。对于相反的顺序，在亚阶段Ⅱb 最开始，我们就观察到儿

童能够重建返回序列 *D*…*A* 或者 *F*…*A*。到了亚阶段Ⅱb 的末期，能够从中间元素开始重建返回到 *A* 的序列，但是无法超过 *A* 继续排列下去。因此，对于反序和正序而言，从两端元素开始的系列化和中间元素开始的系列化之间有一个时间差。此外，我们注意到对反序的发现和相对应的正序的发现之间有些微的时间差。但第二个时间差在阶段Ⅱ末期消失了，这可能是由于儿童更接近运算水平而减小了。

首先，以下是一些此亚阶段简单的例子。

皮耶（Pie，5 岁 5 个月）正确预测了 *ABCD* 之后的序列，即正确预测了在 *A*…*F* 之后接着出现 *A*…*F* 等。如果我将这个颜色（*C*）放在这，哪个会在之后出现呢？——（*CDEFBA*。）——为什么是（*B*）？——因为它往这边走的（他指着示范序列从 *C* 到 *F*，然后以相反的顺序从 *B* 到 *A*）。——在（*E*）之后呢？——（*EFDCBA*。）——（我们在他旁边构建了一个序列 *EFABCD*。）这两个哪个是正确的，你的还是我的？——这个（他自己的）。——为什么？——因为在这里它是这样走的。（在圆柱上：在 *EF* 之后他指出相反的顺序 *DCBA*。）

相反的顺序：如果我像这样转圆柱，在（*F*）之后是哪个？——（*FEDCBA*。）——在之后呢？——（*FEDCBA*。）——如果再一次反方向转在这个（*C*）之后是哪个？——（*CF*。）——在之后呢？——（*CEAB*。）——看。（他观察 *CB*。）之后呢？——（*EADC*。）——这个（模型）序列能够帮你吗？——不能。——为什么不能？——它们并不是一样的。它们转的方向也不是一样的。——在（*B*）之后呢？——（*BCD*。）——如果我换个方向转呢？——（*BEFDC*。）

因此，如果我们从 *F* 开始的话，皮耶在相反序列中表现得很好，但是只要我们从 *C* 或者 *B* 开始就失败了。

若尔（Jol，5 岁 8 个月）对正序有同样的反应：*A*…*FA*…*F* 回答正确了，但是从中间元素开始就失败了，直接跳过了 *F*。我们向他展示了相反方向的旋转，并问在 *D* 之后是哪个（四个颜色）？——（*DCBA*。）——在之后呢？——（*DCBA*。）——如果我把（*B*）放在这呢？——（*BACD*。）——在有六个颜色的序列中他犹豫了一下之后回答 *FEDCBA*。然后在之后呢？——还是（*F*…*A*）。——在（*CB*）之后呢？——（*CBFEDAF*。）——在（*E*）之后呢？——（*ECABDF*。）

斯特（Ste，6 岁 5 个月）放下 *ABCD*。在之后呢？——还是（*ABCD*）。——在（*C*）之后呢？——*CDBA*。——在有六个颜色的序列中，同样预测了 *A*…*FA*…*F* 等。在（*D*）之后呢？——（*DEFCBD*。）——为什么以（*D*）结束？——因为（*D*）在开始和结尾都是一样的。——在（*E*）之后呢？——（*EFABDE*。）——这样是对的吗？——不，是（*EFDCBA*）。——在（*C*）之后呢？——（*CDEFBA*。）——在（*D*）之后呢？——（*DEFCBA*。）——我们给了另一个示范序列：如果我们从 *A* 开始接下来会是什么？——（*ABCDEF*。）——从 *D* 开始呢？——（*DEFBAC*。）

科尔（Col，6 岁 6 个月） 当我们从 *A* 开始的时候，他同样正确预测了六个

颜色的周期性。但是从 *C* 开始时，他回到了 *CDEFBA*。从 *E* 开始也是一样的：*EFDCBA*。

马尔（Mar，6 岁 11 个月）正确预测了 *A*…*DA*…*D* 等。在（*C*）之后呢？——（*CDBA*。）——在（*A*）之后呢？——（*ABCD*。）——在（*C*）之后呢？——（*CDBA*。）——对于六种颜色正确预测了 *A*…*FA*…*F*。你怎么做到的？——我顺着圆柱的方向看（指着示范序列，与圆柱一致，所以他理解的很好）。——在（*D*）之后是哪一个？——（*DEFC*。）——在（*E*）之后呢？——（*EFDCAB*。）——看。（*D*）（*DEF*）（没有犹豫）。——然后呢？——（*DEFBCA*。）

至于反方向旋转，也是同样的现象：如果我们从 *B* 开始（4 种颜色）：*BACD*，从 *C*（6 种颜色）开始：*CBADEF*。

巴斯（Bas，6 岁 6 个月）很谨慎并进行了解释。在预测了 *A*…*DA*…*D* 之后，他回答在 *C* 之后是：（*CDA*。）在之后呢？——我现在不知道。——你是怎么做到的？——我看着圆柱（实际上是示范序列）。——这个示范序列能帮助你吗？——不，完全不能帮助我，因为我已经放了（*CDA*）。现在是别的东西。

瑞斯（Ris，7 岁 3 个月）从 *D* 开始时（6 种颜色）成功地回答了 *DEF*：之后呢？——（*CDA*。）——为什么（*C*）？——因为它在它后面。——在（*E*）之后呢？——（*ECDCAB*。）——在（*D*）之后呢？——（*DEFBCA*。）

西姆（Sim，7 岁 7 个月）从 *A* 开始时，毫不犹豫地预测了 *ABCDEFABCDEF*。在（*C*）之后呢？——（*CDEFBA*。）——为什么你把（*B*）放在（*F*）的后面？——因为它在棕色（*C*）的后面。——如果我从（*E*）开始呢？——（*EFDCBA*。）——为什么你放下（*EFABCD*）？——那个（*DCBA*）更加正确。——为什么？——因为它是正确的顺序。——什么类型的顺序？因为它是有规律的。——那个（*ABCD*）呢，——那个像什么？——它也是有规律的，不，它没有规律。——为什么？——因为它跟（*DCBA*）不一样。

同样，罗格（Rog，7 岁）相对于 *DEFABC* 更倾向于 *DEFCBA*，因为对 *FABC* 来说，方向是相反的。你必须把它转到另一个方向。

查（Cha，7 岁）预测了 *EFDCBA*，因为（*D*）在蓝色（*E*）的前面。

玛（Ma，7 岁）也预测的是 *EFDCBAEFDC*…因为它转了一个方向（当我们把圆柱停在 *E* 时）：（*E*）和（*F*）在左边（而不是在示范序列的右边）所以（*D*）应该也在靠左的另一边。

最后，以下是亚阶段Ⅱb 中发展最快的儿童的回答（因此介于阶段Ⅱ和阶段Ⅲ之间），正序的结果与之前相似，但是从反序来看，又前进了一小步。

德尼（Deni，6 岁 8 个月）首先预测了序列 *A*…*FA*…*F*，因为这里（示范序列）和那里（圆柱）是一样的。（我们把圆柱停在 *C*。）在这个之后呢？——（*CDEFBA*。）——我们能说是 *AB* 吗？——……——（不能。）……因为到那个（*F*）

之前，它跟示范序列一样，然后它又从（*BA*）开始了。——（我们制成了另一个示范序列，让他再一次预测从*A*开始周期性，德尼直接开始了！）如果我们将圆柱放在（*D*）呢？——（*DEFCBA*。）——为什么把（*C*）放在（*F*）后？——因为从（*CBA*）开始。——不能说成是（*DEFABC*）吗？——不能，因为那是错的：它和在圆柱里的序列是不一样的。

相反的顺序：德尼毫不犹豫地构建了*FEDCAFEDCBA*。如果我们从这里（*C*）开始仍然向反方向转呢？——（*CBADEF*。）——为什么（*D*）在（*A*）的后面？——因为它是这样走的（用右手指着左边的*C*和*A*之间，从左边到右边是*D*到*F*，然后从*A*到*D*进行了一个单一的跳跃运动，好像旋转使得这两者合在一起了）。——在（*D*）之后呢？——（*DCBAEF*。）——在（*C*）之后呢？——（*CBADEF*。）

与处于亚阶段Ⅱa的儿童相反，当我们从中间元素开始问正序，8个儿童（我们也引用了很多其他的例子）都能预测序列的顺序直到最后一个元素*D*或者*F*。此外，和亚阶段Ⅱa的儿童一样，当我们从*A*开始时，他们能正确地预测周期性的循环顺序*A*…*FA*…*FA*…相反，当你从中间元素开始，他们全部都能正确预测到直到*D*或者*F*的序列，但是不能正确预测接下来的*ABC*…事实上，大部分的儿童在新的循环中颠倒了元素的顺序。例如皮耶，他没有建构序列*CDEFAB*而预测了*CDEFBA*，之后没有建构*EFABCD*而预测了*EFDCBA*。从皮耶到德尼，我们一次又一次地发现这种意料之外的反转，只有一两个儿童例外。但是，在那些例外中，也有一些启发：斯特预测了*DEFCBD*，因为*D*必须在最后面出现，并且排出了*EFABDE*但忘记了*C*（没有这个错误的话，这个序列将是正确的），然后当被问到“这个是正确的吗？”赶紧将最后反转过来，变成了*EFDCBA*！

非常有意思的事情是，在反序上再次发现了同样的反应（在超过最后一个元素继续预测时颠倒了顺序，但是反序的顺序本身就是颠倒的）。在亚阶段Ⅱb的最开始，当我们从最后的元素*D*或者*F*开始时，儿童才能正确回答反序。但是如果我们从中间元素开始预测，儿童就会失败（就像在亚阶段Ⅱa中的正序一样）。但是在亚阶段Ⅱa的后期（德尼的例子），如果我们从中间元素开始，儿童能够预测正序和反序，并成功地将序列完成直到*A*。但是，如果我们要求他在*A*之后继续预测下去，他就会颠倒反序，即重建正序！因此德尼就是这样预测了序列*CBADEF*，而非*CBAFED*，预测了*DCBAEF*而非*DCBAFE*！

出现这些回答的原因与亚阶段Ⅱa的反应直接相关，而对于年长的儿童而言，我们甚至可以依据儿童对“僵化”序列知觉的格式化来简化这一原因。我们还记得，对循环序列正确的预测意味着在保持运动方向不变的同时协调与临近性的关系。事实上，在循环序列中，当以*A*为起点排列每一个元素时，无论是从右向左排列还是从左向右排列其顺序都是一样的。即使从最初元素开始进行排序时他成功了（*A*…

FA…*FA*），而当从中间元素开始进行排序时，儿童也会感觉到了这更加困难。于是，在亚阶段Ⅱa中，儿童不是正确保持了临近性但没有保持运动方向的一致性，就是保证了方向的一致性而忽略了临近性，有些甚至直接重建了示范序列，好像示范序列直接跟在中间元素之后就是对序列的复制。恰恰相反，在亚阶段Ⅱb的反应中，这三种反应的后面两种已经消失了。值得注意的是，处于亚阶段Ⅱb的儿童总是保持了临近性的不变，但如果从中间元素开始，需要连接*A*到*F*（或者*A*到*D*）的顺序，即从一个循环*A*…*F*到下一个循环的问题时，一旦预测到了*F*（或者*D*）时，他们就失去了运动方向。而他们从*A*开始时，即使超越了*D*（或者*F*）却能很好地保持运动方向！所以，这里我们已经有了最为清晰的证据，循环顺序内在的困难实际上是保持运动方向的问题，因为同样的元素在两个方向都可以找到。毫无疑问，这是困扰儿童许久的最后一个问题。儿童无法理解，如果从中间元素（比如说*D*）开始，同样的元素在两个方向能被找到，但是它们将不会以同样的顺序被找到。当儿童预测到*F*（比如说*DEF*）之后，他认为要回到*ABC*的话只需要返回到*D*，因此就从示范序列读出*CBA*，好像由*F*读出*ABC*和由*D*读出*CBA*是一样的！

此刻，我们知道儿童这种困惑是因为序列的“僵化”特征。当儿童面前有示范序列，并重建了部分序列*DEF*时，理应以*FABC*的形式延续序列，但儿童不能将其思维从中分离，因而他更倾向于坚持他能看到的*D*之前的元素（因为事实上，我们确实能从两个方向找到它们）。但是，既然儿童能从*D*开始重建出*DEF*，不是应该也能从*D*开始重建出*ABC*吗？但儿童重建的顺序是*CBA*，因为*D*和*C*是相邻的，但是*D*和*A*不是。

因此，儿童预测出来的序列是*DEFCBA*而非*DEFABC*，其原因在于儿童仍然保持僵化的示范序列，用示范序列复制出从*D*开始到任一端点的顺序（没有意识到它改变了运动的方向），而并非将序列切分为*DEF*和*ABC*。

至于预测反序，也是遵循着相同的模式。起初从中间元素开始时，因为与亚阶段Ⅱa中正序的原因相同，反序并没有获得成功。但是在亚阶段Ⅱb的末期（德尼）成功地预测到了直到*A*的序列（比如说，从*C*开始），但是在说完*CBA*之后，儿童又回到*C*，完成他剩下的僵化序列，这个僵化序列从同一个元素以颠倒的反序开始（*C*）*DEF*，因此是正序。

示范序列僵化的特质仅仅解释了儿童在回答中的推理。比如说，皮耶通过手势指出，他怎么从*C*开始重建*CDEF*到之后再加上*BA*，使*D*向另一个方向运动，并声称这样做复制了旋转圆柱的真实运动：“因为它是像在这里这样转的。”与之相反的是，他在反序序列中失败了，因为示范序列“不是同一个东西；它没有按同样的方法旋转”，仿佛这个示范序列有一个独特固定的方向与正向旋转的圆柱相对。至于巴斯，当我们从中间元素开始时，他不能在最后一个元素之后继续预测序列（否则

他就表现得很好)，原因在于示范序列“不再能帮助我，现在是另一个方向”。这足以说明，示范序列形成了一个僵化的独立整体。如果我们认为序列*EFDCBA*是“按顺序”和“规律的”，相反*EFABCD*是“没有规律性的”，这样我们就能像皮耶一样理解，即当从中间元素（*E*）开始时，这样运动方向相反的双重运动便复制了旋转的圆柱的顺序。最终，德尼回答也一样，序列*CDEFBA*比*CEDFAB*更正确，“因为直到这里（*F*）它像示范序列一样，然后又从（*BA*）开始了”，而顺序*DEFABC*“是错的，在圆柱中不是一回事”。甚至，对于相反的顺序而言，他进行了一个旋转的手势去模拟圆柱的旋转，将*CBA*和*DEF*合在一起，好像它们两个是序列的片段，彼此从*C*开始就是相反的顺序，进而形成了一个完整的旋转！简而言之，因为构成示范序列开始的元素必须在新序列的末端，儿童旋转它们各自的运动方向来使之相互协调，认为这样就模拟了圆柱的真实旋转。当我们从中间元素开始时，直觉序列（示范序列）的“僵化”阻碍了其在旋转中使用“运算”，因此他们用在原点之前的元素的相反顺序来代替。引用的罗格、查和玛这三个例子，都很清楚地表现出这个问题。

总之，与阶段Ⅲ中可变或运算序列不同，阶段Ⅱ的关键特征是僵化或直觉序列。阶段Ⅱ中的不同反应（亚阶段Ⅱa和亚阶段Ⅱb）都说明儿童无法区分在圆柱旋转中的客观序列和示范序列构建中出现的知觉和动作的主观序列。只要在构建中内在的实际活动（或者仅仅是之前的重建序列）与事物外在的顺序一致，儿童就能建立起正确的顺序。这就是为什么每次从*A*开始时，儿童总能正确建构并正确地扩展成*A*…*FA*…*FA*的形式。但是只要从中间元素*X*开始，要么是儿童不能预测序列*X*…*F*（亚阶段Ⅱa），要么就是他能成功预测到*X*…*F*，但是不能继续预测在*F*之后的序列（亚阶段Ⅱb)。在亚阶段Ⅱa的情况中，儿童不是保持了运动的方向但是没有保持临近性，就是保持了相邻的成对元素的临近性但是弄错了方向。在亚阶段Ⅱb的情况中，儿童不是使用了第二种方法，就是系统地翻转了元素*X*之前的顺序。因此我们可以说在此阶段的所有情况中的典型序列都是僵化的。因为是直觉性的，并且这个直觉性（当正确和错误的时候都是）是依赖于先前实际的活动，而不是根据真实的运算建立的抽象关系。

第三节　阶段Ⅲ和结论

阶段Ⅲ的反应（平均7—8岁）由于获得了运算灵活性，终于使他们摆脱了先前错误。以下是一个例子：

雷恩（Ren，8岁）构建了*A*…*FA*…*F*：这个难吗？——哦，不难。——如果我们从（*C*）开始呢？——（*CDEFABCDEF*。）——从（*E*）开始呢？——*EDC*…你确定吗？——这取决于你转的方向。就像上次的那个方向。哦，那就是

(*EFABCDEF*)。——你怎么做到的?——我看着这个(示范序列)但是我现在不看也可以做到。

如果我朝着这个方向(相反的方向)转,在(*F*)之后是哪一个?——*FEDCBA*。——在(*B*)之后呢?——(*BAFEDC*。)——在(*D*)之后呢?——(*DCBAFE*。)

我们可以看到,之前困扰的问题现在已经不再困扰了,儿童甚至能自发地预测相反的顺序("这取决于你转的方向"),从中间开始的序列也不再引起意外的回答。

总而言之,让我们首先指出这些阶段是根据时间先后顺序建立的。在我们访谈的 73 个儿童中,阶段Ⅰ平均年龄是 4 岁 9 个月(Ⅰa 是 4 岁 3 个月,Ⅰb 是 5 岁 2 个月),阶段Ⅱ平均年龄是 6 岁 5 个月(Ⅱa 是 6 岁,Ⅱb 是 6 岁 9 个月)。

最重要的是,尽管这些阶段出现的时间不同,但与我们在第一章中得到的线性顺序建构的研究是一致的。在阶段Ⅰ中,儿童能够正确预测正序的线性顺序,但是无法预测反序的线性顺序和正反序的循环顺序。很明显,正序的线性顺序只要求简单的知觉直觉。而反序的线性顺序和正序的循环顺序的预测要更加复杂,这两种情况明显都是相似的:想象一个半周旋转后得到的序列或者描述一个循环序列时,最后都会回到原点。此外,更值得注意的是,在两种情况中,无论是反演(线性顺序)还是周期性(循环顺序),恰恰是因为这个困难,儿童在第一阶段中都无法理解"两者之间"的关系。在阶段Ⅱ中,儿童已经能预测反序的线性顺序,但是儿童仍然不能理解(或者不能立即理解)顺序的反转是因为半周旋转,或者设备或观察者的旋转(从他个人的视角来看)。当涉及循环顺序时,我们观察到阶段Ⅱ的成功与否取决于儿童利用直觉预测序列时的困难程度。只有从最初的元素开始时,正序的循环顺序和反序的线性顺序才能成功地得以预测,否则就失败了。反序的循环顺序也一样。在这几种情况中出现的困难与在预测线性顺序时设备旋转半周或一周时出现的困难是相同的。另一方面,在两种情况中(第一章和第二章),阶段Ⅱ都存在与"两者之间"的关系有关的(在循环序列中以临近性问题的形式出现)特定困难。因此,清晰但僵化的直觉在两种情况(线性顺序和循环顺序)中都是阶段Ⅱ的重要特征。最后,在阶段Ⅲ儿童解决了两种情形下的所有问题。

在研究直觉和运算之间关系问题时,我们对这种对应关系很感兴趣:从简单的知觉直觉到基于僵化的表征预期的清晰表述的直觉,再到运算。因此,在两种顺序形成过程中有同样的连续性。必须补充的一点是,无论是对于线性顺序还是循环顺序来说,与正序相比而言,对反序的预测要更加困难。而随着儿童从早期直觉水平发展到运算水平,即清晰表述的直觉变得可逆,则这一时间差将逐渐减小。

第二部分　位置的改变

第一部分根据“位置”运算研究了顺序的关系，第二部分我们将运动看作“位置的改变”，尝试分析运动本身的特点。事实上，我们想要研究的主题是在成人看来最基本的路程问题，对于儿童来说在多大程度上来源于顺序直觉（即与起点和终点间的间隔相比，运动终点的首要性），以及最终的运算成分与位置运算的关系。第二部分首章旨在揭示这些问题，后两章将研究位置的改变问题。

首先我们来回顾一下在前言中所提到的问题：与实际上经过的路程相比，运动终点的首要性在多大程度上与目的论（finalism）相关联，即推动儿童使其将每一次位置的变化看作对目标的指向，也就是对指定终点的指向。而价值层级（hierarchy values）决定了对运动的知觉直觉和表象直觉的连续聚焦，其原因在于：首先考虑终点，接着考虑起点，最后是两点之间的间隔，也就是经过的路程。此外，如果儿童已经完全理解位置改变问题的话，则与速度相比，这一问题就变得更加复杂。

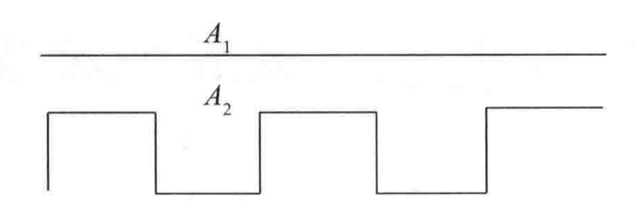
在初级直觉阶段，这些对比仅仅以领先和超越等行为为依据，而忽略起点、经过的路程和所用时间等因素。

第三章　经过的路程

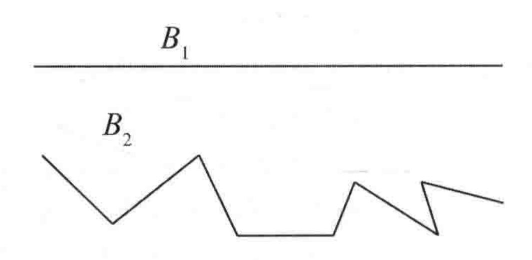
前运算直觉（pre-operational intuitions）阶段的儿童基于什么特征来评价运动？他

们从一开始就能够依据经过的路程进行评估吗？他们能否通过运算来协调距离和位置变化的序列关系？还是说，儿童起初根本无法区分经过的路程和连续顺序的概念，他们对经过的路程的判断更多依赖于起点，尤其是终点，而非距离呢？

为了回答这些问题，我们让儿童来比较两段路线，一条是直线，另一条是非直线，但是按照上下关系而言，移动物体的起点和终点在视觉上总是相关的。



在实际操作中，我们将两条细绳固定在两块水平的木板。在木板 A 上，一条是直的，另一条呈希腊带（Greek frieze）状，即每一个小段都是相等的，并且相邻两条线段均互成直角。



在木板 B 上，第二条细绳呈不规则形，且各小段长度不等，角度不定。每条细绳上都有一个可以移动的珠子，它代表一辆有轨电车。儿童可以用硬纸板（刻度尺）来测量这些线的长度。对木板 A 来说，只需要一张硬纸板来测量图形相同部分的长度；对木板 B 来说，则需要五张硬纸板对应五段不同的长度。

问题 1：主试在木板 A 上选择有直角的绳子进行实验，让电车在有分段的路线上开始行进："你能不能让另外一个轨道上的电车走相同距离"或"跟我走得一样远"。如果儿童仅仅将他的电车停到与主试的电车相对应（正上方）的位置，主试就会问儿童是否确信自己"走了同样的距离"或者是"和另外一条轨道一样远"。如果他回答"是"，我们继续后面的实验。

问题 1a：主试返回出发点，将电车向前移动一个小段（第一个小段与儿童的轨道是垂直的），因此电车仍在儿童电车起点的对面。当我们要求他在直线绳子上移动相同的距离时，有些儿童拒绝做任何的改变，因为他的电车仍然在主试电车的对面，而有些儿童会发现"移动相同距离"并不一定表示停在同样的位置。

问题 1b：在主试将电车移动了若干段后，当儿童在移动电车过程中将其停到了

主试电车的正上方时，我们试着将电车沿原路返回到出发点，然后沿着直角路线一段一段移动，每走一段都要求儿童走相同的距离。因此儿童就会注意到他的电车比主试的电车提前回到出发点，这个时候我们问他原因是什么？

然后我们再针对电车向外移动的过程，重复问题 1。

问题 2：在 *A* 木板上向外移动了几段后，我们问儿童能否非常确定每一小段长度是相等的："硬纸板可以帮助你吗（测量一个小段的长度）？"如果儿童犹豫不决，就将卡纸移到某一个小段的附近，但不把它放到轨道上面。

问题 3：如果儿童能够理解在木板 *A* 上测量距离的过程，我们就继续在木板 *B* 上重新提问问题 1 和问题 2，但是会同时将五张硬纸板都给儿童。对于发展水平最高的儿童，我们建议他们从五张硬纸板里选出一个来测量木板 *B* 的线段。

共有 49 名 4—9 岁（大部分 5—8 岁）的儿童参加了实验，通过对儿童反应的观察，我们总结出与第一章和第二章的阶段相对应的三个主要阶段。在阶段 I 中，所经路程的长度是根据到终点的直觉顺序来评估的。虽然在亚阶段Ia 总有个别的例外，但基本规律都是这样的。在亚阶段Ib 中，与第一小段有关的问题（1a）和与返程有关的问题（1b）改变了儿童对于第一个小段的态度，但是我们发现在经过更长的路程后儿童又回到了起初的设想。在阶段 II，儿童可以将经过路程的长度与终点的直觉顺序这两个概念区分开来，但是还不能进行测量，并满足于直觉上近似的比较。在亚阶段 IIa 中，儿童在开始时与第一阶段相同，然后逐渐适应。在亚阶段 IIb 中，儿童可以对从起点开始的路程长度进行评估，但仍然不会测量。在阶段 III，我们发现儿童能够测量了。

在接下来的内容中，我们不讨论测量，有关测量问题我们将在之后儿童的空间和几何概念的章节中专门讨论。我们只分析终点顺序和经过路程的长度之间的关系。不过我们不妨顺便研究儿童对于测量的反应，在这种情况下儿童对于测量的反应能够揭示儿童对于长度的构想是直觉性的还是运算性的。

第一节　阶段 I：依照抵达终点顺序对所经过路程的长度进行直觉性地度量

我们回顾一下顺序概念形成的第 I 阶段，儿童完全是凭直觉获知顺序概念：此时儿童可以认识到正序的线性顺序，但无法辨别反序的线性顺序；另一方面，儿童不能理解循环顺序，并且也不能理解反序的线性顺序与正序的循环顺序相同，因此我们会观察到在儿童理解"间隔"的概念或"两者之间"的关系的时候，存在着系统性的困难。非常有趣的是，我们发现儿童在阶段 I 评估经过路径的长度时，所依

据的正是这个直觉性的线性顺序。这样的关系本质上并不荒谬，因为这相当于距离是由两个固定点之间的间隔决定的；但是恰恰因为只有正序的线性顺序才会引起正确的直觉，所以这种方法（只根据终点顺序评估路径长度）只有用于路线相同、方向相同、起点相同的运动时，能得到正确的结果。相反，当两条线不同时，例如在本实验中一条路线是直线而另一条线不是直线的情况下，由于最初顺序直觉的不完整性，尤其是缺乏对间隔（或者“两者之间”）的关系的理解，会导致儿童得出奇怪结果，即当两条路的终点相同时（或者一个点在另一个点的对面），儿童会认为两条路径长度相等，而不考虑由于各自的线性间距而产生的距离。

以下是早期儿童回答的一些例子。

利尔（Lil，5 岁 5 个月） 主试第一次在 A_2 上移动了五小段，儿童把电车移到了与主试对应的位置。是相同的距离吗？——是的。——很确定吗？——是的。——让我们返回出发点看看距离是否相同。（一段一段返回：问题 1b）（利尔每次都把电车放到另一个电车的对面，当 A_2 上的一段垂直于 A_1 的直线式，利尔不会移动他的电车。）现在我向前走到那边去（两段）。你走同样的距离。——那里！——（对面）现在（一段）。——我不能向前走了。——为什么？——你的火车在那里（指着他出发点下面的那个点）。但是你必须走你的路程。（利尔向前移动了两毫米。）——现在是相同的了吗？——是的。——那现在呢（四段）？——（利尔只跟着那些和自己平行的部分移动，而当遇到 A_2 中与 A_1 垂直的部分时就不移动，并且恰好停到了对面。）让我们再一次开始（2 段）。（再一次相同。）

若卡（Joc，5 岁 5 个月） 一开始是同样的反应，电车在 A_2 上移动了一段，若卡开始移动了 2—3mm。是相同的距离吗？——（不知道说什么。）——让我们继续（第二段）。——那里！——（对面。）你认为你移动相同的距离吗？——是的。——这个卡纸可以帮助你测量吗（把它移到第一部分）？——（摇头。）——让我们继续移动相同距离回到起始点（在 A_2 上将火车往回移动一段，若卡也在 A_1 上往回移动）。但是你已经回到了出发点而我还没有。我们往回走的时候走了相同的距离吗？——（很茫然。）——让我们交换轨道。（主试 A_1，儿童 A_2）你认为你和我走了相同的距离吗？——是。

查（Cha，5 岁 6 个月） 同样的回答，但是每次解释道：是相同的距离，因为这个在这边（即上面），而那个在那边（正下方）。

米克（Mic，5 岁 8 个月） 开始和之前的被试一样，当经过 A_2 的第一段，他不移动电车。经过了 A_2 的两段之后，他在 A_1 上移动了一段，将电车直接放到上面对应位置。你确定你和我走了一样远吗？——是的。——用你的手指量一下你的路线和我的（他用手指那样做了。）用你的手指测量他们是相同距离吗？——不。——哪一段更长的？——蓝色火车（A_2）。——为什么？——因为那些角度。（直角。）——然后我们会继续。（第三段，即 A_1 的垂线。）——我想呆在原地。——用

你的手指测一下这两条路线哪一个离出发点更远？——那个（A_2）。——正确。然后返回终点，走和我一样的距离，要和我一样远。（他从出发点开始，然后又一次直接放到了我的火车的正上方。）

木板 B：结果相同。

弗雷（Fre，5 岁 9 个月）回答是一样的：你觉得你能不能用这个卡纸测量你是否和我移动了一样的距离？——能。然后他同时把卡纸放到两个珠子的上面，证明两条路线的终点是一致的，然而并没有考虑到从起始点开始的中间距离。

很明显，虽然 A_1 与 A_2 的起点和终点相同，但是没有一个儿童认为用直角分割成四部分或者五部分的非直线 A_2 与一段整体的直线 A_1 的长度相等：仅凭感知觉就能够判定直线短一些。在这些儿童中，米克证明了自己的想法，他用手指测量了绳子每一部分的长度，认为 A_2 更长"因为有角度"，也就是说直角。如果儿童说两条路线长度相等，那是因为他考虑的是实际的运动或位置变化，而不是经过的路程；更精确地说，他并没有区分距离和运动。重要的是，在儿童绝对化而又带有局限性的观念中，他们认为运动是一种"位移"（dis-placement）或"位置变化"（change of position），"位置"（positions）本身是根据起点和终点的直觉顺序来定位的（主要根据终点）。当电车运动到达相同的终点，儿童就认为两种运动移动了相同的距离。如果是这样的话，那么绕路就显得无关紧要了。"距离是一样的。"查说，"因为这个在这边，而那个在那边。"（一个在另一个上面。）

但是还存在一个难题：假如儿童没有理解问题的要求呢？而事实上儿童的反应可能是出于绝对的语言障碍或者出于如数学家所说的定义问题。我们将两段路程完全相同定义为实际走过的距离是完全相同的，但也可能被理解为通常所认为的终点相同：当儿童面临这样的问题时："他们是走了相同的距离吗？"可能简单地将其理解成"他们互相没有超越"，这样儿童所有的反应都可以解释了。

然而有两种理由充分地推翻了这种解释。第一，我们在许多其他领域也找到了相同的回答，尤其是速度领域。正如我们看到的，最初的速度知觉可以定义为超越，即顺序的改变。而仅仅通过这一定义，出于阶段 I 中的儿童在估计速度的差别时没有考虑到在给定时间内经过的路程。如果这个回答普遍存在，我们不能将这种反应归咎于语言上的误解。第二，在亚阶段 Ib，儿童在开始的时候与之前一样，能够设法纠正自己对较短的路程的错误反应，但在较长的路程中仍会出错。因此从另一方面来说，我们可以通过对儿童反应的分析来查证其在亚阶段 Ia 中的反应。以下是一些例证：

雷（Ray，5 岁 6 个月） 主试选择直线 A_1，将小车移动了两段距离。雷在 A_2 上移动了五段，相当于直接把它放到了第一个小车的下面。是相同的距离吗？——是的。——让我们回到出发点交换火车。看，我准备走到这里。（A_2 上的一段。）——那我就移动到这里。（雷正确地在 A_1 上移动了一段。）——这是一样

长的吗？——是的。——为什么？……那好吧，让我们继续。（在 A_2 上移动了五段。）——那里！（他把它放到了对面。）——这是相同的距离吗？——是的。——你确定吗？——是的。——你可以用硬纸板来测量一下吗？——（他像弗雷那样将硬纸板放到了两个珠子上面。）

雷恩（Ren，6 岁 7 个月） 主试在 A_1 上移动了相等的三段距离。雷恩在 A_2 上移动了六段距离，移到主试小车的对面。这是相同的距离吗？——是的。——很确定么？——是的。——为什么？——（他用手指比量了一下。）下面 A_2 更长。——那你重新返回出发点，移动和我一样的距离。（他重新开始并且移动到了相同的位置。）但是你刚刚告诉我蓝色小车（A_2）走得更远一些啊？——是的，但是你必须将那个绳子拉直（即将 A_2 拉直，与 A_1 进行比较）。——你可以用这个卡纸来帮助你吗（即测量一部分）？——（他试着去测量，但是他错误地让卡纸倾斜，没有考虑到直角。）这个没有用，因为有直角。——这些直角应该是直的。——（试图向他展示，但是他没有理解。）让我们交换一下火车。（我们移动了 A_2 的第一部分，即垂直于 A_1 的部分。）——（他仍然将车停在 AA_1 的出发点。）——这是一样的。——但是我移动了你却没有。——他向前移动了一点，大约是一段的距离。——这下确定一样了吗？——他测量了第一段的距离，并且更正了移动的距离。——是的。——现在我移动到这里（九段）。——他试着测量。在那里，在那里！他直接停到了正上方。

木板 B：主试将火车在 B_2 上移动了三段不相等的距离，雷恩将火车直接放到了主试的上面。这是移动了相同的距离吗？——是的。——为什么？——因为他们是相对的。——这是相同的长度吗？——不是。（他向前移动了一点。）——现在对了吗？——没有，放在正上方才是完全正确的。（他将其放回原处。）——你可以测量一下。——（他像弗雷和雷那样将卡纸放到两个小车上面。）

根据亚阶段 Ia 儿童表现出的差异，儿童的犹豫肯定了我们对儿童早期的回答进行讨论的意义。种种迹象都表明，一方面，经过的路程和位置改变是依据终点来评估的，另一方面，位移或位置的变化这两个概念最初（在亚阶段 Ia）是无差别的，似乎只是在我们当前研究的这个阶段才开始区分。例如，雷恩明确指出非直线的路程比直线要长，但是如果不将非直线拉直就没法证明这一点。“他必须是直的”。然而当他除了终点的顺序外不能找到任何评估距离的标准时，他又回到之前的方法上，明确地解释道：“在正下方时是更正确的。”雷与雷恩不同，雷在移动一段距离的情况下，能够成功地将距离分离出来，但之后自动地回到以前错误的方法：一旦距离增加，他就重新回到根据终点进行判断的标准之中。但是为什么雷恩最先试图将距离分离出来，但没有设法测量这几部分的距离呢？我们看到他完全知道怎样测量单独的一段，但是一旦同时涉及几段，并且在不同的方向上，他就难以将这几段加起来，好像必须根据终点才能测量经过的路程。很明显，这是顺序概念的干扰才导致

的错误：起初顺序直觉存在于真实的直线序列中，即直接的线性顺序，但是一旦变成非直线，尤其是 A_2 希腊带状，这样的顺序在处于阶段 I 的儿童看来是和循环顺序同样的困难，并且也不能掌握间隔（或者两者之间）之间的关系。因此儿童仅仅通过终点来估计经过的路程，甚至在像雷恩这样的例子里，开始试着从顺序里分离出距离，但是通过测量直线 A_1 和非直线 A_2 来比较两者长短仍然是比较困难的。

第二节　阶段Ⅱ：从抵达终点顺序中分离出经过的路程，但无法度量

亚阶段Ⅱa 开始于亚阶段 Ib 末期，当电车移动距离增加时，儿童不再回到像以前一样根据终点评估距离，他们可以继续从顺序中分离距离。这里是一些处于亚阶段Ib 和亚阶段Ⅱa 之间的例子。

潘（Pan，4 岁 8 个月） 主试将珠子在 A_2 上移动了五段。潘将他的珠子移动到了正上方：移动相同的距离是什么意思呢，是移动了相同的距离还是到达了相同的终点？——为了以相同的速度移动。——那这两段路程是以相同的速度运动的吗？——不是，红色这个（A_1）移动得更快一些。——为什么？——蓝色这个绕道走，但是红色的是直接向前走。——那现在红色小车和蓝色小车移动相同的距离。（他让红色小车在直线 A_1 上向前移动。）——测量可以给你帮助吗？——没有。——继续重新开始（两段）。他将小车直接放到了正上方。你的和我的小车移动的距离一样了吗？——是的（儿童移动了四小段距离。）他向前移动了几段，但是不能一段一段地进行测量。

木板 B：主试在 B_2 上移动了三段不相等的距离，潘直接将小车放到了正上方，然后立刻更正，用他的手指大致测量了下，将小车向前推进。

埃尔（Er，5 岁 7 个月） 主试在 A_2 上移动了五段，儿童将他的小车放到了相对的位置。你认为这是相同的距离吗？——是的，因为两个火车是那样的（一个在上面，一个在下面）。——这意味着什么？——移动了相同的距离吗？——移动到了相同的位置。——蓝色的小车在 A_2 上走了多久？——两三分钟。——红色的小车（A_1）呢？——一样的时间。——那么现在呢（主试在 A_2 移动第一段）？——我必须把它放在这里（没有移动它的小车）。——但是我的确实移动了啊？——是的。——（他向前移动了小车。）——（主试向前移动五段。）——刚刚是不对的。他向前移动了很长一段。——你能用纸板量一下吗？——（他试了试）不行。

木板 B：从第一段开始向前移动。

安德（And，5 岁 8 个月） 六段：他将他的小车直接放到了正上方，然后向前移动，又回来，又向前，等等，不确定按照那种标准判断距离。你可以用这个

卡纸测量一下吗？不。我想要来回移动一下（用手指测量 A_2 的路径）。那么现在（五段）呢？——（放到相对位置）不，这不对（像之前一样犹豫）。——（垂直的一段）。——那里！（立刻向前移动。）——（六段。）——那里！（向前移动了一段距离。）

木板 B：在测量了第一段后，开始用眼睛估计着距离向前移动。

简（Jan，6 岁 2 个月） 主试在 A_1 上（直线）向前移动了三段，简直接将小火车放到相对位置，即正下方，也就是 A_2 的第七段。主试在直线上移动了一段，儿童也进行移动（在 A_2 上移动了三段）。这是一样的吗？——是的。（他用手指测量了一下。）不，这个更长一些。——那我们返回到出发点重新开始（一段）。——那里，那是一样的，就是那一段。——（正确，A_2 的第一段，即垂直于 A_1 的那一段）。——那么那个呢（五段）？——（儿童首先移动到了正下方，然后开始数。）不，那个应该是十段（往回移动）。

木板 B：起初在 B_1 上向前走。尝试着测量，但是很不准确，没有将单元一个一个放置在一起，因为他经常用卡纸指着终点，这样使测量受到了阻碍。

乌拉（Ul，7 岁 7 个月） 主试在 A_1 上向前移动了两段。乌拉直接将小车放到了正下方（A_2 上的五段）。你确定移动了相同的距离吗？——是的。不（他回到出发点然后重新开始。）那里！（正确。）我要移动到这里（五段）。——那里（七段）！——你怎么判断出来的？——因为我看了他们的长度（用手指测量）。——那么你可以用那个纸板吗？——不能。——你看（将它这样放到两段上）？——不能。

木板 B：起初，他在 B_2 上移动的要比在 B_1 上远，然后将两个硬纸板放在一起测量 B_1 上的路程，并将此路程转移到 B_2，适当调整了角度，但没有将所有的轮廓（contour）考虑在内。

我们发现在访谈之初，这些儿童同 Ⅰb 阶段的一样认为相等距离和相同终点之间没有什么区别。埃尔明确表示移动相同的距离就是“到达相同的终点”。潘的回答十分关键：路程相同就是以相同的速度前进，根据儿童的直觉来说，也就是到达相同的终点（见第七章）。但是之后，（在潘的例子中）基于对小车所绕路线的观察，尤其是 A_2 第一段垂直于 A_1 的路程使儿童明白终点的顺序与经过路程的长度并不相同：尤其是当我们将所有的路程分成连续的长度时，终点与经过路程的长度两种概念之间就完全不等值。儿童也会自己寻求估计长度的方式，用手指或是用眼睛来进行测量。实际上，当他第一次通过手指来测量移动的距离时，就发现了两段路程不一致。为了理解路程之间的差别，他们好像必须再次体验运动。安德说“我想要绕过去”。但是由于儿童观察到的是唯一的、整体的运动，不能分解为固定的长度，因此他们拒绝使用硬纸板。另外需要补充说明的是，儿童仍然会被终点决定的方向所吸引。儿童使用卡纸板试图将这个点与终点联系起来（比较简和乌拉在访谈末尾的

回答），因此他们不可能将路线分离。但是简的行为更加接近测量，因为他试着数这几段路程。

儿童在Ⅱb阶段可以立即区分路程长度和终点顺序之间的区别，但是很少有人回答测量是有帮助的。

卢策（Luc，5岁10个月） 主试在A_1上移动三段：卢策将他的小车放到了A_2第一段的上面，这是相同的距离吗？——不。他将小车放到了第三段。应该在那里，有三个直角。——你可以用这个硬纸板测量吗？——（将硬纸板放到直线上。）不能。

木板B：两段：卢策用手指测量，稍微向前停了一点。因为你的是从这里走的，而我的是从那里走的。（他继续用手指测量路程。）

多尔（Dor，6岁） A_2上的两段：正确。一段，反应相同（立即）。六段：将它移动地更远。为什么？——因为那里有直角。——但是为什么要停在这里？——有六个这样的直角。（他用眼睛测量，但不愿意用硬纸板。）继续：同样的反应。

木板B：立即向前移动，将测量纸条1，2，3放到了B_2的几部分上，然后将测量纸条1，4，2放到了直线B_1上。然后说这三个放在这里，那三个放在那边。好像这些纸条长度相同。哪个更长一些呢？——这个（B_1中最长的一段，即纸条4所在的位置上）。将这些测量纸条（1，4，2）放回去（B_2）（他只移动了4和2）。接着，他拒绝单独使用硬纸板。——你不能那样做。

厄勒（El，6岁4个月）用眼睛测量了A_1上的三段，接着在A_2上移动了三段。这是正确的吗？——是的……不，不是完全的三倍。（他向前移动了一点。）——你可以用它来测量吗？——（将测量纸条放到一段上面。）不能。——我们重新开始：他用眼睛测量，没有保持每一段是相等的。

木板B：他将小火车放上去，并用测量纸条覆盖两条路径，但并没有注意到两条路程的不一致：那里是三段，而这里是五段。但是他没有改变珠子的位置，所以当仅使用一个纸条时，他失败了。

克里（Chri，7岁1个月） 他在A_1上移动小火车时通常在另外一个的前面，但是拒绝测量，说你可以看出来。

伊尔（Gil，7岁2个月）起初是同样的反应，试着用测量纸测量，但之后丢弃了，选择用手指测量。但他后来再一次将测量纸拿起来并成功进行了测量，这就到了阶段Ⅲ。

我们从一开始就可以看到，这些儿童都可以区分经过路程的相同和终点的一致。但是问题在于，我们想要知道这样的分解是否完整，或者对于处于这一水平的儿童来说，在其经过路程的概念中，是否仍然存在某一直觉属性来源于终点顺序［并且可能恰恰是这样的属性阻碍了测量（measuring）］？确实，如果不通过双重运算系统，无法完全区分这两种概念：此处，终点来源于一系列元素的连续排列（A在B前，B

在 C 前等），然而长度或者距离是指连续点之间固有间隔联系起来的总和。我们注意到，在第一章和第二章中，处于阶段Ⅱ的儿童还没有掌握顺序运算，因为他们的行为仍然基于“僵化”的直觉，尽管这些直觉是可以清晰表述的（在亚阶段Ⅱb。详见第一章第二节与第二章第三节），即儿童预测顺序时只能从序列最初的元素开始预测，而不能从中间的元素开始。

如果是这样的情况，我们怀疑儿童是否已经了解了这些间隔的关系，或经过路程的运算概念。即使我们不强调测量的机制，考察与测量有关的反应都是非常具有启发性的。

为什么这些儿童都不能利用我们提供的硬纸板测量距离呢？所有的测量至少包含三种条件：（1）从主体上分离出一部分并将其作为一个单位；（2）位置的改变允许这一单元转换到同一整体的剩余部分中，或者到另一个单独的整体中；（3）过渡关系使以下结论成立：如果 $A = B$，$B = C$，则 $A = C$。当前儿童的行为（除了最后的伊尔）足以表明这三种条件都没有满足，而其原因虽然没有得以直接表达，但是在每一个访谈中都出现了：即运动是一个不可分割的整体，经过的路程是由在运动过程中直接由一系列的连续位置所构成，因此将其划分成相等的单元是不可能的。

当我们在引导儿童进行测量时，他们实际上在做什么？他们要么像亚阶段Ⅱa的儿童那样用手指测量路程，要么就是用不同的测量纸条完全覆盖轨道（多尔和厄勒），好像用这些纸条的表象可以更清楚地估计线段。因此很明显，我们不能说分离可以将整体划分为相等的部分或者单元。就像多尔那样，将测量纸条 1，2，3 放到非直线 B_2 上，将卡片 1，4，2 放在直线 B_1 上之后，说“这样就是三对三”，好像这就是将整体平等分割为单元的问题。另一方面，厄勒用不等的纸条同时覆盖了两条线，说“这样使那边有三条，这边有五条”他并没有移动他的小车，好像距离是否相等与他的测量没有关系。另外，没有一个儿童使用一个单独的测量纸作为一个单位。当他们最后数这几部分时，像卢策和多尔（在开始时），他们所列举的仅仅是运动的阶段而不是长度的单位（尽管 A_2 是由现成的单位构成），因为他们并没有考虑到在直线 A_1 上构成相等的单位。儿童也无法改变测量纸的位置：当儿童用他的手指测量，目的是想要试着模拟运动物体的运动，当他得到测量纸时，他不能通过一系列新的位置将其转移。为什么呢？事实上，他甚至不理解他们之间的过渡关系（$A = B$，$B = C$，即 $A = C$），最起码他不懂如何将其应用到两条线段的比较中。比如说多尔将测量纸 1，2，3 放到了 B_2 上，将测量纸 1，4，2 放到了 B_1 上，但绝不会试着将这两组转移到另外一条直线上，当把测量纸 1，2，3 从 B_2 上移走后，要求他将卡片 1，4，2 移动到 B_2 上时，他只是移动了测量纸 4 和 2。总之，儿童此时既没有通过细分后形成单元，也无法转移任何共有的测量单位。

毫无疑问，尽管儿童已经开始把路程长度的概念从终点的概念中分离了出来，

但是现在这些回答仍然意味着儿童无法完全区分距离和实际运动。如果要完全区分这两种概念，儿童就要在整个运动过程中将距离或者路程的长度视为一种时空直觉。这就是为什么这个水平的儿童不能对间隔进行连锁运算以形成测量系统的原因。

第三节　阶段Ⅲ：对所经过的路程长度进行运算对比并得出结论

在检验最后一个阶段的案例之前，先来看以下这些处于亚阶段Ⅱb和阶段Ⅲ之间的案例，这些案例向我们展示了有关测量进步性的发现。

蒙（Mon，7岁2个月）A_2上的六段：他将他的小车移动到在另一辆小车前面很长一段距离的位置：这些纸板能帮助你吗？——我不知道。——我们重新开始（三段）。——那里！他正确地测量了三段，将它转移到A_1上。

木板B（三段）：他将测量纸3，4，5拿出来放到一边，找到了其中最长的，用它来测量B_2的第一段。然后将其转移到B_1上。然后他用测量纸2，3进行了同样的操作。如果你只用这个呢（测量纸1）呢？（他又量了第一段，但是不知如何继续。）

埃利（Eli，7岁11个月）$A2$上的五段（相等）：数清楚并将它们近似转移。主试给了他一张纸板：他将纸板转移了五次。

木板B：起初和蒙一样，然后当实验者在B_1（直线）上移动小车，埃利在B_1上测量了六段相同的单元，并试着将它们转移到非直线B_2上，但是当看到这一单元并不像之前那样与其他部分一致时，他便只数个数，而没有考虑到它们长短不一样。

乔（Jo，8岁）起初拒绝使用测量纸，之后拿起来试了试，并且转移了五段。你是怎么做的呢？——我数了五段的距离。

木板B：像之前的儿童一样以同样的方式向前移动火车，按顺序轮流转移卡片。要是仅仅使用一张卡片吗？——（他试着使用五号，然后是二号，然后是一号，和在木板A上的转移一样。）一次，两次，等等。

皮耶（Pie，8岁6个月）木板B：这些都不管用，因为测量纸不都是相同的。（放下1，然后4和2，试着用最长的一个，并正确地将其用作单元。）

以下是一些更清晰的例子：

杰奥（Geo，7岁8个月）在木板A的最开始就对距离进行了测量。在木板B上，他第一次应用一到两段测量纸进行转移，然后他试着连续使用最长的那一段并成功转移了相同的次数。

我们同时向他展示了木板A和木板B，要求他将锯齿状非直线B_2上的距离转移

到有直角的直线 A_2 上，反之亦然，他可以正确使用测量纸 1。

> 马尔（Mar，7 岁 11 个月） 从起点开始测量，并计数 A_2 上的段数，将单元纸条转移相等的次数。在木板 B 上，他用不同的测量纸进行转移：只使用一张测量纸呢？他选择了第五张，用手指轮流指到每一段在最长测量纸上结束的端点，然后使用测量纸 1 进行正确地转移。

我们可以看到，在这一系列发展的最后，经过的路程不仅与终点的位置相区分开来，而且被看作一种距离，不同于位置变化或位移的运动。由于经过的路程是起点和终点之间的间距，所以儿童会视之为长度，不同路线的各部分的长度都一致。这种“质性”（qualitative）划分和转移出现于单位概念（idea of the unit）之前（蒙，埃利），但是通过重复的“位移”（dis-placement）（对单一的测量纸条的连续性转移）和细分（subdivision）的结合之后，单位概念随后便形成了。由此儿童理解了测量。因此我们可以说，在具体运算阶段（7 到 8 岁），儿童可以在质性和测量两个方面通过运算来掌握经过路程的概念（距离的“联合”被理解为起点和终点之间的间距；通过单元的位置转换进行测量）。

总之，只要顺序概念仍然是直觉性的（阶段Ⅰ和阶段Ⅱ），经过的路程就依然没有与其顺序区分开来，也没有与向给定目标行进的运动区分开来。反之，一旦顺序概念通过运算建立了起来（阶段Ⅲ中“放置”的运算），经过的路程就可以与位置改变的两端之间的间距区分开来，而连续位置的顺序也不会与间距或者距离的增加发生干扰。

第四章　位移的组合

到目前为止，我们已经知道尽管儿童能够根据直觉理解正向的线性顺序（通常为线性运动），但只有当各种顺序关系（反向线性顺序和正向、反向循环顺序）"组化"（grouped）到一个可运算的系统当中以后，这种关系才能在儿童头脑中完全形成，这种可运算的系统可以称之为"位置"的群集。现在，我们转而研究运动或者"位移"的问题，从数量上看，位移只是一种位置或顺序的改变。我们已经能够证实，只要概念仍然是直觉性的，那么经过的路程（即起点和终点之间的距离）与顺序本身没有区别：一方面，所行走的距离在一开始仅仅是通过终点来衡量的；另一方面，运动作为一种直接朝向目标或者终点的物体位置变化，其完整、不可分割的本质阻碍了儿童对其进行测量。只有到了具体运算阶段（7—8 岁），儿童才会认为经过的路程是可进行进一步细分的间距或距离，并可以基于运算对其进行质性或度量的评估。因此现在很适合研究位置变化的实际运算，如果之前的分析是准确的话，儿童要么根据顺序运算将位置变化作为一种位置改变或者位移，要么根据位置序列之间所包含的间距，将位置变化作为距离的总和。

为了明确上述问题，我们会简单地问儿童，在直线上从 O 到 X 去程的距离是否等于从 X 到 O 返程的距离，从 O 到 X 的一系列的部分距离与同一序列相反方向的距离是否相等。我们可以从一些斜面的例子中分析问题，即要求儿童进行上坡和下坡的比较（第一节），以及水平面的问题（第二节）。这些简单的问题足以让我们考察 4—11 岁之间每个阶段的儿童的回答。在下一章中，我们会关注相对运动的问题，从而完成相关的研究。

第一节　上坡与下坡

实验装置包括用硬纸板做的山，一条绳子从其中一个斜坡上延伸下来，并用钉子将其固定在顶端。一个珠子沿着这根绳子行进，代表缆车或者是索道（所有的儿

童都知道在萨利夫山上的那个索道）。山的底部和顶部分别用 O 和 D 标记，房子和树放在参考的指定地点，分别用 A，B 和 C 表示。将轨道 OA 记为 a，路径 AB 记为 a^1，路径 BC 记为 b^1，路径 CD 记为 c^1，并且路径 OB 记为 b（$b = a + a^1$），路径 OC 记为 c（$c = b + b^1$），整个路径 OD 记为 d（$d = c + c^1$）。最后，同样带负号的字母表示返程（下坡）。同时，长度分别为 a，a^1，b^1，c^1，b，c 和 d 的纸条都被使用。一部分纸条被标记为红色，其余的被标为蓝色，因此儿童可以区分使用这些纸条，红色表示在 OD 方向的路程，蓝色表示 DO 方向的路程。我们向儿童提了三类问题。

问题 1：我们开始让缆车从 O 到 D 向上爬，从 D 到 O 向下走，问儿童缆车在向上的过程中还是在向下的过程中走得更远。红色和蓝色的纸条在开始时就给了儿童，让他去测量旅程。如果他不愿意进行测量，我们可以把纸条直接放到路程上。因此两种方式的回答不尽相同。

问题 2：缆车从 O 点向上移动到 C，返回到 B，然后再移动到 D，最终从 D 返回到 O。因此局部轨迹是这样的：$a + a^1 + b^1 - b^1 + b^1 + c^1 - d$。因此问题是找出是否上坡的路程等于下坡，即是否（$a + a^1 + b^1 + b^1 + c^1$）或（$c + b^1 + c^1$）等于 $- b^1 - d$。如果存在歧义的话，我们明确指出两个上坡的过程 OC（$a + a^1 + b^1$），和 BD（$b^1 + c^1$），然后是两个下坡的过程 CB（b^1）和 DO（d）。纸条还是在儿童的支配中，如果他不能独立地正确使用，我们便和他一起测量。但应当记录以下的三种反应：儿童在独自测量之前的回答，一起测量后的回答，在成人测量后的回答。

问题 3：我们采取以下的路径（$a + a^1 - a^1 + a^1 + b^1 - b^1 + b^1 + c^1 - d$）进一步实验，也就是 OB，BA，AC，CB，BD 以及 DO。问题是找出上坡的路程总和是否等于下坡的路程总和（$- a^1 - b^1 - d$），如果儿童是按推论的方式回答问题，那么答案就是明显的；如果儿童试着用直觉的方式回忆所有路线，那么就会带来很多困难。但是一方面，绳子的之字形路线是钉在 O，B，A，C，B，D 和 O 这七个点上的，儿童足以回忆穿过的路径。另一方面，重要的是红色纸板和蓝色纸板一直在儿童的掌控中，所以问题就简化为红色卡纸的总长度（以首尾相连的方式放置）是否与蓝色纸板长度一致。

我们观察到的儿童的反应既简单又有启发性。在阶段 Ⅰ 中，儿童对第一个问题的回答就错了，也就是说，他认为珠子在上坡比下坡走的路程更远。他不想试着去测量，而且如果我们将卡片放到装置上，告诉他上坡 d 和下坡 d 是相等的，他绝不会相信。因此儿童也答不出来问题 2 和问题 3。在阶段 Ⅱ 中，儿童仍然认为上坡比下坡距离远，但是经过卡片的测量，他们就能认识到两段路程距离是相同的。有些儿童在回答第二个问题时不能自己去测量路径，而且从一开始就否认两段距离是相等的，但在测量后能够认识到两段距离是相等的（$b + b^1 + b^1 + c^1 = - d - b^1$）。

对于问题3，儿童要么不能解决，要么只能在实验者的帮助测量下解决。在阶段Ⅲ（7—8岁）中，儿童能解决问题1：儿童在测量之前就知道，无论是上坡还是下坡位移都是相等的。这一阶段的儿童在回答问题2和问题3时，该阶段初期和后期表现出不同的反应。在亚阶段Ⅲa中，对于问题2，儿童不能通过使用演绎的方法先验地解决问题，但是儿童试着自己去测量，因此用自己的方法测量后，认为上坡和下坡是相等的。因为缺少形式的概括，对问题3也没有产生先验的方法，但用另一套测量方法解决了问题。在亚阶段Ⅲb中，只有儿童已经获得了问题2的解决方法（通过测量），并通过直接概化成功地解决了问题3之后，儿童才能保持自己的进步。最后，在阶段Ⅳ（10—11岁），儿童已经可以通过先验的演绎推理将这三个问题都完全解决，而不需要借助任何具体测量，就能够预知结果。

1. 阶段Ⅰ和阶段Ⅱ：上下坡运动的不均等性

大多数年龄小的儿童都认为上坡索道比下坡索道走得远。阶段Ⅰ的儿童甚至在观察到测量两段路程所用的卡纸长度完全相同后仍然这样认为，而阶段Ⅱ的儿童在观察到测量之后改变了自己的观点。

以下是阶段Ⅰ的例子。

卢策（Luc，4岁） 同意火车直上和直下。它们在向上和向下移动的过程中哪个走得更远？——向上。——为什么？——向上直接到达了小屋（D）。——（红色和蓝色卡片放在两条轨道上。）你看看这两种颜色的卡片。——好的。——它们是相同长度吗？——是的。那么它们是向上还是向下走得远呢？向上。

问题2：火车在下坡过程比上坡移动得远，因为下坡的时候是一条直线。卢策仍然不能分离向外移动过程中部分上坡和下坡，更别说对路程进行测量。

凡茨（Fanc，4岁9个月） 上坡还是下坡路程更长？——上坡。——为什么？——（用包括一切的姿势指着轨道。）——你可以用那些卡片向我展示一下吗？——（凡茨自己将红色卡片放到了上坡的路程上，将蓝色的卡片放到下坡的路程上），然后将卡片挪到了桌子上。——他们是相同的长度吗？——是的。——那么火车在上坡的过程中还是下坡的过程中走得更远呢？上坡。

问题2：同样的回答。

克里（Chri，4岁9个月，凡茨的双胞胎姐妹） 同样的反应。

比亚（Bia） 上坡路程更远。——为什么？——因为正好是向顶端移动。——你认为我们可以用这些测量卡片看看上坡还是下坡的路程更远吗？（我们将蓝色的卡片放到下坡的位置，他将红色卡片放到了上坡的位置。）那现在这些测量卡呢？——他们都是一样长。——那么，如果火车沿着红色纸条爬上去，再沿着蓝色纸条移动下来，而两种卡片是一样长的，你认为是上坡路程长还是下坡呢？——上坡。

问题 2：下坡会更长一些。给我演示一下火车是怎么上去的，又是怎么下来的。（他正确地指出了上坡和下坡。）那么上坡和下坡哪个走得更远？——上坡。——为什么？——我们可以用这些卡片来测量吗？——他做不到。——然后我们将红色的卡片放到了两段上坡路上（$+b$）和（$+b^1+c^1$），将蓝色卡片放到了下坡路上（$-b^1$ 和 $-d$），让他注意到两部分的长度是相等的。那么现在呢？——向上的路程更长。

卡特（Cat，6 岁） 上坡的路程更长。——为什么？——因为绳子更长。——你可以用测量卡展示一下吗？（儿童没有任何行动，我们将红色卡片放在上坡位置，蓝色卡片放在下坡位置。）——这是一样的。——是否有一个更长？——不。——那么上坡长还是下坡长呢？——上坡。

问题 2：下坡路程长。——为什么？——因为这条是最长的。——你可以用卡片测量吗？——（他不会自己测量，但是我们帮助他之后，他指出两个颜色的卡片长度相等。）——那么然后呢？——下坡长。

以下是一些有关阶段Ⅱ儿童反应的例子。在开始时，儿童的反应和之前一样，但在测量之后矫正了自己的想法。因为对于测量的理解只出现在问题 1，而不是问题 2，所以前两个例子是处于阶段Ⅰ和阶段Ⅱ之间的例子。

亚奇（Jac，6 岁 4 个月） 上坡的路程更长。——为什么？——你可以用卡片为我展示一下吗？——（他将卡片放到了绳子上，根据自己的方式比较。）不，他们是一样长的。

问题 2：下坡的路程更长。——为什么？——那边（b）要比这边（d）短。——为我指一下上坡和下坡。（他正确指了指，然后我们和他一起测量。）——那么现在呢？——上坡并不比下坡长。

罗布（Rob，6 岁 6 个月） 上坡的路程更长。——你可以用手指为我展示一下吗？——（他重现了上坡和下坡）。——那么呢？——上坡更长。——长很多还是一点？——长很多。——用这些卡片试着测量一下。（他将他们放在上坡和下坡的位置上。）再仔细看一看（他用他的手指简单测量）。——那么现在呢？——不，不是上坡更长，他们是一样长的。

问题 2：下坡的路程更长。——你可以用这些卡片为我展示一下吗？——（卡片首尾没有对齐使他非常困惑。我们和他一起做测量，他注意到了红色和蓝色卡片长度是相等的。）——然后呢？——上坡更长。

吉斯（Gis，7 岁 4 个月） 犹豫，然后：上坡的路程更长。——你可以指一下哪里是上坡吗？——（他将红色卡片放到了上坡的位置。）——那哪里是下坡呢？——（在用手指示意后，将蓝色卡片放到了下坡的位置。）——那么然后呢？——上坡更长。——将卡片放到了桌子上。他们是一样长的。——他们指的是什么？——红色卡片和蓝色卡片。——那么是上坡远还是下坡远呢？——上坡

和下坡的距离是一样的。

问题2：上坡更远。(他在我们的帮助之下将卡片放到上坡和下坡的位置，然后被要求将卡片放到桌子上，他自己将卡片首尾对齐。) 他们是相同的，因为两个颜色的卡片的长度是相等的。

问题3：同样的回答。没有预计到上坡和下坡是相等的。

内尔（Nel，7岁6个月） 上坡更远。——为什么？——因为上坡比较长一点。你可以用卡片为我展示一下长是多少吗？（他将蓝色卡片和红色卡片摆放好。）是相同的。为什么？因为卡片是相同的长度。

问题2：上坡更长。为我展示一下。(他在我们的帮助下放好卡片。) ——那么现在呢？——将它们放在桌子上。(他自己将卡片首尾对齐放好。) 这两张卡片是相同的。

问题3：同样的反应。(没有出现概括化。)

西姆（Sim，8岁） 对于问题1是相同的反应。问题2：下坡路程更长。——为什么？——因为更长。——试着测量。(他将卡片放上去了但是忘了一部分，然后在我们的帮助下完成。) ——因此呢？——上坡更长。——将它们放到了桌子上。——哦，它们是一样长的。

这些是我们观察到的两种类型的反应。根据日内瓦各种学校（公立和私立）儿童的反应，只有七分之二的4到5岁儿童一开始就理解上坡和下坡的距离一样；在普通儿童中，一半的6岁儿童，四分之三的7到8岁儿童，所有的9岁儿童可以认识到问题1中上坡和下坡相等。在上下坡长度不相等的回答中，只有两个儿童认为下坡比上坡的路程要长，一个儿童的回答与正常儿童相差很大，另一个儿童考虑了速度。所以，我们似乎可以做出这样的假设：儿童开始时会认为上坡运动要比下坡运动的距离更长。

从目前的结果来看，儿童起初的知觉至少缺乏两种形式的分化：无法区分经过的路程和终点的位置（与上一章相同，但是这里的顺序是通过“高”和“低”的关系来定义）；因为无法区分运动的动态或物理元素与简单的空间位移，因此垂直和水平与其他方向相比是特殊的，并且不是各向同性的[①]。

儿童对问题误解的可能性也增加了：成人可能认为经过的路程就是距离，然而儿童可能根据消耗的精力、时间或者顺序回答问题。以增加问题和改变问题的形式来阐释这一问题远远不够：一方面，所有的术语是模糊不清的，较长路程的观点可以被理解为时间意义，也可以理解为空间意义。另一方面，如果儿童无法区分经过的路程和顺序，也无法区分运动的空间或者动态的因素，那么这样宽泛的定义就会造成言语上的误解，虽然误解并不是儿童回答错误的原因，但是会对其造成影响。

① 无论何种方向都有相同的属性。

现在儿童对于测量的反应足以显示第二个回答是正确的。最小的儿童（阶段Ⅰ）不理解测量，桌子上相等的卡片对他们来说没有影响。他们仍然认为上坡和下坡是不相等的。阶段Ⅱ的儿童虽然不能很好地实施测量并且理解其中的意义，但是仍然会期望在实际测量中上坡和下坡是不相等的。当看到实际情况并非如此时，他们修改了推测，承认了相等性：这证明他们的第一个回答不仅仅由语言的误解所致。

那么，火车从 O 到 D 向上爬比从 D 到 O 向下返回时更远这样的观点是如何形成的呢？首先儿童无法将经过的路程和终点的顺序这二者区分开来（就第三章普遍存在的结果来说，这是理所当然的）。如果经过路程的长度确实是依据终点来开始进行评估的，那么即使是在水平面上，儿童在理解 $OD = DO$ 过程中也存在一定困难。因为在这个过程中需要对起点和终点进行排列。实际上，我们可以看到，阶段Ⅰ的儿童拒绝承认基本的相等性，也就是说，不能从非对称的路程 $O \rightarrow D$、$O \leftarrow D$ 中提取出对称的距离 $O \leftrightarrow D$。现在在上坡的路程中，儿童仍然直觉地认为路程是不对称的，即 D 在 O 的上面，或者"在顶端"；而 O 在 D 的下面，或"在底端"。因此相对于下坡路程 $D \downarrow O$ 的终点 O，垂直顺序的出现使得儿童在上坡路程 $O \uparrow D$ 中对终点 D 有一个正面偏向。这就是比亚所明确解释的："上坡走得更远，因为上坡是向着顶端。"卢策："它要向着最高处移动所以走得更远。"另外，从阶段Ⅱ起儿童首先在水平上（见第二节阶段Ⅰ和Ⅱ）普遍认识到了 O 到 D 与 D 到 O 的距离相等，而在垂直面上，同一阶段的儿童只有在测量后才认识到了自己的错误。

但是为什么由"最顶端"和"最底端"判断的顺序所产生的不对称性相比水平顺序而言更牢固且更持久呢？因为水平和垂直的概念是物理的①，而不是几何的②：儿童起初并未在空间上对这两者进行区分，因此不是各向同性的。除了那些用"向上"和"向下"顺序解释他们回答的儿童之外，还有一些儿童已经明确地表示上坡的路程要比下坡的路程长，或者暗含这样的期望。比如说卡特（阶段Ⅰ），上坡比下坡要长，"因为缆绳更长"。但是有趣的是测量后两条长度相等的卡纸并没有给他启发，其原因不仅仅在于传递性的缺乏，而且毫无疑问的是，一旦这些卡片水平地放在桌子上，他们便无法表达斜坡上两条路径的不均等性。

至于阶段Ⅱ的儿童，他们自信地认为上坡和下坡的路程不等，并试着用测量来证明（当在问题 1 中持续地遇到障碍时，他们已经知道怎样用单独的纸条进行测量，不像在问题 2 和 3 中测量几段）：不像卡特，他们可以发现纸条长度相等，并由此做出路程相等的判断。比如内尔"他们是相等的，因为卡片的长度相同"，还有罗布"上坡的路并不会更长（比较红色卡片和蓝色卡片）因此卡片是相等的"。吉斯更加明确，看看这些斜坡上的卡片，他继续思考上坡比下坡更长，但是看到桌子上的卡

① 属于物质和能量领域。

② 用简单图形表示空间量。

片首尾对齐时，他改变了主意，“上坡和下坡的路程一样长”。因此，很明显，儿童首先根据火车从 O 到 D 上坡的距离比 D 到 O 返回的距离要远，进而得出距离不相等的结论。阶段Ⅰ儿童根据终点判断两者不相等，因此他们在阶段Ⅱ中仍然坚持两者不相等的结论，而只有当观察到测量结果后，之前的推断才会消失。相反地，当路程是水平的时（见第二节阶段Ⅰ和Ⅱ），该不相等的推断在阶段Ⅰ就消失了：因此在阶段Ⅲ之前垂直和水平不是各向同性的。

如果我们基于最初的顺序直觉的假设是正确的话，则在最早的运动直觉中会出现超出空间的因素，并与时间、速度和向外施力相连。因此，当儿童声称物体向上移动比向下移动的路程更长，或者是顶端的终点比底端的终点优先时，他只是简单地认为，向上移动的动作比向下移动的动作要多了些东西：其中有施力，即一种肌肉活动，表示为行进更长的距离，或者花费更长的时间。“这是更漫长的路程”，他用通俗的语言这样表示。正是这种自我中心赋予了“顶端”和“底端”特殊的性质，进而阻碍了距离 OD 的对称性，也就是与 DO 距离相等。而实际上这阻碍了位移或者是运动的可逆性：上坡的距离与下坡的距离并不相等，因为下坡运动并不直接是上坡运动的反演，它们在直觉上是不同的。

在儿童对问题 2 的反应中我们发现了基本的不可逆性，但是这一次距离是复合的，而不再是连续的组块，即距离 $+b^1$ 和 $-b^1$ 被分别加到距离 OD（$=+d$）和 DO（$=-d$），因此更加复杂。在这一问题中通常也会出现言语理解问题，当儿童认为我们说的整个上坡的去程包括（b^1+b^1），当然他认为上坡比下坡更长。但是为了消除模糊的说辞，我们通常会很详细地进行实验，用手指进行测量，或者将测量卡片放上去，以此展示我们在比较（$+d+b^1$）和（$-d-b^1$）两段路程的距离。之后发生了什么呢？

年龄最小儿童的例子：（卢策、凡茨和克里，4 岁）不能理解（$-b^1$）去程是下坡，并且与（$-d$）返程的叠加。因为儿童不能将看起来似乎不能分割的运动分解成“组成的部分”，所以没有试图理解实际的问题。但是比亚、卡特等人（就是阶段Ⅰ中 5—6 岁绝大多数的例子）确实试着（一些儿童立即理解，一些儿童在我们帮助下慢慢理解）理解上坡和下坡。他们仍然一致认为（除了处于阶段Ⅰ和阶段Ⅱ之间亚奇和罗布的例子），上坡的总和并不完全等于下坡的总和。但是却不再出现对上坡的普遍偏向：一半的儿童（这在阶段Ⅱ和阶段Ⅲ）仍然倾向于上坡更长，而另一半认为是下坡。换句话说，儿童深刻地体会到了上坡分为两个基本相同的部分（$a+a^1+b^1$）和（b^1+c^1），下坡分为大部分和小部分（$-d$ 和 $-b^1$），即有时认为第一部分比第二部分大，而有时认为是相反的。

但是为什么儿童不能对它们进行正确地组合呢？是因为出现了类似于问题 1 但不完全相同的现象。因为在最初直觉的例子中，终点顺序和运动本身没有从驱力中

分离，这里的驱力既是客观的（速度等），也是主观的（施力的感觉等），因此由于动力削弱，速度不同等，使得一段长路程和两段局部的路程不能组成相同的位移。这就是为什么有些时候认为下坡更长，因为这意味着一条单独的长轨道（$-d$）；而有时候认为上坡更长，因为它有一系列分开的路程。在两种例子中，仅仅简单地测量长度（与运动相反）不会使儿童信服。与之相反，在阶段Ⅱ中（吉斯、内尔和西姆的例子很明确），儿童开始从运动直觉（motor intuition）中分离出运动，但是仍然无法预测两者是相等的，尽管如此儿童还是可以通过测量让自己信服。从另一方面来说，如果他不能在无帮助的情况下（与问题 1 中路程的测量不同，问题 1 中的测量只包括单独一张卡片的放置）测量部分路程，这的确是因为分割仍然是不完整的：在一定程度上，运动仍然带有动态学的色彩，儿童不能理解为什么必须这样测量距离，但是一旦在实验者的帮助下完成测量，儿童就能认识到上坡和下坡的相等性。

儿童对问题 3 的反应在对应的水平上也是一样的。

2. 阶段Ⅲ：基于具体运算的位置变化的群集，但不能进行正式的概括化

阶段Ⅲ的本质特征是儿童能够理解上坡和下坡的路程相等。换句话说，如果能接受之前的解释，就是指儿童能从动态运动中分离出位置的实际改变。非常有趣的是，我们注意到这一结果与第一章和第二章的第三阶段儿童的反应非常一致。当儿童接近 8 岁时，线性顺序的运算性反演代替了直觉性反演。其结果是，位置和位置改变开始组成同一个群集（grouping）。在这个阶段，儿童认识到了循环顺序，而且可以将经过的路程与顺序分离开来，并且能采用对称的距离或者起点、终点之间的间距的形式分析问题。在同样的阶段Ⅲ，儿童开始将时间顺序同空间顺序[①]区分开来，相当于将动态因素从位置变化中分离出来，正如我们将在第六章和第七章所看到的，速度的运算关系由“超越”的概括化所替代。因此，通过类似位置改变的分离，我们很容易看出为什么问题 1 在阶段Ⅲ中得以解决。通过问题 2 得出了一个重要的结论：儿童可以在没有帮助的情况下测量上坡和下坡的部分路程，然后通过具体运算判断两段路程的相等性。但是与问题 1 不同的是，由于问题 1 与两段完整的路程相关，无须心理组合，因此儿童可以预期测量的结果。但由于问题 2 必须要求在心理上重建路程来回的细节，所以儿童不能预计问题 2 的测量结果：因此儿童认为上坡比下坡更长，且只有通过测量后才发现上坡和下坡两段路程相同。至于问题 3，处于亚阶段Ⅲa 的儿童像问题 2 一样基于经验解决这一问题，然而在亚阶段Ⅲb 他们才通过概括问题 2 的结果预测到了结果。

这里有一些属于亚阶段Ⅲa 反应的例子，我们从一个处于阶段Ⅱ和阶段Ⅲa 中间的例子开始介绍。在这一例子中儿童立马解决了问题 1，但是在问题 2 中仍然不能完

① 见《儿童时间概念的形成》。

全自发地进行测量。

尤尔（Jul，6岁） 问题1：上坡长还是下坡长？——一样。——为什么？——（他将卡片放上去），他们是相同的长度。

问题2：上坡更长。——为什么？——用卡片为我展示一下。（他测量了 *OD* 和 *DO*）这两个是相同的。——那些呢？——（他测量了 *CB* 和 *BC*。）上坡和下坡的距离一样长。

问题3：上坡更长。——检查一下？——（他正确地测量。）这是相同的。

布朗（Bran，6岁11个月） 问题1：一样长。——为什么？——你可以看到。——用这些卡片看一看。——（他进行了测量。）是的。

问题2：上坡更长。——为什么？——因为上坡更曲折。——测量一下。——（他在 $-b^1$ 处犹豫了一下之后正确地进行了测量，将卡片首尾对齐放到一起，做出判断）：他们是一样长的。

问题3：上坡更长。——为什么？——因为全是上坡。——检查一下。——（他测量所有上坡的路程，然后将他们拿下来首尾对齐，然后犹豫，考虑，接着又测量了所有下坡的路程。接着，在没有将一系列红色卡片放到蓝色卡片旁边的情况下，他判断）：这是相同的距离。——为什么？——因为是相同的长度。

皮耶（Pie，6岁11个月） 问题1：一样长。——为什么？——因为是相同的距离。

问题2：上坡更长，不，下坡更长。不，是相同的。不，下坡更长，因为这一段（$-b^1$）。——你确定吗？——是的。——用卡片检查一下。（他将 d 放上去，然后 a^1+b^1，然后选择 a 作为一个单元），然后将它转移到下坡部分。——做了五次。——（他用相同的方式测量了下坡部分。）这边也是五次。他们是相同的。

问题3：等等。我想要去看看。（他以单元的方式再次测量。）这是一样的。

马克（Marc，7岁7个月）问题1：一样长。——为什么？——因为绳子的长度是相等的。

问题2：上坡更长。——为什么？——因为这些（锯齿纹）。——用你的手指指一下哪里是上坡，哪里是下坡。——（他做的很正确。）——然后呢？上坡更长。——用这个呢？——（他将卡片放到位置上，将他们摆到桌子上，将他们并排放在一起，最后说）是相同的。

问题3：上坡更长。理由相同，然后用相同的方法达到了正确的结果。

埃利（Eil，8岁10个月） 同样的回应。问题3重复了问题2回答的步骤，稍快一点。

索尔（Sol，9岁2个月） 问题1回答正确。问题2：下坡更快。因为（$a+a^1+b^1$）和（b^1+c^1）这两段上坡路程对他来说似乎比下坡（$-d-b^1$）更短。问题3：下坡和之前一样长。他开始将卡片放到索道上并且说：我认为

他们似乎是相同的，但是不像亚阶段Ⅲb的答案，他直到很确定时才完成测量。

这些回答证实了位移运算的完全可逆性：注意到D到O的下坡路与O到D的上坡路程相反，即$-d=-(+d)$，所以O到D的间隔在两个方向上是相同的，并由此形成了“距离”。这不同于心理物理学的运动动力，形成了严格的对称关系（即$O \leftrightarrow D$，与$O \rightarrow D$和$O \leftarrow D$有差别）。因此，问题1在测量之前得以直接解决，表明了我们已经可以将位置改变的运算性质视为可逆的。

其次，位移运算的可逆性通过分别计算向上的向量和向下的向量的总和以证实其相等性，进而儿童得以解决问题2和问题3。实际上只要位置改变仍然是不可逆的，测量就毫无意义，因为卡片的长度既没有表达实际运动的动态性，也没有个体的特性。相反，由于位置改变的可逆性，问题就简单地变成了距离或经过路程的问题，测量因此变成了可能，像在之前章节（第三章）中观察到的阶段Ⅲ的大多数儿童一样。通过这样的测量（在皮耶的例子中，他可以使用单位作为度量标准，其运算已经达到了度量水平，但在其他例子中，儿童仅将测量卡纸并排放置，其运算仍然是“包含的”），儿童已经可以对任何方向上独立的位置改变进行运算组合。

但是为什么初期的“群集”只是局限于在具体的水平上，即为什么解决问题2和问题3必须需要儿童进行测量，而不是得出先验的推论$+b^1-b^1=0$，或者是$(a+a^1+b^1+c^1)=d$？在第三章所研究的案例中，将之字形线转换为直线的过程中，儿童必须进行测量，而本章的问题仅仅通过推理就可以看出每一段向上的部分都有相对应的一段向下的部分。现在，儿童不仅必须通过测量来解决问题2，而且，在解决问题2之后要用同样的方法解决问题3，而无法立即推断出额外的之字形线并不会改变上坡和下坡路程的相等性。儿童随后的反应会帮我们理解这些困难产生的原因。

实际上在亚阶段Ⅲb中，即平均年龄9—10岁的儿童，在问题2之前仍然在推论，但是一旦进行测量并找到了解决问题的方法后，他就试着进行直接地概括，得到问题3的结果是相等的。以下是亚阶段Ⅲb的一些例子。

克莱恩（Clan，8岁1个月）　问题1：一样长。

问题2：上坡更长，因为有很多之字形。——为我展示一下哪里是上坡哪里是下坡。（正确。）——然后呢？——下坡更长，不，上坡更长，不，是一样的。但是我仍然认为上坡更长，因为这些弯曲的地方……不（他测量）是的，是一样长的。

问题3：和之前一样。——为什么？——因为我知道他们是相同的数量。我们只需要将卡片放上去。

泰斯（Thes，9岁2个月）　问题1：一样长。——为什么？——他们是相等的。

问题2：上坡更长。——长多少？——长那么多（$+b^1$）。证明一下。——（他将卡片放上去。）哦，不，是相同的：一边向上，一边向下。

问题3：一样长。——为什么？——那里（$+a^1$和$-a^1$），一段是上坡，一段是下坡，这里也是一样的，（第二段：$+b^1$和b^1）。是的，他们仍然相等。

亚奇（Jac，9岁5个月） 问题1：相等。问题2：上坡更长。长很多吗？——不，长一点（$+b^1$）。——你可以证明吗？——（他将卡片放上去说）上坡更长。——为什么？——（看了一遍，没有将卡片从斜坡上拿下来，说）不，是相等的。——你可以为我展示一下吗？——（他将卡片一个挨一个地放在桌子上。）嗯，是正确的。

问题3：是相等的。——为什么？——因为在这里上坡（$+b^1$），在这里下坡（b^1），这里是一样的（$+a^1a^1$）。如果你将所有上坡的距离和下坡的距离分别加起来，则他们的长度是一样的。

罗斯（Ros，9岁7个月） 同样的反应，但是有相反的观点。（问题2中下坡更长，是因为b^1）。问题3：（经过长时间的反应。）是一样长的。——为什么？——（分别测量每一向量和其相反方向的向量。）那里！

安（An，10岁10个月） 问题1：相同的。问题2：上坡更长。长多少？——（$+b^1$）。——你可以证明吗？——（他将卡片放上去。）是一样长的：他们是一样的长度。问题3：一样的。为什么？——是一样的量。

与亚阶段Ⅲa的回答相比，这些回答确实很有趣。在问题2产生的困难仍然是相同的：因为儿童并没有分析路程的起点，他要不指着$+b^1$那一段感觉上坡比下坡长，要不指着$+b^1$那一段感觉下坡比上坡长。然后，一旦开始使用测量的方法，他便观察到了补偿的因素。此时对于提出的问题3，儿童不需要借助测量就立刻能概括出来。

我们首先关注那些真实的概括而不是简单的“转移”。在亚阶段Ⅲa中，儿童将解决问题2的成功方法应用到问题3上：在一定程度上，相同方法的应用使他们的操作更简单，缩短了每个答案需要的时间，这可以说是一种转移。相反的，在之前所引用的案例中，儿童已经可以在理解问题2时所发现的解决方法的基础上，通过概括与调整将其直接迁移到问题3上。儿童此时所理解的内涵包括什么呢？很明显，儿童不再局部地详细分析上坡和下坡，而是通过某种形式的机制，从一开始便掌握了上坡的每一段可以通过下坡的一段来补偿（反之亦然）这一方法。在问题2中，尽管儿童对问题仍感到非常困惑，但是由于儿童无法对每一个元素进行分解，因此成功地掌握了整体的机制。但是这一早期的形式思维，由于没有经过实际的重组，即基于补偿的一般因素的推论，这种早期形式思维只有在问题2中对路程进行测量的实际经验的基础上才能达到亚阶段Ⅲb的水平。在亚阶段Ⅲa和Ⅲb中，儿童无法采用抽象和形式的方法对问题2之后的问题进行逐步分析。而正是由于缺乏这种推理能力，儿童不断地对每一个分离的元素进行重组，并受到感知困难的混淆。

3. 阶段Ⅳ：通过形式推论的方法正确解决三个问题

儿童在最后这个阶段发展的特点是出现了我们之前描述的形式运算，它出现在阶段Ⅳ，即在问题2之后不需要以一系列的实际测量作为基础。阶段Ⅳ开始的平均年龄是10—11岁，一些特殊的例子开始于9岁甚至8岁，10岁一般在亚阶段Ⅲb和阶段Ⅳ之间。

以下是三个例子，开始的是过渡期的例子。

雷（Ray，8岁10个月）问题1：相等。——为什么？——因为你可以说每一段路程都是总路程的一半。

问题2：上坡更远，不，是一样的。——为什么？——因为这是明显的。——为我展示一下。——（他将卡片放了上去，然后把他们堆到了桌子上。）是一样的。——你确定吗？——你可以看一看。（之后他将卡片一个挨一个摆放。）

问题3：和之前一样。

马尔（Mar，11岁2个月）问题3（在其他之前）：我认为是一样的。——为什么？——因为这里是上坡。（他指了三个部分。）并在那里下坡（同样地）。——要是我说上坡更长，你能为我展示一下吗？——是的（他无误进行了测量）。正确。问题2也如此。

洛尔（Laur，11岁4个月）问题2：可能下坡更长，哦不，他们是相等的，是一样的，因为上坡是这里（$+b^1$），下坡是这里（$-b^1$），还有这里（第二段$+b^1$），然后向上返回了相同距离，然后向下，然后继续向上（$+c^1$），最后一路向下（$-d$）。

问题3：他们仍然是相等的，因为如果向上移动相等距离，向下也移动相同距离，距离是一样的。

该阶段的儿童与之前相比表现出很明显的差异：在对路程的初步分析中他们并没有感到迷惑，他们开始利用由假设构成的预期格式（scheme），假设不同的上坡都会由下坡来补偿，然后通过检验这些元素来证明假设是否正确。因此，这一形式的方法被称作假设演绎（hypothetico-deductive）法，即在通过实验对假设进行验证之前，先对其进行协调。很明显，这就是我们在马尔和洛尔的例子中看到的。相反，雷在刚刚开始进行这种类型的推理时仍然处于对细节进行直接检查的阶段，但仅从他的分析能力来看，他已经超越了处于亚阶段Ⅲb的儿童。实际上，处于阶段Ⅲ的儿童（具体运算阶段）知道了一些演绎推理法，因为对路径的测量就是一种推理。在这一方面，阶段Ⅲ的儿童比阶段Ⅱ的儿童表现明显：阶段Ⅱ的儿童在没有帮助的情况下不能在问题2和问题3中进行测量，尤其是第三章中的表现是如此。但是这样的推论来自于实际的实验，因为在判断中，要得出结论就必须要借助测量卡，这是必不可少的。此外，阶段Ⅳ的儿童不需要进一步测量，通过对正向运算和反演运算的逻

辑计算来判断两部分路程距离是相等的。因此在儿童掌握了具体运算和早期的感知运动组合之后，位移的群集得以在形式的水平上重构。但我们仍有待考察的是为什么问题 2 和问题 3 的解决需要在形式上进行预期，而不是通过具体推导来解决：这将通过以下部分来展示。

第二节　水平运动

如果装置的设置不包括上坡和下坡，儿童对于同样的问题会有怎样的反应呢？考虑到问题的设置过于简单，我们使用了两种方法，一种方法与之前的方法相对应，另一种方法包括几个移动物体，让他们同时发生位移。我们认为解决后一个问题会更加困难，但是有趣的是我们注意到这两种方法的难度基本相同，我们会同时记录两种方法的结果。

方法 1：包括在直线 *OD* 上呈现一系列的参考点，间距可以相等也可以不等，红色卡片代表去程，蓝色代表返程：然后我们一段一段进行移动，比如说从 *O* 到 *D*（$=+d$），然后从 *D* 到 *B*（$=-c^1-b^1$），然后从 *B* 到 *C*（$=+b^1$），最后由 *C* 到 *O*（$=-b^1-a^1-a$）。为了多样化，我们没有固定绳子，但我们向前移动时只用单独一张纸（蓝色或红色）记录移动的距离。另一方面，路程直接是由两种着色的卡纸（红色和蓝色）构成的：问题是找出红色卡纸或轨道的总和是否等于蓝色（返程）。在方法 2 中，我们开始将五个点 *OABCD* 放到五个位置，然后对其进行摆放，比如 *O* 在 *C* 旁，*C* 和 *B* 在 *B* 和 *O* 旁：根据当前情景，红色卡片 *OC*（$=+c$），蓝色卡片 *CB*（$=-b^1$）和 *BO*（$=-b$）被拿出来，然后检验 $+c=-b^1-b$ 是否正确。在回答之后进行测量，然后根据儿童的反应，对相同模型的问题进行复杂化或者简化。

通过这样的方法我们获得了两个有趣的结果。一种结果是儿童对两种方法的反应都与其年龄相对应。另一种结果是这两种反应本身与我们之前研究过的倾斜平面的反应相一致。唯一区别在于问题 1（*OD* 的距离是否和 *DO* 的距离是相同的）在水平面上变得更加简单，因为动态因素（施力，速度，时间）在两个方向上是相同的，不像上坡和下坡。尽管如此，处于阶段Ⅰ的儿童通常不能解决问题 1。与倾斜平面的反应不同，处于阶段Ⅱ的儿童就能很快解决这个问题。

我们观察到如下几个阶段。在阶段Ⅰ和阶段Ⅱ中没有运算组合，即在将经过的路程进行排列后，既没有预期也没有归纳，且不能对后续的预测有所帮助。在阶段Ⅲ中，儿童可以借助观察进一步进行归纳，出现了具体的组合（concrete compositions）。阶段Ⅳ儿童可以通过形式演绎来预期结果。

1. 阶段Ⅰ和阶段Ⅱ：没有运算组合

阶段Ⅰ的儿童不仅不能预知来回移动路程的结果，而且在观察到相等或者不一致（根据是否返回到起点）之后，他们仍无法找到以下问题的规律：

罗特（Rot，5岁）方法1：路线$+d$和$-d$（问题1）。这是相同的吗？——不，向终点走比较远。——那么现在呢？——（相等，他测量。）是的，是相等的。——这次呢？——（$+d-c^1-b^1+b^1-b$。）我想考虑一下。——走得是哪条路？——（他正确地指出。）——你准备怎么做？——看一看这些。（他排列这些卡片。）这是相同的：这个和这个。（指出路程的细节。）——那么现在呢？（$+d-c^1-b^1-a^1+a^1-a^1-a$）？——我不知道（排列卡片）。哦，是一样的。——那么现在呢（同样的组合）？——我不知道（排序）。仍然是相同的。这样呢？（另外的组合。）这复杂了，你必须数一数。

克里（Cri，5岁）同样的开始：这样吗？（$+d-c^1-b^1+b^1-b$。）——红色是最长的。——为什么？——那个时候走得更长。——看（我们将它们摆成一列，他理解了）这样呢？（$+d-b^1-a^1+a^1-b$。）——我不知道，（他进行了排列）哦，是一样的。——那么现在呢（$+c+c^1-d$）？——蓝色更多，因为返程走得更远。

亚奇（Jac，5岁）（$+d-c^1+c^1-d$）？——我不知道。无论如何，一段都要比另一些长。我认为是蓝色。——看。（他进行排列。）——哦，它们是相等的。——你事先能知道吗？——不能。

维尔（Wil，6岁）（$+d-d$）问题1：一样的长度吗？——不。——为什么？——（他比较卡片。）是的。——那么现在呢（方法2）：（$+b-a^1+a^1+b^1+c^1-d$）？——它们是相同的吗？——（他排列卡片。）是的。——那这样呢？（$+c-b^1-a^1-a$，将卡片放到一边。）——不，红色更长。——这样呢？——（方法1）（$+d-c^1+c^1-d$）？——不。——为什么？——红色更长。

很明显，儿童没有对路程进行组合：要不随意进行估计，要不根据对最长的部分的感知进行估计。

在阶段Ⅱ，所有的儿童都可以解决问题1（$+d-d$）。另外，他们试图去猜测结果，但是不能进行验证。为了找出是否存在真正的组合，我们引入返程不相等的例子，即不返回出发点。如果儿童的答案是往返距离一样，说明儿童是随意猜测的。下面是两个例子。

塞尔（Ser，6岁6个月）认识到去程$+d$和返程$-d$距离是一样的。那么这样呢（另外的返程）。——仍然是一样的。——那么现在呢？（另外一种组合但没有返回到出发点，停到了B点。）——相等。——仔细地看。——是的，仍然是相等的。他因此没有进行计算。

皮耶（Pie，7岁10个月） 在例子 $+d$ 和 $-d$ 中，同意去程和返程是相同的。方法2：（$+d-c^1-b^1-c$）？——红色更长一点（他排列它们）。不，是一样的。——那么这样呢？（另外的组合。）——一样的。——那么现在呢？（另外一种组合。）——差不多是一样的。——为什么是差不多呢？——朝向我的多一点。——仔细地看。——这很让人困惑。你应该数一数它走了多少路程。——现在看一看（方法1：$+d-c^1-b^1+b^1-c$）？——红色更长一点。——现在你自己做一下（我们让他在房间里沿着直线走）。你从这里出发（O），向前走到窗户处（D）。然后回到 B 点，再回到 C 点，返回到出发点 O。你在一个方向走得比在另外一个方向走得远吗？——我向窗户方向比向门走得更远。——你是怎么走向窗户的？——（指着 $OD=d$ 和 $BC=+b^1$。）——怎么走向门？——（指着 $DB=-c^1-b^1$ 和 $CO=-b^1-b$。）——那么现在呢？——向窗户走得更远。——那如果我告诉你是一样的呢？——不。

我们看到当儿童可以正确回答问题1时，即在一个方向和另一方向的单程是相等的，即使儿童偶尔能够猜到正确的结果，但实际上儿童并不能对往返的路程进行组合，因此儿童并没有超过阶段Ⅰ的水平。

2. 阶段Ⅲ：通过具体运算理解，没有形式推论

阶段Ⅲ的儿童（7、8岁至10、11岁）事先也不能解决问题。像在第一节中所看到的，对结果的预测实际上意味着儿童开始进行形式运算，自此儿童开始试图解释这种情况的缘由。当一次或两次错误预测之后，儿童开始观察到排列线段的结果，通过重建其中的运算，理解了其中的规则之后可以正确地预测随后的几个。儿童在理解之前并未尝试进行推理。以下是一些例子。

帕尔（Par，7岁） 方法2：（$+d-c^1-b^1+b^1-c$）。——不。红色更多。——看，（他排列了卡片）。——是的。——这样呢？（另外的结合。）——在两个方向上是相同的。——为什么？（他重建）——是的。——那现在呢？（新的测试。）——一样的事情。——这样呢？（新的组合方式，但是两段停留在一条直线上）？——不。——为什么？——那些丢了（正确）。方法1：是一样的。

安德（And，8岁） 方法1：往返路程：一样的。——这样呢？（$+d-c^1-b^1+b^1-b^1$。）——红色更长，因为没有返回到起点。——（正确）那么现在呢（$+d-c^1-b^1+b^1-c$）？——红色短一些。试着看看是不是正确的。（他自己试着用一张纸测量路程，没有排列卡片。）——不，它们都是相同的。——那么现在呢（$+c-b^1-a^1+a^1+b^1-b^1$）？——蓝色更短一些，因为没有完全回到出发点（正确）。——那么现在呢（$+d-c^1-b^1-a^1+a^1+b^1-c$）？——一样的，因为是这样走的。（指出往返的路线。）——这样呢？（新的组合。）——一样的。这样测试：不相等。——不。——这样呢？——相同的。因为每个方向

上都有一段完整的路程和几段部分路程。(正确。)

方法 2：同样的回答。

卢策（Luc，8 岁）　方法 2：$(+d)-(c^1-b^1)\,b$？——一样的。——为什么？——因为两段蓝色的路程（c^1+b^1）和（b）是红色的一半（d：正确），现在看一看（$+d-c^1-b^1-a^1-a$）。——不，红色更长。——试一试（他排列卡片）。——是的。——（另外一种组合。）——是的，因为走了相同的路程。——（再次测试。）——仍然是相同的路程。(正确。)

杰（Jea，9 岁 3 个月）　方法 1：（$+d-c^1-b^1+b^1-c$）。——蓝色更长，因为朝向我走的路程更远。——(他排列卡片。)——哦，不，是相同的路程。——（又试了一次。）——相同的路程，因为小人返回到了出发点。——（又一次实验但是停到了返程的 A 点。）——不一样。——为什么？——因为他的往返路程：没有返回到 O。——（又一次测试。）——不相等。哦，不，相等，因为是相同的路程，在两个方向上。

方法 2：（$+d-b^1-c^1+b-b^1-c^1-b$）？——是一样的。——(交叉检查：两个人在相同的线上。)——一样的。不，蓝色更长，因为他们不是全在一个地方。

德雷（Dre，9 岁 6 个月）　方法 1：（$+d-c^1-b^1-a^1-a$）？——是一样的长度。因为这个人返回到了起点。——这样呢（$+d-c^1-b^1+b^1-c$）？——这一方向上距离更长（红色）。试着画一下。(他这样做。)——哦，是的。——（又一次尝试。）——一样的，因为他向前走了三次，往回走了三次。——（又试了一次，但是在返程停到了 A 点。）——红色比蓝色长。——那么现在呢？（又试了一次）？——红色比蓝色长。那么现在呢？又试了一次。——是一样的事情，因为在不同的方向有几个之字形。

方法 2：一样的，因为小人和之前一样在同样的地方。——（又试了一次。）——仍然是一样的。——（新试次有两个小人在同样的地点上）？——你的方向比我的方向走得路程更长（正确）因为小人都回来了。

在这些事实中，我们可以看到有趣的地方，这些反应与第一节中相应的阶段是平行的。实际上没有儿童可以立马解决锯齿形问题。相反，当去程是单独的一段路程（d），而返程有两部分（$-c^1-b^1$）和（$-b$）时，这样的问题难度不大（参见卢策）。儿童德雷甚至解决了四个阶段的返程问题，虽然所有的路程是相同的方向。因此往返的部分路程仍然阻碍了儿童的正确回答。但一旦他观察到一次或两次的正确结果，(通过排列卡片，自己测量，或者甚至是包含轨道分析的简单的图画），就可以轻易（参考安德、卢策、杰和德雷的访谈结尾）地重建运算，甚至可以正确地预测随后组合的结果，是相等的或者不相等的。

此外，我们可以看到方法 2 包括五个物体的排列，似乎并非比方法 1 难，问题 1 只是单独一段上的往返运动。现在，儿童必须结合五个移动物体位移的改变，置换

O，*A*，*B*，*C*，*D* 点，与在同样的点之间置换一个单独的运动物体相比，甚至是与可变化的往返运动相比，儿童对此会感到更加困惑。这一事实对于解决遗留问题——具体运算和形式运算的差异，实际上并不是特别具有启发性。

实际的问题是为什么儿童能够对所进行的运算完全重构，但是却无法预先做出推断呢？在第一节的结论中我们看到，确实，对问题（方法 1）中出现的位置改变进行分类的预期性格式（anticipatory schema）必然是假设-演绎的，随后是形式的，因为这暗含了之前一般性补偿的假设，因此只有在回顾过程中才能进行验证。但是为什么这样的预期性格式没有在 7－8 岁儿童中出现，即当儿童获得了位移的可逆性，对路程可以进行测量，并对经过的部分路程进行具体分组时出现呢？我们已经观察到，在第一章和第二章中，阶段Ⅲ的儿童已经掌握了线性和循环顺序的多重反演，并且可以对此进行细致地组合（两个反向即一个正向等）。而在此为什么他们却被往返部分路程的相互作用所限制？

实际上，如果位移本质上是位置或放置的改变，物体走过的复杂的路程如 *OD*，*DB*，*BC* 和 *CO* 就好比一个排列的系统。如果 *M* 是一个正在移动物体，则其路程相当于 *MABCD*，*OABCM*，*OAMCD*，*OABMD* 和 *MABCD* 上连续的位置改变，好像 *M* 依次替换了 *O*，*D*，*B*，*C*，*O*。因此，在一个方向的序列中期改变次数为 4 ＋ 1 次，而在另一方向的序列中为 2 ＋ 3 次，因此 5 ＝ 5。在方法 2 中，如果我们将 *O* 放到 *D* 上，*D* 放到 *B* 上，*B* 放到 *C* 上，*C* 放到 *O* 上，我们获得了序列 *CADBO*，同样包括每一方向上五个位置变化（在一个方向上四次 *O* 替换了 *D*，一次 *B* 替换了 *C*，在另一方向上两次 *D* 替换了 *C*，三次 *C* 替换了 *O*）两种运算实际上是相等的，但是在两个例子中都包含了排列系统：在方法 1 中，*M* 点和固定点之间的排列，在方法 2 中，“小人”与对应点之间的排列。

目前，我们在关于排列或组合的运算发展过程的研究中，发现了一个在 11－12 岁才出现的完整系统，而简单的序列化或序数化的运算大约在 7 岁左右就已经获得。原因很明确：排列或组合的系统表明心智是同时而非相继完成几个序列的，即给定某一领域的事实，序列化可以简单地将其延伸到任一方向。但是排列运算必须根据任何可能顺序进行排列。换句话说，排列是形式运算（formal operation），而非简单的具体运算（concrete operation）。

一般来讲，形式运算可以被视为是作用于其他运算的运算，因此被认为是运算的第二个水平。排列运算包括将系列化排成序列。运算的第一水平，即为具体运算。运算的第二水平以第一水平为基础。我们可以以此类比形式运算和具体运算。至于基于初始运算而形成的运算而言，它或是新的具体运算（但属于运算的第二水平），如排列等，或是建立于代表着初始具体元素的命题之间的蕴涵和不相容系统。鉴于形式运算以通俗或精确的语言表达，这些运算可能是以具体的方式表现，也可能仅

仅是象征性的构建。因此，形式运算作为运算的第二水平，且是基于初试运算而形成的运算，虽然与具体运算相类似，但是却更加难以应用。

毫无疑问，类似地，预期性格式的构建在解决问题 2 和问题 3 时发挥着必不可少的作用，因而相比于具体运算而言也要更难。儿童处于阶段Ⅱ时，在试图解决当返程是由很多部分同一方向构成的例子中，他们只需要通过具体方式的增加就可以解决问题了。但是当不同的方向混在一起时，儿童将无法获得成功，因此就需要重建类似于单纯排列的运算。

3. 阶段Ⅳ：由形式推理立即解决

结论：位移的群集

与之前阶段的儿童不同，在我们引用的例子中儿童已经无须再为了理解解决方法而对部分路程进行排列了，他们从一开始就用演绎的方法推导其一致或不一致性。以下是三个例子：

赫尔（Ger，9 岁 10 个月） 方法 1：同样的长度。——为什么？——因为朝向你和朝向我的路程是一致的。——（另一种组合。）——也是一样的。——为什么？——因为不管路程长短朝向你和朝向我是一致的。——（往返很多次，但是停到了返程中的 *A* 点。）——红色更长。——为什么？——因为小人没有回到起点。——你是确定的还是猜的？——确定的。

方法 2：蓝色更长因为走向你比走向我次数更多。哦，不。——（其他的排列。）——同样的。因为在两个方向上移动。——（另一种结合，两个人在一条线上。）——不一样，因为没有返回到这里。

内拉（Nera，10 岁 3 个月） 方法 1：一样长，因为两个方向上都走了相同的路程。——（另外一种组合，停到 *A* 点。）同样的，因为每条路都有六段。哦不，这里是五段。——（改变很快以至于他没能数清楚。）——同样的事情，因为再一次回到起点需要走相同的路程。——（交叉检查，也非常迅速。）——不一样，因为没有返回到起点。

方法 2：有许多人要数，但在两个方向上仍然是相同的。

洛尔（Laur，11 岁 4 个月） 方法 2：$(+d-c^1-b^1+b^1-b^1-b)$？——是相同的，因为都是回到了起点：他们只是互相进行了替换。——（另一种结合。）——相等。——（仍然有很多，但是两个小人在 *A*。）——不，这不完全相同，因为这一段（*OA*）比较短。——（同样的。）——他们不相等可能是因为如果从那里开始的话，返程比去程更多。——（正确。）

方法 1：他们是相同的。只是变成之字形的，每次回来的长度与出去的长度相同。

因此我们可以看到方法 1 和方法 2 中的反应水平具有同时性。这样的结果让我

们可以重新讨论运动和位移运算的本质，以及群组构建的群体性特征。

将这些结果（与第三章类似）与第一、二章相比，我们就发现在顺序或放置运算之间以及位移运算之间有着紧密的联系，前者实际上暗含了后者，最起码从时空和逻辑内[1]的观点出发是这样的。从纯逻辑的角度来说，顺序独立于它本身的建构，二者关系特点可能是以正向或者反向的形式组成，其中不包括任何运动。但是我们将分析转移到构成空间，时间，运动和速度运算的逻辑内领域中时，每一个顺序系列都包括运动。这里有两个理由。第一，为了构建这一系列，元素必须以特殊的顺序放置或继续。因此这样的顺序或放置是位移的结果。第二，为了将正序转变为反序，也就是从 $A \rightarrow B$ 转变为 $B \rightarrow A$，则必须或是移动元素，或者是“移动”观察的儿童，从抽象意义上来说也就是改变“路程方向”。这就是我们在第一章中看到的：从正序转变为反序的通路，包括装置设备或者观察者的部分旋转。正如我们在第三章（通过终点的顺序对经过的路程作出判断，之后是通过起点和终点之间的间隔作出判断）和现在的章节（对位移和排列的理解之间的对应）中所了解到的，在旋转中他们的位移运算意味着放置。这同样也有两个原因：第一，物体改变彼此之间相关的位置，包括顺序和放置的改变；第二，单个移动物体的位移也是顺序的改变，但是与坐标相关，即依照参照点排序。

如果不受任何其他因素影响，只站在发生论的立场，从顺序和运动的本质上试图描绘质性运算的特征，我们就可以看到这两个概念来自于相同的可逆运算。其直接的形式是“放置”，相反的形式是“位移”。将 $A \rightarrow B$ 确定为放置，那么相反的放置 $B \rightarrow A$ 构成了“位移”，相反的位移（反演的逆运算）又回到了放置 $A \rightarrow B$。因此从这一角度出发，两种运算之间存在完全的相关，而且每一种运动可能被认为是一种位移或者置换。

尽管“放置”和“位移”之间存在差异，但也存在相关，这就使得其在顺序运算和运动运算之间的存在合乎逻辑，并在实践中得以分离：可能是儿童通过自身行动、眼睛追踪或在思维中内化的运动来安排物体，或者儿童改变自己的位置获得相反顺序，因此会提到“放置”在两段路程的方向；也可能是元素彼此之间的位置进行了变换，因此会提到正向和反向的“位移”。但是事实上，在两个例子中，所有的放置都与位移相关，反之亦然。

因此，顺序（放置）和位移的质性运算在逻辑内的水平上本身是相等的，而在逻辑的水平上是可移动且非对称关系的系列化。然而，作为由一系列间隔来定义的对称关系系统，可能可以从任何系列化中获得，也可能可以从任意放置或位移系统中获得，即位置顺序之间间隔的相对应的系统中获得，而这些间隔构成了距离或者经过的路程。事实上，根据在第三章中所提到的儿童对经过路程的测量，以及在第

① 逻辑和逻辑内运算的差别见《儿童时间概念的形成》结论（第二部分最后）和《儿童的数概念》结论。

四章中所提到的儿童对连续的部分路程和总路程的比较，我们可以看出，只有当位移运算具有可逆性时，处于阶段Ⅲ的儿童才可以理解经过距离的概念。

总之，定性地讲，顺序的改变构成了位移，而一系列点之间的间隔组成了距离或经过的路程。因此，这两种质性运算尽管不可分割，但也不尽相同。由于顺序和位移的不对称性，二者的关系不可交换；但是距离或间隔是对称的，因此二者之间是可以交换的。

为了更好地理解从基于纯逻辑（更准确地来说是逻辑内的）本质的质性群集，到基于位移的数学群集的通路，我们将测量的概念引入到所有运动均包含的放置和位移两个因素中。从“放置”的角度出发，即每一相关运动的顺序参照点系统，我们可以构建“坐标系”，精确地讲，顺序点的总和之间的间隔可以构成可测量的距离。从位置改变的角度出发，我们可以与先前定义的参照系统相关的单元距离来测量所经过的路程。这就是数学建构中“位移”来自于计量几何学，而顺序本身起源于拓扑学的原因。因为这与个体在“路程的方向”的反演中的动作无关，也与顺序排列的动作无关。尽管位移被认为是定性的，并独立于任何测量的方法，但这样合乎逻辑的分离不应该模糊放置和位移的运算本质。

从另一方面来讲，在儿童的例子中，从位置和位移的质性群集到位移的测量群组的过程很复杂，因为在运算建构之前儿童已经有了直线、平行线和角的直观观念。它出现于长度和距离的直觉之后，几乎与最初的顺序直觉同时出现，并且部分独立于它们。这并不意味着这种比另一种更正确。[①] 相反，作为一种知觉，它们继承了所有的假象和直接性的特点。只有当放置和位移的质性运算被整合成连贯可逆的系统后，儿童才能将距离视为由间隔系统构成，而并非在此之前；因为在具体运算阶段（7－8 岁）和假设演绎或形式运算阶段（10－11 岁）两个阶段中，两个质性的群集才能形成一个度量群。

① 相反的，最初的距离和长度的不守恒性是在儿童无意识几何结构的研究中观察到的。

第五章　相对运动

前一章的结果表明，儿童在起初“组合”位移时出现了困难，但掌握了形式运算的群集后就可以得出正确的结论。因此，接下来我们将以反向验证的方式深入到对相对运动的研究上。第四章所研究的运动是一系列的运动，其组合似乎是将它们简单地相加，即两次位置改变只形成了单独的一个（加之“群”的本质特征：两种运算方式合并成一个）。与之相反，相对运动是同时的，比如开动的船上的乘客的运动，其组成包括运动是否连续，并与之前一样将其以相同方式相加。比如小船，已经向前开动了距离 X，乘客（船上的人）移动的距离是 Y，如果他们是以相同方向移动，则总路程（相对岸边）是（$X+Y$）；如果方向是相反的，就是（$X-Y$）。但是我们可能立刻直观地看到，运动的相对性似乎比连续运动的组合看起来更难掌握，因为注意必须同时集中到两个运动上。但从运算上来说，无论物体运动是继时的还是同时的，运动的组合是相同的。因此对我们来说有趣的是将相对运动和之前的问题进行比较，以便更清楚地了解直觉和运算各自的作用。

值得注意的是，因为我们将在第八章对相对运动的分析中提及速度，所以在本章中我们完全不会提及速度的问题。

第一节　方法和一般结果

我们让所呈现的测试尽可能简单：一只蜗牛放在长 10—15 厘米，宽 3—5 厘米的木板上或是一块硬纸板上。我们告诉被试，蜗牛将在木板上移动，由于它移动得很慢，所以我们可以近距离观察蜗牛的运动。当蜗牛移动时我们可以逗它玩。我们会缓慢地移动纸板，但不能让蜗牛有所察觉，有时和蜗牛移动方向相同，有时与蜗牛移动方向相反。然后蜗牛被放到纸板的一头，同时在桌子上画一个很清晰的参考线，根据可能的不同情况组合，蜗牛和纸板同时向前移动（或者如果儿童起初不能理解，就一次只移动一个）。儿童可以用测量纸来测量蜗牛和木板从参考线开始所移

动的距离。问题是在材料移动之后，要求儿童再次确定蜗牛所到达的位置，或者在口头描述给定确定条件后，要求儿童确定蜗牛将要到达的位置。

我们提问的四个问题如下：

问题 1：蜗牛和纸板在相同方向上同时前进（纸板移动的距离比蜗牛更长或更短）。

问题 2：在测量纸的帮助下重构路程，可以用测量纸进行测量，但方向相反。

问题 3：我们告诉儿童（这次不做任何动作，仅仅通过口头表述或者通过手势描绘出运动，但是不让儿童观测到结果）蜗牛和纸板彼此沿相反方向运动，但两者同时走过相同的距离：因此儿童应该预测到蜗牛待在原地不动。

问题 4：将蜗牛放到纸板的一端（放在参考线上）：当向相反方向移动时，根据蜗牛走过的路程比纸板长还是短来预测它会到达这条线的左边还是右边。

67 位 5－14 岁的儿童接受访谈。从他们的回答来看，我们可以区分出与前面章节的描述相关的以下阶段。在阶段Ⅰ，被试不能同时注意两种运动：通常是不能注意到蜗牛的运动。由于这一阶段的儿童甚至连一段简单的路程都无法进行测量，所以我们没有过多地关注他们的反应。相反，我们看到阶段Ⅰ和阶段Ⅱ中间水平的被试，他们试着使用测量纸测量路程，不过他们只考虑两个物体中的一个。在阶段Ⅱ，儿童可以测量两段路程，但为了重建蜗牛走过的路程，他只是将两段路程以参考线为起点并列排列，不能理解应该把它们相加还是相减：被试因为没有将两段路程首尾相连，所以不能解决问题 1。从阶段Ⅲ开始，（具体运算开始于 8 岁）问题 1（相同方向的路程）通过路程相加得以解决，问题 3（相反方向路程相等）通过路程相减得以解决。在亚阶段Ⅲa 中，问题的解决方法被找到；同时在亚阶段Ⅲb（9－10 岁），儿童逐渐以经验的解决方法来解决问题 4（相反方向路程不等）。最后在阶段Ⅳ（10－11 岁），儿童在开始就可以解决所有的问题。

因此通过与第四章分析的解决方法比较，我们可以看到，相对运动的组合直觉地比连续运动更难，但这一延迟只有在早期阶段可以观测到。一旦到达了阶段Ⅳ，假设演绎水平上的运算与形式水平上的运算具有同时性，并且二者结合了起来。

第二节　阶段Ⅰ和阶段Ⅱ：无法对运动进行组合

首先以下是一些阶段Ⅰ（没有测量）的例子和一些处于阶段Ⅰ和阶段Ⅱ之间（开始测量路程）的例子，当重建蜗牛到达的终点时，儿童只能考虑到两种运动中的一种。

托恩（Ton，6 岁 7 个月）不知道怎么用纸条测量。为了找出蜗牛到达哪里，托恩让自己近似复制纸板的运动，但是没有注意参考线以及蜗牛在纸板上独立的

位置改变。对于相反方向的运动也给予同样的反应。反之，对于相等长度的相反运动，他没有关注纸板的位移，只关注蜗牛。将纸板的一端放到参考线上，他说，蜗牛从这里开始移动（参考线），到达了那里（纸板的另一端）。——那纸板做什么了呢？

尼什（Nis，7 岁 6 个月） 测量纸板和蜗牛走过的距离，那这张纸是干什么的？——当蜗牛向前移动时，测量它走过的距离。——为我展示一下蜗牛要到哪里呢？——那里（将纸条拿回到参考线）。——纸板做了什么？——它也向前移动了。——移动了多少呢？——（他指着测量纸板经过距离的纸条。）——那么然后呢？——当蜗牛向前移动时，纸板也向前移动会有什么不同吗？——没有。——蜗牛要到达哪里呢？——那里（和之前一样）。他给了一个解释，然后将两段路程合到一起。

问题 2：尼什转移了对蜗牛返回的路程的测量。纸板呢？——你往回移动了它。——那么蜗牛到达哪里？——那里（指着之前相同的点）。

纳尔（Nal，7 岁 8 个月） 那里（单独是蜗牛）。——纸板也移动了吗？——它要到达哪里呢？——（大概指了指。）——对于蜗牛来说纸板和它同时运动会有什么影响吗？——没有。

问题 2：同样的反应。

下面是一些阶段Ⅱ的例子，在这一阶段的例子中，儿童转移了蜗牛和纸板的运动，但是没有将他们合并到一起，只是将两个测量纸条放到一起，都从参照线开始。

艾克（Iac，7 岁 7 个月） 现在蜗牛开始出发了。他已经结束了路程。他最终停到了哪里？——这里。（大概指了指。）——难道不需要测量吗？——（他测量了，并将它转移到参考线。）——纸板呢？——是的，它向前移动了。——（他将测量纸条放到蜗牛旁边进行测量。）但是看：当木板从那里开始向前移动时，蜗牛也在上面移动（我们用测量纸测量纸板上蜗牛走过的路程，直到前者与其他首尾相连）。现在让我们再一次开始（新的尝试）。到了哪里？——这里（他再一次将两张纸挨着放到参考线）。——看（我们将两张纸首尾相连）现在他从哪里出发？——（似乎理解了。）

问题 2：（相反方向）蜗牛认为自己走了很长的路程，但是你看我会像这样拉动纸板。那么蜗牛会到达哪里？——（艾克测量了两个运动的距离，然后将测量蜗牛路程的纸条放到出发点左边，测量纸板运动的纸放到右边。）这里。——为什么？——蜗牛朝这个方向运动，纸板朝那个方向运动。但是仔细看一下（重新开始）。到哪里结束？这里。（再次将两条测量纸放在参照线的相反方向，并且指向蜗牛路程的终点，没有干扰到纸板上的蜗牛。）

科尔（Col，8 岁 1 个月） 从两段路程的起点（问题 1）开始测量，将两条测量纸平行地放置于参考线。——蜗牛达到那里——（结束路程，没有考虑木板。）

那么木板呢？——那里。——但是当它在移动的时候蜗牛也在移动啊？——是的，但是他是从那里出发的（绝对起始点）。——但是木板移动的距离更长？——是的。——那么蜗牛去哪了呢？——这里（指着从参考线开始的纸条的尾端，但是仍然没有关注木板的路程）。

问题 2：科尔像艾克一样将测量纸放到起始点的两边：蜗牛到达这里（在测量纸一端的左侧）。——但是木板是怎么移动的？——另一条路。——那么蜗牛也移动了吗？——是的。——那他最后停到了哪里呢？——这里（和之前一样）。——为什么？——因为他走得是这条路，那是他走过的距离。

我们可以看到最后的反应很有意思。事实上，阶段Ⅰ的被试不能同时注意两项运动，他们在复制其中一项的时候会忘记了另一项。我们不是很确定这一现象的出现仅仅是因为注意困难还是聚焦直觉困难。但是实际上阶段Ⅱ的被试测量纸板上蜗牛移动的路程和桌子上纸板移动的路程，仔细地将这两种运动转移到起始点。他们没有通过简单的相加或相减将这两种运动结合起来，确实可以说这是他们在位移组合过程中存在系统性困难的标志。这一困难类似于我们在第三章和第四章中分析的那样，同样在阶段Ⅱ水平：当运动不是完整的且由部分运动组合而成时，儿童不能对其进行测量，而部分运动必须在其自身之间进行协调；运动的方向是不可逆的；最重要的是，儿童无法区分路程长度和在连续中的顺序之间的不同。而在当前的例子中，有两点需要特别标注。第一，当蜗牛和纸板向同一方向移动时，儿童可以很清楚地注意到所给的条件——纸板拖着蜗牛走，但是当儿童通过转移所测量的长度来重建蜗牛的路程时，儿童不能理解路程的起点随着纸板一起运动，而且也不知道蜗牛被纸板带了多远。实际上出发点是相同的，都在纸板运动的起点处，即纸板和蜗牛同时从参考线开始移动。这使得儿童坚持从这条线开始计算蜗牛的路程，好像蜗牛运动的起点是绝对的，与纸板没有关系。换句话说，相对运动的起点具有绝对的特点，这阻碍了绝对运动的组合。因此“顺序”再一次使问题 1 中长度的组合出现了错误。对于问题 2，当蜗牛朝一个方向运动而木板朝另一个方向运动时，蜗牛的运动被认为完全在第一个方向发生：如果蜗牛从参考线的左边开始运动，儿童将测量纸条放到左边，但不会注意到纸板将运动带到了右边。第二，儿童会将测量纸放到参考线的右边测量第二个运动，好像是两个从同一点开始向相反方向运动的绝对运动。此时顺序关系比路程的长度更能决定移动的方向，因此路程的组成是不可能的。因此在两个例子（问题 1 和问题 2）中，似乎蜗牛的运动是独立的，而且可以单独被改变。与阶段Ⅰ相比，阶段Ⅱ的进步表现在纸板的运动也可以被测量并且转移，但是与蜗牛的运动是分离的且不协调的。

第三节　阶段Ⅲ：可以通过具体运算对同向运动和相等距离的反向运动进行组合，但无法对不等距离的反向运动进行组合

我们回顾第三章和第四章中的两节所描述的阶段Ⅲ的特征：儿童可以进行具体运算，并试图通过组合部分路程对其进行测量。至于相反方向，即使当返程是由多个部分共同完成时，假设这几个部分的方向相同（反向），他们认为返程和去程仍是相等的（包括上坡和下坡的例子）。反之，在部分往返例子中，儿童只是逐渐获得了经验性质的解决方法。现在在相对运动中，情况非常相似。事实上，当两个运动的方向相同时，阶段Ⅲ的被试可以成功地组合这两个运动。另外，他们还可以提前成功地解决问题，也就是通过没有实验性质的观察就可以解决相反方向相等距离运动的问题：很明显，相同方向运动的组合已经变成了运算，因为在 $A + X$ 的运算中，被试推断出 $A - A = O$，也就是反演性和同一性。但是当相反运动的距离不相等时，也就是 $A - X$（X 比 A 长或者是短），他不能进行任何的组合（亚阶段Ⅲa），或者他只能凭经验或者逐渐摸索（亚阶段Ⅲb）解决问题。

以下是Ⅲa 阶段的例子，从阶段Ⅱ和亚阶段Ⅲa 之间的中间例子（没有立即解决问题 3）开始。

罗尔（Rol，7 岁 10 个月） 问题 1：儿童首尾相对地摆放代表蜗牛路程的纸和纸板路程的纸，但是没有将起始线考虑在内。你能记得纸板刚刚在哪里吗？——那里（他进行了调整）。——蜗牛在哪里停止运动的？——这里，（纸板路程的一端）不，那里！（他又一次加上了蜗牛的路程。）——为什么那里？——因为起始点在那里，木板向前移动；然后因为蜗牛在最上面，是那里！（正确。）现在（问题 2）：（相反方向不等距离的路程）？——蜗牛往回运动。（他说这是根据对运动的理解，然后他测量了蜗牛和纸板移动的距离，将测量纸放到相应的位置，将前者放到参考线的左边，将后者放到参考线的右边。）——蜗牛朝哪边运动？——这一边。——但是因为木板往回移动，那蜗牛的路程比其他的路程更长还是更短？——更长（重复运动）。哦，不，更短。——那么然后呢？——（他将两张测量纸首尾相对放置，都放在蜗牛运动的这边。）——全程都是这样吗？——是的。

问题 3（相反方向相等运动）：他先指了指左边，然后指了指右边，最后发现蜗牛没有改变位置。

弗朗（Fran，8 岁 1 个月） 问题 1：（他将测量纸首尾相连放好。）这就是纸板的路程，蜗牛在上面。（问题 2：相反的运动）他到达了哪里？——这里。（他将

蜗牛的路程放到了参考线左边，纸板的路程放到了参考线的右边，并指向前者的一端。）——你认为他走了这么长的路程？——哦，不，你将纸板往里挪动到了那儿。——那蜗牛在哪里？——在纸板上。——有区别吗？——纸板向里拉，然后蜗牛这样移动。——蜗牛在纸板上一直是向前还是向后移动。向前（运动被复制）。哦，因为蜗牛要离开时（开始移动），纸板向后移动，然而蜗牛没有随纸板一起移动（相同方向）。——如果我没有移动纸板的话，蜗牛还停到原来的地方吗？——一样的。——那他停到哪里呢？——那里（仍然是原来的地点）。另一个测试：他这次将测量纸并排放到参考线的一端，指出蜗牛路程的一端，好像纸板在其中没有起到任何作用。

问题 3：（相反方向相同距离的路程）他愣了一下（立刻回答正确）。

维尔（Vil，9 岁）　问题 1：近似指了一下，然后将两段路程首尾相对放置，指向第二段的一端。

问题 2：将路程放到起始线的两侧，像罗尔和弗朗那样。纸板做了什么？——向后运动。——那么蜗牛走得更长还是更短？——更长。——比他自己走得路程更长吗？——不，更短（他像之前一样把他们放回来）。——但是蜗牛停到了哪里呢？——那里（自己路程的一端，在左边）。然后纸板回到那儿（朝右）。

问题 3：稍有犹豫，然后说：他没有动。

与阶段Ⅱ相比，我们可以看到在这些反应中儿童的进步：被试从一开始理解如果蜗牛被纸板带着一起运动，蜗牛路程的起点是纸板的一端，而不是标记了纸板路程开始位置的绝对起点。这就是罗尔明确提出的：从这个起始点（参考线）开始，木板向前移动。然而因为蜗牛在上面（在木板上），那里就是蜗牛的位置（他将蜗牛的路程继续放到木板上）。总之，蜗牛的起点不再是绝对的，被认为是随纸板一起移动的，因此所经过的路程是由组合加起来的。当运动方向相反长度相同时，儿童也能理解他们之间相互抵消（问题 3）。

但是为什么当运动方向相反，路程不相等时他们不通过简单地相减去组合路程呢？儿童对问题 2 的解决办法在当前阶段中继续了下去。像在阶段Ⅱ中一样，罗尔立刻说：蜗牛往回移动。但是不能从一段路程里减去另一段，他将第一段运动路程放到参考线左边，将第二段路程放到参考线右边。和之后同样陷入僵局的被试一样，我们问他，如果木板没有往回移动的话，蜗牛的路程会更长还是更短？罗尔和维尔首先回答“长”，因为那样的话就会有两段路程而不是一段。然后说“短”，只是因为往回移动。所以我们可以理解为什么他们对要不要减去路程这点会犹豫不决，在他们看来大体上是要加到一起的：因此最后罗尔的解决方法是将它们摆放成一条线。至于维尔和弗朗的结论，很明显是根据纸板的运动得出的，“纸板往回移动，而蜗牛却没有往回移动”，因此运动是独立的。

总之，在阶段Ⅲ中出现的具体运算，起初只能在距离相等的情况下所有同一方

向或相反方向的组合上。因为这样可得到一个完全的补偿，即正向路程$+A$和反向路程$-A$的组合形成了恒等式$A-A=O$。但是当反向路程不相等时，具体运算已经不足以解决这个问题，因此需要形式运算的参与。

为什么？通过以下回答的分析，我们可以对其进行检验。实际上，在亚阶段Ⅲb，问题2可以通过一次次经验性的试误解决。

埃德（Ed，8岁10个月） 问题1：很快回答正确。问题2：他会往回走（埃德像问题1那样将测量纸首尾相连放到参考线的左边，然后他将代表纸板路程的纸条往回移动，但不知道代表蜗牛的纸条该怎么办）。蜗牛比之前走得更远吗？不，它走的路程更短。当我在拉纸板的时候蜗牛在干什么？它在向前移动，不过不远（他将代表纸板路程的测量纸拉到参考线的右边，让代表蜗牛的测量纸横跨在这条线上来标记返回的运动，但是由于测试纸在纸板上，所以二者之间不能进行协调）。（进一步的尝试）。它超过了那条线（正确，但没有正确的协调）。

问题3：（相反方向相等路程）：它在原地。

问题4：正确预测在左边还是在右边。

艾于德（Aud，9岁5个月） 问题1：很快回答正确。问题2：他走的路程会更短。（他和之前一样将他们排成一行放在左边，然后将代表纸板路程的纸往回拉到参考线的右边，之后把代表蜗牛路线的纸放到纸板那条线上。在他将最后一张纸拉回来后，或多或少停在了正确的地点，但是没有协调代表纸板路程的纸。）

问题3和问题4：正确。

利尔（Lil，10岁） 问题2：儿童首先将蜗牛路程的测试纸放到参考线的右边，将纸板路程的测试纸放到左边，然后颠倒这些位置，将蜗牛路程的测试纸横跨到参考线上。最终，他将两张纸都放到参考线的右边，就像阶段Ⅱ那样，但是在右边标记总返回的路程。

问题3：他往回移动：他仍然在线上。

问题4：木板这样，但是蜗牛那样：向右。相反关系也是相同的。（正确。）

胡布（Hub，10岁7个月） 问题2：这是木板的路程（立即将它放到参考线的右侧：正确），蜗牛也如此（将他放到参考线的左边，正如阶段Ⅱ那样，然后往回移动）。在任何情况下，都不需要它（纸板路程的测试纸）。他超越了那条线（将蜗牛路程的测试者更往里移动）。不，没那么远。

我们可以看到儿童开始协调，最起码试着协调方向相反、距离不等的运动（问题2）。但是他们没能成功地将两部分路程精确相减。儿童可以正确地将测量纸放置到参考线的右侧代表木板的位移，来测量往回走的运动。至于蜗牛的路程，他们不能找到相对起始点，即将它放到另一纸条的一端。不过儿童清楚地知道蜗牛路程的起点是由木板的运动带动的，最重要的是与亚阶段Ⅲa的被试相反，他们知道蜗牛的总路程比它自己移动的路程更短："他没有走那么远"（埃德），"是一段更短的路程"

（艾于德）。因此儿童知道必须减去或者缩小一定距离，但是不知道怎么做，也不知道减去多少。

这一令人好奇的情况是基于什么？为什么当儿童已经明白蜗牛的总路程更短时，却不能理解蜗牛路径的起始点与往回走的木板路径的一端是一致的？好像被试不会将这种减少当作是一种减法，同时被试也无法清晰地想象问题中的运动是同时的还是继时的。为了理解这两项运动的关系，实际上儿童需要能够自主地想到在连续路程中的每一条单独的路径，然后将每一部分协调成同时的整体。如果例子中的被试已经到达了具体运算阶段，我们必须承认这不足以确保儿童可以将同时运动转变为继时运动，反之亦然；只有类似假设引发的推导机制，也就是说需要一个形式机制才能让问题得以解决。让我们从这一方面检查处于亚阶段Ⅲb 和阶段Ⅳ之间的被试，让我们看一下他们是如何正确解决问题的。

加布（Gab，9 岁 8 个月） 问题 2：他开始在起始线的两端摆放测量纸条，然后从左至右（正确的方向）逐渐拉回代表木板路程的纸，同时他将代表蜗牛路程的纸横跨到参考线上。然后他将其缓慢地往回移动，直到到达了木板测量纸右侧的一端，然后大叫，就是这里。他从这里开始的。最后指出蜗牛最终停靠的点。

问题 3：相反方向相等距离：他停在了他开始的地方。

雷恩（Ren，10 岁 5 个月） 问题 1：立马说你应该将二者加起来。（问题 2：相反方向）你也应该将他们加起来。（将一段纸条放在参考线的左边，另一段在右边。）不，你应该从这里（蜗牛的路程）把木板路程的距离减掉（测量木板的纸条）。那就只剩下左边的这条。（他将测量木板路程的纸条放到蜗牛路程的纸条上，并指出了差异。）好。所以蜗牛停到了哪里？——（他将测量木板路程的纸条放到了参考线的右边，蜗牛路程的纸条放在旁边，使得两端一致。）这里就是它停的地方。——（正确。）

赫尔（Ger，10 岁 6 个月） 问题 1：这是纸板的路程：蜗牛在纸板上走了相同的路程。所以你将纸条首尾相连加起来。那是正确的。——那么这样呢（问题 2）？——蜗牛在前面，纸板在后面。（他将蜗牛路程的纸条放到参考线的左边，纸板路程的纸条放到右边，然后倒转他们，然后将蜗牛路程的纸条横跨到参考线上，将纸板路程的纸条放到右边，最终把纸条末端合在一起。）

问题 4：这里（正确）因为纸板向后移动的距离比蜗牛向前移动的距离更长：他在参考线后面结束。

我们可以看到儿童是怎么获得正确答案的：儿童以连续的方式对运动的距离进行测量，并将其视为是同步的。在加布的例子中，他没有用语言来表达这一过程，但是雷恩和赫尔的机制是明确的：有时，进行减法的意识会让他们重建相反方向的两个运动，似乎这两个运动是同时的；而有时同时性的本质也会让他们意识到要进行减法。雷恩一开始就表明，你必须将相同方向的运动加起来，相反方向他也想这

样做。但是之后他认识到必须从一段长度中拿走另一段：也就是说为了进行运算，他将测量纸板路程的纸条放到测量蜗牛路程的纸条上，这充分表现了他们同时性的本质，并在最后正确地将纸条的尾部对齐。至于赫尔，开始就明确地将相同方向的运动相加，他从一开始就计划将相反方向的运动相减，并认为运动是同时的，然后实现了运算。

总之，为了实现相反方向运动的减法，儿童首先必须认识到运动是同时的，而不是以连续的方式到达，或者以连续的方式测量；然后要留下路程相加或是“更长路程”的印象，正如我们在亚阶段Ⅲa 中看到的那样。但是在一段一段测量完之后，为了将运动想象为同时的，儿童必须有通过单一的减法运算来产生“组合”的意向。而现在，恰好形式思维具有可以同时达到这两种条件的可能性，即通过假设演绎的重构得以“绕开”其实际经过的路程，也就是说可以任意地将同时性重构为连续性，反之亦然。在现在测验的例子中有趣的是，正如我们在第四章中所提到的连续路程，只有当相反方向的局部运动发生时，基于假设演绎本质的重建才是必要的。相反，当相同方向的同时运动（或者是相反方向连续运动的问题，但只是单独的相反运动；或者是仅仅相同方向的几步）发生时，具体运算是足够的，因为儿童已经可以通过预期所观察到的位置改变的反向运动，来试着绕开现实。

因此我们观察的被试是在形式思维的范围内，通过一系列逐步尝试最终解决了问题（或者部分代替）。我们现在正要分析的与之前相反，是从一开始就可以解决问题，并且只有一个单一思维过程。这是同时性表征和运算性协调的双重问题。

第四节　阶段Ⅳ：通过形式运算对运动进行组合

进入最后阶段儿童的平均年龄大约在 11 岁。当然，在实际的研究中我们也发现了一些特例，比如有些儿童是从 9 岁半或者 10 岁开始的。

古伊（Gui，9 岁 6 个月） 问题 1：你必须把他们加起来。——（问题 2。）——纸板像这样移动，蜗牛像那样移动。（从一开始他将测量蜗牛路程的纸条放到测量纸板运动的纸条的对面。）——（进一步尝试蜗牛的路程比木板的短。）——（相同。）——（问题 3。）——他会待在相同的地方。——（问题 4：正确。）

多（Do，9 岁 11 个月） 蜗牛也向前移动，同时还有纸板（他将路程相加）。（问题 2）。纸板向后移动，但是蜗牛向前运动。因为蜗牛移动这样的距离，木板是那样移动的，蜗牛仍然在纸板的上面发生了运动（他将一段测量纸条放到另一段上面）。这一块（区别）是蜗牛比木板多走的距离。（比例相反）蜗牛走得比较短，因为木板往回走的路程长。（明确指出。）

伊尔（Gil，10 岁 3 个月） 作了同样的回答。给出了减法的理由（正确位置）：

纸板使蜗牛的路程变得更短。

艾克（Iac，11 岁 4 个月） 问题 1：这是木板的位移，那是蜗牛的位移，越过木板：你必须让一个跟着另一个。问题 2：蜗牛这样移动，在他向前移动的同时，木板向后移动。（他进行了减法。）

安德（And，12 岁 3 个月） 问题 2：这段是蜗牛向前移动的距离，那段是纸板返回的距离：我找到了差异。

多尔（Dol，12 岁 8 个月） 当他向前运动时好像道路在后退（从一开始他就试着找到差异）。

像往常一样，我们对发展到最终阶段的儿童的简单反应感到震惊。读完这些后，我们发现，似乎被试并没有仅将他所感知到的内容转换成话语和测量；蜗牛向前移动，同时木板向后移动，因此总路程等于两者之差。实际上，正如我们在阶段Ⅰ到阶段Ⅲ中看到的，尽管儿童已经看到两个运动是同时的，但处于早期发展阶段的被试却无法将其看作是同时的，因为这样做确实很奇怪：一开始对运动进行连续测量，然后基于运算重构它们的同时性。在阶段Ⅰ，被试只注意到一个运动，其他的似乎被放到一边，只集中于第一个运动。在阶段Ⅱ，情境似乎有所改变，对两个运动都进行了测量，对路程的测量也摆在桌子上，但是他们只是并排摆到一起，没有相加，结果实际上只有其中一个被考虑到了。在亚阶段Ⅲa，当两个运动在相同方向时，二者相加，但是当两个运动在不同方向时，儿童试图对其进行协调，但并没有做到，因为其中一段测量被放到参考线的左边，另一段放到右边：因此一旦纸板移动的方向和蜗牛移动的方向相反，儿童便无法进行同时协调。

为了进行测量，被试被强制认为两个运动是连续的，但由于木板已经离开了固定的参考线，被试不知道如何放置后者的起始点，所以被试已经无法将其重构为同时的。在亚阶段Ⅲb 中，儿童试图正确对运动进行协调，但是由于缺乏对其完整的同时性的建构，儿童仍然不能进行精确的减法。最后，在阶段Ⅳ，被试的形式思维使情境变得正确，凭借假设演绎机制，被试可以随意将同时运动转换成相继运动，然后将相继运动转换成同时运动。正是由于重构更为容易，儿童基于对假设的习惯性操作所产生的移动性，使得被试能将其所感知到的相对运动转化为普通的减法运算，即加法的反运算（在逻辑—数学或空间—时间的水平上）。

实际上，形式运算区别于具体运算，形式运算是在具体运算基础上的第二级运算。具体运算，实际上是基于所感知的或者所构想的现实。形式运算仅建立在言语假设上，或是基于代表具体运算的符号（正如数学中）的假设上。具体运算足以解决同一方向上的运动的“组合”（问题 1）或者相等路程的相反运动（问题 3）。最后一个问题甚至在阶段Ⅲ的言语水平上被解决（当然因为一种运算是言语的，因此没必要变成形式的）；亚阶段Ⅲa 的被试已经对相等路程的相反运动会彼此相互补

偿这点有了理解。因此实际上，通过具体运算建立一个简单的可逆系统是可能的，无论是同方向的运动问题还是相反方向的运动，其相互抵消的本质可以被理解为简单往返路程。反之，在方向相反路程不同的例子里，让儿童感知运动的同时性，或者让其在任何方向上进行测量都是徒劳的，由于需要儿童同时思考两个具体系统的问题，所以运算必须是形式的，进而对路程进行连续测量，然后协调成一个同时的整体。与上一章的运算相同，当儿童面对部分往返路程的情况时（与完整的路程相反，甚至在儿童进行了多次尝试的情况下，假设部分向量的方向是一致的）：尽管这些部分往返路程是连续的，它们彼此之间必须协调为同时的，并且几个不同方向的连续系统进行重组，每一单独的部分被具体地理解为可逆运动，进而使关于位移改变的复杂问题带有形式运算的性质（见第四章第二节阶段Ⅲ结尾）。

根据涉及行为的本质，形式运算与具体运算没有什么差别（除了其假设—演绎本质，以及命题的结果逻辑，即由此对级别、关系、数字以及逻辑内的或时空的逻辑进行），只是形式运算将其转换成不同的水平，即假设。在问题 2 中，路程相减实际上是形式的，与问题 3 中出现的具体运算的减法不同，它们都遵守同样的运算法则。

总之，恰当运动的运算（operations proper to movement）（独立于速度）具体如下：

1. 位移的质性群集被认为是一种位置或者顺序改变（非对称的）。（群集等同于位置——“放置”——只是不同于以被试或物体本身为参考的运动）。

2. 基于经过路程或起点和终点间有序排列的点之间的（对称）间隔的质性群集。

3. 位移的测量群意指将坐标轴的轴线定义为其参照系统，并以此来测量经过的距离（这一双重测量综合并量化了地点、位移和间隔的关系）。

4. 最后，在形式水平上对之前三个系统进行重构：当 7－8 岁的儿童完成群集 1、2 和 3 时，只有在相反方向的相继运动和相反方向长度不相等的相对运动之间的协调的双重性质下，形式重构才开始在 10－11 岁儿童中起作用。

第三部分　速度的质性研究

位置变化看上去似乎是一件再简单不过的事情。因为如果不考虑速度的话，我们马上能将运动直观地理解为运动物体所经过的路径。通过前面的研究，我们已经知道，位移最根本的构成是运动物体位置或放置的改变，起初儿童只根据物体到达终点的顺序来评估运动。此外，我们还可以知道只有在位移或者顺序的运算形成之后，儿童才能将经过距离的概念具体化为起点和终点之间的间距。

但理解速度概念则更复杂一些。因为速度代表着空间和时间概念之间的关系，所以似乎必须要等到与“经过的路程”和时间进程这两个概念的运算完全形成后，儿童才能完全形成速度的概念。但是，如果确实存在速度的“测量”概念，难道不存在一个基于“快慢”的基本直觉，或者像运动本身一样，存在一个依照顺序来比较速度的质性运算系统吗？如果从这一角度来看，单个运动物体的速度仍是不可分解的，因为它是绝对的。因此，从这一角度出发，或许对两种速度的比较，就不能从顺序改变或位置改变的单纯角度来分析了。

第六章　速度直觉

当开始研究速度概念时，我们首先需要解决的问题是，要明确速度的概念是由

什么直觉概念演化而来的。毫无疑问，人们对每一项运动的感知都是从对速度的印象开始的。而且，正如我们所观察到的，儿童建构一个纯粹的“位移”概念的过程是很漫长的，甚至是很艰难的。所谓的纯粹的位移概念，是指简单地将一次运动看作是朝某个方向行驶了一段路程，而不与其速度混为一谈。从儿童的动觉，以及儿童基于对努力（或加速）和疲劳（或减速）进行调节的动态印象入手，来分析速度直觉的来源可能就是一条可行之路。然而，对于儿童来说，只有将其主观印象与外部运动或者由外界所感知到的自身运动联系起来时，主观印象才能引起概念化的直觉。因此，我们只能通过其他的已知因素，间接地去找出影响速度的内在因素。我们从一开始将更加关注儿童早期的速度直觉，并基于由外界所感知到的运动的数据对其进行研究。但由于我们的研究主题（儿童速度概念），无论是知觉层面还是智慧层面都不具备绝对速度，所以我们的研究将通过对两种运动的比较来开展。

事实表明，最简单的速度直觉和运动直觉，都是以对顺序的直觉为基础的。比如，两物体在相互平行的轨道上行驶，当一个物体超过另一个物体时，任何年龄的儿童都会认为前者快于后者。换句话说，最初位置并列或位置落后的物体，随后超越了另一物体。为了透彻地阐释这些问题，我们对被试进行了以下三种测验，分别对应本章三部分内容：（Ⅰ）只能看到起点和终点的情况下，试分别判断两个运动物体的速度：两条路线平行，物体运动方向相同，但路线长度不等，而且运动过程是看不见的（例如，两条长度不等的隧道）；（Ⅱ）两条路线长度不同、全程可见，但是起点和终点相同（或终点相并列），两个物体分别沿这两条路线运动，让儿童判断相对速度；（Ⅲ）运动过程全程可见，两条环形路线圆心相同但半径不同，两个物体分别沿着这两条路线并驾齐驱，让儿童判断这两个物体的速度。

第一节　仅起点和终点可见的两运动的速度

我们向儿童展示两条长度不同（55 厘米和 40 厘米）的直线隧道，其背后连着硬线材的两个玩偶。将这两个玩偶放在两条隧道的入口（隧道的入口位于同一起始线上，并排放置），它们同时开始运动，并在隧道的另一端同时停下。接下来我们问儿童，是不是其中一个玩偶比另一个玩偶更快。

在提问之前，一个非常重要的步骤是明确指出两段隧道的长度不同，要让儿童说出两段隧道哪段更长。另外，安排儿童坐在可以同时看到隧道入口和出口的地方，还要让儿童自己给出运动开始的信号。如果儿童明显回答不出有关速度的问题，就撤走隧道，将上述演示实验重复一遍：当儿童看到两个玩偶中哪个玩偶运动得更快，并且说出了理由时，我们再装上隧道，重新问一遍原来的问题。

通过观察，我们发现儿童的回答包含三个阶段。阶段Ⅰ：即便儿童看到玩偶在

桌面上全程可见的相同路径中运动，一旦安装了隧道，他们仍然不能正确回答问题。阶段Ⅱ：开始时儿童在隧道问题上的回答是错误的，但是随后，尤其是在儿童看过玩偶在桌面上的运动过程之后，儿童便可以逐渐给出完整的正确答案。阶段Ⅲ：儿童能直接给出正确答案。

1. 阶段Ⅰ：在比较速度时未获成功

以下是一些儿童关于此问题最初的反应的例子：

贝恩（Bern，5岁2个月）意识到其中一段隧道比另一条长，并且两个玩偶是同时开始和停止运动的：那么是不是其中一个玩偶的速度快于另外一个？——不是。——接下来我们撤掉隧道，重复了刚才的运动：是不是其中一个的速度快于另外一个？——是的，这个快（正确）。——它们是同时出发的吗？——是的。——它们是同时停止的吗？——是的。——它们运动的时间相同吗？——不同。这个更长（久）。——那这样呢？（“*A*”先出发，“*B*”赶上它。二者同时停下。）这个追上了那个。是不是其中一个更快？——不是。——（我们把隧道放回去，让两个玩偶同时开始和停止运动。）现在，是不是其中一个更快？——不是。可见，最快的速度是与能看得到的超越息息相关。在两个玩偶同时停止运动时，即使起点相同且一个玩偶出发时间晚于另一个玩偶的情况下，儿童仍将其速度判断为相同。

伊恩（Ios，5岁6个月）玩偶是同时出发的吗？——是的。——是同时停下的吗？——是的。——是不是其中一个快于另一个？——不是。——这两条隧道长度相同吗？——不是，这条更小而那条更大。——那么其中一个玩偶的速度更快吗？——不是。——再看一遍（重复试验）。——是的，速度相同。——在小隧道中的路程更短吗？——是的。——它们是同时到达的吗？——是的。——那么一个比另一个更快吗？——不是。——如果其中一个隧道比另一个更大的话有没有什么区别呢？——当然没有！——哪一段路程更长呢？——这一段。——那么如果它们同时到达终点的话其中一个会比另外一个更快吗？——不会。

我们用粉笔标记了隧道下面的两条路，然后将隧道撤掉：如果两个玩偶同时出发并同时到达，是不是一个要快于另一个？——是的，第一个更快，因为它的路程更长。——（我们擦掉粉笔线，重新装上隧道。）玩偶是同时出发和到达的吗？——是的。——是不是一个快于另一个？——不是。——为什么？——因为它们是同时停下的。

马尔（Mar，5岁11个月）玩偶是同时出发的吗？——是的。——是同时停下的吗？——是的。——是不是其中一个快于另一个？——不是。——它们是以同样的速度运动的吗？——是的。——为什么？——因为它们运动得都更快。——比什么更快？……是不是其中一个比另一个更快？——不是。——他们运动的时间一样长吗？——不是，不一样。有一个更长一点。——哪个？——大隧道里的

那个。——那么有一个比另一个更快吗？——没有。

我们让儿童在房间里从 *A* 点跑到 *B* 点，与此同时，实验人员从 *A* 点走到 *B* 点（按照声音信号同时出发和停止）：咱们是同时开始动的吗？——是的。——是同时停止的吗？——不是。——咱们俩是不是有人的速度更快？——我更快，因为我跑得更努力。——咱们运动的时间一样长，是吗？——不一样。——为什么？——我走的比你更远。——我们是同时停下的吗？——不是。（这一次，实验者和儿童相向而行，实验者沿 *AB* 的路线行进，儿童沿 *DB* 的路线行进，*DB* 路线比 *AB* 路线更长。）我们是同时开始走的吗？——是的。——是同时停下的吗？——是的。——咱们俩是不是有一个人比另一个人更快？——不是。——我们当中是不是有谁跑的距离更长？——是的，我跑的路程更长。——那么我们当中是不是有人走得更快？——哦，是的，我跑得更快。然后我们又回到隧道的问题：儿童的反应还是与之前相同。

拉弗（Lav，6 岁）　这两段隧道是不是有一段比另一段更长？——是的，这段更长。——看这两个玩偶。他们同时开始运动，同时停下来。是不是一个比另一个更快？——不是。——为什么？——因为他们行进的时间一样长。——他们行进的距离一样长吗？——不是，这个行进的距离更长。——他们是同时开始运动的吗？——是的。——是同时停下来的吗？——是的。——是不是一个比另一个更快？——不是。——两个玩偶的速度相同？——是的。

将隧道撤掉之后：它们是同时出发的吗？——是的。——是同时停下的吗？——不是，那个的路程更长：它们不是同时停下的。——你可以敲着桌子数：1，2，3，数到 3 的时候玩偶会停下来。（我们重新开始，数到 3 时停了下来。）它们是同时停下来的吗？——是的。——它们是以同样的速度运动的吗？——不是，这个的速度更快（正确）。——那我们再把隧道装上（演示）。它们是同时出发的吗？——是的。——是同时停下的吗？——是的。——它们的速度是一样快的还是不一样？——一样。——是不是有哪一个比另一个移动的距离更远？——是的，那个更远（正确）。——它是不是比另一个移动得更快、更努力？还是一样？——它们都一样努力。——它们移动的时间一样长吗？——是的，都一样。——移动的距离一样吗？——不一样，那个走得更远，因为那段隧道更大。——另一个呢？——距离更小，因为隧道更短。——那是不是两个玩偶其中一个比另一个走得更快？——不是。——但是这个（大隧道）里面的玩偶比另一个走得更远是吗？——是的，它运动的距离是隧道的长度。——那么其中一个不需要走得比另一个更快吗？——不需要，它们都一样快。

显而易见，当物体运动的整个过程都直观可见时，儿童很容易基于直觉对其进行比较。而当这些已知因素不可见时，儿童不得不进行运算，但这是当前阶段儿童无法做到的。

当两段路程完全可见时，倘若两个物体从相同起点沿同一方向同时出发，被试可以毫无困难地认识到其中一个物体移动比另一个物体移动得更快。但儿童能否直观地将速度看作是运动时间和路程之间的关系呢？儿童可能有时会有这样的想法。例如，伊思说“前者走得更快，理由是它走的路更长”。然而，即使是在路程可见的例子中，我们也有两个很充分的理由推翻上述解释。第一，只有发生了超越时，儿童才会去注意经过路程的长度。例如，当要进行比较的两个运动物体相向而行时，马尔就搞不清楚了。我们可以参见本章的第Ⅱ部分以及第七章，在不发生超越的情形中，儿童很少注意到运动距离。第二，如果速度直觉是基于时间和空间之间的关系而产生的，那么至少应具备的前提条件是儿童应当能识别出时间是相等的。贝恩意识到两个物体出发和到达都是同时的，即便如此，他还是认为看到的路程更长，所以时间就更长（之后，他将两个路程相同、时间不同的物体的运动速度判定为相同的，这说明他很少注意到时间这个因素）。马尔也说“距离更长时间更长”，拉弗甚至否认物体同时停下。我们在其他地方[①]讨论过两个不同运动速度但时间相同的问题，所以我们知道在这一阶段，相同的时间对儿童来说没有任何意义。

因此，由于儿童缺乏对距离的关注以及对时间的理解，儿童的速度直觉可能并不包括行进的距离和时间之间的关系。因此，“超越”可能只是对现实关系的知觉或形象化，而非逻辑关系。当一个物体的自发运动比另一个物体的运动效率更高时，尤其是当努力包含在内时，儿童或许可以直接通过自身的肢体活动来感知这种关系，即感觉到加速或者减速（鲍德温和让内对此做过清晰地阐述）。但是当给定的两个物体是沿着相互平行的两条路线的相同方向运动时，儿童也能够觉察到超越，而外部速度的直觉也正是在这种特殊的情境中出现的。

这样，我们就能理解，在比较两个运动过程不可见的物体速度时，且在已知同时开始和停止位置的情况下，儿童会答错的原因：因为实际的超越是看不到的。那么在看不到超越的情况下，难道儿童不能像看到两个物体相向而行时一样（比较马尔的例子中我们往一个点走的时候）想象出隧道里发生的超越吗？事实上，在这种情境下，儿童并没有将经过的时间和距离联系在一起以想象潜在的超越的情形，而是在观察两组运动时，通过他自己的眼球运动直接对两个物体的位置做出估计。反之，如果儿童要想象出隧道里发生的超越情形，就需要从距离的概念出发，并将距离与相等的时间联系起来。由于处在当前发展水平的儿童在有限的知觉范围内还无法实现这种联系，所以他在回答不可见运动的相关问题时就显得力不从心了。

但是，儿童回答哪个物体速度更快的问题时，给出的答案为什么不是随机的，而是认为两物体速度相等呢？原因就是相比路程可见的情形而言，在路径不可见的情形中，儿童很容易就会得出两物体运动是同时的这一结论。之所以得出这一结论

---

①《儿童时间概念的形成》，第三章至第七章。

的原因可能是：对儿童而言，可以直接进行比较起点的位置，于是他们就把注意力转移到了隧道的出口上，通过考察终点的同时性来比较两运动物体的速度。由于速度和实际运动是看不见的，所以儿童不考虑速度和实际的运动。由于两组运动在起点和终点都是同时性的，所以儿童推断速度是相等的。当我们向儿童提问时，儿童会推断运动的持续时间也是相等的，但此推论是根据速度得出的（事实上，只有在速度不相等的情况下儿童才会否认经过的时间相等）。

2. 阶段Ⅱ：过渡状态的回答

阶段Ⅱ的被试和先前的被试一样，开始都认为隧道中物体的运动速度是一样的。但是接下来，他们经再三考虑后改变了最初的想法，其原因在于他们考虑到了隧道长度与他们所做出速度相等的判断之间似乎是相矛盾的，或者在观察隧道无遮挡时物体的运动情况之后，他们对两种情形做了比较。以下是几个例子：

弗朗（Fran，6 岁）　看这些隧道。长度一样吗？——不一样，这条更长。——对了，我们出发了。玩偶是同时开始运动的吗？——是的。——是同时到终点的吗？——是的。——是不是其中一个比另一个更快呢？——不是。——是不是一条隧道比另一条更长？——是的，这条更长。——现在再看一遍（重复实验）：是不是其中一个比另一个更快、更努力？——不是。

现在看好：我要把隧道拿走。它们是怎样运动的，一个比另一个更快吗？——不，是的。——哪个更快？——那个（短隧道），原因是路径更短（这样的话，“更快”就被理解为了“以同样的速度更早到达”的意思）。——（在房间里与儿童赛跑）谁跑得最快？——我，因为我跑得更努力（正确）。——那这两个小人儿呢（在桌上）？——那个更快，因为他一直自己朝前跑（更努力）。——那这样呢？（*B* 在 *A* 之后开始运动，并赶上了 *A*。）——*B* 更快，因为它赶上了另外那个。——这样呢（*A* 沿直线运动，*B* 沿斜线运动，路线更长，二者同时开始和终止运动）？——那个更快（*B*）。——你怎么知道？——因为它在前面（更长的路程被理解成了超越）。

我要把它们放回隧道里（实验）。其中是不是有一个走得更快？——是的，那个（长隧道里的那个）。——为什么？——因为它是第一个（将距离理解为了超越）。——但是它们是同时停止的吗？——是的。

伊尔（Gil，6 岁）　明白了隧道长度不同，起止时间是相同的。然而他仍认为速度是相同的。接下来撤去隧道将实验重复一遍。是不是有一个比另一个更快？——是的，那个快（正确），因为它跑得更努力。——那这样呢（将速率反过来）？——那个快（正确）。——现在呢（路程相同，但不是同时开始）？——那个更快，因为它赶上了另一个。

我们把隧道放回去：这两条一样长吗？——不，这个更长。——它们是一

起出发的吗？——是的。——一起停下的吗？——是的。——一个比另一个更快吗？——不是，但是那个（大隧道）在前面，因为这个隧道更长。——那么是不是一个快一个慢？——不是。——但是这个是不是比另一个更累？——哦，是的，这个走得更远一点。——一个比另一个走得更努力、更快吗？——是的，那个更快。——为什么？——因为它要到达隧道的另一端（同时）。

艾克（Iac，6岁） 是不是有一条隧道比另一条长？——是的，那个更长。——它们是同时停下的吗？——是的。——是不是有一个更快些？——它们一样快。——是不是有一个隧道更长些？——是的。——（重复实验。）——它们速度都一样。——如果一条隧道比另一条长也没有差别吗？——一个玩偶走得更远。——要是时间相同呢？——是的。——那么它走得更快吗？——它们速度相同，但是一个比另一个走得更远。——怎么会这样？——它得一直走到终点。——它们走的时间一样长吗？——一个走得更久一点。——是不是有一个更努力一点？——不是，都一样。

撤掉隧道：哪个走得更快？——那个更快。——为什么？——因为路程更长。——运动时间一样长吗？——不，那个（同一个）更长。——更快一点还是没那么快？——更快。

（重新放上隧道）。这个更快一点还是一样快？——那个更快（大隧道），因为它要走的路程更远。——它们是同时出发的吗？——是的。——是同时停下的吗？——是的。——走的时间一样长吗？——不一样，那个（同一个）比另一个走得更久。——一样努力吗？——那个（还是同一个）比另一个更努力。

这三个中间反应的例子向我们展示了从在可见超越情境中的早期速度直觉到实现时间和距离之间的相互联系、统一起来的逐渐变化过程。

例如，最初弗朗的反应同处于阶段Ⅰ的儿童的反应是相同的。但是当路程可见时，他通过一种可以清晰表述的直觉或者想象建构，将超越的概念延伸到了不平行的轨道上，向前跨了一步。例如，他说，“那边那个更快，因为它更靠前”，这无疑意味着如果两条路程是平行的，就会发生超越。当我们最终装上隧道重新进行实验时，他正确答出经过大隧道的玩偶比另一个更快，他又用超越的概念来表述：“因为它第一个到。”为了立刻找出正确答案，儿童需要对表征直觉进行清晰地表述或者调节，使得儿童能够将长度的不同转化成超越关系。一旦这种概括成功地和不同长度的可见路程相联系，他便能将其应用在运动过程不可见的情形中。

伊尔开始也是一样的，但是当我们重新装上隧道后，他的回答就很奇怪。他意识到超越一定会发生。根据在撤去隧道时所观察到的，他推断出大隧道里的运动物体“更领先，因为那条隧道更长”。但是由于这种超越看不见了，他起初显得很犹豫，不知道能否直接将其解释为速度的差异。他首先认为那个娃娃一定更努力，之后才赞同“它要到达隧道最末端，得走得更快”的说法。同样，艾克开始时在装有

隧道的实验里说“它们走的时间一样长，但是有一个比另一个走的距离更远”。只有在撤走隧道时看见玩偶的运动之后，他才把这个“更远”的概念转化成了超越，这里超越的概念中不仅包含终点的超越，而且包含实际运动的超越以及运动速度上的超越（“那个更快，因为它要走的距离更远”）。但是另一方面，他还从这种长度不一致中总结出那个玩偶走得“更远”，这足以表明他的发展水平仍然停留在直觉范围内，并没有掌握距离和时间之间的运算关系。

由此可以反映出来，从只具备最初的直觉到具备运算能力的过程中需要必不可少的条件。由于对于最早的速度直觉是对超越的直觉，并且在有隧道的情形中对速度的直觉是看不见的，所以必须将路程和时间转化成可看到的超越。处在阶段Ⅰ的被试尚不能完成这种转化，而对于当前阶段的被试而言，在撤走隧道的情况下重复进行实验时，他们就能理解一个运动物体走过更远距离意味着它超越了另一个物体。当他们之后回到装有隧道的实验情境中时，有的儿童（弗朗和艾克）会对他们刚看到的内容立即进行转化，因此他们可以毫无困难地理解在更长一些的隧道中发生了看不见的超越，进而理解了长隧道中物体的运动速度更快；相反，比方说伊尔，他是通过两步实现转换的：长隧道的长度说明这个运动物体比另外一个领先，然后通过这个到达终点的连续顺序推测出超越的概念以及速度更快的概念。

但是这种更加易变的可以清晰表述的直觉，并没有使被试摆脱直觉的方法，进而达到运算水平。实际上他们仍然是以超越的概念来思考的，无法进行概括以将时间和经过的路程联系起来。就空间而言，不能说在每一种情况下儿童都对顺序关系（超越）和距离关系（走过的路程的长度）进行了协调。因为他们只能在可见的隧道长度不同的情况下，才能依据速度来解释超越。就时间而言，很明显，尽管艾克认识到了两组运动的起止时间分别是相同，但他仍然认为运动距离更长的物体，运动时间也相应更长。此外，弗朗在两种相反含义的“快”之间摇摆不定：基于时间的意义更快（以相等的速度先于另一个物体停下即更快地停止）和基于速度的意义更快。简而言之，这些反应均没有超出直觉水平，但是由于想象预期和重构具有更大的可变性，儿童在一定程度上成功地想象出了隧道里面的运动。这种形式的想象或者心理实验无疑构成了对最初直觉的调节，通过重构和预期在感知觉层面上对其进行去中心化（decentring），进而向着运算可逆性的阶段进一步发展。但是这种可逆性只有在所有相关概念（距离、时间和顺序）形成群集时才能完全实现。

3. 阶段Ⅲ：问题的运算性回答

与前面几个阶段的被试不同，阶段Ⅲ的被试在比较速度的不同时能够简单地将已知时间和空间因素联系起来。

安德（And，6岁6个月）　它们是同时开始运动的吗？——是的。——是同时

停下的吗？——是的。——隧道的长度一样吗？——不一样，那个更长。——它们走的时间一样长吗？——是的。——速度一样吗？——那个更快，因为隧道更长：它走得更远所以更快。这个更慢，因为停的地方更靠后：比另外那个稍靠后一点。——为什么？——因为在那儿的时候更近（在起点处的时候相距更近：他指着起点线），而且你推它了。

拉姆（Lam，7 岁 4 个月） 它们是同时停下的吗？——是的。——有一个比另一个走得更努力吗？——不是，都一样，因为它们是同时到终点的。——隧道的长度一样吗？——哦，不一样！——是不是有一个玩偶走得更快呢？——是的，在长隧道里走的那个玩偶更快。——它为什么走得更快？——因为距离更长。

帕尔（Par，6 岁 11 个月） 那个更快。——为什么？——因为隧道更长。——它们走的时间一样长吗？——不一样……嗯，是的。——为什么？——它们是同时出发，同时停下的。

克莱恩（Clan，7 岁 2 个月） 它们运动的速度不一样，因为隧道一个长一个短：所以有一个走得更快。——它们用的时间一样吗？——一样。

戈（Go，7 岁 6 个月） 是不是一个快一个慢？——是的，走的距离更远的那个更快。知道时间间隔相等。

该阶段的儿童与阶段Ⅱ的相比，进步是很明显的。这些被试中最小的安德，能根据连续的顺序直接将隧道长度的不同转化为超越：因为一条隧道比另一条“大”，所以从其中穿过的物体走的就“更远”，因为更远所以更“快”。而从小隧道里经过的物体“更慢，因为停的位置更靠后，在另一个后面”。可见，儿童将超越再一次当作了判断速度的标准。但是由于“领先于”、“落后于”、“在之后”这样的连续顺序可以根据间隔或者长度来转化，因此这种不可见且基于运算的超越是由可感知到的长度（隧道的长度）转化而来的结果。另一方面，在运动的时间同步，并且时长也相等的情况下，超越进而成了经过空间和时间进程之间的一种关系。在其他被试的例子中，儿童已经不再需要想象隧道中发生的超越或者对由实际发生的超越进行推断：所经过的距离（起始点和终点之间在空间上的长度或距离）和所花的时间（同时出发的时刻到同时到达的时刻之间时间的进程或间隔）以速度的形式直接联系了起来。由于长度是不相等的，而时间进程被认为是相等的，因此速度被认为是不同的。

儿童能够协调运动中所涉及的各种关系，意味着他们理解了两组运动同时的时间进程是相等的。这正是为什么与速度的直觉概念不同，速度的运算概念意味着将速度和时间建构为一个整体。确实，如果儿童当前的发展与时间及运动概念的发展有关（参阅第三到五章），那么很明显，速度的运算关系之所以能够形成，与时间和距离间的关系有着必不可少的关联。由于时间进程是速度相互协调的结果，而经过的距离的概念是顺序关系的群集，因此速度涉及时间和距离的协调。当对运动起点和终点的顺序进行比较被视为可以同时判定空间间隔和时间间隔时，超越的直觉就

真正成为理性的了。空间间隔（位移）构成了所经过的距离（长度），时间间隔（同步位移）构成了时间进程，两者合起来形成了速度的概念。

第二节　完全可见的运动，起点及终点一致或者并排行驶，但长度不等

前一节中得到的结论很简单：儿童最早的速度直觉就是将超越仅仅看作是一种顺序的反演。但是随着超越的直觉通过想象重构和预期这两种方式，使其自身变得概括化和规则化之后，超越的直觉逐渐变得清晰可述。起点和终点在相同意义上也被认为是超越点或者连续顺序的实际反演：即在起点和终点之间形成的间隔系统，而这些间隔一方面确定了经过的路程（长度或距离），另一方面确定了时间进程（两个运动或同步位移系统所共有的顺序间隔），并由此对速度的概念进行重构，将其视为两种间隔之间的关系。

为了证实这个假设，或者至少证实假设的第一部分，我们设计了一个非常简单的实验，这一实验方法以心身平行论为基础，即速度概念和运动本身的建构。这个实验应用了第三章的实验模式，即向儿童呈现两组全程可见、速度不同，但是没有超越的运动，并就此向儿童提问。例如，我们让两个运动物体从 *A* 点同时出发，并同时到达 *B* 点，但是其中一个物体沿直线运动，另一个物体要绕道运动。在这一情景中儿童能理解后者的运动速度更快吗？或者我们让两个物体从 *A* 点出发，当一个物体从 *A* 沿直线（水平）运动到 *B* 的位置的同时，另一个物体沿 *AC* 的路线运动，*C* 点在 *B* 点正上方，*AC* 构成直角三角形 *ABC* 的斜边。这个情境中，儿童能够明白两物体速度不等吗？还有一个很有趣的例子是让两物体在呈同心圆状的两条轨道上的循环运动。本书将环形轨道运动速度的实验放到了第Ⅲ部分，因此本部分只探讨线性顺序运动的速度。

实验方法是这样的。问题 1：两条相交的路线 *AB* 和 *AC*，形成一个角。我们首先问儿童，是否一条路线比另一条长。然后我们向儿童说明，两辆车分别沿着这两条路线，以相同的速度行驶，那么，是不是将有一辆车率先到达终点？随后我们实施了实验，然后向儿童提问为什么沿着斜边（*AC*）走的物体到达 *C* 点的时间晚于另一个物体到达 *B* 点的时间？

问题 2：同样是在 *A* 点和 *B* 点之间，一个物体沿直线运动，另一个物体沿波形线运动（以上两个实验中的两运动物体都是同时出发和到达的）。

问题 3：我们告诉儿童现在两辆车要分别沿 *AB* 和 *AC* 运动（形成一个角），两辆车同时从 *A* 点出发，同时到达，一个物体到达 *B* 点，另一个物体到达 *C* 点：是不是

其中一辆车得比另一辆走得更快？实验完成后，我们问儿童物体速度是否相等。

问题 4：同样，一个物体沿直线走，另一个物体沿波形线 AB 走。

在该实验中观察到的儿童发展阶段与之前观察到的发展阶段是相同的。

1. 阶段Ⅰ：没有理解速度的差异

根据此阶段儿童的反应，儿童在感知运动之前，无法建构速度、时间进程，甚至经过的路程。以下的几个例子记录了儿童早期阶段的表现：

亚奇（Jac，4 岁 9 个月） 问题 1：这两条路是不是一条长一条短？——不是。——如果两辆车同时出发，以相同的速度前进，他们将有一个先到终点还是同时到达？——将会同时到达。（实验。）这个先到达（AB）。为什么？它走得更快。看着（重复实验）问题 2：反应相同。问题 3：如果这两辆车同时从这里出发（A 点），同时停下（停在 B 点和 C 点），它们运动的速度一样吗？是的。看着（实验）。它们是以同样速度前进的吗？是的，速度相同。问题 4：同样。

赫尔（Hel，4 岁 8 个月） 问题 1：这两条路长度相同吗？不相同，这条更长（斜边 AC）。如果这两辆车同时出发，以同样的速度前进，它们是不是将会同时到达终点（指着 B 和 C）？是的，同时。看着（实验）。哪个先到？那个（AB）。为什么？它走得更快——不对，速度一样。你是不是告诉过我这条路更长（AC）？是的。哪个先到终点的？那个（AB）。为什么？它走得更快，因为它到达了最终点。

问题 2：两条路中哪条更长？——那条（绕路的）。——为什么？——因为这条路线绕路了。——如果这两辆车同时出发，以同样的速度前进，哪个将先到终点？——它们将同时到达。——看着（实验）。——那个先到了。——为什么？——因为它的路程更短。——那么如果它们是同时到的，哪个走得更快（问题 4）？——速度相同。——看（实验）。——那个（直线路程的）更快。

多尔（Dol，4 岁 11 个月） 问题 2：说其中一条更长一些，因为它绕路了，但是认为以相同速度行驶的两辆车将同时到达另一端。实验之后，他说不对，那个先到的，因为那条路非常直。问题 3：如果它们同时出发同时到达，它们的速度一样吗？——是的。——（实验。）——那个走得更快（斜边的）。——为什么？——因为你推它了所以它将第一个到。问题 4：它们不可能以同样的速度行驶。——为什么？——在这条路上的车必须走得更快（直线路）。——但是如果它们是同时到的呢？——那它们肯定都走得很慢。

默（Moo，5 岁 6 个月） 问题 1：这两条路长度相等吗？——是的。——仔细看看。——不相等，那条（斜线）更长。——如果两辆车以相同速度行驶，它们会同时到达终点吗？——是的。——（实验。）——不是，因为这条路更长：这就是另一辆车先到终点的原因。（问题 2）：这条路更长（绕路的）。——如果两辆车

以相同的速度行驶，那么当它们到达终点时将是同时到达还是一先一后？——同时。——（实验。）——不是的，因为这条路更长。问题3：如果两辆车同时到达终点，它们的行驶速度相同吗？——是的。——（实验。）——是的，速度相同。——再仔细看看（建议）。——那个更快（直接知觉）。——为什么？问题4：同上。

罗斯（Ros，5岁8个月）　问题1：如果两辆车同时出发，以相同的速度前进，他们将有一个先到终点还是同时到达？它们将同时到达。——（实验。）——那是因为你走得不够快。——不是，两辆车的速度相同。——是因为路更长。（问题2）：这两条路中是不是有一条路更长一些？——那条更长，因为绕路了。——如果两辆车以相同的速度行驶它们将同时到达还是先后到达？——同时。——（实验。）——那个到达的更快。——为什么？……问题3：速度相同。问题4：速度也是一样。——（实验。）——车的速度都一样。——是吗？——那个更快（直线）。

昂（Hen，5岁11个月）　问题2：两条路长度一样——（用绳子进行测量）。——不对，那条更长。——如果它们同时出发，以相同速度行驶，它们会同时到达另一端吗？——是的。——（实验。）——不是，因为绕路的缘故。问题3和4：速度相同，实验之后也类似。

托恩（Ton，6岁2个月）　问题1和2：长度相同，预测同时到达。问题3和4：速度相同。

首先要说明一下，在认识到线段长度不相等的过程中，被试绝不是一致的。例如，昂将近6岁，托恩也是6岁，他们仍然认为波形线和直线的长度相等。他们必须用一些绳子辅助测量之后才能发现两根绳子长度上的差异。默克开始时认为斜边（直角三角形 ABC 的斜边 AC）与水平边 AB 等长。而那些一开始就看出差别的儿童都是推测出来的，因为运动尚且没有发生，并且在这一阶段（如第三章所示），儿童仍是以终点的连续顺序来评估位置的改变。其次要说明的是，即使是对于一开始就认识到两条路线长度不一样的儿童来说，也认为速度相同的两物体同时出发的话，将会同时到达终点，尽管它们运动的距离不等。事实上，从时间进程的角度来看，这次试验中儿童依然是依据终点，而不是依照实际距离判断的。这种思维倾向如此强烈，在阶段Ⅰ的年纪最小被试的例子中，即使是在做过实验之后，即他们看到了沿较长路线走的物体晚于另一个物体到达终点之后，他们还是认为，速度相同的话物体应该同时到达。昂的说法就非常典型，他认为如果有一个物体没有“到达另一端”，那一定是它走得不够快。相反，另外一些被试受到了实验的启发，认识到走长路的物体晚于另一个物体到达终点，是“因为绕路的缘故”等。但是我们需要注意的是，这种判断仍没有涉及实际的速度（actual speed）：这个判断只局限在实验中观察到的现象，即两物体速度相等的情况下，走过更长的路程要花费更长的时间。由于一开始我们就向儿童说明了速度是一样的，儿童判定速度时就不存在任何问题了。简单来讲，儿童的回答就等于说这段路程所花费的时间与走过的距离是成比例的。

现在，这个基于所经过路程的时间直觉，只有在速度相等的条件下才成立，我们在其他地方（《儿童时间概念的形成》第五章）看到过，当速度不一致时，时间的直觉对被试来讲是多么具有迷惑性，而速度的问题也由此产生。

问题3和4反映出了以下内容：已知两条路线长度不一样，且两物体同时出发和到达的话，它们的速度是相等的还是不相等的？本节这些例子中，这一发展水平的被试都一致认为速度是相等的。根据第Ⅱ部分得出的结果来看，被试之所以这么认为，其原因是显而易见的：尽管经过的路程长度不等，但是由于两个物体到达了相同的点或者到达了处于同一终点线上的点，所以这里并没有发生超越。此外，当儿童看到两种运动在其面前同时到达时，儿童可能会回答说，由于没有发生超越，所以汽车运动的速度是相等的（亚奇默、罗斯、昂等）。他们也可能说沿着短的路程走的汽车走得更快，原因是它走的距离更短。还有一种可能是，被试意识到了另一个汽车的速度更快，但是说不出原因，也就是说，仅限于感知到了这辆汽车速度更快，但是没能将其与更长的路程联系起来。

在上述几种被试的反应中，超越的作用可以在第一种反应中证实，但是在第二种反应中无法证实。而对于第二种反应，我们将在第Ⅲ部分中一次次地看到它。我们暂时先只将其归咎于儿童模糊不清的逻辑和语言。速度的直觉，也是超越的直觉，相当于假设最快的运动物体就是最先到达终点的那个。这其中可以包含两层意思：由于速度更快而发生了超越，或者由于路程更短而先到达了终点。在第二个例子中虽然儿童的日常用语都用到了“更快完成”的说法，但是在速度相等或更慢的情境中，这个说法可能代表着“更早”的意思。

2. 阶段Ⅱ：过渡反应

亚阶段Ⅱa：可以成功解决问题1和2，但是无法解决问题3和4。

亚阶段Ⅱb：实验之后成功。

以下是儿童顺利解决问题1和2的例子，即儿童判断时间与走过的路程成比例，不考虑到达终点的顺序（比较：第三章的阶段Ⅱ），但是对于答错速度问题的儿童来说（问题3和4），重复实验之后也无法答对（亚阶段Ⅱa）。

克莱恩（Clan，5岁6个月） 问题1：斜边路线更长。——如果这两辆车同时出发，以同样的速度行驶，它们会同时到终点吗？——不，一个会快一点（指着直线道路）。——但是它们走的速度是一样的。——那么这条路更长，它会更晚到达。（问题2）：不对。当这条路上（直道）的车到终点时，另外那条路（弯道）上的车在这儿（中间）。——（实验。）——是的，那条更长。

问题3：它们同时出发，同时到达。那它们的速度一样吗？——是的。——（实验。）——速度一样吗？不一样，这条路（水平直道）上的更快：这条路更短。问

题 4：相同。

米尔（Mir，5 岁 9 个月） 问题 1：它们会同时停下吗？——是的。——（实验。）——不对，因为这条路更长。（问题 2）：不是，那条路绕路了，所以车到达终点将比另外一条路上的车晚。（问题 3）：速度一样吗？——不一样，这辆车（弯道）更慢。——如果他们同时到达终点呢？——那么他们的速度相同。——（实验。）——是的。

卢策（Luc，6 岁 3 个月） 问题 1 和 2：不是，因为这条路更长。问题 3：那个（水平直路）走得更快。（实验。）它们都快（一样快）。但是你看看。它们都同时到终点，因为你让它们以同样的速度前进。

迪（Tea，6 岁 5 个月） 问题 1：不对，因为这条路更长。问题 2：不对，因为那条路是之字形的，耗时更长，而这条路上的车只需要往前直走。（问题 3）：都一样。（实验：迪亲自沿着斜边走的，他刹车，从而不让自己快于实验者，以便不走那么远）。咱们是同时到终点的吗？——不是。——要怎么做？——走得更快。——（新的实验：同时到达终点。）这回呢？——速度一样。问题 4：同样。

巴尔（Bar，7 岁 5 个月） 问题 1：这辆车先到，因为路程短。（问题 2）：（同样）。（问题 3 和 4）：它们的速度都一样。——（实验。）——是的，速度都一样。——为什么？——因为它们是同时到达的。

这些在阶段 I 的基础上继续发展的反应非常有趣，因为能答对问题 1 和问题 2 的儿童似乎是已经掌握了时间和空间关系的问题。事实上，这种理解是有局限性的，儿童并不能明白在相等速度下时间和空间是成比例的。但是正如我们在与时间概念的起源中所看到的，儿童不能正确地理解时间，因为在儿童眼中，只有当速度不一致时，时间才能够从空间或运动中分离出来：如果缺少这种条件，时间则无法与空间分离。因此当运动物体以不同速度通过不同的距离时，这一发展水平的儿童就不能将持续时间从持续空间（路程）中区分出来，也不能将时间进程从运动或距离本身中区分出来。这便是我们在问题 3 和问题 4 的关系中所观察到的。如果将时间从空间当中分离出来，被试将会把速度看作是空间和时间的关系，原因是时间本身是经过的路程和速度之间的关系。此时，在后两个问题情境中，阶段 II 的儿童的反应与阶段 I 的儿童一样，他们认为当物体经过不同长度的路程时所用时间相等时，物体的速度就是相等的。这仅仅是因为没有发生超越。实验并没有启发他们。如果说他们确实认识到了速度的不同并从中得出了结论，那么他们仅仅是将汽车更快的速度归因于所走的路程更短。

相反，在亚阶段 IIb，我们观察到儿童能逐渐找到正确的解决方法，但这仅仅出现在实验启发之后。

马格尔（Mgr，6 岁 4 个月） 问题 1 和 2：正确。问题 3：如果我用跟你一样的时间走到那儿（斜线的末端），我跟你的速度会是一样的吗？——是的。——（我

们以同样的速度走，没有到达线的尽头。）你看，我没到尽头。——你必须得走得快点。——（实验。）那现在，咱们的速度一样吗？——你走得更快一点。——为什么？——因为路线更长。问题 4：开始相同，实验之后：一个比另一个更快，原因是那个路程更长。

尼恩（Nin），6 岁 5 个月） 问题 1 和 2：这辆车走的没那么远，因为路更短。（问题 3）：它们的速度都一样。——（实验。）——那辆车更快。——为什么？——因为路程更长。（问题 4）：那个必须走得更快。——为什么？——因为它的路线是之字形的。

很明显，尽管问题 3 和问题 4 的答案是正确的，但还不是通过运算得出的。因为儿童都是经过试验性活动，且在实验的进一步组织之后才可以给出正确答案。这些答案一般出现在 6 到 7 岁的儿童中间。

3. 阶段Ⅲ：问题的运算性解答

阶段Ⅲ儿童的特征，是对四个问题都能通过“具体运算”的群集方式立即给出答案：

贝尔（Ber，6 岁 8 个月） 问题 1 和 2：它们不会同时到达，因为其中一条路更长一些。问题 3 和 4：它们的速度不一样，因为其中一条路更长一些。——哪个走得更快？——路程更长的那个。

韦尔（Wel，7 岁） 问题 1：这条路更长。另一辆车会先到，除非这辆走得更快。（问题 2）：这条路更长：汽车到不了另一端。（问题 3）：这辆车必须走得更快。——为什么？——因为它要走的路更长。问题 4：一样。

布斯（Bus，7 岁 3 个月） 问题 1 和 2：那辆车已经到这儿的时候这辆车还在走（正确）。问题 3 和 4：那辆车的速度会更快，因为路更长。

总之，很明显该实验的结果完全证实了第Ⅰ部分中的结果。从这两个例子中可以看到儿童是在逐渐进步的，并且每个发展阶段都在特定的年龄段出现。在没有发生超越的情况下，儿童起初无法预测速度的差异，甚至无法观察到实验中的速度差异，而在阶段Ⅲ中儿童能够理解这种差异，甚至能根据经过的路程和所花时间的关系预先推导出速度的差异。两组运动的起点和终点是否一致或者落在同一条直线上，将不再限制儿童的思考。第一节中儿童的反应说明，早期的速度直觉受到儿童对可见超越的观察的限制，进而受到儿童对移动物体顺序的可感知的反演的限制，之后儿童同时考虑了起点和终点，并依据起点和终点之间的空间和时间间隔，将速度的概念定义为长度和时间的比率。儿童现阶段的表现反映了速度概念发展的整个过程——起初，即使在整条路线完全可见的情况下，速度也仅仅由到达终点的顺序决定；之后，尽管看不到超越，但是儿童仍能认识到所经过的空间与时间之间的关系。

第三节　同心圆路线中环形运动的速度

为了完善上述推论，还需要解决的一个问题是同心圆轨道上的环形运动的问题。事实上在循环顺序的情境中，一个较为特别的难题是由循环顺序引起的，即循环顺序代替了儿童之前所考虑的线性顺序。两个物体在同心圆路线上运动的话，它们可以同时并排出发，一直并驾齐驱，最后回到出发点。那么在没有发生超越且两物体运动路线相同的情况下，儿童会仍然认为它们的运动速度不同吗？

我们画了两个大的同心圆用来代表跑道，两个圆的半径之比大约为 2 ∶ 1。一条从两圆共同圆心发出的直线从左边与两圆水平相交。两辆车，或是两只小狗可能更好一点，同时从这条参考线出发，再同时回到这条线，一个沿大圆走，另一个沿着小圆走。我们在已知条件不变的情况下，将运动很快地重复了两到三回，以此强调物体是同时出发、同时到达的。然后我们简单地向儿童提问哪只狗（或者车）走得更快，“沿大圈走的狗快还是沿小圈走的狗快”。为了依据儿童的内部经验转化问题情境，我们还问了哪只狗更“着急”，以及“哪个更上气不接下气”。

另外，感谢安德列 · 雷伊（Andre Rey）先生所设计的装置。该装置在转轴的一端装上了一根金属条，金属条围绕着转轴做水平运动。我们将两个玩偶固定在金属条上，一个接近转轮的中央，另一个在远端。两只玩偶随金属条移动了 45°。我们问儿童的问题是，两个玩偶是不是一个快一个慢。

至此，我们由两条同心圆轨道所得出的结果与先前我们所探讨过的结果可以进行定性比较。在阶段 Ⅰ 中儿童要么认为两个运动物体的速度相同，要么认为小轨道上的车的速度更快。在阶段 Ⅱ 中出现了中间反应。而在阶段 Ⅲ 时儿童才能给出正确答案。但是，从平均年龄来看，虽然我们可以很容易发现 7 岁儿童处于阶段 Ⅲ，但是由于依靠直觉感知这些速度关系会更困难，所以这些儿童在第二节的测验中通常会表现出一些延迟。对于固定在同一个旋转条上的玩偶的问题，只有接近 11 岁的处于阶段 Ⅳ 的儿童才能答对。这是因为，要想答出固定在统一旋转轴上的运动问题，儿童需要借助形式运算或假设演绎运算，将运动涉及的各个因素相互分离开来，而这些因素在实际情况中并不是相互分离的。

1. 阶段Ⅰ：将速度判定为相等，或者颠倒速度和距离的比例

如果没有发生超越，年幼儿童会自然地认为两物体的速度是相同的。但是如果他们注意到了主试的建议，即两条轨道长度不等，他们就会认为小轨道上的物体运动更快。以下是几个例子：

马特（Mat，6 岁）　两个物体是不是一个快一个慢？——它们一样快。——

为什么？——因为它们是同时到达的。——但是轨道的长度一样吗？——不一样。——所以呢？——那个（小环）走得更快，原因是路程更短。——我们向马特展示两条不一样的直道，其中一条直道上的运动明显快于另外一条，他回答正确。——那个走得更快，因为要走的路更长。——但是当我们回到环道上时，他说小环上的车走得更快，原因是路程更短。——你确定吗？——不是，它们的速度相等。

罗斯（Ros，6 岁 4 个月） 它们速度都一样。——为什么？——因为它们同时停下来。——但是哪个要走的路更远？——小环道上的。——哪个更快？——一样。——为什么？——因为它们是同时出发的。——但是它们都走的一样急吗，还是有一个更急一些？——一样的。

梅伊（Mey，6 岁 6 个月） 它们走的速度一样快。——为什么？——它们走得非常快。——但是轨道的速度一样长吗？——不一样，这个更长。——那是不是一个快点一个慢点？——不是，因为它们得同时到达终点。——但是不是有一个比另一个更累？——不是，一样。——为什么？——因为它们走得都很快。

科尔（Col，6 岁 5 个月） 里面道上的车走得更快。——为什么？——因为它速度更快。怎么会这样？——因为如果有一个小环的话，上面的车将会走得更快，因为它需要走的路程更短。

福（Fau，6 岁 6 个月）同样认为小环里的车走得更快，原因是环更小。——那是为什么呢？——因为它要绕的路更少。

南（Nan，7 岁 10 个月） 两只狗中是不是有一只比另一只更着急？——不是，都一样。——为什么？——因为轨道一样长。——我们量一下两条轨道怎么样？——不需要，那个更小（小环）。——那两条狗跑的速度一样吗？——一样。——为什么会这样？——它们是同时走的。——但是它们是如何在相同时间内走完的？——因为在相同时间内外圈的狗比内圈的狗走得更慢。——那它们走的速度一样吗？——一样。——难道不是有一个更快点吗？——不是，它们都一样快，因为外圈的车走得慢，因为它要跟内圈的车一直同时走。

特尔（Ter，7 岁 11 个月） 有一个走得更快吗？——不是，它们速度一样快，因为它们同时到达的。——轨道长度一样吗？——不一样。——怎么回事呢？——内圈的走得更快，因为路更短。——但是它先到吗？——没有，同时到，它走得更快，因为路更短。

鲁（Rou，8 岁 5 个月） 它们速度相同。——难道没有一个更快点吗？——没有，它们都很快。——轨道长度一样吗？——不一样，外面的更长。——那是不是有一个走得更累？——不是，它们都一样累。——为什么？——它们总是同时走的（指出了车的位置总是并排的）。——现在你来让它们走一遍（他照做了，但是由于他让两只狗以同样速度走，所以小环里的狗有时会超过另一只。）速度一

样？——不一样，小的快，因为它有时会领先于另一个。——但是它们是同时出发的吗？——是的，它们速度一样。

德斯（Des，8岁7个月）　它们速度一样，因为它们是同时出发和到达的。——但是会不会有一个更累？——当然不会，因为它们做的是同样的事情。——但是它们难道不是一个沿大环走，一个沿小环走吗？——是的。——于是呢？——但是它们是同时出发同时到达的。

维尔（Wil，8岁8个月）　速度相同。——是不是其中一个要走的路更长？——那个（大环）。那么哪个走得更快？——小环上的车走得更快，因为路程更短。——但是哪个走得更累？——小的那个（小环里的玩偶）。——它走得更快。

沙尔（Chal，8岁10个月）　它们都一样急。——但是它们的速度一样吗？——一样。——轨道的长度一样吗？——不一样，外面那条更长。——那是不是有一个比另一个更累？——不是，都一样累。——你有没有家离学校比你家更远的小朋友？——有，乔治。——那么如果你和乔治早上同时从家里出发，同时达到学校，那是不是你们俩走得一样匆忙？——是的。——你确定吗？——确定。——乔治会比你更累吗？——不会，我们都一样累。

很明显，除了一个儿童以外（科尔），其他所有人开始时都认为速度是相等的，即使他们认识到了大环比小环路程更长后也是如此。并且，当他们确认两运动速度相同的时候，对他们来说这个问题既是一个对速度的主观印象的问题，即走得很急或者很累（参见沙尔，直至8岁11个月），也是一个实际的客观速度的问题。这些最初的表述在第一节和第二节就曾出现过，已经不足为奇了。事实上如果最早的速度直觉就是超越，那么在本例中由于两个运动物体始终是并驾齐驱的，因此儿童会认为两者速度是相同的。鲁的例子正证实了这一点。他说那两个玩偶“将一样累”，原因是它们“总是一起走的”。当鲁让一个玩偶超过了另一个玩偶一点点时，他认为这个玩偶“更快一点，因为它超过了另一个一点点”，最后观察到两个玩偶同时到达终点时，他又总结说“它们速度相同”。

这里有一个问题，就是为什么在面对同心圆线路的问题时年龄较大（7到8岁）的儿童仍然通过超越的直觉解决问题，而在面对简单的线性轨道问题时，尤其是解决直线形轨道问题时，却不会这样。是不是因为这些被试具备对角速度或旋转速度的直觉，而角速度或旋转速度又是保持不变的？肯定不是的。一是因为年龄较大的孩子改变了他们的判断（阶段Ⅰ和阶段Ⅱ）。二是因为这些被试认为沿着小环走的物体更快，这足以说明他们对速度概念的理解仍然非常简单。

那么如何解释与直线或线性顺序运动速度的问题相比，儿童在同心圆轨道问题的发展年龄上稍延迟现象呢？很明显，在直线或者线性顺序的运动中，将同步运动的轨道长度转换成超越的概念要更为容易。即使在实际运动中没有可见的超越，一个运动的距离长于另一个运动也说明了是存在超越的（第一节）。在路线的起点和终

点相同的情况下（第二节），为了想象出空间上更长的距离以及运动中发生的超越，儿童会将波形线在头脑中类比为直线，将原本不平行的线设想为平行线。相反，两个同心圆无法说明两条直线哪一个比另一个更长，同时循环顺序上点的相似性影响了儿童的速度直觉，而不仅仅是其长度和时间之间的关系。因此同心圆轨道的问题与之前的问题不是完全等价的，而仅仅是“类似的”。因此我们之所以在最初反应当中观察到了不同年龄阶段间存在“同一水平的发展时间的延迟效应”，就是因为存在这种不完全的等价性。

但是，在儿童确认了速度相等之后，很多阶段Ⅰ的被试都受到了路线长度不相等这一条件的影响（尤其是在线性路线中，他们开始将走过路径的长度和终点顺序分离开来）。然后他们会出乎意料地认为沿小环走的物体更快。被试南甚至用最初的观点去顺应后来发现的问题。他说，速度相等，因为“它们都是同时走的”，但是“外圈的车为了跟内圈的车同时到达，走得更慢一些”。马特、科尔和福道出了他们对这个问题的理解的关键之处：沿小环走的物体更快，“因为路程更短或者拐弯更少”。这个有趣的逻辑实际上帮助我们完全理解了这种新说法的实质：沿小环走的物体比沿大环的物体走得更快，原因是，它的路程更短并没有使得它领先于另一个物体到达终点，而是使得它更早到达终点。在这个情况下速度代表着时间上的领先，而不再是空间上的领先，也就是说，儿童颠倒了时间顺序，而非空间顺序。更快的物体是出发更晚、但是先到目的地的那个。的确，在这个例子中两个物体是同时到达的，但是小环上的物体可以先于另一个物体到达，因为正如科尔所说“它不需要走那么远”。按照科尔的这种说法，已经足以说明“它的速度更快”有的儿童甚至会说“潜在的速度”。至于南，我们必须考虑到他将大环的空间和小环的时间放在一起同时做了思考，于是对时间和空间上的两种“超越”做了矛盾的协调。

按照儿童逻辑，他们常常将“更快”这个词既用作表达“更快到达”的意思（在时间上超越），也用作表达“速度更快”的意思（在空间上超越）。其原因显而易见，在瑞士方言中人们甚至经常用“更快地做一件事”来代表更容易或者更便捷的意思。

但是，如果儿童将速度定义为空间或时间上的超越，那么如何解释在环形路线的情境中他们优先考虑时间上的超越（“更快到达”），而在直线或线性顺序中优先关注空间上的超越呢？我们先来看一下，即使是在最后一个情境中，儿童也经常判定相同时间内经过路程更短的物体速度更快。而这一判断是基于相同的时间超越的格式，即先到目的地（见第二节阶段Ⅰ中罗斯的例子等）。但是，在第Ⅱ部分线性路线的例子中，尽管运动的起点和终点都相同而且运动是同时进行的，但是空间超越的格式更很容易识别——只要儿童能将路线长度与路线中点的排列区分开来，他便可以将其想象成垂直的和平行的，进而直觉地想象出空间上的超越。在另一方面，在

同心圆轨道的情境中我们已经发现儿童很难将其转化为直线，但是很容易将其转化为时间顺序：更短先走完走得更快。

将所有因素综合考虑，我们可以清楚地看到，在阶段Ⅰ的过程中，至多在第一节和第二节中，在儿童心目中，速度不是时间和空间相关联的结果。速度仍然局限于对超越的直觉，所以被试最初会认为要比较的两种运动的速度是相等的。而当我们强调环路的长度不一致，或者儿童自己发现环路长度不一致时，因为路径是同心圆形，运动物体一直并排走，所以这种不一致完全无法转化成空间超越的概念。很少有儿童会认为沿小环运动的物体会先到达出发点。因此，儿童要么是忘了两个物体是同时完成运动的，于是回答说这个物体更快；要么是记得同时性，但是把速度搞颠倒了，于是说小环上的物体“速度更快”。

2. 阶段Ⅱ：过渡反应

为了验证前面的解释，有必要仔细地检查被试的中间反应，即开始时与上一阶段的反应相似，后来给出了正确答案的反应阶段。

贝亚（Bea，8 岁 2 个月）　两只小狗中是不是有一条速度更着急一点？——内圈的更急。——为什么？——因为它的腿没伸展那么多。——怎么会这样？——因为路更短；它走得更快。——但是两只小狗同时停下来吗？——是的，因为外圈的在跑，内圈的没有跑。——那么哪个更快？——小圈上的小狗更快。

杜恩（Dun，8 岁 2 个月）　它们都一样急促。——为什么？——它们同时出发，同时回来。——它们是不是有一个更加累，还是都一样？——都一样。——两条跑道相比如何？——外侧的更长。——所以呢？——内圈的小狗更急促，因为它要走的路更短。——那么它需要更着急？——它没有更着急，但是它到终点更快，因为它的路更短。——但它们是同时到终点的吗？——是的，但是外圈的更急促，因为它的路更长。

皮尔（Pil，8 岁 5 个月）　它们都一样急促，因为它们是同时到达终点的。——速度相同吗？——相同。——是不是其中一个比另一个更累？——是的，里面的那个。——它更急促吗？——是的，因为它的路更短。——那它需要更急促吗？——哦，不是，大圈的小狗走的路更长，所以它得快点，以便跟小圈的小狗同时到达终点。

帕拉（Pal，8 岁 8 个月）　速度一样，都一样上气不接下气。——两条轨道长度一样吗？——不一样，里面的更短。——那它们怎么做到同时到终点的？——因为两条路都是环形。——所以呢？——那也一样。——那速度相同还是有一个快些？——哦，外侧轨道上的小狗更快，因为它的路程更长。

埃索（Iso，8 岁 11 个月）　小圈上的小狗更急。——为什么？——因为它在小圈上。——那它为什么更急？——因为它必须得跑，而大圈上的小狗可以走。——

但是这是为什么？——为了抢先到终点。——但它们不是同时到终点的吗？——哦，那么，大圈上的小狗走得更快，因为要走的环更大。——你刚才为什么说是小环上的小狗快？——因为它们是一起走的，它们必须以相同的速度走。——它们走的路程一样长吗？——不一样，外圈的路程更长。——那它们相比如何呢？——大环上的小狗走得更快，这样才能跟另外一只小狗同时到终点。——为什么更快？——因为它的路程更长。

克莱（Cle，9岁） 小环上的小狗走得更快，因为环更小。——它们是以相同的速度走的吗？——是的，因为你让它们同时一起走的。——它们其中一个更累吗？——是的，大环上的小狗的路程更长，所以更累。——它们当中有哪个走得更急吗？——是的，大环上的，否则的话小环的小狗将先于它走到终点。——它们是怎么走到终点的？——它们都很急，因为它们都是一起走的。——但是轨道一样吗？——大的得更急。——但是它们是同时完成的吗？——那么它们都很急。——但是是不是一条路比另一条路长？——那就是大的更急……。最后，他在两种答案间反复了很久之后，克莱总结道：大环上的小狗走得更快一点，以便跟小环的小狗同时到达。——那是不是有一个更快一些？——是的，大环的小狗更快，但是快的不多。

贝尔（Ber，9岁5个月） 同样在两种表述中犹豫。——它们都是同时到达的，所以都一样急。——速度一样？——同样在两种说法间犹豫："是的，因为它们一直都并排走的。"和"大环上的小狗更累，因为它的路更长。"最后他依照后一个思路做了决定。

在这些中间反应中，与第一节和第二节中相等同的阶段Ⅱ相比，在阶段Ⅰ之间同样存在着发展时间上的延迟。之前我们已经对其原因进行了分析。这些中间反应对直觉调节（intuitive regulations）的研究价值更大，因为这些孩子已经足够成熟，可以清楚地解释每个答案了。从这个角度来说，他们的注意，即他们知觉直觉或者想象直觉的中心化（centration），反过来又与三种不同的已知因素有关：（1）起点和终点处的顺序（空间或时间的）：运动物体同时从同一起点线出发，在比赛结束时同时停止，终点与起点一致；（2）从时间超越的角度考虑轨道长度的不同：两个物体以相同速度运动的情况下，沿小环运动的物体将率先到达终点；（3）从空间超越的角度考虑轨道长度的不同：时间相等的情况下，如果将环线运动简化为直线运动，沿大环的物体将比沿小环的物体运动距离更远。

因此从运算综合的角度来看，很容易将这三种已知因素协调起来的：儿童可以将长度和时间构想为起点和终点之间的间隔（在空间上和时间上），因为这样的假设关系不仅可以相互比较，而且可以互相佐证。然而，要想这种运算综合成为可能，儿童必须将环形运动转化成平行的线性运动，不被环形顺序误导。然而对于这个水平的儿童来说，完成这个任务有一定难度的。

现在，由于儿童不能完成这种综合，他们显然在这三种可能的观点之间摇摆，每种观点都可以分别与三个已知因素中的一个因素相关联：速度相等，是由两个运动物体总是并排行进的事实得出的；小环上的物体（时间上的超越）速度更快；或者大环上的物体速度更快（直线的路径上发生空间上的超越）。因此，杜恩、皮尔、赫伊和埃索这几个儿童，尤其是克莱，可能会从第一种答案转到第二种，从第一种转到第三种，从第二种转到第一种，或者从第二种转到第三种，作出一系列令人震惊的不合逻辑的转变，直到最终确定为第三种观点（克莱和贝尔除外。他们在确定第三种答案之前，无数次在第一种和第三种之间摇摆）。由此产生了三个问题：儿童犹豫不决的原因是什么，儿童怎样才能想到正确答案，以及为什么最终儿童确定为第三种观点。

首先，很明显，如果直觉思维意味着使用具象化和心理实验，进而引发我们想要研究的心理过程，而由于个体会首先对一个方面进行“中心化”，之后再到另一个方面，就像知觉固定于整个图形构造中的不同的点一样，因此这个过程包含几个迥异的方面或几种不同的关系。接下来，在直觉的情境中和在感知的情境中一样，出于特别的原因聚焦的点或关系被高估了，而其他方面被低估了，这相当于对一种关系进行连续思考，会使得被试立刻忘掉其他的关系。这种遗忘实际上并不简简单单是一种记忆现象（我们不会在几秒钟之内就忘掉刚才说过的话），而是之前叙述的理由的价值突然下降了：参见克莱的例子。但是连续的中心化不是随机变化的：我们只需要提醒儿童回忆起他刚才忘记了或者低估了的要点，因为这个新的直觉中心化是通过调节来对先前的中心化进行校正，就好像在一个跷跷板上一样颠倒了位置。

现在我们就能理解正确回答是怎么来的了。这并不是通过灵光一现来协调一个综合体中的运算或部分运算之间关系来实现的，而是通过对使被试从对一个方面的中心化转移到对另一个方面的中心化的初试调节的逐步强化来实现的。换句话说，办法是通过去中心化（decentration）逐步获得的。在儿童将注意力集中到一个关系上时，儿童得以思考其他关系，从而在区分的同时并修正当前所注意的关系。即使是在贝尔说小环上的狗更急的时候，他已经提出“它腿的伸开次数更少”，所以“外面的狗在跑”，但是还没有完全放弃他的小环上的狗速度更快的想法。更为典型的是杜恩，在说完小环上的狗更急之后，在想到“它没有更着急，但是它到那儿更快”之后，他做了一次修正，也就是说将“走得快”和“停得早”间的关系区分开了。一旦完成了这些区分，儿童通过将两个环道的长度转化为空间上的超越进而找到了正确答案，即将环道比拟为直线道。这样的话，这个问题又变成一个直觉调节的问题了，但其形式是想象重建和预期：儿童将环形路线简单地变成他们所熟悉的直线，即在此直线上可以直接看到——甚至是在同心圆形轨道上并不能直接观察到——超越过程。然而必须注意到的是尽管这种预期和重构已经包含在了早期的调节中，因为

是对一种关系的去中心化，包括通过重构或预期来记住其他关系的存在。因此修正直觉的最后一个方法仅仅是对去中心化的扩展，儿童对已知路线（环形）进行去中心化后使其变为一种更加熟悉的形式（线性），进而适应这种形式。

那么第三个问题自然就解决了。如果说第三种关系（空间超越）实际上是进一步去中心化的结果，一方面是由于儿童已经连续地认识到多种顺序关系，另一方面是由于从对位移格式的适应到逐渐习惯，这种关系自然比其他关系更稳固。这种关系的确隐含着其他几种关系。因为线性路线转换为环形路线暗含了并排运动（第一种关系）和相等速度下实现空间超越（第二种关系）的可能性。但是儿童并不从这些推测开始：相反，他们通过对这三种观点的费尽心思的协调逐渐完成推测。而一旦这一协调转换成了互反的蕴涵，则这种协调便达到了平衡。接下来，儿童的发展水平就达到运算水平了，我们在下一阶段详细论述。

3. 阶段Ⅲ：问题的运算性解答

儿童进入阶段Ⅲ时的平均年龄很有意思。当儿童处于 8 至 9 岁时，如果一开始便直接向儿童提问与环形路线有关的运动问题，则与第一节和第二节的阶段Ⅲ（线性路径）相比，儿童的发展水平明显滞后。但是如果先从那些简单问题开始提问，比如说先提问两条隧道的问题（第一节），往往 7 岁的儿童在一开始就能答出正确答案，就好像环线路径的速度和直线路径上的超越之间的关系能进行直接地同化。这时儿童这样已经发展出了运算能力。事实上，在第一节（阶段Ⅰ）研究过的儿童中，有 3 名儿童在某种程度上与以下描述的这些儿童的发展状况是相同的。

帕斯（Pas，6 岁 11 个月） 是不是其中有一个更快些？——那个（外圈），因为它要走得更远。——但是它们是同时开始的吗？——是的。是同时停下的吗？——是的。——那么它们的速度一样还是不一样？——那个走得更快，应为它的圈更大。

克莱恩（Clan，7 岁 2 个月） 它们是同时出发同时到达的吗？——是的。——它们以同样的速度走的还是有一个更快些？——那个更快。——为什么？——因为它的环更大，它得追上另外那个。

洛尔（Laur，7 岁 4 个月） 是不是有一个走得更快一些？——沿大环走得更快一些，因为它不得不快一点。——为什么“不得不”？——为了跟另一个同时到达。

内尔（Ner，8 岁 11 个月） 大环上的小狗跑得更努力。——为什么？——因为它在相同时间内走的路更长。

比克（Buc，9 岁 2 个月） 那个走得更快。——为什么？——它走得更远。——但是它是同另一个小狗是并排走的对吗？——是的，但是那个圈更大。

很明显，对于这个阶段的儿童来说，距离和时间之间的关系立即变成了运算整体中的影响因素。在此之前，儿童仅凭借最初的直觉将长度和时间看做具有顺序的点之间的间隔。而如果我们没有在之前几节中，看到儿童是怎样费尽心思地构建心理上的环形路径的话，那么这一过程将看起来非常简单，几乎无须进行分析。

4. 阶段Ⅳ：固定在杠杆上的物体的环形运动路径

通过安德列 · 雷伊先生所设计的方法观察到的结果仍需要讨论。两个玩偶 *A* 和 *B*，固定在同一根以其一端为转轴的杠杆上，形成 *a* 和 *b* 两个 45° 弧。两段弧的长度相差很大（*A* 接近转轴的底部，*B* 接近另外一端，因此 *B* 画的弧比 *A* 路径的两倍还要长）。现在，虽然我们可以找到与先前例子中相同的反应，但是在这个情境中，雷伊先生观察到能做出正确回答的儿童的平均年龄在将近 11 岁。而这一定是有原因的。下面通过比较的方式从儿童阶段 I 的一些反应开始分析。

巴尔（Bar，6 岁） 实验之前：哪个将先到终点？——一起到。——为什么？——它们都在同一个东西上，同时绕着走。——实验之后，有哪个先到终点吗？——没有，都是一起的：它们在同一根杆上。——但是，是不是其中有一个走得更快一些？——不是，速度都是一样。

马德（Mad，6 岁 6 个月） 实验之前：它们沿不同的路移动。——哪个将先到终点？——小的那个，因为它的路更短。——是不是会一个快一个慢？——都一样，因为它们都在杆上。——做实验：它们同时停下了。有没有一个快一个慢？——小的更快，因为它的路更短。

杰奥（Geo，7 岁） 哪个会先到？——路短的那个会先到。——（实验。）——有没有一个快一个慢？没有，因为它们在同一根杆上。

贝拉（Bel，7 岁）预测两个玩偶会同时停下，会以相同速度走，因为它们被绑在一起。实验没有揭示出他的错误。当我们把玩偶取下来，让玩偶沿直线走，他清楚地看到一个比另一个走得快，因为距离更远，但是当把玩偶重新固定到杆上并且描述它们的弧度时，儿童说两个玩偶由于杆的原因，因此速度相同。

卡姆（Cham，8 岁） 小的将先到终点，因为它的路程更短。实验后：速度一样。

佩尔（Per，9 岁） 小的将先到，因为走得不远。实验后，他认识到它们同时到终点，但是总结说小的走得更快，因为它的路程更短。

这里又出现了第三节阶段 I 中的两种典型答案：走过路程更短的玩偶的速度更快，或者路程不等的两个玩偶的速度一样快。第一种答案之所以出现在这儿，有时与儿童期待看到玩偶 A 先到终点有密切关系，因为他们不能够精确地预见旋转的作用。但是多数情况下儿童都觉得两个运动物体是同时停下的，由此得出两个玩偶速度一样的结论。而第二种答案之所以出现是由于受到两个玩偶都固定在同一根杠杆

上这一事实的影响。

以下是几个阶段Ⅱ和阶段Ⅲ的例子（Ⅱ——林特，Ⅲ——奥尔布，布格）。

林特（Lint，9岁） 它们同时结束，速度相同。实验之后：速度相同。确定吗？——大的应该走得更快，但是我不确定，因为它们固定在同一根杆上。

奥尔布（Alb，10岁）预测：它们将同时到达，速度相同，因为它们都固定在同一根杆上。但是实验之后他说大的走得更快了，因为距离更远，而且这跟杠杆在 b 处比 a 处走得更快，因为 b 处更接近末端。

布格（Bug，12岁）预测：速度相同。实验之后：它们同时到达，大的（B）走得更快。那是因为小的（A）所固定的位置离杠杆固定的位置更近（转轴的中心），这也是它转得慢的原因。另外一个走得更远，杠杆也转得更快，所以一个转得快一个转得慢：这就是它们能同时停下的原因。

可见，林特（阶段Ⅱ）很明显做出了像第三节阶段Ⅱ中儿童一样的中间反应，而奥尔布和布格像阶段Ⅲ的儿童一样对看到的现象作出了正确的解释。但是不同于第三节阶段Ⅲ的儿童，他们在两条同心圆轨道的问题上无法预测这个现象，必须亲眼看到后才能理解速度谁快谁慢。相反，阶段Ⅳ的儿童（形式运算）能够毫无困难地预测速度的快慢。

楚（Chu，11岁）预测：它们将同时到终点。它们都固定在同一根杆上，所以两个速度都一样，不对，大的走得更快，因为它的路程更远，但是它们要同时到终点。实验之后：速度相同，不对，这里（A）更弯，这里（B）接近直的，所以小的，不，大的更快。

图尔（Tur，12岁）预测：速度相同，不对，大的更快，但是因为那根杆的缘故，我没有立刻说出来。

正如图尔所说的，因为固定玩偶的杠杆的缘故，它们的速度不能“立刻”被分别估算出来。直到儿童发展出了假设演绎或者形式运算的能力，提前“分解”这些弧线运动才成为可能。这在理论上类似于两个环形跑道的实验，但实际上两个运动物体的联合使得直觉条件更加复杂。

第七章　同步运动中速度关系的细化

在上一章当中，我们通过对三类实验的探究发现，在发展的早期阶段，只有当儿童能看到运动中发生了超越时，才会产生关于速度的直觉。而这一发现也让我们更加清楚在之后的阶段中，儿童从掌握可见超越到掌握不可见超越（隧道实验）的能力是如何发展起来的，或者说，儿童如何在不规则的或环形的路径中从无法看到超越过程，到在想象中将超越现象比拟成线性进行心理重构的。但是我们仍然不清楚，儿童如何凭借运算将超越抽象成时空关系的形式，从而将最初的超越直觉推及所有相关的例子中。这就是本章要研究的内容。本章重点研究同步运动，第九章研究相继运动。

目前来看，我们亟须探明儿童是通过何种运算将速度概念建构成一种理性关系的。我们应从不同直觉情境中对成对的线性且同步运动的研究入手，具体而言，就是研究超越、追上另一个物体（整个超过或者部分超过）和相向运动等这些情境。这些对比的难点在于儿童要同时面对两个问题：一个是速度问题，一个是时间问题。在这样的案例中，物体经过的空间是很简单的，研究中涉及的所有年龄阶段的儿童都能区分出两条直线形路径的相对长度（最多是在起点处和终点处都有时间差的案例中，儿童识别相对长度会有一些困难。但是，在所有案例当中这一问题都可以通过研究儿童的几何观念来避免）。然而，在《儿童时间概念的形成》中提到过，在速度不等的案例中，就算是7岁或8岁的儿童仍旧无法确定物体是否同时开始和停止运动，尤其是无法确定同步时间是否相等。因此一定要注意，在实验只给定了空间关系的情况下，儿童在解决以下问题时，必须同时发展时间关系和速度关系。从理论分析的角度来看，这并不困难。因为根据运动时间方面的研究结果，我们可以将这种特有的空间关系视为是运动的协调，由此儿童头脑当中便同时形成了速度和时间的概念，并且二者相互联系紧密。但是从真实访谈的层面来看，我们很难同时向每个孩子既提问时间的问题（同时性和时间进程），同时又提问速度的问题。因此我们在实验中会事先声明运动物体将会总是同时开始和同时停止，并且每次都用语言（1，2，3…停，开始！）或者用声音（在两物体停止运动的时候敲打放物体的那张

桌子）预告开始和停止的时间点，从而在知觉上给儿童一个直观的提示，告知儿童两物体的运动是同时性的。在儿童认同两物体同时开始和同时停止运动之后，即确认儿童是否理解了已知因素，他所做出的与速度有关的判断将会更有意义，反过来也能解释时间的问题。

我们还要注意，从语言的角度来说，“更快”和“更努力”这两种表达方式经常会被共同使用，但是对于儿童而言，甚至在日常用语中，这两种表达方式并不总是意义相同的（理由见第六章第三节阶段Ⅰ）。

第一节　不相等路程中的完全同步运动

第一节中共有四个问题。问题1：一个物体追上另一个。一个小汽车（例如红色）从另一个小汽车（蓝色）后面的位置出发。两个小汽车是同时出发的，同时到达同一终点。那么，当第一辆小汽车追上了第二辆时，我们只问儿童一个问题：“哪辆小汽车走得更快或者更努力？”问题2：同样的装置，但是第一辆车没有完全赶上第二辆（两车之间的间隔必须很明显能看到，而且要调换颜色，以避免发生固着）。问题3：超越。同一装置，但是第一个颜色的车（为了防止出现问题，要再次调换颜色）超过了第二个。问题4：朝相反方向相向运动，并且擦肩而过：每辆车相向出发，最后相会于一点（也就是半交叉），或者最后都稍稍超过对方一点（路程不相等）。

实验所得到的结果与目前划分出的发展阶段完全吻合。在阶段Ⅰ中，儿童在只有超越的情况下可以做出正确的判断，而在其他情形下，儿童都是依据终点的位置对其进行评估。阶段Ⅱ的特征是儿童的反应属于一种中间反应，即介于具备初期直觉和具备逻辑能力之间。在阶段Ⅲ（7到8岁）儿童表现出了对相互关系的运算能力。

1. 阶段Ⅰ：根据终点位置，依靠直觉评估速度

儿童最初将速度等同于可见的超越，于是，在两物体相向而行或者一个物体刚追上另一个物体一小部分（或者甚至完全追上）的情形中，他们迷惑不解。

埃里（Eri，5岁）问题1（蓝车追上红车）：是不是一个走得更努力？——都一样。——你怎么知道？——因为两辆车的速度一样快。——是不是有一个的路程更远一点？——是的，蓝车路程更远。——那么是不是有一个比另一个走得更努力？——不是。

问题3（红车超过蓝车）：是不是有一个走得更努力？——其中一个走得更靠前，是红色那个。——那个是不是走得更努力？——是更努力一点。它并不是走得更快，是走得更靠前。——那蓝色的车呢？——没那么努力。它更靠后。

问题 2（红车几乎要追上蓝车了，在相同时间内红车走的距离几乎是蓝车的两倍）：蓝车更靠前，红车靠后。——是不是有一个走得更努力？——蓝的。——它从哪出发的？——这儿。——是不是有哪个走的距离更远？——不，是的，红色的。——你能说说哪一辆车走得更快？更努力？——红色的走得更慢，蓝色的走得更快。——为什么？——因为我能看见它在另一辆车前面。——哪个走的距离更远？——红色的。——哪个走得更快？——蓝色的。——为什么？——因为它领先于另外一辆车。

问题 1：是不是其中一辆车走的时间更长一些？——是的，不是，都一样。——为什么？——因为它们是同时停下的。——其中一个走得更努力吗？——不是，都一样。为什么？——因为我看见它们都在一个地方。

问题 4（从相反方向相遇。蓝车的路程更长）：发生了什么？——其中一个来到了另一个旁边。——它们是同时出发的吗？——是的。——是同时停止的吗？——是的。——是不是有一个走得更努力？——不是，都一样。——也没有一个走得更快吗？——没有。——你为什么这么认为？——因为我能看见其中一个从这儿出发，到了那儿，另一个从这儿出发，到了那儿，这都一样。——为什么都一样？——哦，不对，我弄错了，蓝车的路程更长。——那是不是它们中一个走得更努力？——不是，都一样。——为什么？——因为它们运动的速度都一样，然后都在那里停下了。——闭上你的眼睛。这两辆车将在数到 3 的时候出发，喊“停”的时候停下来。（接下来我们将蓝车和红车路程的比例扩大到 4 比 1。）有一辆车比另一辆走得更努力吗？——还是一样的（仅仅看着终点处）。——没有哪一个走得更努力吗？——红车走得更慢，因为它只走了一丁点，蓝车走得更长。——（我们又以 2 比 1 的差异开始进行实验。）——其中有一个走得更远吗？——是的，蓝色的。——它走得更努力吗？——不是——。更快吗？——不是。

问题 2：这回怎么样（蓝车走了红车路程的一半，但是在红车几乎就要追上它时还领先一些），有没有其中一个走得更努力？——是的，蓝色的，因为它更靠前面，而红色的在后面。——它们是从哪出发的？——那儿和这儿。——那么你认为蓝车走得更努力？——是的。

问题 1：都一样的。——为什么？——因为它们都是在这儿停下的。

潘（Pan，5 岁）　问题 1：速度相等吗？——相等。——走的路程一样吗？——不一样，一个从这儿出发，一个从那儿出发。——长度相等吗？——不是，蓝车路程更短。——它们走得都一样努力吗？——是的。——没有其中一个比另一个更快吗？——没有。——哪个走的路更长？——红车。——那如果我告诉你其中一个比另一个走得更努力呢？——我觉得它们速度相等。

问题 2（红车走了很长的路程，几乎要追上蓝车）：速度相同吗？——不相同。——哪个走得更努力？——蓝色的，因为红色的在蓝色的后面。——路程一

样吗？——不一样，红色的路程更长。——那么哪个走得更努力？——蓝色的。

问题 4（从相反方向行驶并相遇。蓝车走的路程是红车路程的两倍，两辆车停在了同一终点）：它们运动的速度一样还是不一样？——一样。——路线相同吗？——不同，蓝车路线更长。——你为什么认为两辆车速度相同？——因为它们是同时停下来的。——闭上你的眼睛（同样的路程比为 4 比 1 的情形）。——蓝车走得更快。——你是怎么知道的？——因为蓝车的车库（起点处标记着一个方框，代表车库）离得很远。——哪辆车走得更远？——蓝车。——这就是它走得快的原因吗？——是的。——（接下来我们按 2 比 1 的路程比重新开始实验，让儿童看着。）速度相同吗？——相同。——为什么？——因为一个车库在这儿，另一个在那儿。——路线一样吗？——不一样，蓝车的更远。——速度一样吗？——一样。——为什么？——它们停在这儿。——那如果我说不是这样的，你能说出来是哪个更快一些吗？——蓝色的更快，因为它的路程更长。——非常好。现在看好了（问题 1：蓝车追上红车，路程比是 2 比 1）。速度一样吗？——一样的。——有没有一个走得比另一个更快？——没有。——你怎么知道？——因为它们是同时停下的。——它们走的路程一样吗？——不一样，蓝色的更长。——所以呢？……

问题 2（蓝车几乎要追上红车。路程比是 2 比 1）：速度相同吗？——不相等，有一个走得更努力，红色那个。——为什么？——它靠前很多。——它们是同时开始运动的吗？——是的。——它们走的路程相等吗？——不相等，蓝车路程更长。——那么哪辆车走得更努力？——红车。

米克（Mic，5 岁） 这是一个与问题 1 和问题 2 相关的特殊例子，没有对速度和长度的评估进行区分。问题 1：速度相同吗？——是的。——有没有哪一个走的路程比另一个更长？——是的，没有，因为你看蓝车是从那儿出发的（蓝车在经过两倍长的路之后，追上了红车，但是米克用"那儿"指代的是红车的起点，而不是蓝车的起点），然后它一开始先独自走了一会儿（在到达红车起点之前）。我们重新开始，每一次米克都认为速度是相等的，拒绝考虑已知因素，就好像两辆车都是从蓝车的起点开始出发的（之前仅仅是"一开始先自己走了一会儿"）。然后我们放上了两间房子，当作车库放在起点处。它们是同时出发的吗？——是的。——是同时停下的吗？——是的。——是不是路线一个长一个短？——是的，蓝色的更长，因为它的车库更远。——那么是不是一个更快一些，是不是有一个走得更加努力？——是的，红色的，因为它的位置更近，蓝车远一些。

问题 3（同样的装置，但是蓝车超过了红车一点点）：这一次米克答对了，蓝车比红车走得更努力，因为它超过了红车。

问题 2（蓝车在走过两倍长的路之后，几乎追上了红车）：现在，是不是有一个比另一个走得更努力？——是的，红色的，因为它的位置更近。——这是怎么

回事呢？——你看，红车里的人全速前进，所以它才能更快到达那里。——（在 4 比 1 的情境中也给出同样的回答。）是不是其中一辆车走得更努力？——是的，红车。——有没有一辆车走的距离更远？——是的，蓝车。——那么是不是有一辆车走得更努力？——是的，红车……米克清楚地看到了长度的区别，但并没有注意这些区别：更靠前的车走得最快，并且如果它们到达了同一点，那么从更近的点出发的车由于放的靠前，所以走得更快。

利尔（Lil，5 岁）　问题 1（蓝车在走过两倍的路程后追上了红车）：尽管蓝车路程更远，但是两辆车速度相同。我们重新开始实验，将两车间的间距增大（4 比 1）。蓝车更快吗？——是的。——为什么？——因为我们看见它更快（速度知觉本身）。——如果你在两辆车走的过程中闭上眼睛，只看路程的最后，你能回答这个问题吗？——不能。（我们这么做了。）——为什么蓝车比红车快？——我不知道原因。

问题 3：更快是因为它超过了另外那辆车。那这样呢（像之前那样，4 比 1 的比率，提问问题 1）？不知道。

伊恩（Ean，5 岁 3 个月）　问题 1（两辆车出发后，红车在前面，蓝车追上了红车）：红车走得更快。——为什么？……路一样长吗？——红车的路短一点，蓝车的路长一点。——是不是哪辆车走得更努力？——是的，红车。

问题 2（在走过长度大约为 2 比 1 的路程后，红车几乎赶上蓝车）：蓝车走得更快，因为它的起点更靠前。——两辆车是同时出发的吗？——是的。——是同时停下的吗？——不是，那个（蓝车）在前面，那个（红车）在后面。——（对时间和空间没有区分）：但是有没有哪个走得更努力，更快？——蓝车。

问题 3（蓝车超过红车）：蓝车更快，因为红车在后，蓝车在前。——两辆车是同时出发的吗？——蓝车开始得更快，另一辆开始得更慢（将时间和速度混淆）。——它们是同时停下的吗？——蓝车在前。将颜色调换之后：儿童的反应相同。

问题 4（从相反方向行驶并相遇：比例 4 比 1）：速度相同。那这样呢（比例 6 比 1）？——蓝色的走得更快，因为它从车库出来后要走的路更远，而另一辆车的更近。——（我们以 4 比 1 的比率重新开始。）——速度相同。——那距离呢？——红色的更长。——难道不是一个比另一个走得更努力吗？——不是。——确定吗？——是的。

埃利（Eli，5 岁 9 个月）　问题 1（蓝车追上红车）：蓝车走得更努力。——为什么？——它是第一名。——它们是停在了同一个地方吗？——哦，是的，所以它们的速度相同。

问题 3（超越）：那辆车更快，因为它更靠前。

问题 2：速度相同。问题 3：又答对了。问题 4（从相反方向行驶并相遇，路

程比为 2 比 1）：速度相同。闭上你的眼睛（重复部分实验）。其中一个走得更努力吗？——蓝车走得更快，因为它走得更远（所以在这个例子中知觉或许可以说是儿童进行推理的一个障碍）。因此在采访结束时，埃利达到了第Ⅱ阶段。

雷（Ray，5 岁 5 个月） 问题 3（在走了很长一段距离之后，蓝车马上就要超过红车了）：红车走得更快。——为什么？——因为它走的距离更长。可见雷只通过终点来判断实际长度，不考虑起点。

儿童的这些表现对于分析直觉和逻辑（logic）的关系来说意义重大。我们试着从直觉和逻辑二者之间的关系角度，同时也将速度和时间观念的发展问题联系起来，来讨论儿童的这些表现有着什么样的含义。

第一项观察是在早期阶段，儿童只能答出问题 3。正如我们从第六章中看到的一样，儿童最早的速度直觉就是对超越动作的表达。然而，此时从另外三个问题上儿童的表现中，可以看到超越的直觉事实上包含着两层不同的意义。首先，只有在确实发生了可见的超越的情境中，速度概念才会形成。在这样的案例中，儿童可以通过与超越进行类比，并以终点处的位置关系来判断速度，就能很容易答出第 1，2，4 题。其次，正如儿童首先将运动本身简单地理解成顺序或位置的改变（位移）一样，速度关系最初也是在两个运动的比较过程中产生的，并且儿童随后会认为终点位置靠前的物体的运动速度更快。如果是这样的话，那么这必然会有助于儿童在超越的案例做出正确评估，但是对评估一个运动着的物体追上另一个物体的案例（不管是完全超过还是非常接近的案例）将没有帮助，对两物体沿相反方向行驶并相遇的案例也没有帮助。简而言之，第一层含义即超越本身就是速度概念的基础，而第二层含义概括化地将速度概念的由来归因于两运动终点的比较，所以儿童只能够正确评估有超越的情况。

事实上，反过来看，这两种解释在某种程度上应当都是正确的。开始的时候，终点位置似乎主导着儿童的每一次判断。但是由于在一些特殊案例中，超越成了最重要且最有效的线索，因此这一线索迟早会影响到儿童对其他案例的判断，而在下一阶段中，这一线索也将解释最早的可清晰表述的顺序直觉。

举个例子，问题 1（一个运动物体追上另一物体）可能引导儿童产生一个正确的直觉，即如果一个物体开始运动的起始位置在另一个物体的前面，后者追上了前者，并且如果继续以同样的速度前进的话，后者必然将超越前者。此时，很有意思的一点是儿童无法按照自己的意愿对这些想法进行基本的综合，也无法按照我们的期望，通过即刻的心理实验做出直觉性的预期。埃利的例子在这个方面非常典型：他认为，他看见蓝车超越了红车，于是判定前者的速度更快。后来当他意识到两辆车停在同一点时，他立刻改正了自己的判断，说："哦，对，它们的速度应该是相等的"，就好像速度取决于终点的空间位置。实际上这样的反应在儿童中很普遍。埃里说"两

辆车的速度相同，因为我看见它们停在了同一点”。潘说“因为它们都是同时停止的”。但是所有儿童都意识到其中一个物体走的距离比另一个更远。甚至有的儿童立刻从中得出结论，说后者走得更快，原因是它比另外一辆车“领先”（伊恩）。但是绝大多数儿童最后仍然确定二者速度相等。最后，我们关注一下由于路程差异过大，所以儿童勉强同意或承认其中一辆车走得更快的案例。然而，在这些例子中，要么是一个对速度进行简单的观察就能解决的问题（利尔：“因为我能看到”），无须通过走过距离的长短来证明；要么是一个非特定的直觉问题，即在没有特定说明的情况下，以一个最大值来涵盖路程的距离。此外，只要路线长度比例减小，儿童就会用他最初的方法来进行评估，而不进一步考虑路线长度的问题。

问题 2（一辆车几乎追上另一辆车）提供了额外的有帮助的信息，这些信息阐明了超越直觉的真正意义。事实上，即使是认识到了第一辆车没有完全追上第二辆车，但第一辆车走的路程要更远，绝大多数儿童也会判定第二辆车走得更快或者“更努力”，他们的理由是第二辆车“更靠前”或者“超过去了”（埃里），第一辆车“在第二辆车后面”并且第二辆车“靠前很多”（潘），“因为它的位置更近”（米克），或者“因为它是从前面出发的”并且“更靠前”（伊恩），等等。只有埃利觉得速度是一样的，而且除非走过的路程之差变得很大，不然没有儿童能答对。但在最后一个例子中，这只是一个暂时性的基本知觉调节的问题，并没有对儿童的后续判断产生影响。因此将所有这些反应综合来看，“靠前”则表明了速度最快。儿童无法对同时涉及时间和距离差异的两组运动进行比较，于是距离就毫无意义，而只根据终点位置来进行了对比。因此，尽管在这个例子当中超越直觉与正确的速度关系是相一致的，但是对于这个水平的儿童来说，超越直觉就只是对顺序进行评估的一个特例。

问题 4 中儿童的反应也是一样的。所有儿童都说速度是相等的，理由是物体停在了同一点上，并不考虑物体走过的距离长短。同样，在路程长度比例很大的例子中（4 比 1 甚至更大），儿童通过应用知觉调节能暂时答对问题（知觉调节即对速度本身的知觉，或者对差异过大的路程长度的中心化。因此，知觉调节是基于包含另一段路程的最大值上，即无须有意识地推理的情况下儿童所感知到的最大速度），但是像米克和潘等儿童，即使他们可以指出哪个物体经过的路程更长，当将路程比率调回到 2 比 1 时，他们还是不能从中得出任何结论。

简而言之，被试所有的回答都指向相同的结果和结论，而这一结论与目前为止有关时间概念（《儿童时间概念的形成》）和运动概念（本书第三章）发展的发现都完全相符。儿童似乎只根据终点来判断速度，不考虑所经过的路程。而且似乎在某一时刻的空间或时间观念中，“更快”的意思就是“在其前方停下来”或者“早于其停下来”（这可能被认为是在这个阶段，儿童缺乏对空间连续性和时间连续性之间的区分）。因此，在空间意义上的在前或在后，都既可以指运动的直觉，又可以指速度

的直觉，同时还可以指时间的直觉。于是“快”可以表示“在其前方”或“首先”，也能表示实际速度，所以儿童对问题 1，2 和 4 的回答不尽相同。对于超越而言，即一种顺序的反演（速度更快的物体开始时在后面，然后到了前面），儿童在超越的情景中毫无疑问能得出正确的答案，但其原因是只有在这样的例子中“在其前方”停下才与更快的速度相对应。

从这些实验中推理出的最重要的结论，就是速度直觉从一开始就是相对的。如果速度所依据的判断包含对顺序的比较，那么就不存在绝对的速度，因为单纯的位置改变仅仅是位移而已。因此从最初起，速度就意味着一个同步位移系统。但是这个初级的、直觉的，甚至是知觉的相对系统是由什么构成的呢？在儿童的案例中和我们自己的切身经历中都可以明显知道，对运动的知觉本身能够当即向我们提供有关速度的信息：我们会认为一辆开动的车速度快于一匹马，不管超越实际上有没有发生我们都认为如此。那么先前经验和“潜在”的超越的作用是什么？目前来看我们还不清楚。在当前例子中的速度差异问题中，速度的比率通常是 2 比 1，所以儿童很有可能和我们所感知到的是一样的，至少从定性的层面来讲是这样的。但是这些已知的知觉因素要么是没能被儿童正确地理解，要么由于儿童过于关注终点的连续顺序而被忽略了。只有在超越的案例中，知觉印象的总和是与顺序关系相一致的，进而使超越变为速度直觉的“原型”。因此，当两物体速度或经过的路程之比增加时，比如说增大到了 4 比 1 或 6 比 1，儿童可以暂时给出正确答案，其原因是这种差异能很清晰地与超越的格式匹配起来。但是，我们再强调一遍，这只是一个暂时性调节的问题，对后续的评估不造成影响，而且这也不能打破平衡达到一个相对持久的状态，即我们将在阶段Ⅱ中的例子中所看到的。

从心理学中直觉思维的角度来看，这些结果非常具有启发性。一方面这些结果表明，直觉这一想象的产物与真实的知觉是不同的。在问题 1，2，4 中，尽管儿童感知到的两运动物体的速度是“不相等”的，或者两运动速度的比率是与直接感知到的速度比率相反的[①]，但是在概念上儿童仍会将其看作是相等的。但是，另一方面，这些结果也揭示了与知觉过程相类似的过程的存在。事实上，与知觉相比，直觉思维无法达到一个持久的平衡状态。影响直觉思维的因素（终点顺序、起点顺序、经过的距离、时间等）似乎都是不具有逻辑属性，而只具备因果属性。所以儿童仅根据已知外界因素的价值或者对其的修正，将注意固定在其中的某个或者某几个因素，进而直接得出这一判断，或者通过平衡状态的突然改变推翻这一判断并关注相反的方向。

对直觉思维的显著影响从源头上来讲无疑是知觉性的。例如，两项物体同时停

① 在速度更快，或者仅仅彼此距离更近的例子中，这一方法也可以用于研究直觉标准是否成为实际知觉的一部分。

止在同一终点上是一个已知的知觉性因素，而路径长度也是一个知觉性因素等。然而，这些在其值上具有可变性的已知因素并未被儿童同时考虑或者相互联系，有些甚至被儿童与其他已知因素分离开来，而后者被儿童低估甚至忽视。那么，这种分离是怎么实现的？即通过一种与知觉相类似的“中心化”的思维方式来实现：儿童暂时将注意力放在现象的某一方面，而忽略其他方面，类似于夸大了某个方面，而低估了其他方面。这种效应与视知觉中因注视而造成的相对过高估计类似。在本案例中，这种效应可能是由于注意本身而引起的。我们可以将其看作是一种直觉的中心化。因此我们可以将其解释为独特的“跷跷板”效应，在同心圆跑道中的反应就是跷跷板效应的一个例子（第六章，第三节）。

直觉中心化与感知中心化类似，但又不完全相同。如果我们对直觉中心化的机制提出假设，那么就很容易解释在儿童判断中其逻辑的绝对性和非相对性，同时也可以解释在速度概念中其固有的直觉相对性。对于第一个方面而言，终点之所以能很快吸引儿童注意的原因很明显：终点是运动过程中的最后一个位置，也是运动的目的地。这样的话，当儿童注意力集中在终点上的时候，就不能同时对起点进行中心化：进而忽略了起点，或者认为两者是相同的。正因为如此，米克甚至篡改了已知因素，他反对一切证据，坚持认为蓝车是从红车的起点处出发的。而事实上蓝车的起点在红车的起点之后。同样，尽管儿童注意到了距离的差异，但是他们仍然对距离因素视而不见。发展水平最低的儿童仍然依据运动终点对所经过的距离进行评估。所以雷像米克一样，也对物体所经过的路程长度的信息做了篡改。简而言之，对终点的中心化可以说是对起点差异或者对所经距离信息的低估。另外，事实上儿童并没有将时间上的“早于”和“晚于”与空间先后顺序相分离开来，因此儿童认为速度都是一样的（参看伊恩的例子）。简而言之，每一次直觉中心化的过程中，都存在一种绝对性：将直觉以其唯一的赋值，进而使这一因素无法与其他因素建立逻辑上的联系。我们利用在每一次中心化中隐含的高估所引起的绝对化的观点，作为直觉思维的“自我中心”的特征，与依照逻辑群集所形成的“去中心化”相反。但是另一方面，我们必须要彻底理解，儿童根据直觉做出的错误判断往往是由儿童的高估和低估所构成的，他们暗含了一种无意识的相关性，而这一相关性可以与韦伯（Weber）提出的知觉和阈值相比拟，而与逻辑相关性截然不同。

与我们在阶段Ⅰ中所观察到的儿童所建立的短暂易变的平衡不同，接下来我们将会谈到在阶段Ⅱ中这些早期的中心化是如何通过更广泛、更稳定的调节逐渐“去中心化”的。

2. 阶段Ⅱ：从集中于终点的直觉到逻辑关联性之间的过渡反应

从一系列由阶段Ⅰ逐渐向阶段Ⅱ发展的例子来看，阶段Ⅱ的儿童在实验开始时

的表现与阶段I儿童相同，但是在实验过程中他们能够自己更正过来。以下是一些例子：

伊迪（Edi，5岁1个月） 问题1（蓝车追上红车，同时出发和停下）：它们是同时出发的吗？——不是，红车比另一辆车先出发（在其前方）。——它们是同时停下的吗？——不是，蓝色的先停下（错误追上）。——它们走的速度一样吗？——蓝色的更快。——为什么？——因为它位置更靠前（看来他是将追上和超越等同起来了）。——距离一样吗？——蓝车的距离更长。——是不是一个比另一个更快？——是的，蓝色的。——为什么？——因为它位置更靠前。

问题2（蓝车几乎要追上红车。二者仍然是同时运动）：它们是同时出发的吗？不是，红车更快，蓝车更慢。——是同时停下的吗？——不是，蓝车先停的（在后面）。——是不是有一个走得比另一个更快？——是的，红色的更快。——为什么？……走过的长度相等吗？——不是，蓝车的路程更长。——有一个走得更努力吗，还是都一样？——红车走得更快。

问题3（蓝车超过红车）：它们是同时出发的吗？——不是，蓝车更快，红车更慢。——为什么？——它是这样走的（用两只手表示了超越）。长度相等吗？蓝车路程更长。

问题4（从相反方向相遇，比例是4比1；儿童闭眼）：红车更快（正确）。——为什么？——不对，两个都很快。——一样快？——是的。——路程一样吗？——不一样，红色更长。——速度一样？——不是，红色更快。——为什么？——因为它是在离它的车库很远的地方停下的（改变比率，重复实验）。——蓝车更快。——为什么？……路程长度相等吗？——不一样，蓝车路程更长。——你为什么觉得它走得更快？——因为……

克拉维（Clav，6岁11个月） 问题1（红车追上蓝车）：它们是同时出发的吗？——不是。——哪个在先？——没有，同时的。红车更快一点，和蓝车同时停下。——你怎么知道的？——因为我看见蓝车比红车更靠前。——所以呢？——所以红车走得更快，因为当它向着蓝车走，追上了蓝车。

问题2（红车几乎追上蓝车）：它们是同时停下的吗？——不是，红车比蓝车走得慢。——但是它们是不是同时停下的？——是的。——是不是有一辆车比另一辆走得更努力？——蓝车比红车更努力。——（将差异扩大，重复实验。）——有没有一辆车走得更努力？——是的，蓝车（错），但是红车也比较近。——是不是一个距离比另一个更长？——是的，蓝车。——给我演示一下。——不对，红车。——是不是有一个走得更努力？——红车，不是蓝车。——你说什么？——蓝车走得更慢，但是红车更努力（！）——那么哪辆车走得最努力？——红色。——哪辆车最慢呢？——蓝色。——哪一个最不努力？——蓝车，它走得最慢，红车最快。

问题 3（超越）：答对了。

问题 4（从相反方向相遇：蓝车路程是红车两倍）：是不是其中一辆走得更努力？——不是，一样努力。——为什么？——因为它们都停在这儿。——是不是有哪条路更长？——蓝车的那条路。——那如果我告诉你蓝车走得更快，这是为什么呢？——因为它的路程更长。——你觉得蓝车走得更努力和两辆车速度相同这两种说法，哪种更正确？——速度相同。——现在呢（从相反方向驶来经过彼此，行驶距离不同，红车路程更长）？——红车走得更努力，因为它走得更靠前。——那这样呢？——（从相反方向相遇，比率相等）红车走得更努力，因为它的路程更长。

梅（May，7 岁）　问题 1（红车追上蓝车）：它们是同时出发的吗？——是的。——是一起停下的吗？——是的。——速度相等吗？——红车走得更努力。——距离相等吗？——红车路程更长。

问题 2（红车几乎追上蓝车）：是不是有一辆车更快一些？——蓝车更努力。——路程一样长吗？——蓝车路程更短。——哪辆车更快？——蓝车。

问题 3：答对了。

问题 4（儿童闭眼，红车更快）：速度相等吗？——相等。——路程相等吗？——红车路程更长——（我们又让儿童看着，重复了两遍实验：他拿着小汽车，模仿两辆车从相反方向相遇，说道）：红车更快，因为它走的更靠前。——为什么速度更快？——它为了先走完。

多尔（Dor，6 岁 7 个月）　问题 1（红车追上蓝车）：两辆车是同时出发的吗？——不是，是的。——是不是其中一辆车比另一辆车走得更努力？——是的，红车。——为什么？——（我们又重新做了一遍实验。）——为什么更快？……哪辆车走的路程更长？——红车。——你怎么知道它走得更快？……红车走的路程更长，蓝车的路程短，那为什么不是蓝车走得更快呢？——因为它走得慢。——你怎么知道的？……

问题 4（从相反方向相遇）：哪辆车的路程更长？——蓝车。——哪辆车走得更快？——蓝车。——为什么？——（重复实验，路程长度相等。）——哪辆车更快？——一样快。——那这回呢（把红车移回去）？——红车。——为什么？——因为它更靠前。

这几个例子中我们需要探讨的问题是，最初当儿童根据终点的空间连续顺序来估计速度时，他们是怎样认识到在时间相等的情况下，速度与距离是成正比的。显然，儿童是通过对超越格式的进一步概括化而认识到这一点的：儿童通过将其他情境同化到这一格式中，进而对每一个由其初始点开始感知或者重构的运动的后续动作进行预期。这样的话，注意力就不再单独集中于终点，而实现了去中心化。因此在儿童的概念中，终点与起点之间建立起了相互关联，进而与将起点与终点分离开

的物体运动的实际距离也建立起了关联，即产生了经过的距离。

所以，所有儿童都能通过将问题 1（一个物体追上另一个）看作超越，从而答对问题 1。事实上在即将发生超越的情景中，这足以让儿童预期到后面的物体要追上前面的物体。在伊迪的回答中，尽管他将时间和空间混淆了，但是他将这一点阐释得非常明白。他说，红车“在另一辆车之前”（在其前方）出发，而蓝车“在前面”停下来，“因为它更靠前”，就好像他真地看见了顺序的反演和超越了。克拉维尽管没有做到反演，但是也更精确地表达了顺序的变化：起点处“蓝车比红车更靠前”，“后来红车走得更快，因为当它到达蓝车那里时，它追上了蓝车”。

但这仅仅是一个直觉预期的问题，即儿童在对基于超越格式的最初直觉的去中心化的基础上所进行的部分调节。因此，此阶段的儿童只具有可清晰表述的直觉，而没有运算的概括化。问题 2 就可以证实这一点。尽管问题 2 放在问题 1 之后，并且也包含追赶的动作，但是儿童也不能直接答对，原因是在运动结束时，速度更快的这个物体没有完全追上另外那个物体。伊迪之所以回答错误就正是这个原因——后面的没有超过前面的物体，因此儿童认为靠前的汽车走得更快，这与儿童阶段Ⅰ的表现相同。克拉维开始时的回答也一样，但是当我们将路程长度差异扩大后，他辩解说“蓝车（后面的）走得更慢，但是红车走得更努力”，直到后来他才理清了答案之中的矛盾。所以，这再一次说明，在这一阶段儿童对终点进行了进一步的去中心化，并根据起点和经过的距离进行了调节。

简而言之，在这个阶段中，集中于终点的直觉发生了进一步的去中心化：所产生的直觉调节，通过预期来拓展已感知到的运动信息以及对已知运动进行重构，进而开始对超越的格式进行概括化，但是这一适应过程并未到达运算水平。

3. 阶段Ⅲ：关系的运算组合

在 7 到 8 岁的儿童的表现中，我们观察到了三种相互关联的建构：时间顺序从空间顺序中分离出来（《儿童时间概念的形成》，第三章），根据起点和终点之间间距的长度来构想经过的距离（这一卷的第三到第四章），以及在同时运动的案例中依照相等时间内经过的长度来定义速度：

艾克（Iac，7 岁 8 个月） 问题 1：两辆车是同时出发的吗？——是的。——是一起停下的吗？——是的。——速度相同吗？——不相同，蓝车走得更快，因为它要走的路程更长。

问题 2：红车走得更快，因为它的路程更远。

问题 3（超越）：速度相同吗？——不相同，红车要走的路程更远，不然它应该是在这儿（指了指如果红车走得不那么快的话它应当在的位置）。——告诉我如果两辆车以相同速度前进的话，红车应该在什么位置？——（他指的是一个很靠

前的位置。）——你确定吗？——不对，是这儿（对了）。——那如果红车没有像蓝车走得那么努力，它将会是在哪？——这儿（基本正确）。

问题4：蓝车走得更快，因为它的路线更长（路线相同）。——那这样呢？——速度相同。

显而易见（其他的所有例子都是类似的），此时儿童只根据长度或路程来判定速度关系，而不再根据顺序来判定。但是，将此时儿童的反应与以往的反应相比较，我们就可以发现儿童是如何从阶段Ⅱ的清晰表述的直觉发展出了对长度关系的判断：儿童对感知到的运动做直觉改造，使其适应超越的格式，并且这一过程已经概括到了一定程度，即每一对运动都形成了一种潜在的超越。因此，由于直接的去中心化，即将渐进调节转换为可逆运算，因此起点和终点从一开始便相互关联。

相反，当儿童在根据给定时间中的假设距离来计算物体的位置时，儿童需要从给定因素中分离出来，并再次变得犹豫不决，就好像这几组运动是连续发生的：事实上，儿童只有在阶段Ⅳ中才能建构该例子中的速度概念，即假设演绎运算阶段（见第九章）。

第二节　部分同步（同时停止）且距离相等

现在我们反过来再研究这个问题：如果走过的距离是一样的，但是两物体的运动是相继开始的（同时停下），儿童将如何评估物体速度？我们把这个问题称作问题1a。我们得明白，我们无需分析两物体同时出发、相继停止运动的情形，因为那样的话就变成了简单的超越问题，又回到了第一节中的问题3。另外，如果出发和到达都是相继发生的，尤其是在时间和距离都不同的情况下，除了在上一节问题2中两物体相继出发这样的简单案例（因此我们将这个问题称为问题2a）之外，这些问题均需要通过形式运算（见第九章）来解决。

1. 阶段Ⅰ：根据起点或终点顺序，依照直觉评估速度

这个阶段的儿童，要么由于物体同时到达同一终点而认为物体速度相等，要么由于先出发的物体位置在前，所以认为先出发的物体速度更快。

伊思（Ios，5岁）问题1a（红车晚于蓝车出发，但是起点相同，并且追上了蓝车）：它们是同时出发的吗？——不是，蓝车先出发的。——是同时停下的吗？——是的。——是不是其中一个走得更快一点，还是两辆车一样快？——蓝车更快。——（我们又重新做了一遍实验。）——速度一样吗？——是的，一样。——是不是有一辆车走得比另一辆更努力？——蓝车更努力。——你为什么这样想？——因为它走到了那里，之后红车也走到了那里（它走在另外一辆车前

面）。

你看（我们又演示了一遍，在每个终点处都放了树来作为参考点，并且在半道上放了一个房子，用来标记当红车从树的位置出发的时候蓝车已经到了房子所在的位置）。它们中有一个先出发的吗？——是的，蓝车先出发的。蓝车走到房子的位置时红车才从树那里出发。——当红车出发的时候，蓝车走了多远？——走到那儿了（正确）。——在蓝车从房子的位置往前走的过程中，红车走了多远？——（正确地指出来了。）——哪辆车走得更努力？——蓝车。——（我们又重新开始。）——有没有其中一辆车走得比另一辆更快？蓝车。

我们又重新开始，把房子往前移了很长一段距离，也就是说，将时间差异扩大，让红车的速度又加快了许多。两辆车是同时停下的吗？——不是（错）。——有哪个先停下了吗？——蓝车（错了，跟出发搞混了）。——两辆车是同时出发的吗？——蓝车先出发的（正确）。——有哪辆车比另一辆车更努力吗？——红车。——你怎么知道的？——我看到了。

问题 2a（蓝车先出发，红车速度更快，几乎追上了蓝车：所以两辆车走过的距离和所经过的时间都是不等的）：蓝车走得更快，而不是更靠前（！）它们是同时停下的吗？——是的。——有没有一个走得更努力？——蓝车，红车有一点。——那到底是哪个？——蓝车。

马尔拉（Marl，5 岁） 问题 1a（蓝车先出发，红车追上蓝车）：蓝车走得更努力。——有哪个先出发了吗？——蓝车。——两辆车是同时停下的吗？——是的。——那这回呢（我们增大了路程以及时间差异）？——红车更努力。——为什么？——因为它想要追上了蓝车。

问题 2a（蓝车先出发，红车几乎追上了蓝车）：有其中一辆车先出发吗？——蓝车。——是同时停下的吗？——不是，蓝车在前方——（对时间和空间没有区分。）——红车停下的时候蓝车是在继续走吗？——是的——（错了。我们又重新开始。）——哪辆车更快？——不知道。——哪辆车走的距离更远？——蓝车先出发的，它走的路程更远——（还是对两种关系没有区分，尽管分开来说都是对的。）——（我们又重新开始。）哪辆车走的路更长？——蓝车。——它们是同时停下的吗？——（犹豫）是的。——有哪辆车走得比另一辆车努力吗？——速度是一样的。——红车更慢一点。——（我们又重新开始。）——为什么？——是的，我觉得我看见是这样。

不管从速度建构的角度还是从时间本身的角度来看，这些案例都非常有意思。很明显，只要一提到速度，伊思和马尔拉的反应都是和第一节阶段 I 中儿童的反应一样的：如果一个物体在另一物体之后出发，两物体运动路程相等，那么儿童就认为两物体速度是相等的，理由是它们终点相同；也有可能是（这是新出现的情况），儿童认为先出发的那个就是速度更快的或者更努力的，仅仅是因为它先于另一个物

体。只有当运动时间的差异必须非常大时，儿童才会认为追上另一物体的那个物体速度更快，但是这样的话速度的快慢实际上就是他感知到的（“我看到了”）。另外，当像问题 2 中那样将出发时间不同这一因素也加入到运动场景当中时，儿童又出现了同样的推理方式（像在第一节中的反应一样）——根据这个推理方式，位于前面的物体必定走得更快。的确，伊思的回答起初体现出了“靠前”和“快”之间的区别（“它走得更快，而不是位置靠前”），但是后来又将这两个概念混为一谈了。

在这个阶段中，从时间的角度来说，儿童缺乏对这两个概念的区分，明显体现出儿童通常不能将空间顺序和时间顺序区分开来：伊思认为蓝车先停，因为它位置靠前，而马尔拉又好几次将这类关系混淆。因此，儿童对时间的长短判断，实际上是与速度相协调的，因为此时，儿童基于终点的空间和时间顺序对速度直觉的判断伴随着儿童在区分时间与空间顺序上能力的缺乏。然而，速度和时间概念在后期的发展中形成了一个整体，而在这个整体中，这两个概念依然保持统一。

2. 阶段Ⅱ：过渡反应

在阶段Ⅱ中，儿童又出现了与第一节阶段Ⅱ相同的反应。

艾丘（Iaq，6 岁）　问题 1a（蓝车先出发，红车追上了蓝车）：它们是同时出发的吗？——蓝车先出发的。——是同时停下的吗？——是的。——有哪个走得更努力吗？——（思考了一会儿，没有回答。我们又重新开始。）有，红车。——你怎么知道的？——我看见了。——（我们重新开始。）有哪辆车走得更努力吗？——蓝车。——为什么？……你看见是怎样的？……哪段是蓝车走的距离？——更长的那段。——那红车呢？——它从后面追上来。——它走的路程长度也一样吗？——是的。——那你为什么说它走得更快？

问题 2a（红车几乎要追上蓝车，红车晚于蓝车出发）：有其中哪辆车走得更努力吗？——红车。——是你看见的吗？——因为它的轮子走得更快。——但是为什么它走得更努力呢？……

弗朗（Fran，6 岁）　问题 1a（红车后出发，追上了蓝车）：速度相同。——（我们重新开始。）——红车更快吗？——为什么？……你看见了什么？……（又重新开始，增大了时间差，让红车走更远。）——红车更快。——是的。——为什么？

问题 2a（红车后出发，经过很长距离之后，几乎追上了蓝车）：红车更快。——为什么？……（重新开始。）——蓝车。——为什么？——（重新开始。）——红车。——为什么？——哪辆车走的路更远？——红车。——你为什么说它走得更快？……就是这样有的时候能答对，有的时候答不对，但是说不清理由。

雷恩（Ren，6 岁）　问题 1a（距离相等，红车追上蓝车）：速度相等。——（重新开始。）——红车更快。——为什么？……它们走的距离一样长吗？——是的。——时间相等吗？——不是，红车的时间更短。——当红车开始走的时候，

蓝车走到哪了？——那里（正确）。——你为什么说红车走得更快？……如果你闭上眼睛，你还会这么认为吗？——是的，还会是红车，因为它走完了全部路程，而蓝车只走了这么一点（路程的后一半）。

红车几乎要追上蓝车，路程相等：哪辆车走得更快？——蓝车。——为什么？——不对，更慢。——为什么？……（重新开始。）——蓝车。不再一一列举，有时说这个快，有时说那个快，不能解释理由。最后他说：红车快，因为它想要追上蓝车。

问题2a（一样的，路程长度不同）：红车快，因为它走的路程更远，而且它想追上另外那辆车。

乌拉（Ul，6岁10个月） 问题1a（路程相等，红车追上蓝车）：蓝车更快。——有其中一辆车走得更努力吗？——嗯，蓝车，为了先到。——那红车呢？——一开始慢，后来快。——哪辆车走得更快？——蓝车，为了先到终点。——但是最后它是先到终点的吗？——是的。——那红车呢？——红车也是，一起到的。——（重复。）——红车走得更快，追蓝车。

问题2a：红车后出发，走了很长一段距离之后追上了蓝车：蓝车先走的。它走得更快。噢，不对，一样快，因为一个位置更靠前。有一个走的路程更长吗？——蓝车。——但是你看。——红车更长，蓝车更短。——有一个走得更快吗？——没有，都一样，速度一直都一样。（因为蓝车总是在前面的，红车的路程更长！）

布莱依（Blai，7岁） 问题1a（蓝车追上红车，两车路程等长）：速度相同吗？——或许一辆在前面一辆在后面。——（重复，增加运动时间的差异。）——我觉得是红车，因为它在蓝车前方（在其之前）。——（重新开始。）——速度相同，因为他们走的路程相等，噢，不对，蓝车更快，因为它追上了另外那辆车。

这些犹豫不决的回答给我们带来了很多启发。在前面的例子当中，儿童仅仅是在正确和错误答案之间摇摆不定，没法给出支持正确答案的证据（艾丘和弗朗）。在发展水平更高的儿童的例子中，儿童犹豫的原因就更显而易见了。儿童一开始认为速度更快的车就是在空间上领先的车（于是儿童也会将时间上领先的也当作是速度更快的）。乌拉说“蓝车走得更快，为了先到终点”。之后当儿童对这个最初直觉进行去中心化，并考虑到更多其他已知因素时，他们会认为两个物体“速度都相同，因为它们走的路程相同”（布莱依）。最后，儿童发现运动物体走这两段路程的所用时间是不相同的。雷恩指着整条路程说，“在蓝车走这么一点路程的同时，它走了整个这么长一段路”，也就是说，蓝车走过这条路程的一半的时，红车走过了整条路。现在的问题是，在不给儿童提供帮助的情况下，他们是怎样分解各种因素的，又是怎样将其相互联系的？即通过将“补足落下的那段时间”等同于“追上落下的那段距离”，后者（如我们在第一节阶段Ⅱ中看到的一样）可以与超越相比拟了。这个

阶段的儿童是通过去中心化和逐步调节得出正确答案的，而绝不是进行了运算组合。这些短暂存在的调节彼此相交替，这在上一节的问题 2 中涉及时间差中体现的十分明确（两物体相继出发，一个物体几乎要追上另一个物体，它们走过的路程也不相等）。儿童倾向于认为速度更慢但在空间上靠前的物体走得更快。然而另一个物体走的路程更长这一因素又让儿童做出相反的判断。所以，儿童总是在这两种答案之间摇摆不定（例如，乌拉最终在两种相反的因素中间寻找补偿）。

3. 阶段Ⅲ：问题的运算性解决方法

两部分的结论

平均年龄 7 至 8 岁的儿童最终能够通过对运动中涉及的关系进行即时分组，从而解决问题。

> 瓦克（Vac，7 岁 9 个月） 问题 1b：红车走得更快。——为什么？——因为它追上了蓝车。——这说明什么？——说明它出发更晚，但是在同样的时间里走完了路程。——那路程长度呢？——一样。——（问题 2a：红车走过更长的路程以后，几乎要追上蓝车。）又是红车快。——为什么？——它比另一辆车出发晚，走的路更远。

这些回答看似简单，但其中涉及的运算的心理复杂性，以及儿童为完成这些运算作所做的艰巨的建构却又让人不得不感到惊奇。因此在这里以及第一节阶段Ⅲ中，我们试着完全重构儿童给出这些运算性反应的机制。

综合所有因素进行考虑，速度概念的直觉起点是以儿童自身活动的感知运动格式为基础的，即试图成为序列中的第一个，或者领先。另外，这种早期阶段中“未提炼”的直觉在一个特例中总是正确的：超越。因此，领先的动作格式与超越的格式同等重要。事实上，任何年龄段的儿童都知道如果一个物体超过了另一个物体的话，它的速度就更快、走得更努力。另一方面，当给儿童看两个物体在相等时间内走过了不一样的路程的运动情景（问题 1），或者在不同时间里走过了同样长的路程的运动情景（问题 1a）时，似乎儿童很容易能将这些新因素整合于超越的格式中去，只需要简简单单地在心中对感知到的运动进行扩展就可以了：即追上几乎就是超越。现在，儿童在开始解决问题时，即便是以最纯粹的直觉形式，儿童也不再进行这种对比了，而是单独以终点开始来判断速度。他的结论是，如果两个物体同时到达同一点（问题 1 和 1a），那不论走过的路程长短如何、起始时间如何，两物体速度都相等（无论在哪个例子中，儿童通常根据其终点对距离进行评估，根据其空间顺序对出发时间进行评估）。因此，很明显超越格式本身也是通过位置靠前来解释的，即这是一个未经提炼的顺序直觉，只与终点位置相关。因此儿童最初回答问题 1 和 1a、2 和 2a 以及问题 4 时，都出现了错误，只有对问题 3 能立即答对。其原因正是问题 3

是基于简单的超越，即如果可以用一种儿童惯用的表达方式形容的话，那也就是说两组运动中，处于领先位置的物体变了。

这种将看到的因素整合到终点格式（领先或者超越）中的行为，不论得出的是正确的还是错误的答案，都形成了一种扭曲的或者自我中心的同化（egocentric assimilation）作用。也就是说，这些已知因素绝对无法顺应到运算系统当中，即无法转换成可组合的、可逆的关系，而只能转换为以包含特定因素的关系为中心的一个动作或者一个动作系统，这些特定因素由儿童主观活动决定。而儿童的注意与直觉都集中在运动的目标或者终点上，而这一中心化导致儿童高估该因素的作用，从而低估或者忽略其他因素的作用。

中心化这个术语，来源于我们对知觉的分析，而这一术语总体上来说也成了智慧自我中心（egocentricity）的关键。在将一个人的注意“集中”于某客体的过程中（例如，集中于要进行比较的一条或两条长度不等的路线），该客体会受到高估，而集中点外围的物体会被低估：根据个体对所测变量有所高估的这一现象，恰恰是对“系统标准误”做出的解释。因此中心化是引起错觉的原因之一（高估属于一种暂时的观点），而去中心化（或者协调几种相继的或潜在的中心化）使儿童向着客观性进一步发展，则会使儿童更客观。此外，在由中心化和去中心化法则所构成的知觉总体中，平衡并不是以永久的形式实现的，而是每一次外部的修正带来了平衡态的转变。这些“位移”证明了直觉转换的不可逆的特征，其标志是“非补偿性转换”，即在去中心化的案例中，这一非补偿性转换趋向于减小：也就是我们所说的“调节”，即发生补偿的反应。最后，如果中心化因此导致了知觉适应（其格式构成了一个整体，或格式塔），那么每个平衡的位移都证实了能够更改同化格式的“顺化”的存在。平衡当中的顺化和同化越少，位移就越大，而调节表明了这两种相反过程之间平衡态的发展。所以最终必须以运算作为该机制的最终结果：事实上运算平衡是永久的。当运算具有充分可变性时，其调节是定向的，因此运算平衡以完全可逆性作为其特征。

由此来看，我们可能会认为儿童的直觉思维水平是介于知觉和运算之间的，于是我们发现中心化的法则是以想象的形式展开，而不再是单纯以感知的形式展开。在我们关于速度的实验中，所提的问题事实上已经不再是简单的知觉问题了，儿童完整地感知到了他面前的运动的速度差异，但是他对此的判断已经超越了知觉，并融合了思维的格式，并基于此对速度进行表达。这些格式在阶段Ⅲ成为可运算的，因为这些格式可逆转的结构和其组合能在一个协调所有元素的关系系统中，对知觉数据进行客观地解释。但是在阶段Ⅰ和Ⅱ中，尽管这些格式已经超越了知觉，但是仍然是前运算的，所以我们将这个中间阶段称为直觉性阶段。在某种程度上，此时仍处于不可逆水平的直觉会同知觉一样以相同的方式产生中心化和去中心化，但此

时的中心化已经成为判断的中心化而非知觉机制的中心化，即我们用自我中心这一术语所特指的智力中心化的概念。因此自我中心直觉的机制是在这一思维水平上的延续，也是在感知运动机制上的延续，而这一机制正属于知觉以及与之紧密相关的“驱动”。

下面回到我们的实验结果，从这些结果中我们可以看出儿童在最初是单独依据运动终点来评估运动的，这也是阶段Ⅰ到Ⅲ心理发展的原始基础。我们再强调一遍，这不是单纯的感知觉方面的问题：儿童可以清楚地看到运动起点在空间上和时间上是不同的。但是当儿童感知到多种关系时，并没有将这些关系转换成互为组成部分的、共同考量的客观关系，而是受到不同关系的不同重要性的影响，因此儿童的思维将会集中在其中一种关系上面而忽略其他关系：所以这些关系绝不是以可逆的成分组织起来的（可逆是因为由一种关系表达的相似或者不同之处的增加会根据事实本身使在相反关系中出现相应的减少），而是依据儿童所“中心化”的元素来分配价值。换句话说，而当起点顺序和间距关系（路程或者持续时间）被低估时，终点顺序便具备了特殊的重要性，即不再被当作已知的概念因素，而是被当做有助于推理的因素。另一方面，这种中心化形成了一种自我中心的同化，因为在儿童活动受到运动或动作的终点或目的的影响的时候，终点顺序受到了相同程度的高估。

为了更清晰地理解这件事，让我们用分析知觉活动的术语来表述这种变形的同化。因此，没有得到直觉补偿的转化将会被转化成可逆运算的符号，这些符号更加合理，原因是运算形式事实上是直觉成分的最后的限制（而对于知觉成分而言，只有一个假想的界限）。两物体沿两条长度相等（例如 3 厘米）的平行轨道运动，所用时间相同，起点和终点相同。Di 表示起点间的距离（这里 $Di = 0$），Df 表示终点之间的距离（这里 $Df = 0$）。于是速度差 Dv 可以用减法来表示为：$Dv = Di - Df$，在这个例子当中 $Dv = 0 - 0 = 0$。如果第一个运动物体走了 3 厘米，第二个物体走了 2 厘米，两物体起点相差 1 厘米，就得到 $Dv = 1 - 0 = 1$（问题 1）。如果第一个物体走了 3 厘米，两物体起点相距 2 厘米，第二个物体走了 2 厘米，其终点超过第一个物体 1 厘米，我们就能得出 $Dv = 2 - 1 = 1$（问题 2）。如果第一个物体走了 3 厘米，第二个物体走了 2 厘米，在路线两端各相距 0.5 厘米，两物体顺序倒过来，我们就得到 $Dv = 0.5 - (-0.5) = 1$（超越：问题 3）。最后，起点相距 5 厘米，第一个物体走 3 厘米，第二个物体在相反方向走 2 厘米，两物体终点相距 0 厘米（从相反方向相遇）：（问题 4）这也会得到（当运动从相同的方向开始时）$Dv = 1 - 0 = 1$（或者考虑到相反方向时）$Di = 3 - 2 = 1$，$Df = 0$，所以 $Dv = 1 - 0$）。现在不再以这样的方式提问，或者简单地认为儿童最终以起点和终点对运动的时间间隔或路程进行定义（经过的路程），似乎儿童一开始并不能同时考虑 Di 和 Df 这两个关系，所以对起点和终点（i 和 f）之间的时间间隔或走过的路程考虑得更少。所以似乎是将

注意集中于这两个关系中的其中一个（我们已经看到为什么儿童聚焦于 *Df* 而不是 *Di* 的原因）这一事实，造成了对另外一个因素的低估。这个假设中仅仅是对注意（在这个例子中充当着直觉的中心）一般机制的观察：即注意是怎样阐明其所聚焦的点，而之后又忽略了其他部分。但是由于受到相关性的运算需要的指引，注意将交替地集中于 *Di* 或者 *Df*，进而导致了交替价值的补偿。但是儿童的注意受到最初自我中心直觉（egocentric intuition）的指引，因此基于其目的论的概念，儿童的注意仍然集中于终点 *Df* 的关系之上。结果是，*Di* 的关系被忽略了，其效价为零，这一过程与感知觉无关，而与依据终点顺序（或者运动终点）对速度的直觉性估计相关。儿童只考虑到 *Df*，因此他开始的时候说问题 1 中的速度差为 $Dv = 0$，问题 2 中 $Dv = -1$（慢的物体被判定为速度更快），问题 3 中 $Dv = 1$（与正确答案一致），问题 4 中 $Dv = 0$。

于是这种表述方式相当于说最初的直觉是以中心化的形式产生的，这种中心化以其特有的机制排除掉了运算，或者说是 *Di* 和 *Df* 的关系。因为中心化将 *Df* 从 *Di* 中分离了出来。但是由此可以通过与知觉错觉相类比，进而追踪到一个测量直觉变形的过程。将第 1 到第 4 种情况作为以相同速度运动物体的客观修正的结果，关系 *Dv* 自始至终都是 1，每种对已知因素的客观修正事实上，都可以说在知觉关系的平衡状态中产生了位移，因为每个例子当中儿童都判定速度是不同的：因此这种位移的特征就是“无补偿的转换”*P*，我们将其定义为计算出的速度 $Dv = 1$ 与儿童估计的速度之间的差异。这样我们将得到，在问题 1 至 4 中，*P* 值依次为 $P = 1$，$P = 2$，$P = 0$（因为儿童问题 3 答对了）和 $P = 1$。因此这些变形的 *P* 值表示了儿童在 *Df* 上的中心化，也就是仅通过终点所感知到的对速度变形的或自我中心的同化（egocentric assimilation）。另一方面，*P* 值表示了存在平衡位移，而不是判断的永久的平衡状态（将其定义为操作成分 $Dv = 1$）。这一事实说明到目前为止在对速度格式的“同化”和对新情形的顺化之间不存在平衡，因此无论是同化使已知因素变形，还是对新的已知因素的顺化扭曲了同化的格式：在任何一个例子当中都存在着平衡的位移，因此 $P > 0$。

现在我们将 *Di* 显著增大一些。例如，在问题 1 中走过的路程比是 8 ∶ 2，也就是说 $Di = 6$，$Df = 0$，$Dv = 6$。在这个例子中，我们观察到儿童无法再忽视起点处的差异 *Di*。于是就可以说，关系 *Di* 同样也得到了“聚焦”。但是这里存在着两种可能性。第一种是儿童把终点关系 *Df* 抛到了脑后。由于儿童对运动终点的关注，这在当前的例子中不常发生，但是在一些其他例子中却经常发生，即在一种关系优先于另一种关系，当儿童看到第二种关系后发生了反转的情况中：接下来就会产生另一种有偏差的中心化，也就是说，一个新的变形的同化，上述现象会在另一个方向上重现。另一方面，新的中心化可能没有取代前一个，儿童可能会同时考虑这两个中心化。在这一可能性中，与我们在这个例子中所观察到的事实相符，这个过程中

不再是只有一个简单的中心化或变形的同化作用，而是同时还存在（或者也可能是相互独立的）去中心化（decentration），即通过被同化的客体之间的关系的同化作用。同时聚焦于 *Di* 和 *Df* 这一事实，也即交替地考虑起点和终点关系，构成了相互关系的开始，因为去中心化都是由两个或者更多的“中心化”所构成的。所以儿童在同时考虑运动的起点和终点时，就只能通过开始考虑间距来将起点和终点联系起来，也就是说儿童要对走过的路程进行类似的聚焦，在我们所选的例子中走过的路程是 8 厘米和 2 厘米。因此将起点 *Di* 和走过的路程纳入考虑范围，使得儿童通过 *Di* 和 *Df* 之间的关系来估计速度，而不再是单单依据终点 *Df* 做估计。因此只要儿童不再曲解各种关系，而是将各种关系协调起来，则这些因素的相关可以直接用运算 $Di-Df$ 来反映。

然而只有当同化格式相继将要进行中心化的关系联结成一个整体，并实现完全的可逆性之后，即在不受到有偏差的中心化的影响而发生进一步变形的情况下由一种关系过渡到另一种关系，“去中心化”才会变为运算的。此时，如果对 *Df* 的中心化产生了未补偿的转换 *P*（称之为 *Pf*），理所当然的是由于这两种变形能够相互矫正，因此它们可以相互补偿：所以在终点处实际上已经具有了完全可逆性（$Pf = Pi$），进而成为运算。但这仅仅发生在终点处，在到达终点之前，补偿还是不完整的。我们依据去中心化，即减少中心化中所固有的变形，将部分补偿称作“调节”。因此调节是可逆性的发展，进而形成了变形的同化（中心化）和运算同化的中间产物。

于是我们可以明显看到运动终点的直觉中心化是如何将系统的变形纳入到对速度的判断当中，而对比起点和终点所产生的去中心化进而引起了对这些最早期判断的调节。正如我们在阶段Ⅰ看到的，只有当两速度差异相当大时才会出现调节，即在 *Di* 和 *Df*（起点关系和终点关系）的比例很大的时候才会出现调节。但是当回到差异微小的情形时，去中心化的趋势又变小了，儿童又回到了一开始的错误：这证明了去中心化在起初并不是运算的，因为很明显在阶段Ⅰ既没有稳固的平衡状态，也尚不存在可逆性。在阶段Ⅱ中，情况正相反，即使在差异微小的例子当中也存在渐进的调节，儿童开始将他的判断聚焦于终点位置 *Df*，然后注意到起点的顺序 *Di*，进而通过有变化或者没有变化的去中心化校正了自己的判断，并趋向于完成去中心化的最终平衡状态。

因此在阶段Ⅲ中，或者可以更恰当地称之为运算阶段，儿童通过即时的调节转换为可逆运算，其去中心化或者对被试先后关注的关系的协调由此形成了一种运算的“群集”。在这个特例中，儿童甚至可以详细地跟进调节和运算之间的过渡。对知觉的分析事实上让我们能够区分两种调节：相对去中心化的调节，即仅仅对变形 *P* 进行相互补偿，而在运算总和中没有发生绝对减少；绝对去中心化的调节，由于关注点之间的间距本身被去中心化了，所以这种调节减小了变形 *P* 的总量。此时，在

这些关于速度的案例中，我们观察到了一个类似的现象。当去中心化仅关注于起点和终点时，它依旧是相对的，反之，当 *Di* 和 *Df* 焦点之间的间距，也就是走过的路程也被纳入到考虑范围内时，调节的行为适用于整条路程：所以仅仅依据位置（*Di* 和 *Df*）判断速度的静态格式，将被一个能以其整体完全顺化实际运动的动态格式所取代，而调节不仅能够使所有已知关系相互协调，而且能够预期终点之后的位移，并重构起点之前的运动。因此我们得出非常有趣的以下两点！[①]

第一点是在这个例子当中，问题 1 到 4 以及 1a 和 2a 中的不同情形都可以简化为同样的模式。因此每一种情形都可以被同化到超越的格式中。起初，儿童通过对直觉格式的位置转换进行同化，但后来便可以通过精确的运算概括化进行同化：情景 1（追上）可以看作几乎超过，情景 2（几乎追上）可以看作潜在的超越，情景 3 可以看作实际的超越，情境 4 可以看作从相反方向超越（从反方向经过）。1a 和 2a 是相似的，可以看作是时间上的领先。事实上，超越是补偿中最容易完成的直觉形式（通过相对去中心化），也因此是最容易找出速度差异的表征（通过绝对去中心化）。事实上我们在阶段Ⅱ中观察到的正是这种渐进的更加概括化的位置转换。

第二点就是当平衡位移被取消时，所包含的关系系统变成了可逆的。事实上，在两物体间的速度差异不变（$Dv = 1$）的例子中，通过将同一关系涉及的起点和终点向前向后移动，或者将路程的方向反过来（4），问题 1 到问题 4 所涉及的四个情形就成为相通的了：这就是当儿童把追赶（追上或者几乎追上）、超越以及从相反方向相遇等不同格式等同起来时，他所理解到的内容。因此通过这一事实儿童形成了一个新的运算群集，这个运算群集不再简单的是位置和位移的群集（第一到五章），而是将同步位移压缩为超越的形式，同步位移即两段位移各自顺序间的对应部分。另一方面，通过这一事实，儿童开始将起点和终点之间的时间和空间间隔纳入到考虑范围之中，即走过的路程和消耗的时间：所以通过将间隔转化成起点和终点位置，或者反之亦然，他理解了要想加快速度，就要增加相等时间内走过的路程，或者要想减小行驶相等路程的速度，只要增加时间就够了。由于这些可逆的修改不再需要伴随平衡状态的位移出现，因此推导出一个比率 $V = S/TV = S$，这就是同步位移的质性群集的数学表达式。

此时，与其他群集相同，这一群集来源于同化，即当同化不再变形时，便通过顺化最终到达其平衡点。事实上，很明显，即使是早期的平衡位移反映了顺化与新的已知因素的冲突，以及同化和终点格式之间的冲突，但这些调节又向这两种趋势的平衡迈进了一步，因为正是这种不断更新的顺化将其与最初的格式区别开来，也因为这种调节的同化作用确保了对实验中的每一种新的组合都有永久的顺化。因此

① 与感知预期和重构相比，尽管这些直觉预期和重构不是结构性的，但它们是函数性的。

在同化和顺化之间的最终的平衡状态解释了运算群集的可逆性，这种可逆性同时又是推论或是无限的同化，并且能够不断适应新的情形。

第八章 相对速度

在弄清楚儿童是如何将同步位移中的群集经概括化进一步扩展到相继运动当中这一问题之前，为了完成对速度概念至关重要的质性运算的研究，我们将联系第五章的内容（相对运动），分析相对速度的问题，即对两个速度进行协调，使其变为单一的速度。本身速度运算的概念是与时间概念相关，并在具体运算的阶段（阶段Ⅲ）获得的，而反之，儿童对两速度的合成意味着形式思维的出现。也正因为如此，对合成问题的研究是对前面的章节的补充和完善。

第一节 方法和大致结果

我们给儿童展示了一个装有皮带的装置，皮带一直保持转动，上面固定着八个用卡片做的骑自行车的人。有一个手柄可以用来调节皮带转动的速度，并且能让速度保持恒定。另外有一条绳子与皮带的位置平行，绳子上挂着一个玩偶，玩偶代表着实验中的观察者。实验过程中，玩偶要数一数有几个自行车手从旁边经过。这个玩偶在前十五秒是静止不动的（这个时间足够 8 个自行车手从玩偶身边经过），接下来实验人员通过第二个手柄控制绳子，让玩偶也开始运动：玩偶又运动了十五秒（我们要求年龄较小的儿童对此进行核对，确保他们理解已知条件），玩偶的运动方向要么与骑自行车的人相同，要么与其相反，速度保持恒定，总体上比骑自行车的人速度要慢。

首先我们要求儿童大声地数一下有几个自行车手从玩偶前面经过。为避免混淆，在每个自行车手身上都标有数字。这些都设置好之后，我们要求儿童再预测一下玩偶在接下来的 15 秒中，如果玩偶沿着与自行车手相同方向运动的话，将看到几个自行车手。儿童清楚地知道这个问题问的是只包括从玩偶前面经过的自行车手（这一点必须在前一个问题中说清楚），只包括玩偶沿着与自行车手相同方向前进的过程中从玩偶面前经过的那些自行车手，而不包括那些玩偶在路上能看见的远处的自行车

手。我们提问的方式是这样的，“现在玩偶要这样往前走（自行车手的方向），时间同样是 15 秒钟。在它静止不动的情况下，它看到面前经过了 8 个自行车手。那么它往前走的情况下，有多少个自行车手这样子（用手势比画着说明白）从它身边经过？依旧是 8 个，还是比 8 个多，或者比 8 个少？”儿童回答完这个问题之后，我们要询问他的理由是什么，接下来实施实验，要求儿童解释一下他看到了什么。有的时候我们会把解释的步骤放到最后，儿童答完了一个问题后就直接问下一个问题：玩偶沿与自行车手相反的方向前进，此时它将会看到几个自行车手从反方向走过（同样还是 15 秒）？

另外，我们对年纪小的儿童在适当的时候加了一个问题，来帮助他们理解运动情景。我们问儿童，有一个自行车手跟玩偶同时出发，他们朝着相同的方向或者相反的方向前进，那么与之相比，如果玩偶站着不动，玩偶遇上自行车手的时间将会变长还是变短？提问完这个问题之后，我们又回到 8 个自行车手的问题上。

通过对 50 名（35 名男孩，15 名女孩）5 岁 6 个月至 12 岁之间的儿童的实验，我们区分出以下 4 个阶段。在阶段Ⅰ，儿童还无法回答玩偶与一个自行车手相遇所需时间的问题，与八名自行车手相遇的相关问题也是随意作答的。在阶段Ⅱ（清晰表述的直觉）儿童能答对一个自行车手的问题了。而对于 8 个自行车手的问题，儿童的预测都相对统一：不管玩偶是站着不动，与自行车手同向运动，还是与自行车手相向运动，儿童都认为玩偶看到的自行车手一样多。可见儿童还没有相对速度的概念（从 6 岁到 7 岁 6 个月，平均年龄大约为 6 岁 6 个月）。在阶段Ⅲ（具体运算阶段）期间，儿童无法事先推理出结果，但是如果是在观看过实验过程之后，儿童就可以非常好地解释实验中涉及的关系（前两个阶段的儿童即使是在展示实验之后也做不到这一点）。阶段Ⅲ的年龄范围是从 8 岁到 11 岁 4 个月，平均年龄为 9 岁 10 个月。最后，阶段Ⅳ（从 10 岁 6 个月或者 11 岁开始，形式运算阶段）的儿童能在实验之前先做出正确的推理，并且常常能够对速度的相对性做出非常好的解释。

当然，根据儿童在几次试误之后发现正确答案的早晚，阶段Ⅲ还可以划分出两个亚阶段。同时，也可以根据假设演绎的水平将阶段Ⅳ划分出两个亚阶段。

第二节　阶段Ⅰ和Ⅱ：无相对速度概念

此阶段中儿童对绝对速度尚不能做运算性的理解，只是能单独依靠知觉上的超越来构想绝对速度。他们还不能将时间与空间连续性区分开来，因此，此阶段的儿童自然还不能理解速度的相对性。因此在阶段Ⅰ中，儿童甚至答不出在观察者移动的情况下，一个自行车手经过的问题：

纳普（Nap，6 岁）数出有 6 个自行车手从静止不动的玩偶前面经过了：而

如果玩偶沿同自行车手相同的方向前进，像这样子（手势），有多少自行车会经过它，更多点，更少点，还是一样多？——它将看见更多的自行车，因为有的时候你看见的自行车确实更多，有的时候看见的少。——看着这边的玩偶，自行车手从这儿出发到达玩偶那里，它是不是需要走一段时间？——是的。——现在玩偶要出发，向着它走。要想和玩偶相会需要时间会比之前更长，还是更短？——一样长。——现在玩偶样从另一条路走了。你看，它们出发之后自行车手会追上玩偶。这与玩偶待着不动的情况相比，花的时间会更多还是更少？——一样。——为什么？……那如果玩偶朝着自行车手走呢？——时间会更长。——为什么？——因为玩偶在跑。

马德（Mad，6岁6个月） 8个自行车手：时间一样。——为什么？——因为就是有那么多个自行车手。——1个自行车手。——还是一样的。

只要是1个自行车手的问题儿童没有答对，8个自行车手问题的答案便没有什么意义。在这个问题中，我们可以很明显地看到儿童无法理解时间变了而速度没变这件事。反之，在阶段Ⅱ中，儿童能答对后一个关于1个自行车手的问题，但无法解决8个自行车手的问题。

贝尔（Ber，6岁8个月） 静止不动的观察者看见5个自行车手经过了。那么如果与此同时观察者也沿着相同的方向走（手势）会怎样？——它会看见更多的自行车手，因为它不能跟自行车手的速度一样快。——那如果它们相向而行呢，像这样（手势），玩偶还是会看到5个自行车手，还是多点或少点？——差不多。

艾克（Iac，7岁6个月） 玩偶静止不动时看到的仍然是6个自行车手。那如果玩偶也沿同样方向运动的话，看见的自行车手会更多还是更少？——一样多。——（实验4。）一样多吗？——不一样，更少。——为什么？——因为玩偶是往正前方看的，没有看见它后面的自行车手。——现在玩偶朝着自行车手的方向运动：在它静止不动时，它看见6个自行车手，然后在它那样走的时候它看见4个自行车手，那么如果玩偶向着自行车手走，它会看见几个自行车手？——会看见4个。——为什么？——因为它退回到了同一个地方（起点相同），走的路程也相同。——（实验7。）——是因为自行车手走得更快。——不是的。我是让它们以相同速度前进。——那就是因为玩偶走得慢。——不是，不是，速度是一样的。——为什么玩偶看到的自行车手会更多？

看，现在玩偶在等着自行车手。它们需要多久才能经过对方？——1分钟。——现在，玩偶要走那条路（方向一致）。——自行车手要想追上玩偶，需要花的时间会更多还是更少？更多，因为自行车手需要走的路程更远了。——现在呢，它们要相向而行。时间会变多还是变少？——会变少，因为要走的路程变短了。——非常好。那能向我解释一下为什么玩偶往那边走（相向）的话会看到更多自行车手，往那边走（同向）看到的更少吗？——因为那边（同向）玩偶只能

看到它前面的自行车（背向正在驶来的车），那边也一样（面对面）。因此艾克并没有明白速度或运动之间的关系，他是按照玩偶的位置解释不同情形之间的区别的。

皮耶（Pie，7岁9个月）　静止：4（同方向）？——看见的自行车手应当是一样的。——（实验3）为什么少了1个？那如果玩偶向着自行车手走，与它们会合呢？——一样的。（实验5。）可能是那根线更长吧。——（我们检查了后，重新开始实验。）——应该是一样的：4（实验5。）为什么？……我们演示了1个自行车手的实验，皮耶的回答跟艾克一样。再回到4个自行车手的情况，他又认为在两个方向上看到的自行车手一样多。

内克（Nec，7岁10个月）　两个方向的回答都是：玩偶能看见的自行车手跟它静止时看见的一样多，因为自行车手的速度是一样的。在实验之后以及正确地预测之后，对于一个自行车手的问题没有做出解释。

很明显，这些儿童还没有"构成"包含的运动或者运动速度。最常见的答案之一是艾克和皮耶的答案——玩偶看见的自行车手数一样，"因为是沿着同样的路程前进的"，之后当皮耶看到玩偶看到了更多的自行车手时他的解释是："或许路程……更长一些"。这么看来，儿童只考虑了玩偶走的绝对路程，而根本没有考虑在同一时间内玩偶相对于自行车手的运动路程。另一个出现频率较高的答案是内克的答案：如果自行车手的速度还是一样的话，玩偶看见的自行车手就一样多，就好像要衡量自行车手的速度的话不需要以玩偶的速度作为参照。贝尔说"玩偶走得没有自行车手快"（沿同一方向）的时候，他似乎是在考虑组合问题，在玩偶朝着自行车走的时候他也没有改变他的推论，所以他的直觉只是非常清晰的，但并不是运算的。艾克也一样，在实验操作之后，他只能推想绝对速度加快了或减慢了，但是无法作出任何解释，而且同样也没有考虑相对成分。

简而言之，在相对运动的问题（第五章）中，我们当前所讨论的问题仅仅是引入不同速度后的一种变形。在相对运动的问题中，儿童一次只能考虑一个运动或者一个角度：因为观察者朝任意方向走，走过的距离都是一样的，或者因为自行车手在三种情境中都是以相同速度行进，所以经过的自行车手是一样多的。于是，儿童就不能理解为什么运动或者速度的增量或者减量是对结果造成影响的唯一因素。另一方面，儿童根据玩偶走远了，原地没动，或者走近了，而准确地判断出了1个自行车手与观察者相遇所需的时间会变长还是变短，因为距离会出现增加或者减少。但是，仅凭借对位移的直觉预期就足够解决这个问题了。相反，在4到8个自行车手的问题中，就不是自行车手与观察者相遇所需时间多与少的问题了。这个问题要求儿童回答有多少自行车手跟玩偶相遇了，或者超过了玩偶，这一问题需要从时间、路程以及速度组合当中推理出来的。这也就是在儿童解决了1个自行车手的时间问题之后，还是不能将结果应用到速度问题上的原因，正如艾克说完1个自行车手"要

走的路更长（或更短）”之后，在一群自行车手的情景中仅仅是重复这一观点。

此时，这种自我中心的无相关性在后面的阶段中将在某种程度上继续存在，而实验呈现给儿童的差异将会或多或少地引导儿童发现如何对此现象作出解释。

第三节　阶段Ⅲ：在试验后通过具体运算能够理解并预测相对关系

与第五章中不同，具体运算已不足以解决相对速度的问题了。尽管如此，儿童从8岁到9岁开始，有时确实会对问题中涉及的某种关系做出预期，尤其是对同向运动，而非相向运动。但他们还并不能预见到所有的关系。而在实验呈现之后，或者常常在提问有关一个自行车手的问题之后，儿童便基本可以完全理解。下面是阶段Ⅱ和阶段Ⅲ的中间反应的一个例子。

西姆（Sim，8岁10个月）　同向。——玩偶看不见那么多自行车手了。——为什么？——因为玩偶只走了一小段路。——（实验。）——对，因为它只走了这一小段路，有的自行车手还在它后面呢。——（反方向。）——它看到的自行车手和先前一样多（与同向运动一样多），因为走的路程一样（他用手量了量），长度相同。——（实验。）——好难呀。我不明白为什么玩偶看到的自行车手更多了。——（一个自行车手的反方向问题。）——因为它们要走的路程更短了，所以相遇所需要的时间变短了。——那么告诉我为什么当玩偶朝着自行车手走的时候，它看见的自行车手变多了？……

雷格（Reg，9岁1个月）　静止不动：六个。同向：它看到的自行车手会更少，因为它是跟自行车手一起走的，而且走得更慢些。——（实验。）——对，如果它走在前面，它看到的自行车手将更少。——为什么？……（反方向。）——它看见的自行车手还是那么多，不会变少。——为什么？——因为它是沿这个方向走的。——（实验。）——它看到的自行车手更多了！——为什么呢？——因为它是沿这条路走的。

1个自行车手。同向：它们相遇所需要的时间会更长。——（反向。）——时间更短。——那如果玩偶朝着所有自行车手走呢？——它看见的自行车手会变多，因为它们走得更快了。——我把手柄调快了吗？——没有，但是它们花的时间更短了。

莱奥（Leo，9岁3个月）　同向：看见更多，不对，更少，因为如果玩偶跟自行车手一起走，它看到的将始终是同1个自行车手。——（实验。）——是的，它是沿那条路走的：它看不见所有的自行车手。——（1个自行车手实验。）——哦，是的，自行车手需要走的路更远。——那么现在你能告诉我原因了吗？——只要

玩偶往前走，就有几个自行车手始终在它后面。——（反向。）——它看见的自行车手数量不变：它往前走看见的跟静止不动时看见的一样多。——确定吗？——不对，看见的会更多，因为它走的路程相同，但是它看见更多自行车手过来，所以看见的更多。之前（静止不动时）它看见自行车手逐渐过来（由此导致表面速度不同）。——（1个自行车手实验）时间更短，因为要走的路更少。——所以呢？——玩偶走的路程更长，因为它是朝着它们走的，所以总有更多自行车手过来。

查特（Chot，10岁2个月）同向：看到的自行车手一样多，因为它跟自行车手是沿同一个方向走的。——（实验。）——哦，看见的更少了，因为它只能看见经过它前面的自行车手。——那么如果它朝着它们走呢？——（犹豫了很久）我不知道。——（实验。）——看见得更多了，因为它是与它们会合的，因为它们正走过来（在它向前走的时候）。

林（Lin，10岁9个月）同向：一样的。——（实验。）——不对，看见的更少了，因为在缓慢地朝前走，玩偶在起点的时候，自行车手没法走完一圈（回到起点位置）。——（反方向。）——能看见更多自行车手。——为什么？……（1个自行车手实验。）——在1分钟过去时，它还没有追上玩偶，因为它已经走得更远了。——（方向相同。）——相反方向的话，时间会比1分钟短，路程也会更短。——其他的也一样？——是的，一样的。

苏尔（Sour，11岁）同向：会看见更多。——确定吗？——是的。——（实验。）——不对，比之前少了两个。是因为自行车手并不是快速走过的：玩偶看见前面的自行车手更少了，因为它也在走。——（1个自行车手。）——玩偶在往前走，所以自行车手要追上它得花更长时间。（与所有自行车手反向，实验开始之前。）——会看到更多自行车手，因为要追上它们花的时间变少了。

从这几个代表阶段Ⅲ（平均8到10岁）不同反应的例子中，体现出两点。一是所有儿童都不能预测实验结果，而且在提问他们1个自行车手的问题之前，或者实验观察过8个自行车手情景之前，所有儿童都没法作出正确的解释。毫无疑问，有的儿童，以西姆和雷格为例，在某种程度上也包括莱奥，已经作出了预测，但是这种预测是一种直觉性预期（intuitive anticipation），即无法对反方向运动进行概括化。对于具备简单的速度运算化概念的儿童而言，这种在解释上，以及对关系的总体预期上的困难，已经足够能说明相对速度的问题意味着形式运算机制的出现，这一原因将会在探究阶段Ⅳ的时候产生。

阶段Ⅲ相对于阶段Ⅱ而言，其进步的一个明显标志是同一个孩子能够作出正确的解释，甚至在他们一看到前面实验的结果或者回答了一个自行车手的问题之后，就能精确地预测还没演示的实验结果。所有案例都提示我们，儿童头脑中存在一个潜在的运算机制，这个机制已经开始通过与一些具体的因素相联系而发挥作用了。

更准确地说，儿童以具体运算的形式对刚才做的实验结果进行组织，即对其进行概括化，使其可以效仿之前无法进行的形式运算。只有西姆（处于阶段Ⅱ和阶段Ⅲ的中间阶段）没能实现这种概括化，其他儿童都作出了正确的解释：沿相反方向的运动，相遇次数更多了“因为有更多自行车手驶来”（莱奥，查特等）。苏尔甚至说“因为它们要追上它需要的时间更少了”。苏尔在对结果作了一个错误的预测之后，在解释中达到了阶段Ⅳ，在同向行驶的例子中他甚至说“自行车手驶过时并不是那么快”，“玩偶看见的驶过的车更少了，是因为它也在走”，这种表述是一种是相对性的说法。

简单来说，阶段Ⅲ中的尝试错误，以及一连串近似的答案反映了儿童逐渐发现正确答案的过程，但是其中还是没有直接的推理。最后，在一些特殊的例子中（甚至是该阶段中年龄最小的被试）我们发现了一种比率直觉，这种比率直觉能预期儿童将产生何种推理，尽管他们不能对此作出任何解释。可见，尽管儿童对结果作出了预测，但仍然无法对结果作出任何解释。

伊思（Ios，7岁6个月） 同向：看见的自行车手更少了。——为什么？……（实验。）是更少了。——为什么？……（反向）。看见的会更多。——为什么？……

蒙（Mon，8岁） 同向：更少。——为什么？……（反向）。——能看见更多。——为什么？——因为自行车驶过来了。——那么为什么它看见的更多了？……

儿童类似的回答太多了，所以我们认为这些反应不应当是偶然事件。这些反应为我们提供了在对现象的预测与对其进行解释之间存在时间差的案例，由此可以引出阶段Ⅳ。

第四节　阶段Ⅳ：通过形式运算对问题作出的概括性解答

阶段Ⅳ的特征是不仅能作出正确的预测，还能在实验之前对预测作出完整的解释。以下是一些例子，以一个中间反应的例子为开始，因为此时已经出现了形式运算的机制。

内特（Net，11岁6个月）（同向）：看见的会更少，因为自行车手走得很快，而且是在前面走的。——（实验。）——是的，玩偶比自行车手走得慢，因为自行车手往前走的同时玩偶也在往前走，它走了好远。——（反向。）——看见的也会变少，跟前面（同向）是一样的，但只是方向相反。不，应该是更多，因为它沿另一个方向走，有的走在前面，有的走在后面：自行车手不需要走那么远了。

潘（Pan，9岁8个月）（同向）：看到的会更少，因为它一直跟着它们，这

样就看不见那么多自行车手经过了。——（反向。）——会看见更多。它走的速度变成了之前的两倍，原因是自行车手在向相反的方向走。在它看来它们走得快多了。——为什么会这样呢？——因为当一辆车向我们驶来时，我们看见它经过得更快了。玩偶和自行车手各自走了一部分路程，所以走得更快了。

特尔（Ter，10 岁 4 个月）（同向）：看到的将更少。自行车手追上玩偶要花的时间更多了。——（反向。）——比起开始的时候将会看见更多。在玩偶静止不动时，自行车手要追上来花的时间更多。玩偶运动的时候，需要的时间变短了，因为它们得追上来。当玩偶运动的时候，它们花的时间更少了，因为需要走的路更短了。——为什么？——玩偶走过了一段路程，它们就不需要走了。

珀尔（Pol，10 岁 3 个月） 同向：它会看见更少，因为同一时刻它走在前面。如果它与自行车手以相同速度前进，它只能看到一个自行车手。这取决于玩偶的速度。反向：会看见更多。当它向着它们走的时候，自行车手可以更快地通过：它们要追上玩偶需要走的路程变短了。

查（Chap，11 岁） 同向：更少。因为它在往前走，自行车手就没法那么快地追上它。反向：看见的会比静止不动时多，因为它在向着它们走。就跟自行车手走得更快是一样的。——它们是真的走得更快吗？——不是的，速度是相同的，但是它们看起来似乎走得更快。

索特（Saut，12 岁 5 个月） 同向：更少，它走在前面，自行车手不能那么快地追上它。反向：更多，好像自行车手走得更快，追上玩偶要花的时间更少。

纳尔（Nar，12 岁 7 个月） 同向：看不见那么多，自行车手追上它要花的时间更长。反向：看见的会更多，方向是相反的。它离自行车手更近了：当玩偶移动时，自行车手过来得更快了。

百伊（Ba，13 岁） 同向：更少，因为它们得追上它，而它在往前走。反向：更多，因为自行车手将更快地从它面前经过。事实上它们的速度还是一样的，但是走过的路程变多了。

我们对这些 9 岁 8 个月到 13 岁之间的孩子作出的回答进行了详述，以说明如下观点：在儿童形式运算阶段开始的年龄存在一个自发运动的质性组合。由此，我们对以这种方式组合的速度相对性就有更加深入的认识，且这一观点绝非夸大其词。

这个组合在内特的回答中已经有所体现了。在预测观察者和自行车手在相同和相反方向的运动具有同样的结果后，内特大叫着，“不，有些在它前面运动，有些在它后面运动”，也就是说，儿童对于这种可逆的运算机制有了一个更加清晰的认识。潘的案例中他已经对这些运算作出了解释，“玩偶的速度是原来速度的两倍，因为自行车手是沿着与玩偶相反的方向运动的”，所以速度是加倍的。

为了对这种附加组合（additive composition）并没有改变任何一方的绝对速度进行说明，潘说这种结果是因为观察者的相对位置不同导致的：“观察者看到的结果是

它们运动得更快。当一辆车从相反的方向经过我们的视野时，我们觉得它运动得更快。”特尔也对这种相对组合的行为做了总结，他认为玩偶向自行车手移动时，自行车手与玩偶相遇所需的时间更短，这是因为“玩偶而非他们走了这段路程”。珀尔在“看到自行车手的数量取决于玩偶的速度”这一假设的前提下，做出了如下的概括：如果相同速度、同向运动的话，玩偶可能只能看到1个自行车手，如果反向运动的话，玩偶看到的自行车手会变多，因为反向运动时这些自行车手需要走的距离更短了。查用一种很明显的方式对这种相对性作出解释，查这样解释“如果玩偶向着自行车手运动，这就相当于自行车手速度变快”，同时他也指出，这种速度是一种表面上的速度（“只是看起来更快”），而不是他们真实的绝对速度（“他们一直都是以相同的速度运动的”）。索特进一步指出，“这和自行车手速度变快是一样的，因为他们相遇时花费的时间变短”。纳尔和百伊也对此作出了类似的解释。纳尔认为“当玩偶移动时，与自行车手相遇的时间变得更快”；百伊认为“自行车手移动得更快，事实上虽然他们以相同的速度移动，但是走过的路程变多了”。

对这个阶段被试的回答分析之后，还存在以下几个问题：儿童用新的速度组合运算取代了8岁左右借以建构整体速度概念时的运算（即同步位移，包含超越、经过时间和经过路程之间的概括化），这种新的速度组合运算是如何构成的？为什么这些速度的变化只出现在形式水平上？

第二点很明确：在相对运动中，即在本实验中通过不同速度的引入所区分出来的概念，儿童对问题的解决表明儿童将两个不同的系统协调成为一个单一的同步整体。在这里，玩偶和自行车手的移动速度各自形成了一个独立的系统。如果只是要比较两个速度然后才能推导出自行车手比玩偶移动的速度快的话，则我们无须考虑这两个系统，仅需考虑以时间同步和距离不等为特征的一个系统。因此，这个问题的解决仅仅涉及具体运算。但是相反地，如果想要继续区分这两种速度的话，需要通过两种速度的组合创造出第三种速度，进而在自行车手超越玩偶或者自行车手从相反方向越过玩偶时，来衡量速度是增加的还是减少的。这种组合说明儿童已经具备了将两物体的速度视为两个不同系统并对其进行分别加工的能力，而不再将二者放在同一个系统中进行比较，然而，此时儿童仍然无法将这两个系统协调为一个具有同时性的整体。这种在两个系统之上同时作用的协调系统，即在其他运算之上的运算，正是形式运算的最根本特征。在第四章和第五章中已经作过相关阐释（见第四章第二节阶段Ⅲ结尾处）。从这个角度来说，与儿童在阶段Ⅲ中的成就相比，儿童在阶段Ⅳ中所达到的新运算的形式要明显得多。假设观察者是处于静止状态，自行车手以 V_1 的速度经过观察者，相遇时经过的自行车手的数量定为 X，相遇所需时间是 T_1。如果玩偶朝着自行车手移动的话，同样数量的 X 个自行车手经过玩偶的时间 T_2 会变短，即 $T_2 < T_1$，并且玩偶移动的速度越快，时间就越短。因此在 T_1 时间

内，$X+N$ 个自行车手会经过玩偶，看起来就像是自行车手经过玩偶的速度变快一样。同时，假设观察者处于静止状态，X 个自行车手在 T_1 时间内经过的距离是 D，那么自行车手的速度就是 D/T_1；如果玩偶向其移动的话，那么相应的自行车手的速度变为 D/T_2，而且 $T_2 < T_1$。相反地，如果玩偶沿着自行车手的方向以小于自行车手的速度移动，那么 X 个自行车手经过玩偶的时间就变为 T_3，而且 $T_3 > T_1$。所以在 T_1 时间内只能看到 $X-N$ 个自行车手经过，而且看起来自行车手的速度变慢了，即速度为 D/T_3。因此，这个新的运算是基于物体移动的绝对速度（即相对于静止观察者）D/T_1 和相对速度（即相对于移动的观察者）D/T_2，或者 D/T_3 或者超越之间的区别。从另一个角度来说，这个新运算也基于使用距离 X 和时间 T_1 表示的绝对速度和使用距离 $X+N$ 和时间 T_1 或者距离 $X-N$ 和时间 T_1 表现的相对速度之间的区别。

第四部分　速度的定量研究

速度运算的构成本质是定性的：如果将运动理解为是物体顺序的改变的话（替代与放置相对），那么速度就是两个运动（同步位移）比较的结果，因此超越这一基本直觉就能在运算上转换为两个运动物体位置顺序的反转。

正如运动的起点与终点间的间距在空间和时间上能以经过的距离和时间进程的形式量化一样，同步位移的定性关系也可以转化为量化形式：这种量化形式之后会以纯粹的外延形式（extensive form）（距离和时间的比例）或度量形式（metrical form）出现。这两类运算不仅是逻辑运算或逻辑内的运算，也是数理运算。这一部分将在第四部分和最后一部分进行检验。

第九章　相继位移的运动速度
——不同时长下经过不同距离

第七章阐述了7到8岁儿童是如何在具体运算水平上形成准确的速度概念的。儿童在同等时长经过不同距离或不同时长经过相同距离的条件下，总是能够同时比较在整体或部分上所感知到的两个运动。但是这里仍有两个问题需要进一步讨论。首先，当儿童不能同时感知两个运动，即只能逐次观察物体运动时（通过画和记录

已知因素的除外)，他将如何理解速度？儿童在比较不能直接感知的相继运动时需要付出更多努力，这样做是否阻碍了问题的解决，还是会使得超出前一水平推理方式的再现？其次，儿童在对时间不同距离不同的运动比较时又将如何理解速度？换句话说，在解决这些新问题时，外延运算（extensive operations）（比例）和度量运算（metrical operations）的哪些结构对儿童来说是必要的？

本章所用的实验方法十分简单。运动物体在与起始线成直角的位置开始做直线运动，全程使用秒表计时。用直线表示物体经过的距离，并在这条直线旁边记下儿童读出的秒数，如 2 秒。另一个运动物体重复此方法，该物体经过一条平行直线，如 4 秒，之后实验者问儿童这两物体的速度是否相同，还是在运动时一个物体比另一个物体更努力？

实验结果非常明晰。正如我们先前（在第七章）所提到的，阶段Ⅲ的特征在于儿童能够在具体运算的水平上认识速度。处于亚阶段Ⅲa 的儿童仍然无法比较相继运动中的速度，甚至在时间相同（不是同时运动）距离不同，或是距离相同时间不同的条件下也无法比较：当儿童同时对整体地或部分地感知到的两个运动进行比较时，儿童回到了或者说陷于已经克服的困难之中。当然，在时间和空间都不等的条件下，即便是简单的 2 ∶ 1 的关系，儿童也无法理解速度间的差异。只有当两者差距非常大时，儿童才能根据直觉调节立刻给出正确答案。相反地，在亚阶段Ⅲb 中，儿童能够正确回答在时间相等距离不等条件下（反之亦然）的问题，但仍无法解决在时间距离都不等的情况下的问题。更准确地说，这一系列实验结果表明儿童比前一阶段的儿童有了微小的进步。其中，发展最快的儿童已经理解了比率 2 ∶ 1，尽管儿童还不能将其推广到任一比率上。此时儿童已经有了关于比例的内隐感觉。在亚阶段Ⅳa 中，尽管已经出现了形式运算，但是此时儿童仍然通过试误解决问题。在亚阶段Ⅳb 中，儿童系统性地解决了所有问题（计算错误除外）。

第一节　亚阶段Ⅲa：无法理解等距不等时（或等时不等距）的相继运动，且在时距均不等的相继运动中无法建立比例概念

儿童在阶段Ⅲ中已经获得了关于速度的运算概念。假定所比较的动作整体或者部分是同时发生，则该概念甚至是以数学形式获得的，即经过的时间和距离之间的比率。但当运动变为相继运动时，儿童会重现一些最基本错误，这些错误是有规律的。如下：

古伊德（Gued，7 岁 11 个月）　相继运动，4 秒经过 4 厘米和 4 秒经过 5 厘米：

它们用时相等吗？——是的。——它们经过的路程相等吗？——不，第二个走得更远。——它们的速度相同，还是其中一个更快？——速度相同。——但是为什么一个走得更远？——因为它的步伐更大。

4 秒经过 4 厘米和 3 秒经过 4 厘米：第二个（3 秒）比第一个更慢。——距离呢？——两个相等。——它们用时相等吗？——不，第二个更短。——那么哪一个更快？——4 秒的那个。——为什么？——因为它走得更快。——哪一个用了更少的时间？——3 秒的那个。——那么哪一个走得更努力？——4 秒的那个。——我问你的问题简单还是难？——简单。

2 秒经过 3 厘米和 2 秒经过 5 厘米：它们运动的距离相同吗？——不，第二个更远。——它们用时相等吗？——是的。——其中一个更快吗？——是的（犹豫）……走得更远的那个。——为什么它更快？——可能因为它走得更远。

1 秒经过 2 厘米和 2 秒经过 4 厘米：运动了 2 秒的更快因为它走了更长的距离。——你确定吗？——那个（运动 1 秒的）走得更快因为它只走了一点儿路（并用了更少时间）。

1 秒经过 2 厘米和 2 秒经过 7 厘米：1 秒的更快。——其中一个比另一个走得更努力吗？——不，两个相同。——对 1 秒经过 4 厘米和 2 秒经过 5 厘米的运动的回答是一样的。——两者速度相同。那里呢（时间上的差异）？——还是一样的。

杰奥（Geo，7 岁 9 个月） 2 秒和 3 秒分别经过同样距离：距离相同吗？——是的。——时间相同吗？——不，一个 2 秒和一个 3 秒。——其中一个更快吗？——3 秒那个更快。——为什么那个更快？——因为它花了更多时间。——你从家到这花了多长时间？——15 分钟。——如果你跑过来会花更多还是更少时间？——更少。——那么，哪一个更快呢？——3 秒那个。——为什么？——因为它是跑的。

4 秒经过 4 厘米和 4 秒经过 7 厘米：第二个更快，它很匆忙并且是跑着的。

1 秒经过 2 厘米和 2 秒经过 4 厘米：第二个更快。——为什么？——它经过的距离更长。——你确定吗？——不是很确定。——为什么？——因为它花了 2 秒。——时间更久？——是的，并且它走得更远。——你认为 1 和 2 有什么关系？——二倍关系。——那么它们的距离也是二倍吗？——是的。——所以其中一个更快吗？——是的，2 秒那个更快。——为什么？——因为它时间长并且走得远。——看（两个物体同时运动，第一个停止后另一个继续以相同的速度运动）。——它们一起运动。——当它们一起运动时其中一个更快吗？——没有。——那么之前的运动中其中一个更快吗？——是的，走得远的更快。之后我们回到相继运动的情景中。1 秒经过 2 厘米和 2 秒经过 3 厘米：第二个更快。——为什么？……你确定吗？——不确定。

1 秒经过 4 厘米和 2 秒经过 5 厘米：第一个更快。——为什么？——因为它紧追着第二个，并且在 1 秒内追上了。（1 秒经过 4 厘米和 2 秒经过 7 厘米）：第二

个更快因为它走得更远。(1 秒经过 2 厘米和 2 秒经过 6 厘米)：第一个更快，不，是第二个更快。——为什么？——因为第二个距离更远，第一个距离短。——如果第二个这样做（3 秒经过 5 厘米），第一个这样做呢（1 秒经过 2 厘米）？——还是第二个更快。

这样呢（1 秒经过 3 厘米和 2 秒经过 6 厘米）？——其中一个更快，但我不知道是哪个。——有没有可能它们速度相同？——不可能，第二个更快，因为它走得更远。噢，不，是第一个更快，因为它花的时间更少。——哪一个走得更远？——第二个走得更快的那个。——哪一个花的时间更久？——不对，是第一个走得更努力的那个更快。

斯图（Stu，8 岁 7 个月） 5 秒经过 4 厘米和 4 秒经过 4 厘米：第二个更快。不，两个一样快。

（4 秒经过 5 厘米和 4 秒经过 6 厘米）？——第二个走了很长一段路。——所以呢？——它花的时间更久。——多久呢？——4 秒。——另一个呢？——时间一样。——哪一个更快？——第一个，因为它距离短。——但是时间呢？——第二个花的时间更久。——为什么？——不，时间是一样。——哪个更快呢？——第二个更快因为它的距离更远。——为什么你之前不清楚？——我之前认为第一个更快。——那你现在怎么想？两个速度一样。

比例问题：表现为完全不理解。

杰克（Jack，8 岁 8 个月） 5 秒经过 6 厘米和 3 秒经过 6 厘米：第二个更慢。——为什么？——时间更短。——然后呢？——它走得不是很努力。——你从家到这里花了多久时间？——十分钟。——如果你跑过来呢？——时间会更短。——那么（再一次尝试），哪一个花的时间更少？——第二个。——那么哪一个更快？——第一个。(进行同步测试，即第七章的问题 1a，但是只给杰克看了起止点。)——第二个更快。——为什么？——因为它花的时间更少。

1 秒经过 4 厘米和 2 秒经过 5 厘米：哪个更快？——第二个。——哪一个花的时间更少？——第一个。——哪个更快？——第二个。——为什么？——它走得更远。——但是它花的时间更长还是更短呢？——更长。——那么它更快还是更慢呢？——更快，因为它走得更远。

弗拉克（Flac，9 岁） 5 秒经过 5 厘米和 5 秒经过 5 厘米：5 秒的更快，因为 5 比 5 多。——那这样呢（6 秒经过 4 厘米和 5 秒经过 4 厘米）？——6 秒的更快因为 6 比 5 多。——那现在呢（10 秒经过 5 厘米和 5 秒经过 5 厘米）？——10 秒的更快。

看：5 秒经过 6 厘米和 5 秒经过 7 厘米？——第二个更快因为它走得更远。

那这样呢（2 秒经过 2 厘米和 4 秒经过 4 厘米）？——第一个更快。——为什么？——时间更少。——那么距离呢？——更短。——这两个中有一个走得更努

力吗？——是的，第二个，因为它走的距离远。

我们回到第一个问题：5 秒经过 5 厘米和 10 秒经过 5 厘米：第一个更快。——为什么？——时间更短。——这个呢（5 秒经过 5 厘米和 6 秒经过 5 厘米）？——还是 5 秒那个。

回到比例问题：2 秒经过 2 厘米和 3 秒经过 3 厘米：第一个更快，因为它时间更短。这个呢（1 秒经过 3 厘米和 2 秒经过 4 厘米）？——第一个更快。——（1 秒经过 3 厘米和 2 秒经过 8 厘米）？——第一个更快。——（1 秒经过 3 厘米和 2 秒经过 12 厘米）？——第二个更努力，因为它走得更远。

贝尔（Ber，9 岁 6 个月） 5 秒经过 5 厘米和 6 秒经过 5 厘米：5 秒的更快因为它花的时间少。——好的，这个呢（5 秒经过 5 厘米和 5 秒经过 6 厘米）？——它们速度相同，因为都花了 5 秒。——它们其中有一个走得更远吗？——是的，第二个。——那么它们中哪一个更快吗？——不，速度相同。——它们中哪一个走得没那么远？——第一个。——哪一个更努力？——两个一样。——像这样呢（5 秒经过 5 厘米和 5 秒经过 15 厘米）？——第二个更快，因为它的距离更长。——（5 秒经过 5 厘米和 5 秒经过 7 厘米）？——两个速度相同，因为它们都花了 5 秒。

（2 秒经过 2 厘米和 4 秒经过 4 厘米）？——第二个走得更远：它更快，并且更努力，因为它花了更多时间。2 秒的那个走得没那么努力，因为它只走了 2 秒。——如果它再多走 2 秒会走到哪呢？——（贝尔画了一条与前两秒相同的线，并标注在 4 厘米时结束。）——现在这样呢？——它们速度一样并且经过的距离相同。——那之前呢？——之前 4 秒的那个更快。

（2 秒经过 4 厘米和 6 秒经过 5 厘米）？——6 秒的更快因为它花了 6 秒。——哪个走得更努力？——第二个。

这些回答带给我们的印象是，它们与第七章所描述的儿童在阶段 I 的典型反应相同，其中一些回答还与阶段 II 的反应相似。在该阶段中，儿童完全混淆了时间、空间和速度的概念。事实上，除了年龄差异较大（7 到 9 岁，而非 5 到 7 岁）之外，这些儿童与之前实验中的儿童的反应只有一个差异，即在本章的实验中，运动不是同时发生的，而是相继发生的。事实上，这些儿童能够成功答出第七章的问题 1 到问题 4，以及问题 1a 和 2a（如杰克对 1a 的回答）。因为这些问题只是通过“具体运算”建构的单一“域”的问题，儿童的这一建构过程使得已知的因素变得可逆且合乎逻辑。但是当同步运动（时间相同距离不同或距离相同时间不同）变为相继运动时，这便不再是一个能在知觉的单一域中建构已知运动的问题了（即使终点仍是可见的，参照第六章第一节），而是需要对运动进行分别感知并建构，并用线条表示距离、用数字表示时间。因此，儿童需要引入一个新的运算领域：对两个系统或者“域”进行协调，即将现实中的相继状态的系统或“域”，在脑内协调成处于同步状态的一个单一整体。而这一新的领域需要建构新的运算：形式运算或假设演绎运算

（hypothetico-deductive operations）的支持。其中，形式运算只是将具体运算转化为命题的形式，即将具体的类和具体的联系整合为通过命题表达的包括蕴含和不相容性的系统。因此形式运算是转化为假说或假设的具体运算，并且它能简单地通过蕴含的作用将不同的运算互相联系在一起。所以，儿童对相同运算和看上去相同的运算之间的理解有时间延迟是很正常的，因为一些运算在同步运动的例子中是具体运算，而在相继运动中则是假设演绎运算。这些看上去相同的运算的确表示了同样的运动，但现在回过头来看，这些运算蕴含了儿童对相继运动中时空关系的重构，因此它们只能是形式的，不可能是具体的或现实的。所以我们能观察到一到两年甚至更久时间的延迟现象（由发展水平或理解程度造成的差异）。

初看之下，这类延迟现象之久是非常令人讶异的，所以我们也急于求证这一现象产生的原因。除了现有被试外，我们挑选了 20 个 7 到 8 岁的儿童，并向其提问上述某些问题，每个问题以两种方式进行提问，同时运动和相继运动[①]。在大多数例子中（大于四分之三），儿童成功回答了Ⅰ类问题，但错误回答了Ⅱ类问题（提问顺序为先Ⅰ类再Ⅱ类、先Ⅱ类再Ⅰ类）。

埃尔德（Erd，7 岁 8 个月）　Ⅱ:（5 秒经过 4 厘米和 6 秒经过 4 厘米）？ 6 秒的走得更快。——为什么？——因为它花了 6 秒。我:（同样的距离，相继开始）？——那个更快。——（正确。）为什么？——因为另一个走得更慢，花了更久的时间。

马尔（Mar，7 岁 2 个月）　Ⅱ：5 秒经过 5 厘米和 4 秒经过 5 厘米：5 秒的更快。——为什么？——因为它走了更远的距离。——真的吗？——不，两个距离一样。——所以呢？——它们速度相同。——但它们用了相同的时间？——不是。——那是怎样呢？——两个的时间没什么区别。

Ⅰ：同样的问题：在同一轨道上（5 厘米），其中一个物体比另一个晚出发：那个更快，因为它比另一个晚出发但却超过了它（正确）。

Ⅱ：同样的问题：它们中其中一个更快吗？——是的，第一个（5 秒）更快因为它花了更长时间。——也就是说它比另一个更快吗？——不，它们的距离相同。——但是有一个花了更长的时间吗？——是的。——所以呢？——它们两个速度相同。

Ⅱ：（5 秒经过不同距离）。其中一个更快吗？——不，它们一样快，因为它们都在相同的时间内停下来。——（相继出发，但是两个都运动了 5 秒）（Ⅰ）这样呢？（同样的问题但是同步运动。）其中一个更快吗？——是的，后出发的那个更快：它更快所以追上了另一个。这样呢（Ⅱ：同样的问题）？——两个速度相同因为它们花了相同的时间。那样呢（Ⅰ：同样的问题）。——那个更快：它追上了

---

① 下文分别将同时运动和相继运动称为Ⅰ类问题和Ⅱ类问题。

另一个。

古伊（Gui，7岁6个月） Ⅱ：（5秒经过5厘米和5秒经过6厘米）：第二个更快（正确），因为它走了更长的距离。这个呢（4秒经过5厘米和5秒经过5厘米）？——两个速度相同。

Ⅰ：相同时间经过不同距离：正确。这样呢（相继出发，同时结束，经过5厘米）。（正确。）

巴克（Bac，7岁6个月） Ⅱ：5秒经过不同距离：两个速度相同，因为它们花的时间也相同。——那样呢（4秒经过5厘米和5秒经过5厘米）？——第一个更快因为它花的时间更少（正确）。

Ⅰ：相同时间经过不同距离：那个更快因为它走得更远。——（不同时间经过相同距离）？那个更快，因为它花的时间更少。

在其他儿童的例子中，儿童对相继运动问题的解决，会通过迁移或者概括化，受到与同时运动相关的命题的影响，虽然发生这种情况是非常少见的，但是在这种情况下的儿童已经准备从亚阶段Ⅲa向亚阶段Ⅲb过渡。以下就是其中一个例子：

科尔（Col，7岁2个月） Ⅱ：4秒和5秒经过同样的距离，第一次回答错误：速度相同因为它们距离相同。——这样呢（5秒经过4厘米和5秒经过5厘米）？——速度相同。——为什么？——它们花的时间相同。

Ⅰ：同样的问题：正确估计因为它追上了另一个。——并且呢？——它走了更远的距离。

Ⅱ：现在，当我们回到Ⅱ类问题，儿童回答正确：（4秒经过不同距离）？——那个更快，因为它走了更远的距离。——这样呢（分别以4秒和5秒经过同样的距离）？——那个走得更努力，因为它花了更少的时间。

最终，我们发现，有很少的一部分处于同步运动阶段Ⅱ运算水平的儿童（一个特例）能在一定程度上成功解决相继运动的问题，并随后将这种解决方法运用于同步运动的问题中：

安德（Ande，7岁10个月） Ⅱ：5秒经过不同距离：那个更快，因为它的线更长（正确）。——那样呢（4秒和5秒分别经过相同距离）？——第二个更快因为它花了5秒（错误）。

Ⅰ：同样时间经过不同距离：它们速度相同（错误）。——这样呢（相继运动的Ⅱ类问题）？——第一个更快因为它走了更长的距离。——那样呢（Ⅰ：同时运动）？——噢，那个更快！

安德刚开始在相继运动的问题上给出了一个正确答案和一个错误答案。之后在类型Ⅰ问题中他回答错误，但在Ⅱ中回答正确，通过对相继运动Ⅱ的概括化，他找到了Ⅰ的正确答案。

考虑到实验各方面的情况，我们可以说在儿童的大多数反应中，都存在明显的

时间延迟现象：同样的问题在同步运动（阶段Ⅲ）的情况下很容易解决，但在相继运动的情况下（有同样的距离和同样的时间比例）却会引起系统性困难。因此，儿童对运动进行的回溯性建构不仅有直接建构的具体运算，还有其他的运算（形式运算或假设演绎运算）。然而，我们发现在这一新的水平上，儿童并没有出现意料之外的错误，而是出现了与具体运算水平上阶段Ⅰ和阶段Ⅱ中发生的相同错误，这说明这两种运算有着相同的结构。

在距离相同时间不同的例子中，儿童经常将“更快”等同于“用了更多时间”（古伊德、杰奥、斯图、杰克、弗拉克，等等）。同样，我们也发现在距离不等的情况下，如果两个物体的运动时间均相同，儿童就可能会认为二者的速度相同（古伊德，尤其是斯图和贝尔）。但此时儿童的错误不再由终点相同所致，而由形式化表达的相同时间所致。尽管马尔在具体运算水平时已不再犯这个错误，但他仍然认为相继运动物体的速度相同“因为它们都在相同的时间内停下来”！简而言之，对于阶段Ⅰ和阶段Ⅱ的儿童来说，他们无法区分时间和距离、时间和速度、速度和距离这几个概念之间的差别，这一混淆与阶段Ⅰ和阶段Ⅱ中出现的混淆是相同的。而在阶段Ⅲ中的假设演绎水平上，只有在缺少拓展具体运算的形式结构的情况下，才会存在这类混淆。

至于不同时间和不同距离的成比例或不成比例的问题，我们自然不能期望处于该水平的儿童能够成功解决，即使是最简单的只有一个因素变化的问题，他们也无法解决。而值得注意的是，虽然在时间和距离比例差异很大的情况下，如 2 秒经过 8 厘米和 1 秒经过 2 厘米的问题中，儿童可能会出现一些直觉性的成功（如杰奥），似乎这类问题比简单比例（如2比1）问题的难度还要小。相反地，当比例差异很小时，甚至当时间和空间是直接成比例时（如 2 秒经过 2 厘米和 4 秒经过 4 厘米），儿童既无法理解速度相等，也无法理解速度不等：有时他考虑到了时间而忘了距离，有时考虑了距离又忘了时间。贝尔在这种情况下与其他儿童表现不同。他认为 4 秒经过 4 厘米比 2 秒经过 2 厘米的速度更快。但是他成功地画出了运动物体在 2 厘米处停止、然后又继续行进到 4 厘米的路径，之后他根据画出的内容推断两物体速度相同，但这一推断仅限于 4 秒经过 4 厘米的情况中。他仍然认为 2 秒经过 2 厘米的物体比 4 秒经过 4 厘米的物体更慢！

第二节　亚阶段Ⅲb：基本理解等距不等时（或等时不等距）的相继运动，并逐步理解时距均不等的相继运动

亚阶段Ⅲb中的儿童可以成功解决时间相等或距离相等的速度问题，但当时间和距离这两个因素都不等时，儿童的初次回答往往是错误的，但之后会逐渐趋向成功（在比例差异较大的例子中更容易回答）。以下是我们依据儿童速度概念的发展顺序进行排序后的一些例子。

莫斯（Mos，8岁10个月） 5秒经过5厘米和4秒经过5厘米：第二个更快。——为什么？——因为它花的时间更少。——（5秒经过5厘米和5秒经过6厘米）？——第二个更努力。——时间呢？——相等。——那你怎么知道其中一个更快？——你可以从它们的路程上看出来。

3秒经过2厘米和6秒经过4厘米：第二个更快。——为什么？——因为它走了更长的距离。——时间呢？——第一个花的时间更少，但是它走的距离也更短。——所以呢？——第一个更快，因为它花的时间少。——如果你让它以同样的速度继续走，它到达第二个物体那里需要多少时间？——6秒。所以呢？……走完剩下的那些路程需要多长时间？——3秒。——那么它们其中一个更快吗？——6秒的那个更快。——为什么？——因为它走得更远。

我们再次开始实验：1秒经过2厘米和2秒经过4厘米：其中一个更快吗？——4秒的那个。——为什么？——因为它走得更远。——（两个都是1秒经过2厘米）？——速度一样。——（我们使前一个以1秒2厘米的速度再向前行进了2厘米。）——还是一样的。——总的来看呢？（再全部画一遍：1秒经过2厘米和2秒经过4厘米）？——第二个更快。

马弗（Maf，9岁7个月） 4秒经过5厘米和4秒经过6厘米：第二个更快，因为它的距离更长，并且它们的时间相同。——如果第一个走到了这里呢（6厘米处）？——它们速度相同。——如果第一个的用时是5秒呢（二者都走了6厘米）？——那它走得更慢。

4秒经过4厘米和8秒经过8厘米：第一个更快，因为它花的时间更少。——二者的距离相比呢？——第二个更长。——其中一个更努力吗？——第一个，因为它花的时间更少。——它的距离呢？——更短。

看着桌子（重复之前的问题，但两个物体是同步运动）：第一个物体在4厘米处停止，另一个继续运动。它们速度相同。——当你看不到这些的时候你还能知

道吗？——可以。——你是怎么知道的？用这些东西测量吗（纸张，尺子等）？看（相继运动，1 秒经过 1 厘米和 2 秒经过 2 厘米）……其中一个更快吗？——第一个。——为什么？——它只花了 1 秒，另一个花了 2 秒。——距离呢？——第二个走了二倍的距离。——时间呢？——2 和 1。——2 和 1 是什么？——也是二倍。——其中一个更快吗？——速度是相同的。——（类型Ⅰ）当这个在这里（1 厘米处）的时候，另一个走 1 秒后会停在哪里？——这里（1 厘米处）。——2 秒之后呢？——这里（2 厘米处）。——它在这里（1 厘米处）比在这里（2 厘米处）速度更快吗？——速度相同。——那么你明白了为什么它们的速度是相等的吗？——我不确定。那我们再来一次（1 秒经过 1 厘米和 2 秒经过 2 厘米，同时开始）。——现在呢？——我看到它们一起运动：它们速度相同。这样呢（两个物体做同样的运动但是相继开始）？——我不确定。

接着看（简单的加速运动：一秒经过两厘米，接着 1 秒经过 4 厘米，之后 1 秒经过 8 厘米）。它运动的速度相同吗？——不，它在这里（4 厘米处）更快，在这（8 厘米处）又比之前更快。——好的，现在这样（1 秒经过 2 厘米，之后再做一个 1 秒经过 2 厘米的运动。）这两部分的速度相同吗？——是的。——如果我们把另一个放在这边呢（两段路程都是 1 秒经过 2 厘米）？——速度相同。——你确定吗？——是的，确定。——现在，我们这样做。假设有第三个物体，它不停下来，并且这样运动（2 秒经过 4 厘米）。它还是同样的速度（1 秒经过 2 厘米）吗？——不，这个更快。——为什么？——它走了更长的路！当距离拆分之后马弗就理解速度的概念了，但当距离合并为一个时，他就又不能理解了（参照第一节中贝尔的例子）。

沙尔（Chal，11 岁 7 个月）通过试误理解了比例 2 ∶ 1，但是对其他比例还不理解：（2 秒经过 4 厘米和 4 秒经过 8 厘米）？——路程长的更快。——为什么？——因为它更长。——第一个呢？——更短，噢，它也花了更少时间：它们速度相同。——为什么？——第一个是第二个的一半。

（2 秒经过 6 厘米和 4 秒经过 12 厘米）？——第二个更快一点。——为什么？——因为它走得更远……噢，不，还是一样的速度。

（3 秒经过 12 厘米和 2 秒经过 11 厘米）？——第一个更快。——为什么？——因为它比另一个走更远一点。——时间呢？——多一秒。——所以呢？——第一个更快。

（3 秒经过 14 厘米和 2 秒经过 13.8 厘米）？——还是第一个更快。——但是它花了更长时间？——是的，但它也走了更长距离。——如果这样呢（3 秒经过 14 厘米，和 2 秒经过 14 厘米）？——第二个更快，因为它花的时间更少。——这样呢（3 秒经过 14 厘米和 2 秒经过 13.8 厘米）？——第二个更快！——为什么？——这实际上跟刚才那个是一样的。

（2 秒经过 7 厘米和 3 秒经过 12 厘米）？——7 厘米的更快，因为它的路程超过了另一个的一半。——2 秒是 3 秒的一半吗？——你应该算这个（12 厘米）的一半。所以是第一个更快。

里克（Ric，9 岁 10 个月）在比例的问题上比其他儿童发展得更快，他并不像其他儿童一样分开考虑时间和距离这两个因素，而是立刻将二者联系到一起综合考虑，但他还不能准确地理解二者间的关系：（4 秒经过 4 厘米和 5 秒经过 6 厘米）？——二者速度相同。——为什么？——它们相差一秒，而且第二个距离更远。——但是你能说出哪个更快吗？没有更快，它们速度相同。

这样呢（1 秒经过 4 厘米和 2 秒经过 8 厘米）？——第二个更快。——为什么？——如果你把短的距离再增加一倍，它也不会像第二个的距离那样长。——这样呢（1 秒经过 5 厘米和 2 秒经过 8 厘米）？——第一个更快。——为什么？——（推理同上。）——这样呢？（4 秒经过 4 厘米和 5 秒经过 6 厘米。）——速度相同。——为什么？——噢，不，第一个更快，因为如果你增加同样的距离（4 秒经过 4 厘米），你得到的比 6 厘米更长（再次在实验的开始做错）。

这样呢（2 秒经过 3 厘米和 3 秒经过 4 厘米）？——第一个更快因为如果你把长度增加到这么长（运动 3 厘米的物体再增加 3 厘米），就会……噢，不，速度相同！他一直答错，但有了关于比例的初步感觉。

法特（Fat，9 岁 9 个月） 1 秒经过 4 厘米和 2 秒经过 8 厘米：速度相同，这条路是那条路的两倍。——这个呢（1 秒经过 7 厘米和 2 秒经过 8 厘米）？——第一个更快，因为第一个距离的两倍比第二个的距离更长。——现在呢（2 秒经过 4 厘米和 3 秒经过 6 厘米）？——速度相同。

这个呢（2 秒经过 4 厘米和 3 秒经过 5 厘米）？——两倍这样的长度（4 厘米）比那个（5 厘米）更长。所以第二个更快。——但是第二个需要多长时间？——噢，3 秒。然后呢？——我完全不能理解了。

这样呢（4 秒经过 9 厘米和 5 秒经过 13 厘米）？——速度还是相等的。

马特（Mat，10 岁 9 个月） 最后，该例子中儿童对比例概念有了生动的理解，并达到了阶段Ⅳ的阈限，但是还不能精确认识比例概念：（2 秒经过 4 厘米和 4 秒经过 8 厘米）？——速度相同，因为第一个是第二个的一半。——如果这样呢（速度大于 4 秒经过 8 厘米）？——速度更快。——如果这样呢（速度大于 2 秒经过 4 厘米）？——还是一样，速度更快。

（4 秒经过 7 厘米和 6 秒经过 10 厘米）？——第二个更快因为它走得更远。——但它花的时间更长？——是的，但是它走得更快。——还有吗？——等一下，第一个更快，不，还是第二个更快。——为什么？——因为按比例来看它更快。——你是怎么确定的？——重复它们的运动（他重复二者的运动路程并试图比较相继运动）。不，通过测量可以知道。（他在纸上某处记下 7 厘米的长度，在另一处记

下 10 厘米的长度，之后他不知道怎么做。）——现在呢？——无论如何都是正确的。——你是从哪听到“比例”这个词的？——哪都能听到。——是学校吗？——不是（确实：学校还没有开始相关课程）。

这样呢（2 秒经过 4 厘米和 3 秒经过 5 厘米）？——第一个更快。——为什么？——你能看出来（看着画出的路径）。

在这个阶段，儿童对比例概念的逐步建构过程对我们来说是非常具有启发意义的。

我们第一次观察到儿童对比例的建构是假设在时间相同距离不同（或时间不同距离相同）的情况下，此时儿童可以轻松解决这类情形下的问题：因此，在以时间迟滞为特征的亚阶段Ⅲa 之后，儿童可以成功地将第七章所提及的具体运算水平迁移到了形式运算的水平。但这只是第一步，由于潜在的具体建构，这两类运算的内容是相似的。另一方面，一旦儿童涉及时间和距离都不等的问题时，即使这两个运动中时间和距离的比例是固定的，且速度保持恒定，如等，这类问题就会变得更加复杂。儿童在新建构的一开始就出错了，因为他们以心理中心化的交替（alternating intellectual centration）的方式进行思考时，只能单独考虑时间或距离其中一个因素，而不能将二者综合为一个单一比例来思考问题。在这一方面对我们来说莫斯和马弗的例子特别具有启发性：这两个儿童在两倍的距离拆分为一半时能够理解速度相等，但当两个一半的距离合为整体时，他们对速度相等这一概念的理解上又会出错。就像从注意或对中心化的判断的角度来看，整体值具有特殊性似的。沙尔在开始也出现了类似的情况，但最终他能将二者综合起来考虑，但在速度不成比例的例子中，他还是没有领会这一双重关系。虽然里克和法特表现出一种关于比例的内隐认识，并在开始理解了 2 ∶ 1 的比例概念，但他们还不能将这一比例概念推广至其他的比例。最后，马特明确地表达出了关于比例的感觉，尽管他通过直觉正确回答了大部分问题，但他还是没有发现速度比例的正确关系。在发展过程中的每一个步骤，直到最后儿童发现了比例的概念，都引发了一些有趣的问题，对这些问题的讨论将在本章最后进行。

第三节　阶段Ⅳ：精确比例的建构

在阶段Ⅳ中，儿童达到了外延建构（extensive construction）的水平，甚至可以对比例进行测量。但是两个亚阶段是有区别的：在亚阶段Ⅳa 中，这一外延建构过程中仍出现错误和伴有不确定性；而在亚阶段Ⅳb 中，儿童找出了解决问题的系统性方法。在亚阶段Ⅳa，儿童对比例的理解已经达到比例水平，即达到运算的程度，但其运算方法还未得到完全发展。以下是处于亚阶段Ⅲb 和Ⅳa 发展阶段之间的例子：

伯格（Burg，9岁7个月）（2秒经过4厘米和4秒经过8厘米）？——二者速度相同。——为什么？——因为第一个的距离是第二个的一半。——第三个呢（6秒经过12厘米）？——这个更慢，因为不是那个的一半：它不是那段距离（8厘米）的二倍，时间也不是那个（4秒）的二倍。——2秒的时候它在哪呢？——这里（正确）。——4秒的时候呢？——噢，它的速度还是一样的。

（4秒经过2厘米和8秒经过6厘米）？——第二个更快，因为第一个的距离不是第二个的一半（2厘米和6厘米）。——那个呢（2秒经过2厘米和3秒经过3厘米）？——第一个更慢。——那个呢（1秒经过2厘米和4秒经过7厘米）？——它们速度相同，不，第一个更快，因为第二个在1秒后没有到这里（2厘米处）。（没有测量直接用手指出地方。）

弗勒特（Flei，9岁，非常有天赋，一位知名学者的儿子）（4秒经过4厘米和5秒经过4厘米）？——它们经过的距离相同，但是第二个花的时间更久：第一个更快。——这样呢（2秒经过4厘米和4秒经过8厘米）？速度相同，因为第二个的距离是第一个的两倍，但第一个花的时间却是第二个的一半。

（4秒经过4厘米和6秒经过6厘米）？——速度相同。——你是猜的吗？——不是，第二个多出的距离（2厘米的差距）是第一个物体运动距离的一半。第二个多出的时间也是第一个的一半。

（3秒经过4厘米和4秒经过12厘米）？——第二个更快。——第二个多用了一秒，但是它的距离却是第一个的三倍！——（4秒经过6厘米和3秒经过5厘米）？——第一个更快……不，第二个更快，因为它花3秒走过的距离比另一个花3秒走过的距离更远。——3秒之后第一个走到哪里了呢？——（正确指出。）——第二个在同一时间在哪呢？——更远的地方。

同样用7和10等做了测试。之后他明白了比例概念，但他不能测量出超过2（或4）比1以及3比1的比率。

珀尔（Por，9岁10个月）（4秒经过4厘米和8秒经过8厘米）？——速度相同，因为一个是另一个的一半。——现在呢（3秒经过3厘米和9秒经过9厘米）？——速度相同，第二个的距离是第一个的三倍。

（5秒经过5厘米和6秒经过7厘米）？——（他测量路程长度间的差异，但是放弃了，回答道）：第二个在6秒内比第一个在5秒内走得更远。——你是怎么知道的？——因为第二个在6秒内比第一个在6秒内走得更远（他指出两个物体的距离差异）。

（3秒经过3厘米和4秒经过4.5厘米）？——第二个更快，因为它比第一个在1秒内走得更远。——为什么？——你能看出来。

门（Men，10岁6个月）很快解决了2∶1的比例问题。至于3∶1的比例问题（3秒经过3厘米和9秒经过9厘米），他开始像伯格一样用减半的方法，之

后他采用给第一个运动物体加上两个 3 厘米的方法：速度相同，因为它也要花 3 秒到达这个长度。那个呢（3 秒经过 3 厘米和 4 秒经过 5 厘米）？——第二个更快，它在 1 秒内走得更远。——你能证明这一点吗？——（他在时间上加上 3 秒和 4 秒，并将 3 厘米和 5 厘米进行比较，之后他放弃了，回答道：）第一个花了 3 秒到达那个距离，第二个多花了 1 秒的时间到达这里：所以第二个更快。

因此，所有儿童都对比例概念有所感觉。他们可以计算 1 ∶ 2，1 ∶ 4 及 1 ∶ 3 的比例。但是对于其他比例，儿童要么试着找出在运动距离较短的物体停止后、运动距离较长的物体的位置，要么用时间差异来比较运动物体距离间的差异，并将这种差异关系与先停下来的物体的时空关系进行比较。因此，在这两种情况下，除了计算困难，儿童的运算都是正确的。

而在亚阶段Ⅳb 中，儿童采用了一种系统性的解决方法：

迪兹（Diz，12 岁）（2 秒经过 4 厘米和 4 秒经过 8 厘米）？——速度相同，因为第一个的距离是第二个的一半。——这个呢（6 秒经过 8 厘米和 5 秒经过 5 厘米）？——第一个更快，因为如果第二个走相同的距离，它会花更长时间：第二个的距离更短，即便如此它还花了 5 秒。

（6 秒经过 16 厘米，5 秒经过 15 厘米和 5 秒经过 13 厘米）？——无论如何，第二个比第一个更快，因为以第二个的速度走过它们相差的距离需要的时间少于 1 秒（即少于 1 秒的路程）。——那么，第一个和第三个呢？——你需要测量一下（他量出了 16 厘米长和 13 厘米长）。你需要用 16 除以 6，用 13 除以 5。

马尔格（Marg，12 岁 5 个月）（4 秒经过 14 厘米和 7 秒经过 21 厘米）？——（他拿起尺子量了距离。）——告诉我你在找什么？——我在量 21 和 14 间的距离以便明白这段长度需要花多长时间。第一个更快，因为如果它走了 21 厘米，它会比另一个花更少的时间。——它需要多久呢？——6 秒。——为什么？——两个物体的间距是 7 厘米，并且第一个花了 4 秒就到达 14 厘米。

（5 秒经过 15 厘米和 9 秒经过 18 厘米）？——第一个更快，因为第一个再走 4 秒所经过的路程比它们原来的间距要长得多。——这样呢（5 秒经过 10 厘米和 10 秒经过 20 厘米）？——速度相同：一个是另一个的一半。

帕（Pah，12 岁 6 个月）（6 秒经过 5 厘米和 7 秒经过 8 厘米）？取第一个路程的一半加在原路程上，第一个物体需要花 9 秒。（他明白 7.5 厘米、8 厘米。）第二个更快，因为它 7 秒内就走完了第一个物体 9 秒内的路程，所以 2 秒后它会走一段更长的距离。

（5 秒经过 7 厘米和 8 秒经过 10 厘米）？——第一个更快。（他在第一个路程上加了原路程的一半，变为 7.5 秒经过 10.5 厘米，并注意到 8 秒内所经过的路程超过了 10 厘米。）

儿童在亚阶段Ⅳa 中使用的两种方法，在这些儿童身上又出现了。在经过相同时

间后，儿童找到运动物体的位置，并将二者距离间的差异和与运动距离最短的物体进行比较。然而，与之前不同的是，儿童不再死板地坚持使用这些解决方式的运算框架。处于亚阶段Ⅳb的儿童在一开始就使用了测量的方式，进而完成了更简单的建构。这一行为表明他们在这一阶段初期对演绎格式有着更好的掌握。

第四节　结论：比例关系的发现

根据我们在本章中的发现，我们可以对第七章末尾所提出的讨论部分进行进一步地延伸，继续探讨儿童从直觉调节到逻辑运算的发展过程。

在相同时长但不同距离（或相同距离但不同时长）的例子中，当儿童同时整体或部分地感知两种运动时，最初只会对终点位置（*Df* 关系）产生直觉判断的中心化，即对实际运动结果的判断，之后才会出现对起点间差异（*Di*）的去中心化，最后儿童将经过的路程看作 *i* 和 *f* 之间的间隔，进而对其进行去中心化。因此只有当这些调节规则达到完全可逆时，儿童才能进行正确的运算。

当运动不再被同时感知时，儿童就需要用表示相继运动路径的图画进行推理，则此时终点的特殊作用逐渐消失，停止点将不再具有特殊的作用，而儿童对速度的理解则变成比较与时间相关的距离的长短。但是，儿童在具体运算阶段所犯的两类错误又会重新出现：一些儿童认为，相同时间内经过不同距离的两个物体的速度相同，因为二者所用的时间相等（运动物体“同时”结束）；而另一些儿童认为，当两个物体在不同时间内经过两段相同的距离时，花费时间长的物体的速度更快。在第二种情况中，儿童认为运动物体的速度与其自身所花的时长成正比，就好像时长是路程的某种指标一样。但是，当儿童给出的解释与已知因素明显相矛盾时，他们又是如何继续坚持其最早观点，即时间没有从距离中分离出来的呢？我们在本章中已经提及在儿童完全达到具体运算的水平时所出现的这种新建构的变形的同化现象，因此我们必须对此进行解释。

我们将这种现象解释为对判断进行中心化的一个新过程，否则的话我们就会无法理解儿童为什么要忽视距离这样明显的因素，却只会注意到仅以秒数呈现的时间因素。亚阶段Ⅲa的儿童没有将时间和空间这两个因素联系起来考虑，他们只是将对速度的判断集中在时间或空间其中一个因素上，似乎完全忽略或低估了另一个因素的作用。这种有偏差的中心化让我们想到由 *Df* 引起并导致的对 *Di* 的低估，而在这类儿童身上所表现出的却是对时间差异的偏中心化，即对 *Dt* 的偏中心化。与被儿童忽略的距离差异 *Dd* 相比，*Dt* 被儿童高估了。另一方面，儿童在亚阶段Ⅲb的发展过程中，*Dt* 和 *Dd* 这两种关系受到了儿童的同样关注，也就是说，儿童通过调节性的去中心化过程，使得他更加关注于二者间的联系。根据之前的实验结果我们知道，

儿童解决相同时间不同距离的问题比解决不同时间相同距离的问题要快，现在我们能理解为什么会这样了：距离的不相等更能吸引儿童的注意。因此与 Dt 相比，当时间相等时，即 $Dt = 0$ 时（见杰奥等的例子），儿童会对距离产生更强的中心化。

在时间和距离都不等的问题中，儿童的解释机制与上述情况中的相同。在 $1t$ 比 $2t$，$1d$ 比 $2d$ 的比率问题中，儿童解决问题的第一步是关注于距离和时间这两个因素中的其中一个（因此才有经过 $2d$ 的物体比经过 $1d$ 的物体更快的想法）。在儿童仅关注时间因素的情况下，时间或与速度成反比（所以花费 $1t$ 的物体比花费 $2t$ 的物体更快），或与速度成正比（因此才有 $2t = 2d$，即更快）。在亚阶段Ⅲa 的例子中，儿童解决问题所采取的方法是对 Dt 和 Dd 中的一个进行中心化，使得其中一个因素比另一个更重要，或者是通过相对的去中心化（relative decentration）对这两个因素交替进行中心化，从而起到渐进调节的作用。在贝尔的例子中，当他观察到两个运动在某一时刻同时呈现时，他在具体运算水平采用的解决方案无法对相继运动进行去中心化：他仍然认为 4 秒经过 4 厘米的物体比 2 秒经过 2 厘米的物体速度更快。这是儿童产生短暂的相对去中心化的一个例子，在儿童还不了解时间和距离之间的关系的情况下，每个新条件（相继运动）都会使得已有的平衡（同步运动）发生变化，由于儿童缺乏加法组合和可逆性的支持，新条件无法使儿童对已知因素产生绝对去中心化。

另一方面，在差异较大的不成比例的例子中（如杰奥的例子：1 秒经过 4 厘米和 2 秒经过 5 厘米），有时儿童会产生绝对去中心化，但这一情况仅限于特殊例子中，并不能推广到其他例子。我们很容易对这一现象进行解释。当儿童将时间（Dt）和距离（Dd）联系起来的时候，他认为第一个运动物体的速度更快，“因为它紧追着第二个，并且在 1 秒内追上了”。尽管此时儿童做出了正确的推理，但在该例子中，距离上的相对差异是很小的（4 ∶ 5），而时间上的相对差异却非常大（1 ∶ 2）。与此相反的是，在成比例（$d_1/t_1 = d_2/t_2$）的例子中，时间上的差异和距离上的差异却是一样的，因此，当 Dt 与 Dd 处于类比的关系中时，儿童仅能考虑其中一个因素。但是，当 Dt 与 Dd 有较大的差异时，由于二者间巨大的不等性，儿童就必须要同时考虑 Dt 与 Dd。这一规则在任何情况下都不是绝对的，而仅仅在统计上是正确的。然而，在儿童发展阶段后期，这一规则出现的相对频率表示着儿童对问题调节的进程。

到了亚阶段Ⅲb，儿童根据去中心化法则以及调节法则对 Dt 和 Dd 的关系有了进一步的理解，下面我们将对这两种法则进行介绍。

亚阶段Ⅲb 初期，即使两个运动的时间和距离之比均为 1 ∶ 2，儿童（见莫斯和马弗）也无法理解这两个运动的速度是相等的。一旦我们把运动距离和时间拆分为部分（一半），儿童就能理解速度相等了，但是当我们把距离和时间再次合为原来的整体时，儿童就又不能理解速度相等了。因此儿童仍存在对 Dt 或 Dd（伴有相对去中

心化而非绝对去中心化）的中心化，换句话说，这些儿童的思维在形式水平上仍然是不可逆的，所以他们无法在任一方向上同时考虑时间和距离，也不能用这种方式观察到速度是相等的。另一方面，思维水平发展较快的儿童（如沙尔）通过先过高估计 *Dd* 后 *Dt*，之后再将二者综合起来的方法，得到了正确的解决方案。但值得注意的是，他们是根据已经得出的结论去发现度量形式的比例（“它是一半”）的，而并不是将比例作为可以进行推理的一种假设来解决问题的。当儿童对 *Dt* 和 *Dd* 的中心化判断得出了相反的结论时，他们才开始找其他方法进行补偿，直到这时他们才找到问题的正确答案。所以，正是这种补偿的想法而非度量比率使儿童发现了比例，而正是这样简单的想法进而导致了补偿的发生。在马弗察觉到 *Dt* 和 *Dd* 关系的补偿作用之前，他就发现了这种度量关系，马弗暂时明白了这一度量关系，但是这种理解并不坚定（“我不是很确定”），之后他又返回到了他原先的错误中。而沙尔，在意识到度量关系前先出现了补偿的想法，他完全理解类的度量关系，甚至将这种度量关系推广到 2/6 ＝ 4/12 的例子上。因此这里值得注意并将能再次观察到的是，儿童对比例或不成比例的感觉是在任一系统性的测量之前形成的，或者说是独立于这种系统性的测量而形成的，这种感觉是理解度量关系的必要条件。此时，这种感觉仅仅是儿童对时空关系去中心化的结果（伴随着渐进调节的，对 *Dt* 和 *Dd* 关系的绝对去中心化）。此外，当调节机制发挥了其完全的补偿作用后，儿童对时间和距离关系的理解就达到了运算形式，并成为去中心化达到平衡的终极形式。

有趣的是，相对于简单比例（proportion）（1 ∶ 2），儿童对差异较大的不成比例的问题能更快做出正确判断。因此可以这样说，相比于 *Dd* 和 *Dt* 二者差异很小而言，当 *Dd* 和 *Dt* 相等或二者差异很大时，去中心化更容易产生。在最后一个例子中，与弱关系相比，儿童出现了对强关系的有偏中心化，但当二者差异很大时这种强烈的差异迫使儿童对二者给予同等的注意。[①]

但是去中心化是如何起作用的，尤其是在差异不大的例子中如何起作用呢？最终达到比例运算的渐进调节机制又是什么呢？在亚阶段Ⅲb，儿童首先有了补偿的想法，尽管这一想法只是通过他们粗略的运算（通过简单的二分法）进行的，但这一行为确实让儿童对双重关系有了更为精确的认识。例如马特的这一表达：“在比例上它更快。”但是，他却不能通过任何测量证明自己是对的：在简单的尝试之后，他放弃了测量：“不管怎样，这就是对的。”儿童这种没经过任何确切的运算和测量就有的确信是从何而来的呢？

事实上，比例直觉源于双重去中心化，即源于双重调节，这也解释了为什么与简单的同步运动相比比例直觉会延迟出现。当儿童比较两同步运动时，他只需要同时考虑起点 *Di* 的差异和终点 *Df* 的差异，来比较时间和距离。然而，在相继运动的

---

① 这种机制是由类似于我们在知觉领域中所说的“相对中心法则”所控制的。

情况中，儿童不仅需要比较 *Dd* 和 *Dt* 的绝对差异，还需要将它们联系起来，也就是比较 *Dd* 与 *d* 以及 *Dt* 与 *t*，即对距离间的差异和实际距离之间进行对比。这实际上是亚阶段Ⅲ*b* 的儿童所做的，他们会先比较两段距离间的差异 *Dd* 与较短的距离 *d* 间的差异，之后再去比较二者的时间差异 *Dt* 与较短路程花费时长 *t* 的差异。但是在亚阶段Ⅲ*b* 的初期，这个双重去中心化只能在简单比例和差异较大的不成比例的情况中起作用。与此相反，在亚阶段Ⅲ*b*（马特的例子）的末期以及亚阶段Ⅳa 的初期，该机制被推广到所有例子，并形成了系统性的调节。由此来看，这一机制比第七章中所描述的有了进一步的发展。

事实上，我们已经知道（第七章第二节阶段Ⅲ），当儿童比较 *Df* 和 *Di* 时，是从时间和距离两个角度建构路程，并且在仅对 *Df*（终点的关系）中心化后，他开始逐渐考虑到起点与终点间的间距。而在此过程中，由于受到实际运动的单向性，儿童还会对 *Df* 产生偏向。此时，在阶段Ⅲ，儿童开始将注意交替集中在距离差异 *Dd* 和时间差异 *Dt* 上，这个双重中心化直接与间距有关，因此与阶段Ⅱ相比，这是儿童一大进步。但是由于儿童仍然将这些关系感知为绝对的，因此儿童仅仅考虑到间距是远远不够的。从另一方面来看，完全调节开始于儿童对已知的感知因素的重建，此时儿童开始从反方向建构运动物体的路程，以便回想起距离较短的物体在停止运动时，运动距离较长的物体的位置。至于直接比较距离差异 *Dd* 与较短路程 *d*（*Dt* 和 *t* 也一样）的儿童，尽管他们使用的方法更简单，但实际上他们的比较程序是相似的。总之，在这两类例子中，儿童对 *Dd* 与 *Dt*、*Dd* 与 *d* 以及 *Dt* 与 *t* 的双重去中心化相当于同时重建两个运动，也就是说，儿童要么是对运动物体的顺序的判断（超越等），要么是对两个运动的时间和距离进行双重关系的判断（两个已知间关系的判断）。

因此综合来看，可以说直觉调节是知觉调节的扩展。知觉去中心化是儿童为了在某一物体上保持注意（指感觉器官的注意，即中心化或中心化协调，或去中心化）而对运动进行调节的结果。与此相反，直觉去中心化是对已完成的动作的图形构造进行调节的结果（在这个例子中，是超越这一动作及其变形，特别是对运动轨迹整体同步位移的重建或预期）。当儿童比较的两个运动是同时发生的，他们首先会将注意力集中在终点，之后去中心化会使儿童从整体角度理解相比较的运动，此时，儿童会根据对超越格式的同化对这两个速度进行判断。另一方面，当两个运动是相继发生时，直觉中心化使得儿童首先关注于距离差异（*Dd*）或时间差异（*Dt*）；之后，去中心化先将 *Dd* 和 *Dt* 联系起来，然后将 *Dd* 和 *Dt* 分别与距离 *d* 和时长 *t* 相联系，最后整合为一个整体。因此，儿童的比例直觉是对关系的转换，并且当双重去中心化存在时，比例直觉才是正确的。从某种程度上来看，新的关系关注于要转化的关系以及转化本身。因此，作为比例或关系比例原始机制的扩展，新的关系是不同于简单关系的。

如此来看，我们该如何理解从阶段Ⅲ（亚阶段Ⅲb）的比例直觉到阶段Ⅳ对比例进行实际运算的发展过程呢？当然，在儿童完成调节时，儿童根据事实本身将其所获得的可逆性转换为运算。但这一行为仅仅是所有领域都有的一般程序。而在这个例子中的问题就是要找出是什么表明调节已经完成（或可逆），并找出是什么形成了的运算，即什么是运算的拓展。

假设第一个运动物体在时间 t_1 内经过距离 d_1，第二个运动物体在时间 t_2 经过距离 d_2。如果 $d_2 > d_1$ 且 $t_2 > t_1$，我们将命名 d'' 为 d_1 和 d_2 间的差异 Dd（即 $d_1 + d' = d_2$），t'' 为 t_1 和 t_2 间的差异 Dt（即 $t_1 + t' = t_2$）。因此，当儿童能建构这些比例、而非正确地发现这些比例时，如 $d_1/t_1 = d' / t' = d_2/t_2$，那么将会出现运算（不再是对 Dt 和 Dd 的调节）。儿童是怎样成功做到这一点的呢？换句话说，要成功做到这一点需要什么样的运算呢？对此，我们所观察到的是：儿童要么在第一个运动物体到达终点 d_1 时试图找出第二个运动物体的位置，要么通过比较 d' 和 d_1 以及 t' 和 t_1 的差异来确定 d_2 和 t_2 之比是否与 d_1 和 t_1 之比相等。我们在第六章到第八章中所设想的这个双重运算（或是说同种运算的两个不同方面）已经超出了纯质性运算的框架。事实上，在这一部分中，只有在一个物体的速度比另一个更快或是更慢，或者一个物体经过的距离比另一物体的更长或是更短，或者一个物体的持续时长比另一个更长或是更短的情况下，儿童才会产生关于速度的判断——因此在每个例子中都有在整体中所嵌套的部分，以及由关系（整体大于局部）所定义的内含量的运用。在含有比例的例子中，儿童不只会这样描述："距离 d_1 比距离 d_2 小，并且时间 t_1 少于时间 t_2"。儿童对这一方面进行更多的解释，他们认为距离 d_2 的一部分与 d_1 相等，时间 t_2 的一部分也与 t_1 相等。因此，儿童不仅是比较部分和整体，而且还比较了同一整体中的已知部分和其他部分，即比较 d_2 中的 d'' 与 d'。构成比例的运算正是这两部分：$d_1/ d'' = t_1/ t''$ 的，正是这种外延的关系而非内含的关系使得儿童产生了 $d_1/d_2 = t_1/t_2$ 这一推断。

在比例的运算结构中，毫无疑问，最为简单的便是将部分嵌套于整体之中，即对其进行一种概括化。这一过程标志着逻辑或逻辑内运算到数学运算的发展过程，因此是相当重要的。然而，与运算综合（见《儿童的数概念》）相同，儿童的概括化在不对称关系的系列化和类包含的建构之后，便即刻以相同的方式完全发展出数的概念。因此在纯粹的空间域或几何域中，特定命题有可能会以运算的形式在阶段Ⅲ出现。在速度这样的特殊例子中，特定命题甚至与一些简单关系相关，我们在接下来研究速度守恒的章节中将会看到这一现象。但本章中关于相继运动的问题，解决问题所需的比例运算需要形式推理的支持，因为这些问题之后会涉及其他相关运算（见第四章第二节阶段Ⅲ结尾），这也是比例运算出现较晚的原因。

最后，一旦外延比例被建构，度量比例就会从外延比例中衍生出来。d''' 要么被认为与 d_1 有关，即通过简单的几何建构而成的关系（因此称为质性的建构，即比例

的外延理论），与 t_1 和t'_1的关系相同；要么被看作是一个单元，即 $d_1 = d'_1$及$d'_1 + d_1 = 2d_1$（或作为单元的一部分），随后比例概念就会变为数字的或度量的形式。这一章所描述的心理现象告诉我们比例的两种概念有很大区别：比例直觉的形成及其具有的可逆性是独立于任何测量系统的，而同时当儿童获得与其相关的外延比例的概念时，儿童便完成了测量。

第十章 匀速守恒及其关系

前文探讨了儿童如何在同步运动（第七章）和相继运动（第九章）中建构速度概念，本章我们探究儿童的匀速守恒概念。

本章所选用的实验材料十分简单，适用于5到11岁的儿童。我们在一张纸上画出两条平行直线。一辆小汽车（或是卡车）沿着第一条直线行进一段固定的距离，如2厘米，运动时间在第一天早晨到夜晚之间。同时，一个玩偶从相同起点同时出发，运动距离为小汽车的一半（当然这些词语并没有在指导语中使用，汽车的终点在2厘米处标记，玩偶在1厘米处标记），运动时间与小汽车相同。之后，我们问了儿童以下几个问题：

问题0（基础问题）：小汽车和玩偶是否是同时开始和结束，是否是同步运动，是否时间相等？

问题1：如果这辆车一直以同样的速度在同样的时间出发和停止，那么在第二天、第三天后，它会走多远？即探索在相同速度和时间下距离的相等性（匀速守恒）。

问题2：如果这个玩偶继续以它的速度行进相同的时间（匀速差异的守恒），那么它会走多远？

问题3：最后一天小汽车只进行了半天。因此它花的时间是原来的一半，但是它的速度仍不变（强调速度相同）。那么它会停在哪里？

问题4：找出玩偶以自身速度运动在相同时间（最后半天）内经过的距离。

问题5：已知小汽车（如在第七天）和玩偶的位置（如在同一天或者在第三天），玩偶需要花多久才能赶上静止不动的小汽车。因此该问题是为证明儿童能否正确回答，即玩偶还要行进两倍的小汽车所行进的时间，或者玩偶还要行进两倍的小汽车所行进的单元距离（即小汽车每日运动的距离）。

问题6：每天结束的时候，小汽车和玩偶之间的（绝对）距离是一样的吗，或者它们之间的距离是有规律地增加的吗？

这60名5到10岁儿童的反应十分有趣，我们将结合他们对之前实验的回答来

说明他们对速度概念的理解。

首先从时间的角度来看，儿童对以下概念的理解程度如下：5 岁儿童中理解了终点（甚至是起点）同时性仅占 25%；6 岁儿童中占 50%，7 岁儿童中占 75%。而儿童对同步时间进程的相等性这一概念的理解存在些许延迟现象：5 岁儿童中占 33%，6 岁儿童中占 25%，7 岁儿童中占 70%，8 岁儿童中占 75%。

再来看儿童对速度概念理解的发展，阶段Ⅰ（5 岁到 6 岁 11 个月）儿童还不理解速度守恒概念。在只关注小汽车的问题（问题 1）中，儿童甚至无法理解后一天与前一天运动的距离相等，似乎他们认为速度相同并不一定意味着行进的距离相同（在终点不相同的情况下）。同样在阶段Ⅰ，在玩偶的路程问题上，儿童有两类不同的回答：第一类回答对玩偶和小汽车的终点位置产生了一些分歧（随机），就好像玩偶还是行进了同样的距离，但却只落后于小汽车一点点。第二类答案开始的理由与第一类的一样，但是在第二类的回答中，儿童始终保持着两个运动物体之间的连续绝对差异不变，例如，（根据对这一阶段儿童的任意估计来看）如果小汽车在前 4 天行进了（2）＋ 3 ＋ 1.5 ＋ 2 厘米，那么玩偶将会以每天相差 1 厘米的状态行进（1）＋ 2 ＋ 0.5 ＋ 1 厘米。因此我们在这一案例中又发现了儿童根据终点评估速度（比较第六和第七章：阶段Ⅰ）的情况。

在阶段Ⅱ（平均年龄 6 到 7 岁，少数儿童 5.5 岁），儿童通过试误和直觉调节，使得运动物体每天行进同样的距离，进而经验性地成功解决了第一个问题。但是，儿童只有在运动物体每天的速度不变的情况下按照此步骤才能回答正确。在玩偶的问题上，如果儿童只考虑玩偶的运动，自然也会认为玩偶的速度不变；但是因为玩偶和小汽车的速度不同，其差异的守恒并不是一个绝对的距离常量，而是以比率形式表示的不变的速度关系，所以当儿童同时考虑小汽车和玩偶的速度时，他们就无法认为玩偶的速度不变了：他们只能每次转化玩偶与汽车终点间的初始距离，并以这样的方式标记出了速度间的差距，而这一做法恰好说明玩偶与小汽车的速度是相等的。

从阶段Ⅲ（平均 7 到 8 岁开始）开始，儿童用具体运算成功地建构了小汽车和玩偶的路程，同时他们对在整个运动过程中的玩偶和小汽车的速度不变性有了理解。但在另一方面，儿童不能演绎性地预期这种建构，即不能在“理论上”预测小汽车和玩偶终点间的距离会持续增加这一结论，也回答不出玩偶赶上小汽车所需要的时间。

最终到阶段Ⅳ（10 到 11 岁，从 9 岁甚至从 8 岁开始，在一些例子中就已经出现早期的回答），儿童采用形式演绎的方法解决了所有问题。

第一节 阶段Ⅰ：速度不守恒

小汽车在第一天运动了一段距离后，阶段Ⅰ的儿童仍然不能理解，当它在第二天以“同样速度”运动了同样时间后，小汽车将在第一天路程的基础上继续运动同样的距离。事实上，我们有必要帮助儿童找出小汽车在第一天行进的路程之后第二天将要行进的路程，这也是整个问题的关键所在。如果第一天和第二天的路程不是连续表示的，而是平行表示的，那么他们很容易就能理解第二天的路程与第一天的相同。他们会把两个物体并排放置，让它们的起点相同，这样他们就能通过前一天路程的终点，找到第二天路程的终点位置。但是从这一直觉行为不能推断出儿童是否理解了以相同速度相同时间进行运动，则其运动的距离也相等。因此儿童可能会简单地认为终点相同就表示速度相等，但是在第七章表明这一验证标准会产生系统性错误。反之，儿童的任务是找出小汽车在第一天运动后继续行进的相同距离。而由于小汽车后一天的路程不会覆盖掉前一天的路程，因此这一问题完全对应了已知的因素。此时尽管这一延续问题对我们来说等同于直接复制第一天的路程，但这对于儿童来说却很难，更准确地说，这是两个互补的难题。第一个是儿童对于时间概念的理解：对该阶段的儿童来说，相同的时间对解决问题来说没有任何意义，由于儿童缺乏运算可逆性，所以他直觉水平是无法比较两个相继时长的。当两个同步运动的起点和终点都不相同时，这两个运动的时间甚至都会被儿童看作是不相等的。第二个难题是，我们在第三章中观察到儿童首先会根据运动物体的终点评估该物体经过的距离，如第七章处于阶段Ⅰ的儿童便是依照这一标准对速度进行评估。在这些条件下，由于没有相应的运算结构来将问题中的相关因素联系起来，所以儿童就很难回答距离相等的问题，而速度守恒对他们来讲也是没有意义的。

这里是亚阶段Ⅰa 的一些例子，即所观察到的发展最慢儿童的例子。

赫尔（Ger，5 岁 4 个月） 小汽车和玩偶开始运动，哪一个更快？——小汽车。——你早上几点起床？——七点。——那么看：玩偶和小汽车同时早上七点出发，晚上七点停下（画出经过的路程）。它们是同时出发的吗？——不是。——哪一个先出发？——小汽车。——它们是同时停下的吗？——不是。——哪一个先停下来？——小汽车。——它们的时间一样吗？——不，小汽车运动时间更长。——为什么？——因为它走得更远。（用声音起始信号重复运动：赫尔之后认同二者是同时的，并且二者的运动时间相等，但这是在我们的提示下得出的结论。）——小汽车在第二天将停在哪？它还是早上七点出发，晚上七点停止，那么它行进的时长和速度还是相同的吗？——这里（指出比第一天更短的距离）。——它在第二天运动了同样的距离和同样的时长吗？——第二天，它走了更远（距离

立刻被转换为终点的位置)。——但是这个(表示第二段路程)比那个(第一段路程)距离更长吗?(没有明白)为什么你觉得它更短?……那么第三天，如果它还是以同样的速度从早上七点出发，晚上七点停止，它会停在哪里呢?——那里(任意距离，还是太短)。——看，你可以用这张纸量量它(他重复我们的动作)。那么现在来看它在第二天将停在哪里(重复已知因素)?——到了这里(指出的距离太长了)。——为什么它走了更远的路?——因为这辆车就走了这么远，我认为它停在了这(指出的距离与第一段距离相等)。——谁是对的?——我(肯定地回答)。不可能走得更远。

多(Do，5岁2个月) 说他早上八点起床晚上十点睡觉。那么注意，这辆小汽车八点出发，十点停，这个玩偶也是(实验)。哪个走得更快?——小汽车。——它们是同时出发的吗?——是的，但是这辆车走了更远，玩偶没走那么远。——它们是同时停下的吗?——不，车走得更快。——它们行进的时间一样吗?——不一样。——那么第二天(相同信息)这辆车将停在哪?——我不知道。——如果它还是以相同速度早上八点出发，晚上十点停下呢?——(指了任意一点。)——你可以用这张纸量量吗?——不能。——那么这个玩偶将在哪里停下呢?——不会像这辆车那么远(还是任意指出距离)。

迪特(Dit，5岁6个月) 说他早上九点起床，晚上十点睡觉。解释之后开始实验：它们是同时出发吗?——不，小汽车更快。——它们是同时停止吗?——不是。——但它们不是在同一时刻停止的吗?——不是。——在第二天，如果，等等(精确重复信息)?——(他指出接近于第一天距离两倍的距离，毫不怀疑地认为它在第二天走了两倍远的距离：事实上，这一结果约为第一天距离的三倍。)但是它运动的速度和第一天一样，而且从早上九点出发，到晚上十点停下：如果他行进速度相同的话，那么它将在第二天行进的距离会和第一天一样远吗?——不，不是一样的。——为什么?——距离更短一点。(这一次他指在比第一个距离更短的任意一点。)——看着(使用纸条给出相同距离)。第三天呢?——(他指出更短的距离)，等等。

玩偶在第二天呢(重复信息)?——(他指出与小汽车所行驶的距离略微不同，但是给出了比第一天更长的距离。)——这跟它第一天走过的距离同样长吗?——不是。——那是?——(重复，等。)

米克(Mic，6岁1个月)认为在早上八点和晚上九点之间“小汽车花费更久时间”，因为它停得“更远”。第二天，如果它还是以同样速度早上八点出发晚上九点停下呢?它或许停在这里(指得太远)。——为什么你指出的距离比第一天更远?——因为它就走了这么远。它距离更长是因为它停得更远。(混淆了更远和更长，就像迪特的例子中一样。)——速度和第一天一样吗?——是的。——它行驶的时间相同吗?——不，多一个小时。——但是它不还是早上八点出发晚上九点

停止的吗？——是的。——那么为什么多了一小时？——……（对速度概念感到困惑。）——玩偶第二天走了多远呢？——这里，因为它比小汽车走得少（距离太长）。——那么它和第一天相比，走了更长还是更短的距离呢？——更长一点。——为什么？——因为它多走了半个小时。

那么小汽车第三天停在哪（重复信息）？——这里（距离还是太长）。——为什么？——因为它多走了三个小时。——如果这辆车在最后一天只走了半天，到十二点结束呢？——这里（指出更长的距离）？

吉斯（Gis，6 岁 2 个月） 九点到八点：小汽车停在更远的地方因为它更快。（第二天。）这里（太长了），因为它走得更远。——为什么你指出第二天的路程比第一天更长？——因为第一天的路程不远。

这些是儿童关于速度守恒问题的最早回答。显然，在实验中儿童没有质疑第一天和第二天的速度是相等的这一观点，并且他们会随意重复这一表述。然而儿童对距离问题的推理却绝不是根据相继运动的路程相等进行的，而在一定程度上，我们在本节的开始便已经看到了儿童没有这样做的原因。

如果说速度直觉本质上就是超越，那么儿童评估速度的唯一标准就是终点的空间顺序，所以儿童自然就不会将两个相继运动的速度相等转化为它们经过的路程相等，即距离相等。如果儿童要做到这一点，那么他就要将速度看作是距离和时间的某种关系，这恰恰是超越直觉中所缺少的。我们在第九章中观察到，在具体运算阶段的开始（阶段Ⅲ），儿童能够根据终点顺序判断出同时运动的速度，但是一旦运动条件变为相继运动时，儿童对速度的判断就出现了混淆。尽管儿童仔细观察了相继运动，同时我们也画出了相继运动的运动轨迹，并测量出了运动物体的时间，可是儿童还是无法理解物体在 n 秒内经过距离 A 的速度与物体在 $2n$ 秒内经过距离 $2A$ 的速度是相等的。这一现象在阶段Ⅰ是十分普遍的，也就是说在速度的时间—距离关系的具体运算建构完成之前，由于同一移动物体连续行进的距离与相继运动相对应，而非同时运动，因此儿童无法继续使用物体运动的相同距离来对速度的守恒作出表达。

在缺少具体运算的情况下，儿童能否从我们的陈述中猜出小汽车每天运动的速度、时间以及距离都是一样的呢？事实上阶段Ⅱ的儿童才能达到这一认知，该阶段的儿童虽然没有达到逻辑化思维，但他们通过直觉预期得到正确的结果。反观阶段Ⅰ的儿童，他们既不能认识到物体两天行进的距离是相等的，也不能认识到两段路程的连续时长是相等的。

至于对经过距离是否相等这一问题的回答，赫尔、米克和吉斯的回答显然直接证实了我们在第三章得到的结果，其他人的回答也间接证实了这一结果。我们已经知道儿童先是根据运动物体的终点，而非起点和终点间的关系来判断运动物体的距离和速度的。但在相继运动的情况下，由于第二天路程的起点恰恰是第一天路程的

终点，与第一天的起点并不一致，儿童在回答第二天的距离问题时会变得非常困难。因此，在儿童无法将第二天的终点与第一天的终点对应的情况下，他们只会说小汽车在第二天走得"更远"，就像赫尔和多任意指出小汽车在第二天、第三天的终点一样。的确，迪特（尤其是米克和吉斯）希望找出小汽车在相同速度下经过的路程，以便摆脱任意指出小汽车在第二天的终点这一行为。但是由于小汽车第二天停在了比第一天更远的地方（更远：从绝对意义上来说），这时儿童就认为小汽车在第二天运动了比第一天更大的距离（更大，从相对意义上来说，即将第二天与第一天的路程单独相比，而不是把两天的路程之和与第一天的路程相比）。如米克所言，小汽车"一直在走"，"它路程更长因为它停得更远"。吉斯认为第二天的路程更长，是因为"它走得更远"，因为距离"在第一天没有那么长"。迪特甚至将第二天的路程计算为第一天的两倍，但他没有意识到这包括了三个距离单元，相当于小汽车运动三天的而不是两天的路程。迪特的例子同时也说明，在估计路程长度时不是技术性的问题难住了这些儿童（以他们的观察力完全能够进行正确的估计），而是与相继运动有关的理论性问题难住了他们。

有趣的是，由于儿童是根据终点来衡量距离的，所以他们无法将终点的位置与间距（距离）区分开来，这种现象在其他类型的间隔问题同样存在，即时间进程和其他连续顺序，也就是时间顺序。如果小汽车的运动速度不变，那么它将在第二天的相同时间内走过相同的距离，如果儿童理解了这一点，那么他就不仅会说小汽车在第二天会经过相同的距离，也会说小汽车所花的时间相同，这在儿童的理解中就表示起点和终点间的时间相等。那么这一阶段的儿童能够理解这一点吗？换句话说，他会理解第一天早上八点到晚上十点间的时长与第二天早上八点到晚上十点间的时长相等吗？为了便于儿童理解我们的意思，我们特地采用了儿童自己的起床时间和睡觉时间来表明物体的运动时间（他们说的时间是否正确不重要）。首先要注意到的是，实验中的儿童均没有同步时长（synchronous durations）相等这一概念。当他们看到小汽车和玩偶在第一天同时出发并同时停下来时，他们否认二者是同时停下的，甚至有时还会否认二者是同时开始的，他们之所以否认，仅仅是因为小汽车比玩偶走得更快更远。那么，如果他们不理解基本的同时性概念，他们又是怎么理解等时性（isochronism，即连续时长相等）概念的呢？也许正因如此，儿童在没有起止点时间这些信息的干扰下，是有可能将新的起止点间的时长等同于第一个时长。在对这一概念的理解上，如果儿童得以从限制其理解的因素中脱离出来，则这无疑说明儿童已经将时间运算建构为具有质性和度量性的整体。因此最小的儿童（赫尔、多和迪特）还无法理解这一问题。而米克和吉斯在一定程度上理解了一些，但是他们给出的问题解决方案与在空间距离问题上的相似：所花时长的长短与相继运动终点的绝对顺序成正比，也就是说，第一个 n 小时后的第二个 n 小时会比第一个 n 小时更

长，仅仅是因为它在第一个 n 小时的后面。这就是为什么即使米克知道小汽车和玩偶在第一天和第二天是同时开始和同时停止的，但他仍然认为小汽车在第二天多走了 1 个小时，在第三天多走了 3 个小时，或者玩偶在第二天多走了半小时（多走半小时是因为玩偶没有小汽车走得远）。他通过这一方法表示第二天和第三天的时长与第一天的不等，因为它们发生在第一天之后，就好像后面几天的距离比第一天的更长，是因为运动物体在后面几天的终点更远似的。（见《儿童时间概念的形成》，第二章）。不管怎样，儿童表现出的这些行为都是非常正常的，因为对于这一阶段的儿童来说，时间与空间是没有任何区别的，时间与速度之间也没有任何区别，儿童对于它们的评估都是基于运动物体的终点位置进行的。

简而言之，由于儿童在空间或者时间上都无法按照轨道的线性顺序认识到物体第二天行进的距离或者时间是相等的，因此此时速度守恒概念对儿童来讲并没有什么明显的时空上的意义。而由于儿童具有其自身运动的经验，因此儿童可以对这一概念进行直觉上的认识：如果小汽车和玩偶的运动没有加速，也没有减速，那么它们各自的速度将保持不变。但是由于在这种相继运动中其相等的距离与相等的时间所成的比例保持不变，因此儿童仍不能对速度守恒的概念进行运算性的建构。所以，就像发展其他守恒概念的例子一样，我们在速度守恒概念的发展中可以明显看出，在缺少“群”概念的情况下，儿童都无法建构任何守恒概念。正如所有的直觉是不全面、甚至是错误的一样，当儿童根据简单的顺序直觉评估速度时，他也不可能将相继距离和相继时长以相加的、关联的或是可逆的方式联系起来。

因此，由于缺少对距离因素的考虑，儿童是无法解决或是理解运动半天的问题（问题 3）的。在物体运动半天的问题中，米克甚至预测小汽车在半天内运动的路程要比在第三天一整天运动的路程还要长。他之所以给出这样的答案是因为他只考虑了小汽车的终点顺序，而没有考虑到小汽车运动的距离和时间之间的比例关系。

我们可以看出，在玩偶和小汽车之间速度差异的问题（问题 2）上，如果儿童根据终点的顺序来判断速度，那么儿童将更容易保持二者间的速度差异不变（而非保持它们各自的速度不变）。但是儿童这样做仅仅是保持了二者间的绝对速度守恒而非相对速度守恒，换句话说，无论小汽车的具体位置在哪，儿童都会把玩偶的终点放在小汽车终点的后面。即便如此，亚阶段 Ia 的儿童还是完全忽略了距离这一因素，以至于他无法准确地保持二者终点间的（绝对）差异，而是将玩偶放在小汽车之后的任意位置。

相反，亚阶段 Ib 的儿童对玩偶和小汽车终点间的差异有了进一步的理解，而他们在其他问题的回答上仍与亚阶段 Ia 的儿童相似。与前一阶段相比有所进步的是儿童保持了两运动物体终点间的绝对差异，但是小汽车终点的位置仍然是儿童随意指出的：

谢尔（Chel，5 岁 10 个月）说小汽车第二天的路程与第一天相似。但在第三天，小汽车的路程更长：为什么第三天的距离更长？——它就走了这么长距离。——为什么？……接下来一天如果它还是以同样速度前进，它的距离会更长、更短还是一样？——不知道。

玩偶第二天会停在哪？——这里（给出同样的终点间差异），因为小汽车走得更快。——第三天呢？——这里（同样的终点间差异）。——但是如果玩偶第一天走了这么远，并且它一直以同样的速度行进，那么它会到这么远吗？——……——后一天呢？——还不能确定。

利尔（Lil，6 岁 11 个月）理解了起点的同时性，但是没有理解终点的同时性，也没有理解同步时长相等。在第二天，利尔在小心保持二者间差异恒定的情况下，指出小汽车的距离比第一天更长，玩偶的距离也比第一天更长的距离：哪一个更快？——小汽车。——它在第二天走到了哪？——（指出距离。）——玩偶呢？——（指出距离。）——那么它们在第二天都走了同样的距离吗？——不是。——你刚给我指出的距离中，其中一个比另一个更短吗？——是的，玩偶的更短。（他认为玩偶的距离更短只是因为玩偶在小汽车的后面。）——但是这些不是同样长度吗，那里和这里（指出两段长度）？——不一样长。——它们运动了同样的时长吗？——不知道。从第三天重新开始提问，但是儿童的反应是一样的。

简（Jan，7 岁）理解了起点的同时性，但是没有理解终点的同时性，也没有理解同步时长相等：小汽车第二天会停在哪？——这里。（较短的路程。）——它跟第一天相比走了同样的距离吗？——没有。——那么，向我展示一下……看这。（我们指出第二天的终点。）谁的更准确呢，我的还是你的？——你的。——为什么？——因为你知道答案。——那么玩偶呢？——（他转变为二者间的绝对差异。）——第三天（重复解释），小汽车将走多远？——更长的距离。（他指出该点。）——那么玩偶呢？——更短。（相等距离，保持绝对差异恒定。）

亚阶段 Ib 的这些例子向我们展示了儿童最早用来评估距离和速度的方法。从第二个观点（儿童保持两运动物体终点间的绝对差异的恒定，其余反应与亚阶段 Ia 相似）来看，他们与亚阶段 Ia 的回答完全相同：如果他们确实是根据运动物体的终点来评估速度的话，那么，小汽车和玩偶终点之间的差异将会在第一天之后保持不变。如果要将二者终点间的差异看作是相对的，那么儿童就需要将速度理解为距离和时间的关系。只有他理解了不同速度的两运动物体终点间的距离并非一个绝对的常量，而是一个恒定的比率关系时，他才算正真理解了速度概念。因此亚阶段 Ib 的儿童保持运动物体终点间距不变的这一行为，恰恰与上述相反，从而证实了儿童是根据终点来评估速度的这一观点。在问题 1 中，这些儿童的推理与亚阶段 Ia 的儿童是类似的。

然而，由于小汽车和玩偶运动两个终点间存在的绝对差异，亚阶段 Ib 中的儿童

无意识地且毫无疑问地认为小汽车和玩偶每天的运动距离是相同的。因此，从运算的观点来看，儿童从第二天开始就给两个运动物体赋予了相等的速度，只是在开始和结束上有时间的差异。但是由于二者终点不同，儿童不仅认为运动物体的速度不同，还认为它们经过的距离不等，却并没有看到其距离是相等的，只是一个物体比另一个物体稍落后一些。更准确地说，因为小汽车在玩偶的前面，所以儿童认为小汽车每天经过的距离比玩偶的距离更长，并且儿童没有考虑到二者起点的不一致。这就是为什么利尔拒绝接受我们对距离相同进行提示的原因。

儿童的这一反应与之前的反应完全相同。从运动距离的角度来看，这一行为验证了第三章和第六章的结论，即儿童最初是根据终点评估运动距离的。从速度观点来看，这一行为又验证了第七章的结论。根据这一格式（相当于第七章里问题 2 的变式）来看，如果一个物体沿着直线 AB 运动，另一个物体沿着直线运动，与 A_1B_1 相等，但是在 A_1B_1 之后，那么儿童就会认为停在更远处的物体的速度更快（就像问题 2 中，在起点更靠后的运动物体快要追上另一个物体的情形中，儿童会认为较慢的物体是更快的，因为它总是在前面）。

第二节　阶段Ⅱ：直觉性地理解单个运动物体的速度守恒，但无法理解不同恒定速度运动间的关系

该阶段的儿童可以逐渐理解：如果小汽车在之后几天的速度不变，每天还是在同一时间停止和开始的话，那么它每天走过的路程是相同的。如果只考虑玩偶的运动，儿童自然也会进行相似的推理。但是，当我们要求儿童比较玩偶与小汽车的运动时，儿童就无法理解二者速度之间的关系了。所以他们会像阶段Ⅰ的儿童一样，认为运动物体每天终点间的绝对差异是不变的，却没有考虑到相同时长下两个物体经过距离之间的相对差异。但是该阶段的儿童比阶段Ⅰ的儿童有所进步的一点是，如果儿童是在比较两个单独建构的路程时，那么他能够说出正确的答案，当实验者向他提示存在相对差异时，儿童也能理解实验者对相对差异的解释。以下是一些例子：

贝恩（Bern，6 岁 3 个月）理解了起点和终点的同时性，但不认为同步时长是相等的。起初，他所指出的儿童在第二天行驶的距离过长：那么玩偶呢？——这里（保持绝对差异）。小汽车在第二天的路程更长、更短还是和第一天相同？——相同。不，更长……为什么？（我们向他展示了两条相等路程。）——不对，那太少了，因为这个距离总是更长的（混淆了中间距离和总距离长度，即终点位

置)。——第三天呢? ——噢，距离相同。(他测量并改正了先前的回答。)

玩偶在第三天会停在哪? ——(指出和第二天一样的绝对差异。) ——它第一天走了多远? ——(正确指出。) ——第二天呢? ——(他指出几乎相同的距离，因为他不再认为小汽车现在仍在第三天路程的终点。) ——为什么是这里? ——因为它不像小汽车那样快。——第三天呢? ——(他打算指出同样短的距离，但是看着小汽车，他就将玩偶放在靠近它的位置，保持了原始的绝对差异。) ——为什么你放在那? ——它总是走相同的路程。——看看你做的：玩偶一直是同样的速度吗? ——(他看着这些距离。) 它在开始走得慢，最后走得快(犹豫)。噢，不对，它一直是相同的速度(贝恩改正了玩偶最后一段距离)。

什么是半天? ——就是从早上到中午。——正确，现在看看这个：第四天小汽车在中午停止，它只走了半天，那么它将停在哪? ——(他指出一个完整距离单元的长度并自豪地说，所有的路程相等，包括那半天的路程。) 我已经知道它是怎样运动的了。——现在它走了两天没有停下来，它将在哪结束? ——(又一次错误：指出等同于四分之三的路程。)

多尔(Dor，7 岁 2 个月) 理解了终点和起点的同时性，但是没有理解同步时长相等。一开始他并没有用连续的线段表示运动物体之后的路程，而是在原来的线段下添加了新的线段：因此对玩偶和小汽车来说，它们的路程是相等的。我们告诉他从前一个晚上的终点位置开始：之后他给小汽车一个比前一天更长一点的路程，之后是更短的路程，最后回答正确。第三天，他立刻就回答正确了。

在玩偶的问题上，多尔在第二天的回答差不多是正确的，但在第三天，他又回到了绝对差异的错误中：你认为玩偶在第三天比在第二天走得更远吗? ——噢，不是，一样的。——第四天呢? ——(将小汽车移向前一段距离，并与之前的距离相等，但在玩偶的问题上，又转回到绝对差异。)

克拉(Clau，7 岁 11 个月) 它们是同时出发的吗? ——是的。——它们是同时停止的吗? ——是的。——玩偶走了 10 个小时，那么小汽车呢? ——11 个小时，因为它在更前面。——但是它们不是都是早上六点出发的吗? ——是的。——它们两个什么时候停止? ——下午六点。——如果你愿意再想想的话，玩偶走了几个小时呢? ——11 个小时，不，12 个小时。——正确，那么小汽车呢? ——也是 12 个小时，不，13 个小时，因为它在更前面。

我们在第二天的问题上重复了已知因素：小汽车停在哪里? ——(太远，之后更正。) ——玩偶呢? ——(指出绝对差异。) ——为什么玩偶没有停在这里(小汽车的终点)? ——因为它走得更慢。——但是为什么它走到了这里，而没有走第一天那样长的距离呢? ——我认为它比之前运动地更快了。不，不对，因为它还是同样的速度。——然后呢(重复)? ——(他将小汽车放在正确位置，玩偶还和原来一样!) ——它们的运动和第一天一样吗? ——小汽车是一样的，玩

偶快了一点。——但是它和原来的速度一样啊！——（克拉将玩偶往回移了一点，与第一天的距离比较后，他向前移了一点，重复了绝对差异，最终将它移到正确的位置。）——为什么是那里？——因为它走的距离和第一天一样。——如果你以同样速度运动一整天，并且用了与之前一样的时间，那么你走过了同样的距离，还是更长或更短的距离？——应该是更长或更短的距离。——一辆小汽车行进了一小时然后停下来，之后又以同样的速度走了一小时：它经过的距离是怎样的？——应该更长或更短。——你知道什么是1分钟吗？——一小会儿。——你知道一小时有多少分钟吗？——六十分钟。——每小时有六十分钟，还是更多或是更少分钟？——应该是更多，有时候更少。

对小汽车的半天问题来说，克拉给出了比一个单元长度略少的路程。看（实验：他标记出半天的距离），玩偶呢？——（指出几乎同样的长度。）——告诉我玩偶在第二天走的距离——（他指出了。）——当小汽车走了那么远（一半），玩偶在做什么？——（他指出玩偶一个单元的路程长度。）

蒙（Mon，8岁1个月）没有立刻理解终点的同时性。时长呢？——玩偶每天运动的时间比小汽车的时间短。——从今天下午一点到下午二点，与昨天下午一点到两点是同样时长吗？——是的。——那明天呢？——一样的。——如果小汽车在早上七点到晚上八点间运动，玩偶也是如此，那么它们的运动时间不一样长吗？——玩偶运动的时间更长。

第二天和第三天：把小汽车放置在太远的位置，之后逐渐减少长度，最后找到了正确的位置。对于玩偶的位置来说，儿童在一开始保持绝对差异，之后逐渐修正。

半天问题：小汽车的路程太长，玩偶几乎与小汽车的路程一样。最终，蒙认为玩偶将在三天内追上小汽车，经过超过六个单元的距离。

科拉（Cla，8岁1个月）理解了同时性和同步性。所指出的小汽车在第二天的距离太短，玩偶的太长（保持了绝对差异）：它们中的一个比另一个走得更远吗？是的。（他注意到他给出的玩偶的距离比小汽车的距离更长。）噢，不，那是错的。——小汽车在第二天运动的速度相同吗？——是的。——玩偶呢？——也相同。——所以呢？——小汽车会到这里。（对小汽车的实际距离来说太短。）——那么如果它到这呢（仍然更短）？——不，因为这样的话它没有走完一天的路程。——这里呢（太长）？——不对。如果它路程那么长，那就是一整天再加上一点晚上的时间。——那它在哪呢？——（不断试误，最后用一张纸测量。）——如果它走了那么远呢（一半路程）？——那是半天的路程。

玩偶在第二天的路程呢？——（太长：绝对差异。）——小汽车在第三天的路程呢？——（正确。）——玩偶呢？——（还是太长。）——如果它只是自己运动呢（拿走小汽车）？——（正确。）——与小汽车一起运动呢？——（他又转回到

绝对差异。)

如果小汽车只走了半天呢？——（太长。）——玩偶呢？——（还是太长。）

一个男孩沿着公路走了一个小时，之后他又走了一个小时，他两次经过的路程会是怎样的呢？——两个相同。——为什么？——因为他走了同样的时间。——所有的小时都是同样的时间长度吗？——是的。

在上述例子中我们首先关注的问题是，儿童是如何经验性地复制小汽车所行驶的相等路程，他们是否可以根据直觉找到正确答案呢？基于实验的结果来看，原因可能如下所述。

贝恩的回答与阶段Ⅰ的儿童相同，他认为之后的“距离一直在增长”（无法区分终点的位置和距离）。事实上，他否认了我们给他的距离相等这一提示，并认为这样的距离“太短了”。但是在第三天，当他准备再次增加第三天的路程时，他改变了他的想法，并发现“噢，它的距离还是同样的”。多尔也经历了同样的过程。因此，在这两个例子中，儿童起初都是对终点位置的直觉判断进行中心化，而不是对间隔进行中心化。因此儿童会认为小汽车每天的路程都会变得更长。但是在第三天，多尔增加的距离过长，所以儿童对基于间隔的去中心化进行了调节。在科拉的例子中，最初相同的中心化使他认为小汽车走在更前方，因此他任意给出了过小的距离，而这一过小的距离在科拉眼里又被略微地夸张，所以科拉回答说“不对，因为那不够一整天的距离”。但是如果给小汽车增加一些长度，科拉却又会说“不，如果它更长，那就是一整天再加上部分晚上的时间”。儿童这两类不同想法之间的犹疑，逐渐演变为对间隔的去中心化，这一去中心化过程也引导逐渐儿童形成准确的距离相等的概念。所以，这是支持儿童通过“直觉调节”解决问题的很好的一个案例。

至于玩偶路程的问题，调节机制（regulating mechanism）在这一问题中的作用甚至更为明晰。首先我们观察到，在玩偶离小汽车比较远的时候，即二者在视觉上不是紧密相邻的时候，儿童可以通过同化之前掌握的概念理解玩偶的速度守恒，也能理解它在相继运动上的每段路程相等。当小汽车在第三天或第四天到停下的位置上时，儿童重建玩偶之前的路程时就不再会受到小汽车的位置影响了，进而得出正确答案。反之，当玩偶离小汽车非常近的时候，并且玩偶的运动与小汽车相关时，即儿童必须在小汽车行进时重构玩偶的路程时，该阶段的儿童（甚至当他们已经明白小汽车每天的路程是相等的）就像阶段Ⅰ的儿童一样，将玩偶的终点放置到与小汽车终点有相同绝对差异（不是相对差异）关系的位置上，正如二者在路程起点处一样。换句话说，儿童只保持了小汽车和玩偶最初的绝对差异不变，却没有看到二者的距离差异是每天都在增加的。因此儿童表现出对玩偶的终点位置更多的直觉中心化，没有对经过的间隔进行去中心化。而其原因在于起初儿童并不认为他让玩偶每天行进的距离是越来越长的。然而，阶段Ⅱ的儿童随后由最初的直觉中心化开始，

进而出现了去中心化，而这一行为常常是自发产生或是在讨论中产生的。当玩偶每天运动的距离相等，或是当玩偶行进的距离超过小汽车的距离时，这一调节就会出现，而有时这一调节机制直接用来“改正（moderate）”现有的错误。如贝恩在开始时所增加的玩偶第二天的行进距离基本是正确的（而所增加的小汽车的距离要更靠前——并给出了正确的解释）。但是在第三天，贝恩在绝对差异的基础上，认为自己已经发现了正确的解决方法（“我总是让它走同样的距离”）。而正是这样的矛盾使贝恩找到了正确的解决方案。反之多尔却不断地在终点中心化（绝对差异）和间隔中心化之间徘徊，无法作出自己的判断。克拉的例子与贝恩类似。

在结合时间来评估距离的问题中，我们同样观察到了这些不同答案之间直觉性的（或调节性的）且未达到逻辑的（或运算的）本质。首先，除了发展最快的儿童（科拉），其他所有儿童，要么不认同终点的同时性，要么不认同同步时长的相等性，要么对二者都不认同。（特别需要注意的是克拉：“当你走得慢的时候，早上六点到晚上六点，一共走了 12 个小时，当你走得快的时候，早上六点到晚上六点，一共走了 13 个小时”；以及蒙：“玩偶的一天比小汽车的一天更短”）。即便他们能够直觉性地解决距离相等的问题，他们也还不能将其中的关系完全转换为时空关系。儿童克拉（如他正确回答出玩偶在第二天“走了和第一天相同的路程”）否认以速度相同的物体在同样时长内走过的路程相同，“它会更长或更短”，这种想法在他构想一小时有多长的时候就出现了，他认为一小时并不总是有六十分钟，根据这一时间段内发生的事情，“一小时可以有更多，有时候更少的分钟”。相反，在科拉的例子中，直觉调节最终到达了可逆运算的水平：刚开始儿童能够理解并明确表示，在相同速度下，两个不同的小时内经过的距离“都是相同的”，因为运动物体“经过的小时相等”。在此推理中新出现的是“相等的小时”这一表述，被儿童用在解决相继运动的时长问题上，由此可以看出，儿童认为相继时长是相等的。现在我们可以看出，恰恰是儿童通过概括化得到的相继时长中这种质性的可置换性（即互换性，因为“小时”这种单位是可置换），使儿童理解了相继运动的每个时间单位都是相等的，因为它们是可排列的。根据这一推理现象，儿童产生了两个相关的概念——时间相等和匀速守恒。当速度守恒是根据时间相等这一观念产生的时候（反之亦然），儿童就不再处于简单的直觉调节水平了，此时他已经达到了运算水平：这样看来科拉到达了阶段Ⅲ的临界点。

在继续对阶段Ⅲ进行分析之前，我们先思考了为什么阶段Ⅱ的儿童仍然不能解决运动半天的问题，也不能解决玩偶追上小汽车所需天数的问题。对于第一个问题，贝恩首先准确定义了什么是半天概念，接下来我们看到他在添加了一段玩偶运动一天的路程时并没有怀疑此刻自己已经犯了错（“我已经知道它是怎样运动的了”）。而在物体运动两天经过的距离问题中，他甚至增添了三到四个单位的路程长度！克拉

给出了一天路程的十分之八作为半天时间经过的路程；蒙和科拉也是这样做的。至于第二个所需天数的问题，所有儿童都因为直觉中心化而无法解决。但是，儿童为了计算时间同时表示剩余路程所画的图却非常有趣，它是阶段Ⅱ独有的前运算调节的一种图像表征。在这些图像表征中，有些表征来自于儿童对小汽车的路程的观察，他们的图画表示了每天小汽车经过不相等的路程，如果这些路程有的太长，儿童就会在下一段路程中减少小汽车路程的长度；如果一些路程太短，那么他就会增长接下来的路程。因此，每天路程的相等性就是儿童在两个方向上进行交替调节的结果，并在没有通过运算测量的情况下将实际距离转化为单位长度，且逐渐趋向于它们是相等的。在玩偶路程的问题上，以下这两类极端情况都出现了（天数问题在访谈的最后，因此只有之前所有问题都被儿童解决了之后才会问儿童这个问题的。参见蒙的例子）。在第一个例子中，儿童一开始正确地将玩偶的终点放置在小汽车路程一半的地方，但是在接下来的运动中，儿童受最开始终点间差异的影响，下意识地不再考虑物体经过的实际路程，因此每一次他会更容易地将玩偶的终点放在靠近小汽车的位置。这时儿童就会回到绝对差异守恒的情形中，甚至在一些时候，儿童会把玩偶的终点和小汽车的终点放在一起。所以会出现儿童随机猜测玩偶赶上小汽车所需天数的情况。在第二个例子中，儿童最初保持绝对差异不变，随后逐渐出现了对距离的去中心化，最终才能理解终点间的差异是相对差异。但在此时，儿童却又一次给出了错误的答案，因为这一系列回答都是根据其他原则开始的。在这两个极端例子中，我们都能看到儿童的犹疑不决。

综合来看，阶段Ⅱ的反应是直觉调节的典型例证，即通过渐进的平衡状态，最终达到了运算可逆性（科拉案例的结尾）。由于儿童否认同时性和同步性，所以他们不能基于距离与时间的关系理解速度守恒这一概念。因此，儿童首先通过直觉对终点进行中心化，但当儿童据此得到荒谬的结论后，他便依据实际的空间与时间间隔对其判断逐步进行了去中心化。儿童遵循直觉调节的原则，逐步使其预期的或建构的路程变为相等的，同时儿童也在逐步建构时间进程，进而理解了相继时长间的可逆关系，并通过对速度的时空关系的理解，使得对速度守恒的理解成为可能。最后我们再一次申明，从构成时间和速度的运算的角度来看，时间和速度是统一的。

第三节　阶段Ⅲ：速度的运算守恒，但不理解形式化的比例

对小汽车（亚阶段Ⅲa）和玩偶（亚阶段Ⅲb）半天路程的判断

阶段Ⅲ的儿童在小汽车和玩偶速度不变的情况下，能够独自为二者增加在相同

速度和时间下行进相同的距离，即为两个速度不同的物体在运动相同时间时增加相应的距离。此时他们掌握了同时性和同步性的概念，并从亚阶段Ⅲa 开始，在小汽车半天行程的问题中，他们甚至能（有时不需任何转化）理解 2 ∶ 1 这一比率。另一方面，在亚阶段Ⅲa，他们没能解决玩偶半天行程的问题，但这一问题本身已经包含了小汽车运动一半距离的情况（该问题中双重关系为1/2 × 1/2 ＝1/4）。但是在亚阶段Ⅲb，儿童最终解决了这一问题。尽管如此，无论是在亚阶段Ⅲb 还是在亚阶段Ⅲa，儿童都无法成功预测玩偶行进多少天的距离才等于小汽车在一定天数内经过的距离。

以下是亚阶段Ⅲa 中一些典型的例子，以中间反应的例子为开始：

皮耶（Pie，6 岁 6 个月） 同时性和同步性的理解正确。第二天小汽车和玩偶行进路程的理解正确。小汽车在第三天行进的路程太短，但是皮耶更正自己的答案后这样说：（路程必须是一样的）因这一天和另外一天是一样长的。他在第三天给出了玩偶一整个单位的路程，但是前几天的路程仍然存在不相等性。他补充道：这一定是错的，并更正自己道：我在看路程长度。无论是小汽车还是玩偶的半天问题他均回答错误。

塞（Ser，7 岁 9 个月）理解了同时性和同步性。在第二天，两个物体以与第一天一样的速度和一样的时长开始。它们将停在哪里？——（小汽车路程太长，之后自己修正）：噢！是的，与之前一样的距离。——玩偶呢？——（还是有点太长，之后进行了测量）。噢！不，还是一样的。——第三天呢？——（给出了正确的距离。）——如果小汽车只走了半天呢？——（正确。）——玩偶在一天内走了多少呢？——（指出）。——两天内呢？——（正确指出。）——半天内呢？——（错误：指出一个距离单元）。——为了与小汽车（半天）走得一样远，玩偶需要走多久呢？——两天。由此来看，除了最后两个问题，他都理解了。

尼克（Nic，8 岁 7 个月） 同时性和同步性理解正确。对第二天和第三天的两段路立刻就做出了正确的标记，毫不犹豫地准确测量出玩偶的路程：小汽车在半天时间内将会走多远？——（太长，之后变短了点。）——玩偶呢？——和之前一样：它走了一天的距离。——为什么？——因为它走了小汽车的半天的距离。——那么在一天内它会走多远？——（正确。）——在两天内呢？——三天内呢？——（正确。）——半天内呢？——噢，它仅仅走了一点距离（使路程更短，但是并是非精确的）。

至于玩偶要赶上小汽车所需要的天数，尼克画了幅画，来标记在相应终点间增加的距离差异，但是他还没有完全理解，所以也不能对此进行演绎推理：如果小汽车像这样走了三天，之后走了四天、五天等，玩偶追上小汽车所需要的距离一直是一样的，还是一直在变长，或者变短呢？——一直都会是一样的。

雷恩（Ren，8 岁 10 个月） 理解了同时性和同步性。第二天：小汽车的问题

回答正确，因为如果它的速度相同，那么它一定走了和第一天一样的距离。如果它在同样时间走了这么远呢（略微更长的距离）？——如果这两天它都走了同样的时长，那么它就走得更快——。那么玩偶呢？——（他指出的路程太长，但他立即修正了。）不对，它还是走了和之前一样长的距离。它们两个一直都以同样的速度行进（两个物体各自的速度守恒）。——接下来几天呢？——（完全正确。）

一个孩子 1 小时可步行 1 千米。那么他继续以同样的速度步行 1 小时会走多远呢？——他会继续再走1千米。——他是否会走得更远？——如果他的速度更快，距离就能更远。——但是如果是完全相同的速度呢？——那么，他只能走同样的距离。

那么，小汽车走了半天呢？——（给出一个目测估计值，然后准确测量。）这同玩偶前进的距离一样。——那么，玩偶在半天时间内可以走多远？——（指出一个距离单位。）——为什么？——哦，不，这样不对，因为玩偶的前进距离应该更短（但是他很难使距离缩短）。为了计算赶上汽车所需的天数，尽管他画出来了，但还是感到困惑，他认为小汽车 3 天的路程相当于玩偶 4 天到 5 天的路程。

杰奥（Geo，9 岁 10 个月）　在最开始，小汽车和玩偶的路程问题都回答正确。他找出了小汽车行进半天的路程，但是没有找出玩偶行进半天的路程：那么小汽车进行了一半的路程，玩偶能走多远呢？——……——你能告诉我吗？——不能。——那么小汽车到底比玩偶快多少呢？——……——五天内小汽车可以走多远？——（正确画出。）——那么玩偶呢？——（正确画出。）——那么小汽车的行驶速度是玩偶的多少倍？——……

与阶段Ⅰ和阶段Ⅱ相比，我们发现的新现象是儿童能够理解在相同的时间和速度下，物体所走的距离相等这一概念。这一运算的先决条件是儿童已经掌握了等时、等距这两个概念，也就是说，儿童能够完全理解起点和终点的同时性以及同步时长的相等性，并把物体经过的路程看作是从起点开始测量的一段间隔。现在，所有的儿童都能理解这些概念了，因此接下来实验的重点就放在路程长度这一方面，而不是在阶段Ⅱ中所讨论的这一点的发展上。在处于过渡阶段的皮耶的例子中，这一点已经非常清晰。他在解释这一方法的原理时说道："我看的是路程长度"，而在说明其背后的原则时说道"这是因为这一天与另一天是一样长的"。在本阶段的一些毫无争议的案例中，儿童是用明确的推理运算而非经验方法得出问题的答案，雷恩表示："小汽车在等速的前提下，必定会行驶出同前一天相同的距离。"而解决随后的问题 1 和问题 2 中，阶段Ⅲ的儿童已经能够轻松解决小汽车与玩偶各自路程的问题了：就是此时，儿童有了匀速守恒及比率守恒的概念。

那么，这种守恒运算的本质是什么？换言之，从阶段Ⅱ的直觉调节之后，是什么思维机制使得阶段Ⅲ的儿童有了守恒的概念？我们观察到的事实就是，在相继不同步的运动中，儿童理解了两个时间单位的相等性。事实上，儿童对相等时间单位

的建构意味着物体运动所用的时间相等并且它们匀速守恒。守恒在此处表示相等的相继时长（等时性）以及之后物体运动所用的时间相等。这种相继和相等时间单位的概念在别处已被证明是成立的[①]。一方面，儿童可以根据加法运算、相关运算和可逆运算对同时性以及同步时长等值性进行详细阐述，虽然它们的组合仍然是质性的（系列化，“嵌套”或包含），但是这些组合使同质时长的建构为一些同时感知到的运动所共有。另一方面，运算可逆性是同步等时运算建构的必要条件，这意味着，一旦完成第一个建构，它便会由两个相继时长的概念扩展为同时发生的；实际上，这种思维的运算可逆性使得事件的顺序和时间的进程得以逆转，因此使儿童将同步运动转换为相继运动，或者将相继运动转换为同步运动变为可能：此时运算同步性就被拓展至了运算等时性[②]。然而，这一过程（即同步性转为相继性）需要儿童在当前思维水平的基础上复制已知外部运动以及相等时长。如果同步性源于质性分组，那么等时性则需要建构一个可重复的单位，即源于对最初质性运算的概括化（“嵌套”的分部和位置改变的融合）。这也就是为什么同质时长（即为所有已知同时现象所共有）基本上是定性的，而相等的时长（相继时长可能相等）是可测量的。此外，还有证据表明，因为等时性包含任一已知运动的重复，或者在同一运动中相等距离的重复，因此等时性暗含着守恒。因此，匀速运动的守恒与相继的时长单位（即相等的时间）紧密相连：匀速守恒和相继时间单位的建构实际上构成了同一运动进程中两不可分割的方面，而时间本身就是运动与其速度的协调，所以这种现象是很正常的。

因此，皮耶在阶段Ⅲ刚开始的时候就说出了最基本的事实——“这一天与另一天是一样长的”这一等时性原理。而他所发现的等时性潜在地包括了匀速运算守恒。而这也正是雷恩从每天时长的相等性中推理出的结果——如果一个运动物体在速度不变的情况下运动同样的时间，那么它“肯定行进同前一天相等的距离”。

当然，这些推理始终都依据这一观点——相继时长相等意味着速度守恒，而对这一守恒的证实意味着要基于等时性对时间进行测量。因此我们必须承认，作为对纯质性运算进行分组的结果，在这两种测量运算中，儿童可以得出匀速守恒的结论，即在给定时间内行进了一定距离的物体，如果所有条件均不发生改变的情况下，则它在相同时间内运动的距离是相同的[③]。因此只有当重复这些时间和距离时，运算才变得可测量化。

因此，通过对相继时长和相继路程运算的拓展，儿童建立起了质性的相等性，

---

①《儿童时间概念的形成》。

② 处于阶段Ⅱ的儿童多尔在缺少运算机制的情况下，不能从直觉同步性转化到等时性（构造时间的相等单元）。

③ 没有必要强调看到用自身速度重复运动的可能性的能力这一事实，这绝不意味着儿童已经可以大体上理解匀速守恒，正如惯性理论一样。

并理解了匀速和相等时长的概念，这一拓展运算是基于双重（一方面关注时间，另一方面关注距离）质性可逆性而建构的，在这之后，儿童就能发展出匀速守恒的测量系统了。

但如果该阶段的儿童是以实现运算的方式形成了速度守恒的概念，那么其所包含的运算仍然是具体化的，而不是形式化的。我们发现，即使儿童能够指出小汽车在半天内到达的地点，他还是没法指出玩偶运动半天的终点在哪，似乎对小汽车行程的一半进行运算之后再对玩偶进行同样的运算是非常困难的。另一方面，儿童经验性地观察到，玩偶与小汽车之间的距离随着每天运动的结束都在不断增加。即便如此，他们还是不能预测两者间的距离是否会持续增大（问题 3）。如尼克的回答，他认为距离"始终都是一样的"。最后，尽管我们不断重复试验，儿童还是不能用公式表示问题 5 的答案（在相同时间内，玩偶行驶距离是小汽车行驶距离的一半）。因此这三个儿童无法克服的困难，或至少是后两个困难，将具体运算与形式运算区分了开来，并进而又产生了一个新的问题，而这一问题将在验证儿童亚阶段Ⅲb 中的反应时再次出现了。

在亚阶段Ⅲb 中，儿童取得唯一的进步就是，他们将小汽车在半天内运动的距离推广到玩偶的路程问题上：

伊尔（Gil，8 岁 1 个月） 问题 1 和 2 是正确的。如果他们同时运动一周，那么玩偶能否追上小汽车？——小汽车在前面，玩偶离得很远，不可能追上。——它们每天行进的距离是否都是一样的？——如果加速，那么距离也会更长；若保持同一速度，那么距离仍是相等的。运动半天后，小汽车能走多远？——（正确。）——玩偶呢？——（正确。）——小汽车在这里，玩偶需要多久才能追上小汽车（距离小汽车 1.5 个单位长度值）？——一天半的时间（错误）。——在第三天后，我们问他：你现在看到的玩偶与小汽车之间的距离，明天这个距离是跟现在一样，还是会变大或者缩短呢？——这个距离始终一样。——为什么？——因为它们始终运动同样的距离。——那么，指出第四天的时候它们会运动到哪里？——（正确。）——这距离和昨天一样吗？——距离变大了。——为什么？——小汽车速度加快了。——那么第五天两者的差距呢？——会缩短一些。——为什么？——（他画了一个图。）不，会加大。——那么第六天呢？——距离一样。——为什么？——不，距离会再加大一点，因为小汽车速度又变快了，而且两者之间的距离会越来越大，因为小汽车总是更快。——玩偶需要多久能走完小汽车四天走的路程？——玩偶需要六天。——一天之内的呢？——需要两天。——两天之内的呢？——三，不，要四天。——那么三天内的呢？——六天。——四天内呢？——那就需要十天了。

伊（Iea，8 岁 7 个月）对半天距离的问题也正确回答。你看到玩偶和小汽车运动之间的距离了吗（我们向他指出第三天二者之间的间距）？它们明天会保持

一样的距离，还是会增大或者缩短差距呢？——它们会保持一样的距离。——为什么？——因为明天它们还是会保持和今天一样的速度继续运动。——看看第四天的记录图，它们都在哪儿？——（他正确地指了指图。）——那么它们之间的距离呢？——仍然一样啊。噢！不，距离变大了！

埃德（Ed，9 岁 1 个月） 在一阵犹豫之后还是正确回答了前四天的问题（问题 1 和问题 2）。之后的日子里，玩偶和小汽车之间的距离还会保持一样，还是会增大或者缩短呢？——保持一样。——为什么？——因为他们都走了一天。——看看这四天都发生了什么吧！——噢！不！距离增大了，因为小汽车的速度更快！距离不断被拉开，小汽车始终在前面，而玩偶被远远落在后面了。——那么第四天，距离会有什么变化呢？——还是一样。——过来看看。——噢！距离还是被拉大。——第六天呢？——距离会更大。

玩偶和小汽车运动半天的距离都回答正确了。那么，小汽车多走出的距离（两天内）玩偶需要多久能走完？——一天（一天内所走的距离）多一点儿。——那当小汽车走到此处（第八天）玩偶能够走到哪里？——（必须通过画图将路程一天一天的画出来并得出经验性的答案。）

特尔（Tel，9 岁 6 个月） 距离正确。看图（第三天），它们之间有很大一段距离吗？——是的。——那么明天呢，距离会被拉大，保持现状，还是缩短呢？——这段距离始终相等。——为什么？——因为每天行走的距离都是一样的。——看图。——噢！距离变大了！因为小汽车加速了，而玩偶走得很慢。——那么第五天呢，距离会更大，还是不变呢？——或许会加大。——看。——距离加大了，因为玩偶才走了一半的距离。他看起来已经找到了规律，但是当我们问他玩偶需要多久才能追上小汽车四天所走的路程，或者十天等，由于缺少经验的建构，而且忘记了 2 ∶ 1 的比率，儿童无法给出答案。

马尔（Mar，10 岁 7 个月） 同样的反应。已经发现了玩偶需要六天的时间来完成小汽车三天行进的距离，却无法将其推广到五天内和十天内二者之间的距离关系。尽管他已经观察了实验，但是仍然认定二者之间距离的差异是恒定的。

我们可以看出，这些儿童和亚阶段Ⅲa 的儿童一样，他们通过从速度和时间概念中所推导出的相继运动路程相等，进而使速度在运算上保持恒定。伊尔说，“在相同的速度下，它们运动的距离相同”。这些儿童的进步之处在于，他们可以很快确定半天时间内玩偶运动的距离，而不像之前的儿童只能推断小汽车运动半天的距离。但是，他们既无法预测出玩偶和小汽车终点之间的距离是否会有规律地增加（问题 6），也无法计算出它们的路程之间是 1 ∶ 2 的比率关系（问题 5）。

8 到 10 岁的儿童对问题 6 的回答（从延时理论的角度来看十分有趣）又开始重复他们在阶段Ⅰ和阶段Ⅱ中所犯的错误，而当他们实际建构出玩偶与小汽车的连续路程后，这些错误就不再出现了。他们坚信在两个物体停在终点时的它们之间的绝

对差异是一定的，但通过他们大量的观察和反复试验之后，儿童才可以预测到距离差在增加（尤其是伊尔和埃德）。在小汽车和玩偶的距离是 2 ∶ 1 的比率关系的情形下，儿童虽然能够分别正确地推理出两个运动物体每天行驶的距离和它们行驶半天的距离，却无法根据同样时间内小汽车运动的距离是玩偶的两倍这样的关系找到两者之间的规律。而且，每一个儿童都发现了两个运动物体距离之间的比率关系，比如特尔，在说到两个运动物体同时停下时所在的终点间的距离时表示它们之间的“距离会加大，因为玩偶只走了小汽车一半的距离”。但是当我们回到玩偶需要多长时间才能走完小汽车 n 天内经过的距离时，他们却无法给出 $2n$ 天与 n 天成简单的倍数关系的答案，而是根据经验犯了非常严重的错误（见伊尔、埃德和特尔）。

儿童的这些行为是很容易解释的。为了解决速度守恒的问题，儿童必须具备具体运算能力：儿童从物体运动相同的时间可以推到物体会经过相同的距离，也就是说儿童不再仅仅考虑物体的终点，还要考虑它们的起点，以及起点与终点之间的间隔（距离间隔和时间间隔）。儿童必须要解决三个难题才能理解速度守恒。这三个难题分别是：（Ⅰ）玩偶以小汽车的速度走半天的路程。（Ⅱ）运动物体终点之间的绝对距离，且该距离在已有建构的基础上还会持续增加。（Ⅲ）路程 1 ∶ 2 的比例关系，除了简单的具体运算之外，还需要假设演绎运算，即形式的，建构的，类似于第九章中外延的或测量性质的命题。

在研究半天路程的例子中，其中最简单的一种例子就是玩偶会像小汽车一样在半天内走一半的距离，所以这一问题可以通过推理（设小汽车所走的路程 = 1，玩偶走的路程为 ½，而 ½ × ½ = ¼）或是通过经验解决。儿童是根据二分法这种经验性的方法解决问题的，而不是对命题进行推理解决问题的，我们得到这一结论的证据是儿童在解决半天问题时分两个阶段：在亚阶段Ⅲa，儿童解决了小汽车半天行程问题；在亚阶段Ⅲb，儿童解决了玩偶半天形成的问题。至于问题 5 和问题 6（1 ∶ 2，绝对差异的增加），儿童只能通过形式的方法解决。如果仅仅是回顾的问题，则一旦儿童完成建构，他便可以通过具体运算来解决。但如果是预测的问题（也就是后来提出的问题），儿童就需要依靠推理来建构未来的运动了，即通过假设推理来建构比例运动。所以我们又发现了第九章与第七章相比较的结果：正如相继运动的速度被定义为不同时间和不同距离之间的关系一样，对相继运动的速度的建构已经超出了具体运算的范畴（但适用于同步运动）。由此可见，对两个未来运动的比例的预测就暗示着假设演绎运算的出现。而分别预测两个运动的后续路径则说明具体运算的出现。当前已知运动的后续路径问题实际上只包含了一个系统，而未来运动的比例问题，即只能进行心理建构而不能在实际中建构的问题，则涉及形式比例的问题。而这一原因在于这一问题与另外两个独立的系统相联系 $D_1/D_2 = ½$ 以及 $(2D_2 - 2D_1) > (D_2 - D_1)$，其中 D_2 为小汽车运动的距离，D_1 为同样时间内玩偶运动的距离。

第四节 阶段Ⅳ：对匀速运动速度之间的比率以及比例的形式运算的推论

结论

阶段Ⅲ的儿童能够通过具体运算由时间和速度的相等性推出相继路程的相等性。因此该阶段的儿童可以通过渐进协调把两个运动的终点分离出来的方式，并分别以其不同的速度建构这两个移动物体的运动；所以在完成建构之前，阶段Ⅳ的儿童可以通过形式运算预期到逐渐增加的运动物体终点间的距离，以及两个物体运动距离之间的恒定比率。阶段Ⅳ开始的平均年龄为10到11岁，但在比例问题中，一些特殊的早期行为或许会在9岁甚至8½岁的儿童身上表现出来。

雷（Ray，8岁6个月） 同时性和同步性理解正确。第二天的路程理解正确。第三天小汽车只走到了中午呢？——那么它就走了一半路程。——玩偶也走到中午呢？——我要拿测量卡测玩偶的路程，并且找到一半是在哪里。——现在看看小汽车需要走多久才能到达玩偶三天内走过的距离？——一天半。——那如果是这样（六天）或这样（八天）呢，你能告诉我吗？——少一半。——为什么？——小汽车走了这么远，所以玩偶是它走的一半。——第三天它俩之间的距离有多远呢？——那么远。——之后几天呢？——它将保持不变……噢，不对，距离不再相等，因为小汽车走得更快。距离一直在增长。

拉恩（Lan，9岁6个月） 所有路程，包括半天的路程都理解正确。之后一天小汽车和玩偶间的差异将会相等吗？——会变得更大。——为什么？——小汽车走得更快，并且它总是走同样的距离，玩偶走得更慢，它也走同样的距离。——这两个路之间的差别是什么？——一个是另一个的一半。——小汽车走了十天经过这么长距离，玩偶走这么远需要花多久时间？——二十天。——那么如果距离是在这呢（之前距离的一半）？——十天。没有错误。

尼恩（Nin，10岁10个月） 路程理解正确。它们二者间的距离一直保持相等吗？——不，一直变得更大。——小汽车到这里需要花几天？——两天。——玩偶呢（没有看）？——它需要四天。——你怎么知道的？——我解决了这一问题：玩偶一直是小汽车的一半。

劳尔（Laur，11岁4个月） 路程理解正确。在第三天，两个运动物体间的距离是增加还是保持一致？——保持一致。噢，不对，根本不是：它们间的距离每天都会增加，因为小汽车走得更快。——玩偶需要多久能达到这个距离（小汽车六天行进的距离）？——（他开始参考图画，但是从第二天开始，答道）：十二天，

因为玩偶每天走的路程是小汽车的一半。

这是儿童发展速度守恒概念和速度比率概念的唯一方式。在我们试图解释整个发展过程之前，让我们看看这种方式是怎样与第七章和第九章中的结果结合起来的。

在这一发展过程中，有两个问题干扰了阶段Ⅰ和阶段Ⅱ（直到7到8岁）的儿童对问题的解决。第一个问题是针对速度较快的运动物体（小汽车）来说的，儿童混淆了每天距离的相等以及总距离依据终点位置不断增加这两件事，他要么简单地得出结论，即物体每天会向前移动更远的距离，要么认为运动物体每天会走的距离会更长。因此儿童还无法区分终点顺序和间隔长度之间的区别。第二个问题是，儿童在评估两运动物体速度之间的差异时，通常是通过它们终点间的差异来判断的，儿童要么把速度差异看作是近似恒定的常量，要么把它看做是完全恒定的常量（先于相对差异而存在的绝对差异）。阶段Ⅲ（阶段Ⅱ的直觉调节已经为其做好了准备）标志着儿童的判断不再是根据对终点的最初直觉的中心化进行了。在获得可逆性的过程中，时空运算（spatio-temporal operation）让儿童认识到第二天的时间单元与前一天的一样长，所以他会认为以相同速度经过的距离同样也是相同的，就是这样速度守恒逐渐成为运算化的形式。本章儿童从阶段Ⅰ到阶段Ⅲ的发展过程与第七章所描述的相同：儿童最初只通过运动物体的终点对速度间的差异进行评估，之后儿童通过对终点的空间排列将距离与时间进程区分开来。同时，儿童通过对超越格式进行概括化进而将速度以运算的方式概括为经过的时间与距离之比。当在这一建构完成后，儿童才有可能理解匀速守恒这一概念。这一守恒概念仅仅是在先前建构上的后续测量建构，而先前建构本身既是质性的，也是测量的。

在第九章中我们提到，在相比较的两个运动等时不等距（或等距不等时）的情况下，儿童对速度的理解又会出现一些困难，而在运动的时间和距离都不等的情况下，尤其是在运动时相继运动而不再是同时运动的情况下。当出现这些新的状况时，建构速度的比率关系就只能通过形式运算而不再是具体运算推理得出了，尤其是比例关系中的形式比例必须以形式的方式进行建构。为了达到这一目的，出现了两个新的亚阶段：在亚阶段Ⅲa，儿童不能理解在等距不等时的情况下（或等时不等距）相继运动的速度概念；在亚阶段Ⅲb，这个问题在相继运动中（源于阶段Ⅲ的最初，见同步运动的例子）得到了解决，但在亚阶段Ⅲb儿童还不能正确理解时间和距离都不等的情况下的速度概念。最后，10到11岁的儿童步入了阶段Ⅳ，此时他们能理解假设演绎水平下的比例概念的形成，而即使是在时间和距离都不相等的情况下，他们也能比较相继运动中的速度。

值得注意的是，儿童在解决速度守恒的问题时也有相同的反应。事实上，处于具体运算亚阶段Ⅲa的儿童，不仅能在一个速度是另一个速度两倍的情况下保持两个运动速度的守恒，而且还能指明运动较快的那个物体在半个时间单元内（小汽车的

半天时间）走过的路程。但奇怪的是，儿童不能对较慢的运动物体进行同样的运算（简单的减半问题）。这样的差别让我们很吃惊，但将这些在与第九章的结果相比较时，儿童为何有这样的差别就不证自明了。如果只是单独预测较慢物体（玩偶）在半天或者半个时间单元内行进的距离，儿童不会有任何困难。儿童无法做到的是小汽车半天内走了一半距离的情况下，找出玩偶在同样时长内走过的距离。换句话说，我们确实把这一问题变成了在相继运动中两个物体相同时间内经过不同距离的问题。因此根据第九章的结果我们预测处于亚阶段Ⅲb 的儿童可以解决这个问题，这一预测恰好符合了之后我们的发现。而在一整个时间单元内小汽车和玩偶经过了多长距离这一问题对儿童来说是更加简单的，因为对这两个运动物体来说，它们每天经过的路程是与它们之前走过的路程相比较得到的，从这点来看，即便在相继运动的条件下，运动的时间和距离也是分别相等的。

对于亚阶段Ⅲb 的儿童而言还有两个终极问题尚未解决：一个是速度不同的两运动物体终点间距的差异恒定增加的问题，另一个是两个运动物体路程比率是 1 ∶ 2 的问题。在这两类情形中，即使时间是相等的，每次仍然有四个成比例的不等的距离[①]。对于儿童来说，理解两运动物体的连续终点之间的距离是有规则地增长的，实际上就是将从起点开始计算的两段路程看作是 1 ∶ 2，2 ∶ 4，3 ∶ 6 等比率关系，运动物体终点间距是随着 2 － 1 ＝ 1，4 － 2 ＝ 2，6 － 3 ＝ 3 的差异而不断地增加。另一方面，如果儿童要理解两运动物体行驶距离比率永远是 2 ∶ 1 的话，实际上就是要了解比例 1/2 ＝ 2/4 ＝ 3/6 。简而言之，在这两个问题中，每个问题都存在比例关系，因此依据比例，这里出现了四段不同的长度：玩偶与小汽车的部分距离与整体距离。显然，以预测未来路程的方式解决这两个问题，就意味着建构了形式比例的运算系统中的假设演绎推理的参与：因此出现了新的不同的运算，不同于先前解决的相同问题的连续组合的方式。简言之，这两个问题的通用解决方式都是形式的，因为它需要儿童有比例意识，即次级运算（secondary operations），而路程的渐进建构只需要具体运算，所以比例格式不是建构路程的先决条件。换句话说，形式运算的解决方式来自于儿童对具体运算建构的反思，这就是为什么儿童在阶段Ⅲ（亚阶段Ⅲa 和Ⅲb）和阶段Ⅳ出现的同样的问题中，尽管两个问题在逻辑上完全一致，但其解决方式在两个阶段的出现时间会有延迟；所以在这一过程中我们又一次看到“形式运算”变成了“具体运算”，也就是从经验组织水平转化到命题水平的过程，即转化为基于其他基本运算之上的运算，其蕴涵也发生了相应的转化。

因此在阶段Ⅳ中儿童以形式运算为解决先前问题的方式，一方面标志着新运算的出现，而另一方面这一运算过程直接重复了阶段Ⅲ具体运算水平下完成的建构。这是典型的纵向发展时间延迟（从具体到形式）的例子，类同于儿童智力发展阶段中

① 此处指两个物体的整体距离和每段距离。——中译者注

大量出现的现象。这一时间延迟不仅拓展到运算解决方式的出现——7 到 8 岁的具体运算解决方式和 10 到 11 岁的形式运算解决方式，还涉及在它们前一阶段起奠基作用的直觉调节。事实上，我们看到在阶段Ⅱ，儿童对终点的最初中心化是怎样进一步产生了逐步的去中心化，并将直觉与调节系统连接起来为具体运算做准备的过程。现在，在阶段Ⅲb 中，虽然儿童仍不能解决与形式比例相关的问题，但是我们又一次发现了与终点相关的类同的去中心化，这致使儿童在同样的直觉调节中摇摆不定：当对终点间的绝对距离在未来路程中增加予以否认时，亚阶段Ⅲb 的儿童事实上仍然无法通过新实验解决问题，因此才会有伊尔这一类型的反应（第三节）——预测一段距离时要么“只是短一点”，要么“只是长一点”。因此，一般来说从亚阶段Ⅲa 到亚阶段Ⅲb 再到阶段Ⅳ的发展，只是重复了从阶段Ⅰ到阶段Ⅱ再到阶段Ⅲ的发展，这一发展与我们在第七章和第九章观察到的与速度关系的实际建构是平行的。

第十一章　匀加速运动

在我们已知的关于速度守恒的研究中，儿童在一定程度上也涉及了关于加速度的分析。事实上，对速度均匀性的进一步发现，尤其是不同匀速运动间的比率守恒，进一步详细说明了具体运算和形式测量运算。而正是这些运算使得匀加速概念的获得成为可能。这正是我们现在将要研究的。

第一节　方法与一般结果

在儿童的研究中，最简单的研究情景就是在斜面上的加速运动。首先给儿童一个白板，当作被雪覆盖的公路，白板上有一个球在滚动。基本问题（问题 1）是，球（或雪橇）如何到达白板底部以及它是否一直保持同样的速度。如果儿童能明白这一问题（对加速度的一般概念儿童几乎是普遍理解的，这使得实验得以继续，但这不意味着儿童对时空比率能进行预期），就向儿童展示一幅图画，一个小孩在均匀坡度的斜坡上滑雪橇。用小旗在斜坡等距的地方（四个间隔）进行标记：问题 2 是，找出在哪个间隔上雪橇的速度最大，以及从一个间隔到另一个间隔速度是怎样变化的（变得更大，更小，或是相等）。该问题之后回到白板问题，我们在相等间隔上插上小旗（还是像图画一样是四面小旗），提出问题 3：滑雪橇的人滑过第一个间隔需要多久，那么第二个、第三个和最后一个间隔分别需要的时间是多少？最后是问题 4：滑雪橇的人再次滑下斜坡，但是这次他手中有一只手表，并且每分钟（或每 3 分钟或 5 分钟，视儿童期望而定）他向轨道边上的观众喊“嗨”；每喊一声“嗨”就有一个观众插一面三角旗，此时的问题就是找出三角旗之间距离。问题 3 关注于相等距离下所花时间的减少，而问题 4 关注于相同时间内所经过的距离的增加。

65 名儿童参与了实验（24 个女孩，41 个男孩，年龄范围为 5 到 14 岁），通过实验我们可以建立与速度守恒相关的如下阶段。在阶段Ⅰ，儿童没有匀加速的概念，仅仅可以理解匀速守恒的概念。在阶段Ⅱ中，儿童表现出匀加速的直觉性概念，但

是不能将其转化为时间和距离的关系，即转化为速度的运算关系。在与相等空间间隔所对应时间的问题中，他要么认为因为距离相等所以这些时间也是相等的，要么他将时间的增加转化为速度的增加。至于同等时长下经过的距离，儿童要么认为它们是相等的，因为它们所花的时间相等，要么认为距离变得越来越短，因为它的速度更快了，后者的答案令我们感到奇怪。在阶段Ⅲ，起初这一错误仍然存在，因为连续加速表明了相继运动下相等时长不等距离或相等距离不等时长间连续速度的比较（不同于时间距离相等的相继匀速运动），并且表现出类似于形式比例的机制，但之后儿童在进一步的实验和直觉调节中发现了问题的解决方式。最后，在阶段Ⅳ（平均出现年龄为 11 岁），儿童可以基于运算理解加速度的概念，在某种程度上，它是连续且规律的，无论它被转化为匀加速度的形式（一个时长单位到下一个时长单位的长度差异恒定，或一个距离单位到下一个距离单位的时长差异恒定），或是差异逐渐增加的形式。除去涉及这一最后解决方案的物理误差，它的运算结构与第一个是在同一水平上的。

第二节　阶段Ⅰ和阶段Ⅱ：无加速的减速作用和直觉加速度

在大多数例子中，儿童根据其自身经验已十分熟悉加速度这一概念。他们滑过雪橇，骑过自行车（骑自己的自行车或是坐过他们父母的自行车），在斜坡上滚过球和弹珠等。他们将加速度称为运动物体在运动中聚集的速度的爆发（elan）。但是就像我们在上一章中所看到的，尽管儿童确实知道实际生活中匀速运动（火车、汽车等在启动后的加速运动之后，到停止前的减速运动之前）的存在，但是他们不能用相等距离表示这一匀速性，所以，我们在接下来的实验中所提到的儿童被试无法将加速度的经验表述为运动物体越来越快，或者在运动中简单地将加速度表述为“更快”。以下是这一初级阶段的两个例子：

皮耶（Pie，5 岁 6 个月） 向他展示白板，你滑过雪橇吗？——是的。——看看这个向下的小斜坡，还有这辆小雪橇。在这个斜坡上，雪橇的速度是一直相等，还是在顶端最快，还是中部最快，还是在底部最快呢？——速度一直相等。——为什么？——它一直都在向下走。——没有它走得更快的地方吗，在顶端还是滑到底端的时候？——有，在顶端。——为什么？——它以速度的爆发开始。——这是什么意思？——当你走得很慢之后变快。——那么在斜坡上什么时候速度最快？——向下运动的时候。因为不需要向上走。——是的，那为什么在下坡的时候会加速呢？——因为获得了速度的爆发。——为什么会这样？——为了走得更快。——那么什么时候获得最大速度，在斜坡顶部，底部附近，还是一半位置

呢？——在顶部。——为什么？——因为最开始你没有运动，之后你达到速度的爆发。——是的，但是在哪里雪橇走得最快呢，顶部还是底部？——速度一直相等。——但是它在哪有最大的速度？——顶部。——在哪里走得最努力？——每一处，最开始是顶部。

萨姆（Sam，6 岁 11 个月） 你有雪橇吗？——没有。——自行车呢？——有。如果你骑车冲向下坡，你的速度一直是一样的吗？——在我开始的时候更快。——给我看看（从窗口）你知道的山。——那里（指出靠近学校的一个陡坡）。——当你骑车冲向下坡时，你是在哪速度更快，山顶还是山底？——速度一直一样。——看这个小球（让小球滚下白板），它在哪速度最快？——顶部。——再看一遍。——中部。

我们无须困惑于这些案例。很明显，在这一阶段，速度仍被儿童简单地理解为与终点的顺序直觉相联系的有关超越的直觉，而非所经过的时间和路程的关系，加速度仅被儿童理解为冲力[①]或短暂而强烈的施力。然而，这样的冲力直觉是比较主观的或自我中心的：它是由肌肉，或运动觉，或物理印象组成的，并且决不会与递降的外力相联系，例如重力。这已在另一个研究（《儿童的物理因果性概念》，第四章）中得到证实，溪水不会因为自身重量而向下流去，但是一般会因为受到外力刺激而流向湖水等地或低洼地区。这一相同观点在此又得以见证：速度的爆发，即冲力，即使物体向下运动的力，对小孩来说是因为个人主动努力产生的，而不是被动形成的。因此，最开始在斜坡顶部的冲力更大，因为与先前的静止状态相反，此时表明了物体有要运动的意图；而在速度的问题上，儿童要么认为其速度是一直保持相等的，也就是说对于儿童来说这一问题与之前的匀速问题并没有区别；要么认为其速度取决于冲力，因此萨姆的评判为："在我要开始的时候更快。"所以没有问这些儿童之后的问题 3 和问题 4。

另一方面，阶段Ⅱ的儿童以倾斜的加速度作用的基本经验性直觉为特征。因此与完全的个人冲力的直觉相比，这种可以清晰表述的直觉的自我中心程度更低，并与更易分化的行为经验相联系。这种直觉通常是不完整的：加速度既不是持续的，也没有规律（从一个间隔到下一个间隔的速度比率将以如下形式呈现，例如 1 ＝ 2；且 2 ＜ 3，或是 1 ＝ 2；2 ＜ 3 且 3 ＝ 4）。有时这些直觉是正确的，也就是说，仔细看的话，每一间隔的运动比前一间隔的运动更快（1 ＜ 2；2 ＜ 3 且 3 ＜ 4）。但是，即使在最后的例子中，也没有出现时间与经过距离之间的相关，并且，所涉及的关系仅由"更快"或"更大的冲力"或"更慢"组成。此外，从阶段Ⅱ开始，有两类反应在阶段Ⅲ再次出现。

根据第一类反应，相等路程对应的时间相等，反之亦然：

① 冲力指速度的爆发。——中译者注

贝尔（Ber，6 岁 8 个月） 问题 1：小球在靠近坡底的地方更快。在顶端更慢，因为它只是刚开始运动。

问题 2：雪橇的速度一直相同吗？——不，最开始它走得慢，最后更快。——那么在 2 和 3 位置呢？——速度相同。——那 1 和 2 位置呢？——第 1 个位置比第 2 个位置更慢。

问题 3：时间相同。问题 4：我们每 1 分钟插一面旗。我们将会看到什么样的距离长度？——每分钟距离长度相等。

根据第二类反应，由于基本关系（更快更多时间），相等路程对应的时间恒定增长，但有趣的是，因为一个物体速度越快则走得路程越短，所以儿童直觉地认为相同时间对应的距离越来越少（已在第六章学习过）：

达尔（Dal，6 岁 7 个月） 问题 1 和问题 2：它在坡底更快，因为它向下走的时候积累了速度。间隔速度：4 ＞ 3；3 ＞ 2；2 ＝ 1。

问题 3：1 分钟，2 分钟，3 分钟和 4 分钟。——为什么？——因为它一直走得很努力。——你在跑的时候比你走路的时候速度更快吗？——是的。——那你需要花更长还是更短时间呢？——更长时间。

问题 4：达尔画出越来越短的间隔。——为什么？——因为速度更快。——但是如果它走得更快，你为什么画出更短的距离？——因为它会更快结束。

米克（Mic，6 岁 10 个月） 问题 1：当你滑雪橇时，速度一直是相同的吗？——在中间的时候很快。——为什么？——因为我聚集了动力。——你在哪速度最快，底部还是中部？——底部最快。底部动力更多。问题 3：到第一面旗需要多久？——2 分钟。——那从第一面旗到第二面旗呢？ 3 分钟。

问题 4：我们每 3 分钟插一面旗。米克画的间隔越来越小：当你速度快的时候经过的距离跟速度慢的时候是一样的吗？——距离更短。——那么当你跑的时候，你能跑多远呢？——我跑的越多，离终点越近（参看终点顺序与总路程的混淆），我经过的距离越短。——当钟表显示 3 分钟的时候（第三个间隔），雪橇的速度是一样的吗？——更快。小女孩会走得越来越快。这里所有的时间是相同的数目（分钟数）。——距离也是相同的吗？——距离更短。

看：我在桌子上（食指）拍 10 秒。现在，我将再拍另外 10 秒，但是速度更快：那么我拍得次数更多还是更少？——如果时间相同，你就不会拍这么多次。如果你拍得更快，就不会拍这么多次数。——看（实验）。——次数更多。——现在我走 10 秒。如果我走得更快，我走过的路程应该更短还是更长。——你会更快走完（！）。所以是更快完成："越接近终点" ＝ "距离更短"。

暂时没必要强调上述两种反应，因为在与另一个相继不同步的速度相比较时，这些反应将会在整个阶段Ⅲ再次出现，而这便是等时不等距或等距不等时状况的一个问题。

第三节 亚阶段Ⅲa：无时间－距离精确关系的加速度的清晰表述的直觉

在问题1和问题2中，处于这一水平的儿童就像之前一样，认为物体下行时速度是增加的。这种想法变得更持续且更有规律。至于问题3和问题4，我们再一次在同步运动与相继运动或同一运动物体的相继部分的判断上发现了分歧：尽管阶段Ⅲ的儿童实际上掌握了第一种情景下的时空关系，但是他们还不能将这些关系应用于加速度的概念，他们对加速度的理解便与阶段Ⅱ的儿童一样（参见第七章和第九章，无论运动是同步的还是连续的，亚阶段Ⅱb和亚阶段Ⅲa反应之间均存在相同的时间间隔）。在这种联系下，我们再次发现第二节中已经区分了的两类回答。

第一种反应的儿童，尽管存在加速度且相同时间对应的距离相同，他们仍然认为相同距离就对应相同的时间：

拉恩（Lan，8岁4个月） 问题1到问题2：在底部更快一点。——为什么？——因为它正向坡底滑去。——它一直都是这样吗？——是的，但是它在坡顶更慢一点，因为那时候它才刚出发。

问题3：第一个间隔？——5分钟。——第二个呢？——时间相同。——为什么？——它们是相同的长度。——但是第二个间隔更快？——是的。——那么这里（第三个间隔）呢？——仍然更快。——多长时间呢？——还是5分钟。

问题4：他在等距的地方插下小旗。因为时间一直是1分钟。

内尔（Nel，8岁8个月） 问题1到问题2：最开始慢，因为你才让它（小球）走，之后变快，因为那时候它已经走了一会儿了。间隔之间的速度比率：间隔1＜间隔2＝间隔3＜间隔4。

问题3：第一个间隔：——1分钟。——第二个呢？——一样。——为什么？——因为距离相同。——但是第二个更快？——是的。——那时间相同吗？……第四个呢？——还是1分钟。

问题4：他选择5分钟为间隔时长，并画了对应于该时长的四个相等的间隔——它们都相等？——是的。——为什么？——因为5分钟很长了。——顶部和底部速度一样吗？——不，顶部更慢，因为它才刚开始。——所以顶部走过的5分钟距离与底部走过的5分钟距离是同样长度吗？——是的。——为什么？——因为时间一直都是5分钟。

另一方面，第Ⅱ类型的典型儿童认为随着速度的增加时间会增加，而距离会减少。以下是一些逻辑颠倒的例子，更奇怪的是在同时运动的例子中，这些儿童却使

用了正确的运算：

利尔（Lil，7 岁 11 个月） 问题 1：最后它走得更快。——为什么？——因为在斜坡上，它把速度都积累了起来。问题 2：每个间隔比前一个间隔速度更快。问题 3：1，2，5，6 分钟。为什么？——因为它的速度不断增加。——如果它的速度比现在更快呢？——它需要更多时间。

问题 4：这个小女孩看着她的表。每 3 分钟她喊一声嗨！那时你需要插下旗帜表明她在这 3 分钟内走过的路程。第一段会和第二段路程相等吗？——不，第一个更长。——但是在第二段路程中它更快？——是的。——所以呢？——它经过的路程更短。

奥尔布（Alb，8 岁 6 个月） 问题 1 到问题 2：它走得越来越快。问题 3（相等间隔）：它需要 3 分钟到这，之后需要 4 分钟，等。

问题 4（相等时长）：每次距离更短（他插下旗帜）因为它走得更快。——为什么？——当你更快地下滑的时候你经过的距离就更短。

安德（And，9 岁 2 个月） 问题 2：第二个间隔与第一个间隔的速度一样，但是第三个的更快，第四个的速度继续加快。问题 3：所以经过第一个间隔需要多久？——2 分钟。——第二个呢？——4 分钟。——第三个呢？——6 分钟。——第四个？——8 分钟。——它在哪走的最努力？——最后。

问题 4：我们要求他每次画出 5 分钟内的路程：他画出的路程也越来越短。——哪一个会是最短的？——最后那个。——雪橇在哪里走得最快？——这里，在坡底。

在讨论这些奇怪的回答前，让我们再一次声明，这两类反应绝不是区分两个亚阶段的特征。因为一些儿童似乎在同一个问题中可以连续地从一个反应过渡到另一个反应，而没有表现出对任何一种反应的倾向；或者对问题 3 做出第一种反应，对问题 4 做出第二种反应，反之亦然。以下是这类交替回答的一些例子：

伊芙（Eve，7 岁 2 个月） 从类型Ⅰ到类型Ⅱ。她认为雪橇在结束的时候速度更快。问题 3（相等间隔）：每个需要 10 分钟。——它走到这里速度如何（最后一个间隔）？——速度更快。最快的。——所以你认为它在第一个和最后一个间隔花的时间是更长，还是相同的？——第一个时间更少，因为那时它走得没有那么快。

问题 4：以相等间隔再次开始。——但是在最后，它的速度更快还是更慢？——更快。——那么如果它走得更快，在 5 分钟内它走得更远还是没有那么远？——没有那么远。

艾克（Iac，7 岁 5 个月） 相反，从类型Ⅱ到类型Ⅰ。滑雪橇的人速度一直增加，因为他积累了速度。因此（问题 4）相等间隔内的时间为：1，2，3，4 分钟。旗帜之间的长度相等吗？——是的。——它的速度一直在增加吗？——是的。——

为什么你说它分别需要1，2，3，4分钟？——我本来要说的是每次1分钟。

同样地，关于每1分钟路程的长度（问题4），艾克给出越来越短的路程。为什么一直是更短的？——我错了：它们应该一直都是相等的。

古（Gu，7岁10个月）对问题3的反应是类型Ⅱ，对问题4的反应是类型Ⅰ。雪橇在顶部更慢，因为那时它只是刚开始，在底部更快，因为那时它已经运动了较长一段时间了。——相等的间隔（问题3）之后被计时为1分钟，2分钟，2.5分钟和3.5分钟；为什么在坡底时间更长？——因为它滑下来速度更快。

但是每分钟行驶的路程都是同样长度，因为它们都是1分钟。

吉斯（Gis，9岁8个月）对问题3的反应也是类型Ⅱ，对问题4的反应是类型Ⅰ。雪橇越来越快，因为它积聚了速度。因此每个相同间隔花了多长时间，问题3：3分钟，之后更多一点，4分钟和比4分钟多一点（最后一个间隔）。——它在哪走得最快？——坡底。——它在哪花的时间最多？——在坡底。

至于在同样时长下（问题4），它经过的距离相等。——为什么？——因为它每次都走了3分钟。

蒙（Mon，7岁10个月） 相反的是，他对问题3的反应是类型Ⅰ，对问题4的反应是类型Ⅱ。雪橇在向下运动的时候积聚了更多速度。但是每一个相同的间隔（问题3）都花了1分钟时间。另一方面，在1分钟内走过的间隔（问题4）越来越短，因为雪橇的速度一直在增加。

阿兰（Arl，9岁5个月）也是对问题3的反应是类型Ⅰ，对问题4的反应是类型Ⅱ。雪橇向下运动的时候速度一直增加。——为什么？——因为在顶端，它才开始：它才开始运动。——之后每个相等间隔（问题3）的时长为5分钟，——但是在5分钟内（问题4）经过的距离一直变得更短，给我看看最短的一条是哪个？——这里。——为什么那个是最短的？——因为它运动得更快。

很明显，这些反应与阶段Ⅱ的反应恰恰是相似的。事实上二者之间仅有两点不同，其中，一个独立于这些实验而存在，而另一个仅在儿童对问题进行回忆时会体现出来。阶段Ⅱ和阶段Ⅲa之间的第一个差异是，不同于阶段Ⅱ的儿童，阶段Ⅲ的儿童完全明白，当两个同步运动的速度进行比较时，怎样将所经距离和花费时间运算性地联系起来。正是因为这一问题关注于运动的相继部分的速度，并且是在时间和距离不等的情况下（而非分别关注相等的时间和距离）进行比较，儿童才又回到了已经在同步运动中克服的困难中。在亚阶段Ⅲa中的这一系统性时间延迟我们在第四章中已经对其非常熟悉了，而且在等时不等距或等距不等时的两个例子中都是完全相同的。至于为什么亚阶段Ⅲa的儿童在匀速守恒问题中成功协调了相继运动中时间和空间问题，但却无法回答加速度的问题，原因很简单：因为在最后的例子中，距离和时间从一个部分到下一个部分都是相等的。阶段Ⅱ和亚阶段Ⅲa之间的第二个差异是，一旦给出之前的回答，亚阶段Ⅲa的儿童很容易受到启发，并在实验人员的

帮助下产生更高水平的反应：儿童在被问了同步运动的问题之后回到加速度的问题，我们让他们感受了自己答案的冲突性之后，儿童就能准确回答问题了。这在亚阶段Ⅲb也会自发地出现。但在亚阶段Ⅲa中它更容易被诱发。

无论出现的这些反应有多新奇，当它们被分别看待时就很容易理解了。一旦这一不连贯的排列成为一个问题，则在整个阶段Ⅲ中这一不连贯性将持续存在。他们的一般原则是即使加速度的概念已经直觉性地与倾斜相联系，但是儿童仍然没有将其看作是时间和距离之间的关系。而其原因我们已经看到（部分路程只能在相继运动，而非同时运动中进行比较）。

首先，类型Ⅰ的反应是不证自明的。在不能比较两相继运动的速度时，最简单的方式肯定是假设相同时间对应相同距离或相同距离对应相同时间。至于类型Ⅱ，几乎在我们每个关于时间和速度的研究中，都发现了“更快更长”的关系，因此这个问题就不在本章（见《儿童时间概念的形成》，第三章）以及本书第六章、第七章继续讨论了。而儿童所给出的随着速度的增加，经过的距离将有规律地减少这一推理，仍然非常令人好奇。但我们已经知道的是：正是更小的儿童，在有相同起点和终点但距离不等的例子中（第四章第一节阶段Ⅲ）或是比较两同心轨道中的运动的例子中（如上，第四章第一节阶段Ⅲ），认为速度更快的物体其距离更短，因为它完成地更快。在阶段Ⅰ和Ⅱ，这一未分化的直觉伴随着对终点顺序关系和距离关系的混淆产生，就好像速度是由要到达的目标来测量的，即通过剩余未经过的距离来测量，而不是已经过的距离：因此米克（阶段Ⅱ，本章第二节）说“更大的速度对应的距离更短：我跑得越快，我所到达的地方就更近”。但是在留有这一直觉的阶段Ⅲ，儿童的推理简单地等同于这一等式：更快更早停止还剩更少的距离。

然而，令我们感到好奇的是，儿童在解释类型Ⅱ的例子中较大的速度时，一方面他们认为较大的速度与较长时间（因此经过较大的距离）对应，另一方面他们又认为较大的速度与较短距离对应。在阶段Ⅱ，这种不合逻辑的推理并不令人惊讶，对前运算水平的儿童来说，在不同直觉间产生这样的矛盾是十分常见的，应成为只有运算本身才能够通过自身的可逆性使其变得一致。但是这种显而易见的矛盾是如何在阶段Ⅲ的具体运算中依旧存在的呢？事实上，在该阶段，时间“群”的概念在相继顺序和时长的“嵌套”两个方面已经形成，与此同时基于等时连续运动的时长群也已经形成。因此，当考虑单一运动时，儿童已经掌握速度守恒，因此只有在比较两不同均匀速度时才会出现困难：在这个例子中，速度之间的差异一直在增加，事实上，这个差异等同于将它们之间的关系看作为加速度。如果在阶段Ⅲ的开始，儿童已经掌握了时间和速度守恒的概念（自然还有同步运动例子中速度的时空关系），那么如何解释加速运动中，不合理的速度、距离和时间关系仍然存在，甚至以相互矛盾的形式出现呢？

首先让我们回想一下，一个单一加速运动中的相继部分的比较无法同化到一个单一匀速运动中的相继部分的比较中，但是却似乎可以同化到两个速度不同的匀速运动中的相继部分的比较中。确实，由于加速度的存在，加速运动从一个瞬间到下一个瞬间，速度一直在变化，所以对这些速度的比较等于对不同运动的比较。在第九章，我们要求儿童比较等时不等距或等距不等时的两相继运动，找出哪个运动速度更快。而这里关于加速运动的问题相当于分别在问，如果在两相继部分中，物体以不同速度经过相同距离，那么时间分别是怎样的；或者，如果在这两个部分中，物体以相同的时间和速度行进，那么距离分别是怎样的。这些问题很明显是相同的。我们在第九章看到，这些问题只能在亚阶段Ⅲb和阶段Ⅳ中儿童才能逐渐解决。总之，我们看到在亚阶段Ⅲa的儿童没有给出解决方法，像我们当前的儿童一样，而是表现出与同步运动相关的阶段Ⅰ和阶段Ⅱ中的各种错误类似。此外，我们在第十章中已经看到，当儿童推理两不同匀速运动间的关系时（由于终点差异恒定增加，事实上可以同化为一种加速度），同样这些在处于亚阶段Ⅲa的儿童以类似的前逻辑方式进行推理，而这一推理对于单一均速守恒的推理来说甚至非常合乎逻辑。因此，我们可以从所有这些类比中得出，当前的结果绝非出乎我们意料的原理，而是符合纵向发展中时间延迟的普遍原理。

这种时间延迟的原因在于对单个加速运动的相继部分的比较，或对不同的相继运动的比较会涉及形式或假设－演绎机制，而同步运动的比较，或单个匀速运动中相等的相继部分的比较只涉及具体运算。因此当将两个不同的系统（即不能被同时操纵，也不能简化为单一可逆的程序）联系起来时，形式运算就开始发挥作用了。而形式运算在心理层面上通过假设使这两个不同的系统同步化。因此，从另一方面来说，这些新运算的假设－演绎推理的实质更加具体地再现了具体运算。所以在当前例子中，我们就能理解为什么亚阶段Ⅲa的儿童对加速运动的推理与同步运动和匀速运动不同了。在最后一个例子中（参见第七章和第九章）尽管比较的是两个速度，但是仍然是单一情形下的问题。因此他们的推理包含了具体运算的逻辑。反之，当他们的思维必须通过假设将两个相继情形相关联，并将其看作是同步的时候，那么由于缺乏形式机制以及任一形式逻辑，儿童将会在亚阶段Ⅲa中重现适用于早期直觉的前逻辑推理过程。事实上，只要儿童还未形成假设－演绎能力使得他能同时推理两个不同的情景，他就只能利用他仅有的直觉过程，这使得儿童只能处于具体运算水平；此外，他意识不到涉及这些过程中的矛盾，为了看出这些矛盾，儿童必须具有形式逻辑机制，这一机制恰好是他在两个不同情境例子中进行心理比较时所缺少的。

第四节　亚阶段Ⅲb：逐步建立相继运动中的时间和路程的联系

在该阶段的后半期，儿童在刚开始的反应与之前相同（除了随着年龄增长类型Ⅰ变得没那么普遍之外），但是他们开始自发地纠正自己的错误，或是立刻答出所提的问题，直到所有答案都正确为止。此外，我们还需注意的是，等距的问题（问题3）似乎比不等距的问题（问题4）更简单，事实上，有几个儿童在一开始就正确回答了以下这些问题：

雷（Ray，8岁2个月） 问题1到问题2：它在中部比顶部运动更快，在底部比在中部运动更快，它一路向下运动越来越快。那么（问题3）一个旗帜到下一个旗帜间有多长时间呢？——分别是5秒，3秒，1秒和0.5秒。——为什么时间越来越少？——因为运动速度越来越快。

问题4（时长相等） 间隔越来越小：距离越来越小，因为雪橇速度越来越快。——当你走地更快的时候走过的距离更短吗？——更短。噢，不，距离相同。——如果你跑起来呢？——噢，是的，距离更长（改正了间隔），因为雪橇滑得更快了。——每个间隔需要多久？——每个1分钟。

纳（Na，8岁8个月） 问题1到问题3反应相同。

问题4（相等时长）：它们距离相同。——当你走得更快的时候呢？——噢，距离更长（他画了另一幅画，但是这次每次的间隔更小）。——当你走得更快的时候，你经过的距离是怎样的？——噢，对，每次距离更长（正确改正）。

莱奥（Leo，9岁9个月） 问题1到问题2：当你向下滑，你的速度越来越快，因为你从顶部就开始积累速度。——这些间隔需要多长时间（问题3）？——分别需要2分钟，4分钟，6分钟。——为什么？——因为雪橇的速度越来越快。噢，不对，我犯了个错误，每次2分钟，一直都是2分钟。——它们的速度都相同吗？——不是，在底部速度更快。噢，是的，那么时间是越来越短的。——现在（问题4，5分钟的相等时长），距离是多少？——（他将它们画得一样长，但是最后一个更长一点。）——那这些呢？——我在刚开始犯了个错误：它们的长度应该是不断变长的，因为雪橇滑得越来越快。

维尔（Wil，9岁10个月） 问题1到问题2：速度一直更快，因为雪橇一路上都在积累速度。问题3：时间减少。

问题3（3秒的相等时长）：他以不断增加的距离开始，正确。——为什么？——我不知道。雪橇滑得很快，所以滑雪橇的人每次喊的时候都经过了更长的距离。（他再次画了每个间隔的距离，全都相等。）不，间隔距离都相等，因为

他每隔三秒喊一次。——当你走得更快的时候，你经过的距离是怎样呢？——噢，是的（他回到他第一次的观点）。

德雷（Dre，10 岁 3 个月） 问题 1：雪橇刚开始速度很慢，但是后来速度越来越快。（问题 2：每个间隔速度之间的关系）：1 = 2 < 3 < 4。——为什么前两个速度相同？——雪橇那时还没达到那么大速度。——需要的时间呢（问题 3）？——一共 3 秒：2.5 秒，1 秒，0.5 秒。——如果滑雪橇的人每隔 3 秒喊一声呢（问题 4）？——（他画的距离越来越短。）——为什么呢？——距离越来越短是因为雪橇滑得越来越快，它需要的时间越来越少，所以距离越来越短——（注意其令人惊讶的逻辑。）——每一段的时间是多少？——3 秒……噢，是的，每次经过的距离更长。

克里（Chri，10 岁 4 个月） 问题 1 到问题 2：速度更快。——时间呢（问题 3）？——分别是 4 秒、6 秒、8 秒和 9 秒。——为什么是这样呢？——因为它一直越来越快。——那么如果它滑得更快呢？——……重复一遍。——噢，是的，分别是 4 秒、3 秒、2 秒、1 秒。

问题 4：距离一直更短？——因为雪橇在坡底比在坡顶更快……噢，是的，它滑得越快，所以它走得更远（他再次正确开始）。

安（An，10 岁 4 个月） 问题 1 到问题 2：雪橇在坡底更快，因为它积累了来自山顶的速度。问题 3：每个间隔需要 1 秒。——它在哪速度最快？——坡底，噢，是的，每个间隔分别需要 1 秒，1 秒，比 1 秒少一点，最后那个更少一点。

问题 4：相等时长：它们差不多都相等。——雪橇一直以相同速度滑行吗？——不是，在顶部没那么快，在坡底更快。——相同时长？不，坡底时间更少；每个间隔的时间分别是 3 秒、3 秒、2 秒、1 秒。

在儿童缺乏形式思维的情况下，我们明显可以看出，这些初始错误是如何持续到 10 岁到 11 岁的。这些儿童和之前儿童之间唯一的差别是他们能自发地更正自己的错误，这或许是由所提问题造成的。但是在这两个例子中，儿童的更正来自于同时运动的启发，即在具体的情境下进行速度比较：这一情景重现的目的事实上是为了帮助亚阶段Ⅲa 的儿童改正自身的回答，而亚阶段Ⅲb 的儿童迟早可以想象出该情境，进而将相继运动转化为同时运动。因此这里出现了形式思维的开端，但是这仅仅是一个较小的开端，此时的形式思维与所谓的假设相比，更接近于简单的表征想象。当前水平的儿童对假设 - 演绎思维（hypothetico-deductive thinking）的阻抗正说明了这一点：如果我们告诉儿童用图画或白板表示的路程在经过最后一个旗帜后还将持续，并且图画和白板只代表物体运动轨迹的一部分，这一信息对儿童来说毫无用处，因为大多数儿童坚持通过当前所见到的，而不是通过假设来进行推理，并宣称最后一个间隔的速度会减少，“因为他们在靠近坡底的地方放了刹车”。这仅是一个微小的迹象，但是它揭示了儿童仍无法超出已有现实。因此，为了仅仅基于问题中

的给定元素以纯演绎的方式来构建解决方案，儿童在推理的过程中便会将假设看作是可接受的。而在几个单独情景中儿童需要假设－演绎思维才能将其可逆地联系起来，而在一个单独的场景中具体运算足以引入其可逆性。

第五节　阶段Ⅳ：以形式运算迅速解决问题

我们可以把阶段Ⅳ的儿童分为两类，一类毫不犹豫地接受每一段相等距离所花时间不断减少的儿童，另一类毫不犹豫接受每一相等时长下所经距离不断增加的儿童。最简单的正确解决方案是在相等时长下，给出的连续距离值为 1，2，3，4，以及在相等距离下，连续时长值为 1，½，⅓和 ¼。但是当然，我们不是期待这些儿童能发现这些精确的物理定律：它只是一个能够表达加速度的运算机制。从这一观点来看，这两类反应或许能被区分开。第一类反应（出现的一般年龄为 10 到 11 岁，一些较早的反应从 9 岁开始出现，甚至是 7 岁 9 个月的儿童！）使儿童仅以近似恒定差异减少时间：

若斯（Jos，7 岁 9 个月） 雪橇一直走得更快。时间：分别是 5 分钟、4 分钟、3 分钟和 2 分钟。距离：以恒定差异增加。

阿尔（Al，9 岁 6 个月） 每个间隔速度更快，因为在第二个间隔，雪橇已经积累了一些速度。时间：分别是 4 分钟、3 分钟、2 分钟和 1 分钟。距离迅速增加。

亚奇（Jac，10 岁 4 个月） 反应相同：雪橇每次向下滑需要的时间越来越少。——那么在相同的时间内呢？——距离一直都在增加。

简恩（Jean，11 岁 1 个月） 分别是 4 分钟、4 分钟、3 分钟和 2 分钟。距离有规律地增加。

纳克（Nac，12 岁） 时间：50 秒、45 秒、40 秒和 35 秒。距离：差异恒定。

第二类反应意味着儿童意识到了对更复杂的法则：

本（Ben，10 岁 5 个月） 时间：30 秒、28 秒、25 秒、20 秒和 14 秒，即五个间隔的时间差异分别为 2 秒、3 秒、5 秒和 6 秒，因为雪橇一直在积累速度。距离：差异以相同方式增加。

昂（Hen，12 岁 2 个月） 时间：1 分钟、¾ 分钟、½ 分钟、¼ 分钟。距离：差异不断增加。

瑞纳（Rena，13 岁 2 个月） 时间：30 秒、27 秒、24 秒、20 秒，1…… 不，16 秒。——为什么是 16？——因为它总是更少。对第一个间隔来说，或许要走 20 米长，第二个要走 40 米。你总是需要花许多时间才能到达终点，因为你有许多距离要走。距离：他进行了测量以便得到有规则增加的差异：大约 10 毫米、15 毫米、23 毫米和 24 毫米。

很明显，第一类儿童没有注意到他们对时间的简单减少并没有很好地和他们对在距离差异上的增加对应起来。第二类的儿童逻辑更高级，当然他们不会找出更好的解决方案，这个问题在科学史上直到伽利略才得以解决。但是他们对增加的距离和时间之间的关系有着清晰的认识。特别是，瑞纳非常注重以一种特殊的方式对渐进差异进行测量，这与匀加速运动中的测量方式相反，但是这一方式表示儿童在阶段Ⅳ中立即获得了假设－演绎推理能力。

因此，我们可以得出结论：在加速运动的问题中，当儿童没有找出精确测量加速运动的解决方案时，儿童将产生一种渐进的，更具运算化的时空建构，而这一建构与在比较两个不相等的匀速速度时所出现的建构是完全平行的。

第五部分　结　　论

第十二章　构成运动与速度的运算

前面的研究结果表明，儿童不能立刻理解运动与速度的关系，对运动和速度的理解存在一个不断细化的进程：最开始是感知－运动（sensori-motor）阶段，然后是直觉性理解，最后是运算性理解。这些运算最初是定性“群集”系统，然后形成了（外延的，最重要的是测量的）定量群集。本结论旨在从整体来看待儿童运动和速度概念的发展（除了纯直觉问题外），并将这种发展与其他密切相关的发展研究（即时间知觉）联系起来，互为补充。

在分析运动和速度的概念是如何发展的过程中，我们分离出了6个彼此紧密相连的运算系统，其中4个仅仅取决于定性逻辑（qualitative logic），即呈现一个类似于关系和分类的结构，并在对物体进行建构的过程中，将这种运算系统应用到逻辑内或者内部的转换中。这些运算系统分别是：

1.“位置”运算产生了空间连续或顺序的概念，因此形成了第一种类型的质性群集。这类群集对于位移概念的建构具有重要的作用。

2.“位移”运算（或者位置的改变），从定性的观点来看的话，与之前的运算形成了一个单一群集（尽管数学意义上的位移群集似乎要比拓扑学上的位移群集更严格）。我们可以以此对其进行区分：位置是儿童将物体按顺序排列，而位移实际上是物体改变其位置。

3.“同步位移”的运算，即位置或位移之间的对应，运算同时产生了连续时间，

或时长以及绝对速度的概念（即与静态系统或者位置相对）。

4.“相对位移和同步位移”的运算产生了相对运动的组合及其速度。

5.“外延”运算，即运算已经是数学的而非定性的，但是仍然不是测量的，并形成了比率关系（所花时间和所经过距离之间的比例）。

6. 最终儿童通过测量运算首先可以对距离和时间进行测量（通过可重复单位的构建），之后才能进一步对经过的路程和速度进行测量。

第一节　位置运算：空间的连续顺序

现在让我们暂时忘记所有我们知道的数学知识，将自己限定在由经验所提供的数据中。就像是小孩子一样，没有任何假设，以最简单的方式建构经验。这样来看，运动似乎不是经过的距离——这种观点已经显示出了更多的抽象性，并可能来自于想象——而是位置或地点的改变。比如，刚刚一支铅笔还在桌上，但现在不在桌上而到了地上，所以是它掉下来了。这种位移不会关注精确的路径，因而不依据距离对其进行评估，而是关注“位置的改变”，即从“在桌子上”的位置改变到了“桌子下”的位置。又比如，玩家神奇地一扔，弹珠在地上向前滚动，重要的不是弹珠滚了多少厘米，而是弹珠从基线开始运动，到达了目标位置，即恰好的终点位置。因此，位置的改变比距离更早的定义了运动。这也就是当要求儿童将给定的直线轨道转换为与原轨道不平行但是起点和终点均相同的第二条轨道时，儿童仅仅关注终点而不关注中间经过路程的原因（第三章）。儿童在理解路程时将终点放在首位进行思维，意味着“目的论”深深植根于儿童早期的运动概念中。

如果从词源的角度来看，我们可以将位移理解为“位置移动”，即位置的改变（*A* 相对于 *B* 的位置改变，起初 *A* 在某个指定方向上在 *B* 的前面，之后在 *B* 的后面，反之亦然）。因此，从这个意义上讲，我们对运动的研究应该开始于分析“位置”本身，但这一分析绝不是对整个顺序进行几何分析，而仅仅是对连续的顺序或者运动物体序列的方向顺序方向的分析。而这一分析如此重要的原因在于所有的儿童并不是根据时间与路程之间的关系理解速度，而是简单地根据超越的直觉来理解速度：如果 *A* 最开始在的后面，或者二者同一个位置，但最后 *A* 运动到了前面，因此 *A* 就比运动地要快（二者都同时相对于 *B* 运动，并且是同一个方向）。总的来说也就是因为速度和运动的概念最初是根据位置的关系所构建的，然后才是根据基于这些关系的结构而构建。

如果我们用圆管或者盘条将三个球 *A*、*B*、*C* 一个接着一个串起来，保证三个球在一条线上且它们的顺序不会改变。构成位置的运算是将球按照一个方向排列，例如“*A* 在 *B* 之前”，“*B* 在 *C* 之前”等。这两种运算的组合产生了一种新的运算：例

如“A 在 C 之前”这一结论便是 AB 和 BC 两种位置关系的结果。我们将这种顺序命名为“正序”。因此，反演运算包括以相反的运动方向对元素的排列（从 C 到 A），则我们可以得到“C 在 B 的前面”，“B 在 A 的前面”。[①]

还需要注意的一点是，位置运算的群集是由一种可传递的不对称关系（“在之前”或“在之后”）构成的，并以“定性序列”的形式相互关联[②]。所以，由此可能获得另一种类型群集：在序列中元素之间的间隔的嵌套。比如说，A 和 B 之间的间隔是嵌套在 A 和 C 间隔之间的。如果顺序或位置的关系是不对称的，则间隔包含的关系仍然是对称的，即 A 和 B 之间的间隔与 B 和 A 之间的间隔是相等的。正是这种间隔的对称性界定了“两者之间”的关系。比如说，在 A 和 C 之间有一个间隔，被元素 B 所占据，使得元素 B 在 C 和 A 之间。这种对称性表达了希尔伯特著名的公理“如果 B 在 A 和 C 之间，那么 B 也在 C 和 A 之间”。关于这两种互为补充的群集的获得，我们的观察得出了一个决定性的结论：这两种群集都不是思维的内在机制，且其建构过程都涉及了最初的知觉活动，接下来的直觉与其自身调节，最后形成运算。因此这种“群”运算只能在这个发展阶段的末期发现，并且以推理平衡状态的最后一种形式出现，而这一平衡状态在直觉调节完全具有可逆性之后得以达成。儿童在发展的最初（正如我们在第一章所看到的）无论使用的是何种运算，既不能推理出三个球的相反顺序 CBA，也不能推理出 B 将永远在 C 和 A“之间”，以及在 A 和 C“之间”。在阶段Ⅱ的过程中，虽然问题被解决了，但仍然是经验性的。在阶段Ⅲ（7 到 8 岁）儿童已经达到了具体运算水平。对于我们在很久之前就已经提到过[③]的形式运算，必须等到儿童 10 到 11 岁时才能达到。届时儿童才能理解 B 必须同时“在 A 的左边”和“在 C 的右边”，或者“在 C 的左边”和“在 A 的右边”。

我们假设序列是周期性的，以 ABCDABCDA…这样的顺序排列。在这个新的例子中，儿童对问题的解决需要相同的顺序运算，而唯一的区别在于正序循环序列的周期性为 A…DA…DA…，而反序循环序列的周期性为 D…AD…AD…等。通过对由圆柱上一系列颜色的旋转所具体表征的运算进行分析，我们在相同的年龄得到了相同的结果（第二章）。

为了解释位置运算的发展（无论是线性的还是循环的），我们之前提到在智慧的感知运动水平（sensori-motor level）和前语言水平（preverbal level）之前，儿童一直有机会获得群集中每一个关系的实际格式（schema）。比如，儿童可能看到序列中的物体首先往一个方向运动，然后往反方向运动；或者他相对于序列移动自身的位置，发现物体运动最初是这个方向，然后变成了反方向；他可能看到序列中的物体改变

① 因此等式应该是 $(A \to C) + (C \to A) = (A \to A)$。

② 见《儿童的数概念》，第五章和第六章。

③《儿童的判断与推理》，第三章第四节。

位置时先朝着一个方向移动（或者更好的是他们自己移动它们），然后又朝向反方向移动。这种情况在早先的研究中已经详细讨论过了[①]。有时儿童试着旋转物体，然后便发现了连续循环顺序。在所有这些感知运动的经验中，基于对知觉的统一组织和对方向理解的习惯，我们在第一章和第二章的实验情境中，对线性与循环“位置”的不同格式以相似的方式进行了详细阐述。

然而，很明显，这些实际格式并不是思维。换句话说，当儿童看见 *A* 便预期 *B* 的出现，看见 *B* 在 *A* 的后面便预期 *C* 的出现，儿童这样的实际格式并不是思维。此外，尽管这是一个在心理水平上的新的学习过程，但是其绝不可能包括在前一个水平中，即儿童可能看见 *C* 会预期到 *B* 等。这种实际的可逆性不仅对于 10 到 12 个月的儿童来说是可以获得的，而且甚至也是物体永久性格式建构的必要条件，即儿童认识到现实的每一个修改都可能回到其起点。但这只是儿童在实际中的一个修正，而并不是推理运算。在此阶段的儿童绝对不可能独立于对正在发生的行为的一般知觉阶段，直接去思考序列 *ABC*。

换句话说，在本研究中所构想出来的阶段Ⅰ，即在运算思维之前的初级直觉，仅仅是对已获得的关系在纯经验水平上进行重构的阶段，而且必须转换为独立于活动的表征（即转换为形象再现直觉，预测直觉与重构直觉）。正如知觉和运动的预测以及对动作的重建能建构实际修正的格式那样，直觉预测和重建的过程就解释了儿童对初期直觉的调节和从阶段Ⅰ到阶段Ⅱ之间的过程。阶段Ⅰ的简单不可逆的直觉仍然与知觉本身相联系，之后通过清晰表述的直觉变得更灵活。这种调节预示着可逆运算的出现。因此，这些变化进而组成了平衡状态的最终形式，而非一个优先于其他任何发展的先验结构。

事实上，如果没有经验（experience），任何运算都是不可能的。其原因在于运算是从动作开始。活动使得儿童发现了正序和反序，同时也发现了“两者之间”对称关系的不变性。但如果没有个体的活动将逐步可逆动作和直觉转变为完全可逆的运算机制，动作不会转变成运算，也不会通过分组成为灵活和一致的系统。所以我们可以这样看待经验和推理的关系：在早期阶段，儿童的动作不是可逆的或者分组的，不需要与客体现实（主观同化）的属性一致。事实上，经验通过修正不断地向儿童施加新的关系，而这些关系与儿童的预期不一定是一致的（对现象的顺化）。因此，这两种类型的转换同时向不同的，实际上经常是相矛盾的，且仍然有一部分是未分化的方向进行：第一种转换对儿童的活动来说仍然是无关紧要的，而第二种转换也只是停留在经验的表层。两者以混乱的、无序的方式相互联系。相反，当儿童能够更好协调其动作（action），他不仅考虑了实际的、即时的经验，而且考虑了每一个过去的经验和未来可能的经验。因此，确保了两个相关联的发展过程：（1）儿童成功

---

① 《儿童“现实”的建构》，第二章。

地“组合”了他的动作，首先更完整地预测了结果，并更准确地重建了其早期阶段（直觉的去中心化和调节），之后是意识到了动作与想象之间相互协调的实际条件，进而通过联接、序列化等运算对其预期与重构进行调节：这便是可逆群集的形成过程，调节的最终完成也属于儿童活动的一部分。（2）但之后对现实的调整，并不是在狭隘的实际经验范围内进行感知，而是产生了同样的预期和重建，进而在每个方面都突破了知觉的限制，甚至常常突破了想象的限制，与运算更加一致。这就是为什么，数学运算作为双重发展最后阶段的标志，完美地表达了客观现实随着主体活动阶段的改变而转变的原因。因此在这一协调水平中，可以同时区分运算转化和对现实的修正，且两者保持着不变的平衡。

第二节　位移运算：运动

所有位置运算中的例子，在位移运算中也同样需要得以回顾。尽管它们是同样的运算，但是在心理上不可能将二者分离开来。为了研究序列 *ABC*…的连续顺序，使元素 *A*，*B*，*C*…分别向外和向内运动，同时为了更好地分析“两者之间”关系的不变性将旋转运动加入了整个系统：从一边到另一边的运动和旋转运动是两种不同的位移。我们当然可以让序列 *ABC*…或者 *CBA* 固定不变，而只对其进行心理上的旋转。数学家们也会毫无疑问地坚持这一做法。但在心理上旋转一个序列意味着什么呢？对于研究人的思维，而不是仅仅把思维当成是理所当然的心理学家来说，他们从数学家的角度来看，认为这一过程势必包含运动。如果这是基于注视或者某知觉器官在每个连续的元素 *A*，*B*，*C*…或者 *C*，*B*，*A* 上的运动，那么很明显，序列的运动方向会与运动的物体有关，例如手或者眼睛等。如果这是一个“纯粹”和“抽象”的思维问题，比如说，拓扑学中人们在脑海中“经过”一些线或约当曲线（Jordan curve）无限连续的点，则很明显运动仍然存在，只不过它已经内化为思维个体的心理活动。此时个体的注意力连续地集中到某些点 *A*，*B*，*C*…或者 *C*，*B*，*A* 上。而如果没有这种内在运动，“运动方向”这个概念就没有任何意义了。因此，位置运算总是与个体改变物体位置或者自身位置有关：这是第一点。①

但是事实上如果我们不将基于系统的位置改变视为固定的，则基于初始位置的位置改变又是怎样的呢？几何学中的位移与坐标系统有关，即与之前位置的参照点有关。例如对房间中球的运动而言，即使婴儿也会参照家具、门和墙的位置对其进行认识。因此位移的运算总是与位置运算相关：这是第二点。

这就是为什么，即便是对于几何学家来说，在推理这个问题时要把思维个体的

---

① 我们随后从儿童几何学和基础拓扑学直觉的观点，研究了静态序列的顺序。本研究主要关注于儿童的运动概念，因此我们更倾向于将研究内容限定在物体本身运动的顺序。

活动留出来，将位移组群看成纯拓扑学里最普遍的原则群集中等级结构里极其受限的亚分组。心理学家以发生顺序研究个体的心理运算，应该从一开始[①]便将定性的位置运算和位移运算看成统一的形式开始的位移运算，这样便可以让儿童认识到位移的测量运算出现更晚，同时也远没有那么高的概括化程度。这正是庞加莱（H. Poincaré）著名学说的含义：从心理上来说，空间（space）源于个体根据感知到的客体运动和其自身的位移所构成的位移群集。

因此，又出现以下的问题：如果位移的组织开始于知觉以及基于智力的感知运动水平的身体运动，那么运算群集为什么只有在之后的想象思维的水平才完成呢？事实上，回顾在第三章和第四章中分析的问题，我们发现，比较两条有相同起点和终点的路程，但是一条是直路线，另一条是锯齿形的路线；或者，一个运动物体从 *O* 开始，在 *O* 和 *D* 之间沿着 *OC*，*CB*，*BA* 等锯齿形路线运动，并最终再次到达起点，则它在 *OD* 方向和 *DO* 方向上的哪个方向走得更远呢？直到大约 7 岁时，儿童仍然不能从终点中分离出所经过路程的相等性（第三章）；同样直到 7 岁，儿童不能接受每次单一路程 *OD* 与单一路程 *DO* 的路程是相等的。而必须等儿童达到 10 到 11 岁的形式运算水平时，才能理解无论哪部分路程（*OA*，*AB*，*BC*，*CB* 等），如果物体返回 *O* 的话，则在另一个方向的路程总是与这个方向上的路程相等。

如果回想起位置运算和位移运算之间的紧密联系，这种奇怪的结果是不言而喻的。事实上，儿童最初不是根据经过的路程来理解位移的，而仅仅是通过位置的改变，即实质上也就是终点的“位置”来理解位移的：如果两物体停在相同的位置，则儿童将会根据终点把两个不相等的路程判断为相等的（第三章）。因此，如果把 *D* 放在比 *O* 高的位置，而不是放在同一水平面上，*OD* 的路程就会被认为比 *DO*“更长”，因为它们停在了性质不同的位置上（需要更多的努力等）。同样，如果 *O* 和 *D* 在同一条水平直线上，而 *D* 离儿童更远，则 *OD* 就不会被认为与另一条路程（*DO*，第四章）一样。另一方面，对于 7 岁的儿童来说，他们会根据路程的形状，即路径是波浪或者锯齿形以及直线形时，把经过的路程定义为起点和终点之间的间隔，或者线段 *OD*。从间隔的观点看来，由于它是对称的，而不像位移被看作是不对称的位置的改变，即（$O \to D$）=（$D \to O$），儿童将建构出 $OD = DO$ 的等式。而仅仅在这个水平，位移才能被看成运算化的“群”。[②] 而之后儿童将继续学习如何在心理上结合不能同时被形象化的复杂路程问题。而这将是形式运算的结果（10 到 11 岁）。

因此，对于位移运算我们可以这样来理解。一系列元素按照线性顺序排成序列 *ABCDE*…让我们首先抽出周围的空间，即其他物体以及放置物体的空容器，我们称

---

① 此外，两种运算之间的关系与数学家的观点并不矛盾。正如我们在第一章所看到的，如果“A 的运动在笛卡尔平面上是很明显的相反运动，就保持了约旦曲线（简单的封闭曲线）的方向”。

② 这也就是为什么位移的感知运动“群”仅仅是实际观点的群集：是对终点的方法与结果进行运动协调而不是假设位移的协调。与距离知觉有关的另一个问题还没有开始。

之为空间。换句话说，这个序列 *ABCDE* 本身将首先形成一个空间，一个一维空间，除了实际的顺序没有其他东西（距离等）。我们假定如果一个元素改变了其顺序，并且变到原先在它之前的元素后面，那么我们就会认为这个元素改变了位置。比如说，如果序列 *ABCD*…中的 *A* 到了 *C* 的后面，*A* 就改变了其与 *B* 和 *C* 的位置关系，因此 *ABCD*…将变成 *BCAD*…，所以如果 *A* 原本在 *B* 和 *C* 之前，而在位移之后到了它们后面。此外，如果 *A* 保持不动，*B* 和 *C* 都从 *A* 后面移动到 *A* 的前面，其运算是一样的。很明显，在序列 *ABCDE* 中，从 *B* 开始，每个元素只要轮流移动到所有元素的前面，就能得到相反的顺序序列 *EDCBA*，即反向顺序。从这点看来，位置和位移的运算形成了同样的单一"群集"：位置 *AB* 的反演运算是位移 *BA*，并且这个位移的逆运算，即反向顺序的颠倒就是将 *AB* 进行置换。因此基本上两种形式的运算简单地形成了单一运算，这实际上与它们的心理起源是一致的。

然而，现在重新把其他物体引进来，而非分离与序列 *ABCDE* 无关的元素：元素 *A* 的位置不仅仅与 *B*，*C*，*D* 等有关，同样也与其他因素有关。假设桌上有一个玩偶，*A* 被放在 *B*，*C*，*D* 等物体的前面，但是同样也被放在桌上，在一个特殊的凹槽"之后"，在一个特殊记号"旁边"，等等。简而言之，*A* 的位置明显包含了其他的顺序关系。如果这个位置被称为 A_0，我们观察到在 *A* 与 *B*，*C*，*D* 的相对位移中，A_0 的位置并没有移动，而是留在原处，也就是说，仍然与序列 *ABCD* 无关的其他物体保持同样的相对位置。*B* 也是一样，B_0 相对于运动物体 *B* 的位置保持不变，对于 *C*，C_0 相对于 *C* 的位置保持不变等。因此与最初的序列 *ABCDE*…相对应，会存在与这些物体相关的一系列位置 A_0，B_0，C_0，D_0，E_0…这个参照系统是由序列 *ABCDE*…之外的元素组成的，并且当序列中的元素保持运动时，这些元素保持不变。这就是运动的物体与固定位置之间的区别关系，这使得位置运算和位移运算分成了两个独立的亚组，尽管它们在最开始是一样的。

在位移的基础上我们足以复制以上定义的运算（顺序改变或放置）。但如果将其应用到元素 *ABCDE*…与它们的位置 A_0，B_0，C_0，D_0，E_0…的关系时，如果 *C* 代替了 *A* 的位置，*B* 代替了 *A* 的位置，我们会认为 *A* 从 A_0 移动到了 C_0，*B* 从 B_0 移动到了 A_0，*C* 从 C_0 移动到了 B_0。所以这仍然是同样的"位移"，但是这次是相对于由位置所定义的参照系统而言的位移。至于位置本身，在正向的连续顺序中，位置即为移动物体 *A*，或者观察者（儿童的注视点等）沿着 A_0，B_0，C_0，D_0，E_0…的方向移动；而在反向的连续顺序中，位置则是相同的移动元素（物体或者儿童）沿着…E_0，D_0，C_0，B_0，A_0 的方向移动。

因此，为了区分位置运算与位移运算，可以说前者的排列与运动物体的运动（位移）或观察者本身的运动（"排列"或者"放置"的元素在定义上保持静止）相关，而后者的运动与由初始位置定义的参照或者位置系统有关。因此我们需要认识

到，尽管在两种情况中这一分化都将现实分成两个部分，一个运动，一个静止，但是所涉及的每一个群集仍然具有双重性；没有运动，至少是没有儿童或者观察者的运动，就不存在顺序或者位置；没有有序的参照系统就不存在位移。

这种建构不是人为的，是根据实际的发展构建的。最好的证明就是，我们不仅在第一章到第四章所提到的现象中容易地发现了这点，还在儿童所有与几何学和其自发运动中都能找到其踪迹。儿童没有在学校或者在心理学家所实施的实验中学会传递顺序或者运动：他是自发地操作立体的运动物体。当立体的物体 ABC… 只能一个替代另一个时，则位置运算和位移运算同时出现了。毫无疑问，在很长一段时间内，空间（space）本身只是立体物之间关系的系统（但这绝不是我们再次讨论的目的，因为儿童的几何学知识仍然完全没有被开发…）。然而，当位移的物体以 $A_0B_0C_0$…的顺序排列起来时，则这个静止的、未被占用的位置系统，与实际立体的运动物体相分离，进而开始形成了几何学空间或者特殊的空间顺序。而与之相对的物理运动系统是以运动元素或物体占据空间为特征。因此，在认识到位移仅仅是经验的排列或者位置的改变之后，儿童将仅仅以位置对其进行定义而不再与其他物体有关。对我们来说，物理运动系统看起来比相对位移系统（或者说位置的排列）要更简单。我们这样的推理更像是几何学家而不是物理学家。但是根据我们所观察到的事实（第四章），对儿童而言，物体 ABC…的多重且相关联的位移系统与一个相对于未被占用位置的单一运动物体的位移系统具有同样的困难，而不再是所假定的那样难以掌握。

当然，如果 A 的位移包含了对其与 $A_0B_0C_0$…相对位置的改变（或者与多维度位置的相对位置），那“经过的路程”的概念就应该在测量化之前形成定性的形式。在我们先前所看到的顺序或放置（1）的关系中，与每个序列在元素 A，B，C 顺序之间不对称关系相对应，存在一系列对称关系对这些元素的间隔进行了定义。当仅仅是顺序关系的问题时，元素 A，B，C 的位置是仅根据这些元素的关系定义的，而没有参照其他的系统。A 和 B 之间的间隔是空的（假设这两个元素按照正向顺序排列），A 和 C 之间的间隔包含 B（因此 B 被放在了 A 和 C“之间”）。然而 A 和 C 之间的间隔可能比 A 和 B 之间的间隔要大；A 和 D 之间的间隔可能比 A 和 C 之间的间隔要大等（间隔的嵌套）。但如果除了考虑 A，B，C 之间的已知顺序关系之外，当我们将它们与其“位置”联系起来，或者将最后一个与其他的物体相关联，则间隔的概念就假定了路程的含义（包含了 A 和 B 之间所有的可能位置），进而变成了经过的路程。从定性的观点来看，从其嵌套的比例，即 $A_0B_0 < A_0C_0 < A_0D_0$…，可以很清楚地看出路程的含义。但随后儿童逐渐可以从定性性质（或者由局部—整体关系定义的内涵性质）到外延性质（由 A_0B_0 与 B_0C_0 等的比较定义，即相互之间的连续部分），再最后到测量性质（单位的选择，比如说 A_0B_0，$A_0C_0 = nA_0B_0$，等等）对路程进行定义。

很明显，从位置与位移关系的元素顺序之间的对称间隔中构建的所经路程，完全与第三章和第四章我们所提出的假设相一致。阶段Ⅰ的儿童仅仅只关心终点的顺序，而不关心起点的顺序。他仅仅根据终点来定义经过的路程，因此由于不能够建构间隔的概念而一直被误导。之后（可清晰表述的直觉阶段），儿童必然会考虑到了间隔，但是仍然不能将其与终点的顺序分离开来：进而儿童并不认为间隔是对称的，因此对去程和回程的路程是相等的予以否认。当间隔嵌套与顺序关系经过系列化形成连续群集（位置和位移在这个意义上改变了顺序）后变得相一致时，准确的运算概念才得以建构。但是很有趣的是，在某种程度上，经过路程的概念在与开始和结束点顺序的概念中，很长一段时间都被看作是起点和终点顺序的背景：例如相比于“走了更远的距离”，儿童会更倾向于说“停在更前面”等。根据定性的位移运算的双重性来说，这一点是不证自明的：第一类仅仅涉及元素 *A*，*B*，*C*…间位置的改变，间隔退化成了背景，而排列则在其中占有重要地位：第二类则相反，产生了与“位置”本身有关的顺序改变，此时只有距离和间隔的长度才引起儿童的注意。

第三节　同步位移运算：速度和时间

目前我们已经观察到物理位移和空间位置运算的紧密关系。它们互相依赖，并共同形成了稳定的空间结构及其可变的内容，也即静止或运动的物体。但是运动和速度的概念绝不仅限于此：位置和位移的共同协调解释了速度概念、时间上的连续以及时间进程的构建。这种协调的出现是因为两个或更多的位移同时发生，即一个位移的发生与另一个位移保持一致。这种相关的行为就是所谓的同步位移运算。

一个单一的位移和随后依次发生的位移链是没有速度的运动。无论 *A* 从 *A* 到 *D* 走了一个小时，一秒钟还是以无限的速度行进，都仍然是产生了相同的位移。因此，对于单独运动的物体来说，是没有绝对速度的（此外，如果 *A* 改变了与 *B* 的相对位置，*B* 可能同样被认为是运动的而 *A* 是静止的，因此也没有绝对位移的概念）。另一方面，如果一个移动物体的连续位置是相对于其他物体排列的，则速度的概念就必然出现了。事实上，从心理起源的观点看来，这就是速度概念出现的过程。对于幼儿来说，速度是“超越”，即两个运动物体在位移过程中相对位置的顺序的反转。然而这种不完整，甚至误导性的概念可能仍是其原始的直觉形式（一般而言和运动一样，儿童仅仅根据终点判断速度）。事实上，通过调整校正之后，这一形式变成了群集的基本原则。下面介绍的运算校正将解释所有速度的定性关系（定性性质，与外延和测量性质相对）。这就是我们现在试图要说明的。

我们首先看同步位移运算是如何起源于早期运算的，然后我们将检验这种发展方式是否与心理发展一致。

我们给按顺序排列的物体一个特定的数字 $A_1B_1C_1D_1\cdots$ 之后被顺序 $B_1C_1A_1D_1$ 所取代。根据我们已经提到的运算，由于没有顺序超越空间的观察，也没有引入时间进程，所以 $A_1B_1C_1D_1$ 被看作是以单一空间整体出现的，或者是放在一起的位置系统。而顺序 $B_1C_1A_1D_1\cdots$ 作为另一个类似的系统（同样是一个整体），由于没有位移而与第一个系统互不兼容。我们将这称为相互不兼容的系统“状态”或者“静态”。而位移则可以被认为是包含了从状态Ⅰ到状态Ⅱ的过程。而一旦这个系统中涉及位移或者连续的位移链，则这个位移过程是否以任一指定的速度行进，或者是否具有时间进程或者没有时间进程（想象的无限速度）是无关紧要的。在位移转换或者由其他位移而产生新位移之前，每个状态都仅仅被看作是空间系统。

但现在我们假设与位置 $A_1B_1C_1D_1$ 相对应，存在着位置 $A_2B_2C_2D_2\cdots$ 也处于相同的状态Ⅰ，物体 $A_2B_2C_2D_2\cdots$ 被放置在与其相对应的物体的旁边。无论如何（与另一个排成一列等）如果这种对应关系可以在没有位移时就形成，它就仍然处于状态Ⅰ。因此如果两个序列 $A_1B_1C_1D_1\cdots$ 和 $A_2B_2C_2D_2\cdots$ 不再以不必要的时间作为参照时（单一平面上的图形不再以同步性为标志，而是以位移，即速度为其标志）则它们在一个单一的空间整体中是兼容的或同步的。让我们将 $B_2C_2D_2A_2\cdots$ 顺序定义为状态Ⅱ，四个元素 $B_1C_1A_1D_1$ 被放到了与元素相对（但相邻）的位置，（A_1 与 D_2 相对，D_1 与 A_2 相对）：则这就等于说 A_2 的位移（由于 A_2 基于 B_2 产生位移，而 C_2 基于 D_2 产生了位移）比 A_1 的位移（相对于 B_1 和 C_1）更大。因此在这个例子中，A_2 之前与处于状态Ⅰ的 A_1 相对应，而之后移动到了处于状态Ⅱ的 A_1 的前面（在运动方向中），也就是说这里就出现了超越，并进而引入了速度和时间概念。

让我们首先将出现在两个相同状态Ⅰ和Ⅱ之间的所出现不同位移称为同步位移（即 A_1 到 A_2 之间的位移）。另一方面，如果每个位移中的开始元素和第二元素之间以同样的顺序可以建立起一致关系，那么我们认为两个位移 $A_1B_1C_1D_1\cdots$ 和 $A_2B_2C_2D_2\cdots$ 是一一对应的，即在已知每个元素的初始位置情况下，知道元素在这个位置系统的位置就可以得出在另一个位置系统中的位置。因此，我们认为如果在其新的位置中仍然是相对应的，两个相对应的元素 A_1 和 A_2 在没有发生“超越”的情况下产生了位移。如果该元素的新位置在之前一个元素的前面，那么其中一个元素的位移就比另一个大。

当这样的运算可能实现时（它们在儿童的速度概念的真实起源中表现很明显），必然出现四种结果：（1）在对元素的唯一空间感觉中，不再仅仅将位置（放置）的改变作为同步位移的特征，而是仅仅以空间意义上的速度作为其特征：没有发生超越的位移具有同样的速度，而发生了超越的位移则根据其超越程度不同，其速度也不同；（2）除了通过与超越概念的定义进行对比所形成的序列的空间连续顺序以外，还出现了时间顺序，即状态本身的顺序：状态Ⅱ在状态Ⅰ之后。由于在超越的情形

中，位置不一一对应，所以这种时间顺序独立于空间顺序。因此每个状态定义了一个“同步现象”的系统（位置系统），并且这两个连续状态在时间上定义了“之前”和“之后”；（3）单一元素在两个连续位置之间的空间上的间隔（即单一位移的两个端点之间的间隔）形成了“经过的路程”：因此每次超越都标志着经过的路程是不相等的；另一方面，两个相等状态之间经过距离更长的就被认为其速度最大。关于这种空间间隔或者“距离”，我们可以看到在其与位移运算的关系中，我们如何对其进行定性（与测量相反）定义的：不是从在研究中的元素顺序的角度对其进行细分（AB 的间隔总是比 AC 的间隔要小，即 $ABACAD$ 等，与任何参照系统都无关）；就是从位置顺序对其进行细分（$A_0B_0 < A_0C_0 < A_0D_0 \cdots$）；（4）最后，时间进程形成了两个状态之间的总体间隔，即在经过的时间限制（参见之前的 2）之间，并与空间序列相对应。因此经过的时间被认为是与经过的路程和速度有关的（逻辑上乘以速度的反比）。例如，如果以 v_1 的速度经过路程 a，同时以 v_2（$v_2 = v_1 + v^1$，v^1 就是速度差）速度经过路程 b（$b = a + a^1$，a^1 而就是两段路程之差），则两个运动的时间进程是相等的，因为两段路程之差 $a^1 - v^1$ 由（速度差的反演运算）进行了补偿。事实上，我们知道 $a + a^1 - v^1 = a$，因为速度差 v^1 已经被增加（相差）的路程 a^1 所定义了（$a^1 = v^1$，$a^1 - v^1 = 0$）。需要注意的是时间进程概念的建构是通过路程与速度的关系（逻辑上的，而不是测量上的），这仅仅是我们从心理学的角度对这概念起源进行研究时在儿童身上发现的（见《儿童时间概念的形成》，结论）①。

事实上，在其速度概念的发生发展过程中，观察每个运算的出现是很有趣的事情。在最最初的发展中，儿童仅仅考虑到了视觉上的超越（阶段Ⅰ，第六章和第七章），而没有将起点考虑在内，即同时行驶的路程。在整个阶段Ⅱ的进步是通过相互之间的关联，将超越的概念推广到超越不可见的例子中，即运动的物体赶上另一个运动的物体但没有出现超越，或者甚至完全没有赶上，或者从另一个方向运动等情况。在所有这些情况中，我们可以看到判断的更正机制包括调节去中心化，这使得儿童同时注意到起点和终点，进而将运动的结果看做是潜在的超越，或者在重建运动的早期阶段，从而使比较潜在的超越成为可能。根据这种更正过程，间隔或经

① 我们指出，一般来说，对于不同、简单、幼稚的运算的兴趣，仅仅在于它们确实在序列排列和质性的表达中很重要，但对于外延或测量量毫无用处。从哲学的观点看来，之后的应用可能从此开始，到一个假设的物理世界。而此时，其整体黏度使得所有测量变得不可能，除了纯拓扑学没有其他几何学。我们知道在异物同形中，仅仅根据顺序进行比较，而没有考虑距离，因为曲线可以扩张和收缩，交叉（结点）等，但不会变成片段或者形成直线、角、圆等。因为拓扑学的对应是在两个方向的一一对应，因此就两组对应点之间的存在相同对应图形而言，间隔是可以保持的。因此，我们假设扩张的过程是在第一个曲线上从 A_1 到 C_1，在另一个曲线上从 A_2 到 D_2（A_2 对应的是 A_1，但 D_2 在 C_1 的前面）。如果存在建立这种对应的一个物理或者心理的方法（想象等），这种情况下因为出现了“超越”可能会认为在第二条曲线中扩展的速度要更快。在一个完全弹性的世界里，就是根据这个唯一的标准来判断速度。相反在我们世界中的立体物，儿童早在测量顺序的智力运算形成之前就知觉到直线、平行线、角等图形。这就是为什么重建空间和时间的运算非常困难：事实上，重建运算仍然是质性的，甚至将其应用到直觉图形需要预测测量结构时也是如此。

过的路程逐渐开始起到了作用，使得在起点和终点相同，但是经过的路程不一致时，儿童可以衡量速度：运算比较逐渐超越了视觉比较。最后，在阶段Ⅲ，儿童直接根据起点和终点的比较，即根据对概括化后超越与间隔的理解，或者说根据对经过的路程和时间进程的理解对速度进行判断。

当然，这些都限制于同时开始和停止的整体或部分的同步位移。而与之相对，儿童通过外延运算和测量运算对连续运动进行判断（见第五章和第六章）。

第四节　相对位移和同步位移

我们仍然需要检验一个特殊的情况：在测量运算出现之前，儿童仅通过定性运算来理解相对运动（参见第四章）或者相对速度（参见第八章）。

运动是参照固定位置（放置）系统的位置改变（位移）。但这个位置系统在相对于一种运动是固定的同时，其本身相对于其他固定位置系统而言是运动着的。因此产生了用另一个运算“组合”两个运动及其速度的需要。正如之前一样，我们试图描述这些运算是如何在内部形成的，而不仅仅是在事件之后对其进行抽象化描述。

假定有一个位置系统 $A_0B_0C_0$…按顺序排列。对于观察者来说，这种固定位置的参照点可以用来判断在桌上或者在地上运动物体的运动。假定 $A_1B_1C_1$…系统的元素同样也以不变的顺序放置，要么是一个相同的具体的整体（如在第五章中纸板上连续的部分），要么是离散的元素（如在第八章中骑自行车的人以不变的顺序一个接着一个）。最后，假定运动物体 A_2 放置在 A_1 之上或者之前。因此当 A_2 相对于序列 $A_1B_1C_1$…运动时，可能知觉到彼此不同，但可以相互补充，且可以还原到同一原则的两种组合：第一种，A_2 相对于固定位置 $A_0B_0C_0$…发生运动；第二种，A_2 相对于运动 $A_1B_1C_1$…发生运动，而并不是相对于固定位置 $A_0B_0C_0$…发生运动。

在第一种情况中，A_2 在序列 $A_1B_1C_1$…之上运动，而其自身也以序列 $A_1B_1C_1$…在 $A_0B_0C_0$…运动。因此，我们假设序列 $A_1B_1C_1$…中 A_1 以这种方式运动到了 D_0。与此同时，A_2 已经运动到了 C_1；很明显，相对于序列 $A_0B_0C_0$…，运动物体 A_2 行进的路程是（A_1C_1）+（A_0D_0），因此其本身已经超过 D_0…如果（A_0D_0）经过的路程等于 m_1，（A_1C_1）经过的路程等于 m_2，并且 A_2 与序列 $A_1B_1C_1$…是往同一个方向运动，则其组合就相当于 $m_1 + m_2$；如果两者运动方向相反那么 $m_1 - m_2$。因此理论上而言这种组合就是位移（见本章第三节），只是这是双重位移，即对顺序关系或者经过的路程进行加法或者减法。然而我们观察到了这种双重位移操作的复杂性：为了同时理解 A_2 运动相对于序列 $A_1B_1C_1$…与 $A_0B_0C_0$…两者的关系，我们首先将两者看成是连续的，稍后再将其看成是一种双重关系。因此假设性的“分解”是为了将它们以演绎的方式重新组合。正如其定义一样，演绎推理思维和形式运算。因此，即使其结构与简

单位移的组成类似，双重位移组成或者相对位移，也只有 10 到 11 岁的儿童才习得形式运算，而 7 到 8 岁儿童却无法习得，其原因在于具体和形式运算中存在时间差。

第二种情况中（$A_1B_1C_1$…相对于 A_2 运动的相对速度）产生于完全相同的格式。我们假设 A_2 不在序列 $A_1B_1C_1$…之中，而是在它们旁边，位于 A_0 的位置。在时间 t_1 中序列 $A_1B_1C_1D_1$（不包括 E_1F_1…）将经过静止元素 A_2。因此序列 $A_1B_1C_1$…的速度是他们经过的路程（从 A_1 到 D_1）与时间 t_1 的函数，或者更清楚地说，距离 d（$d = A$ 到 D）与时间 t_1 的函数。如果 A_2 向 $A_1B_1C_1$…（相反的方向）运动，在比 t_1 更短的时间 t_2 后（$t_2 < t_1$），A_2 会相遇并经过 D_1。也就是说在时间 t_1 中，它会遇到并经过 $A_1B_1C_1D_1 + E_1F_1$…换句话说，经过距离 d 会比之前所用时间（t_1）更少，即序列 $A_1B_1C_1$…的速度从 A_2 来看比从 A_0 来看要更大。相反如果 A_2 运动的方向与 $A_1B_1C_1$…一致，在时间 t_1 之后，他将不会被 D_1 超越，而只会被 A_1B_1 或者 C_1 超越，如果 D_1 要超越 A_2，需要比 t_1 更长的时间 t_3。因此路程 d 需要更长的时间（$t_3 > t_1$）才能走完，所以 $A_1B_1C_1$ 的速度从 A_2 看来会比 A_0 看来要慢。

第二个组成在乍看之下会比第一个更复杂。事实上，从运算的观点来看，两者是一样的，只是第一个是同样的时间内，距离的增加或减少的问题，第二个是同样的距离内，时间的增加或减少的问题，或者相反（相遇和经过或者超越的次数大于或小于 A_0）。但从直觉困难性来看，将两种不同的观点（也就是运动的 A_2 相对于 A_0，或者静止的 A_2 相对于 A_0）协调起来比增加或减少两种运动要更加困难。然而实验结果与此相反（第八章），第二个组成与第一种同时形成。因此一旦儿童获得可以处理多重连续位移（第三章）的形式运算，儿童便能够很容易和巧妙地解决相对性的问题。

第五节　外延运算：时间和经过路程的比例

之前的运算形成了纯定性群集。在 7 岁（具体运算）和 11 岁（形式运算）的儿童能够尽可能准确地掌握这种群集，但他们对于所有运动和速度的基本问题的掌握仍然还远远不够。在位移问题中，他们仅仅能够推论出在两个方向上的运动路程是相等的（或者反向位移抵消了对应的正向位移），两个位移相加变成了一个位移，最终一个部分位移总是比整体位移要小。但他们不能理解测量，甚至比例。在速度的概念中，他们认为在两个同步的时间进程里，走的距离更远的物体速度更快，或者如果距离相同，运动快的物体所花的时间越少——但是在后面这种情况下，还需要同时比较物体开始运动和结束运动的时间。最后，根据观察者的运动可以从这些组合中推断出最小或者最大的相对速度。但是这些情况中所描述的质性运算仍然不能对速度进行计算，他们甚至不能将其推广到任何其他关系，比如说相继发生的运动。

因此尽管儿童在直觉的某些方面认识到了匀速或加速度，但是它们仍然不能建立匀速或加速度的概念。

换句话说，在第一到第四部分所讨论的运算仅仅涉及内涵量（比较整体与部分，也就是在纯质性逻辑中，如果 $B = A + A^1$，则 $A < B$），而没有涉及外延量（比较部分与其他部分，也就是如果 $B = A + A^1$，则 $A < A^1$ 或者 $A > A^1$），且更没有涉及测量量（重复一个单位 $A = A^1$，如果 $B = A + A^1$，则 $B = 2A$）。但我们在第九章到第十一章所看到的，一旦形成了内涵运算，他们就能将其扩展到外延和测量运算中。

特别需要注意的是，我们在第九章中所看到的比例问题与此处的联系在于相继运动速度的比较。如果在 t 时间内经过了距离 d，以同样的速度在 t^1 时间内经过了距离 d^1，那么就有 $d/t = d^1/t^1$。如果速度不相等，则比例就不成立。在尝试任何测量之前，儿童有时会表示对于比例问题，尤其是不成比例的情况，有一种确切的感觉。这就引起了一个非常有趣的心理现象，即质性测量运算的相关。

事实上，我们知道，几何学中的比例概念存在两种完全不同的形式：测量形式，即两个字数值比值的等式 $a/b = c/d$，另一种是质性的或者纯几何学的形式。① 从后者来看［在格拉斯曼（Grassman）之后］，我们假设两对线段 a 和 a^1，b 和 b^1 是成比例的，即 $a : a^1 = b : b^1$，“假设存在两条相交直线，从交点开始，线段 a 和 b 在第一条直线上，a^1 和 b^1 在第二条直线上，则连接两条线段的线段 aa^1 与线段 bb^1 平行。”

然而，这种纯几何形式的比例从根本上不同于简单的逻辑或质性的比例（“质性”这个词在逻辑和几何学中意思不同），比如说“儿子之于父亲正如父亲之于祖父”，或者“巴黎之于法国正如罗马之于意大利”。这种逻辑关系，确实同样形成个相等的比例（在第一个例子中是反演比例，第二个例子中是部分与整体的关系）……但是它与数学比例有两个根本的差别：（i）逻辑关系仅仅确认了质性或者内涵结构上的一致或相等的性质（同样反比，同样的部分与整体的比例等，总之，同样的比较或者同样的“嵌套”）。然而，几何学中的比例暗含着内涵量，即部分与其他部分的量的比较。事实上，假设 a_1 和 a_1^1 是值 $b_1 = a_1 + a_1^1$ 的两个部分，a_2 和 a_2^1 是值 $b_2 = a_2 + a_2^1$ 的两个部分。如果，$a_1/a_2 = a_1^1/a_2^1$ 那么我们同样会发现 $a_1/a_2 = a_1^1/a_2^1$，即每个部分 a 和随后 a_1 的量的比例。换句话说，逻辑的对应仅仅使得在部分 a（比如说巴黎）和整体 b（比如说法国）之间存在量的比例。（*ii*）我们总能将一个几何比例 a_1：$a_2 = a_1^1$；a_2^1 转换成一个测量比例，因此可以得出 $a_1 \times a_2^1 = a_2 \times a_1^1$。但逻辑比例无法化简成数字。而这样的乘法运算（巴黎 × 意大利＝罗马 × 法国）或者（儿子

① 基于泰勒斯定理：与一个角相交的两条平行线段是成比例的，或者在定理的基础之上，如果两个三角形有一个角相等，且与这个角相邻的两条边成反比，则两个三角形面积相等。这两个定理是不需要比例的测量概念就能明白。

× 爷爷＝爸爸 × 孙子）没有任何意义。①

简而言之，即使在其特定的“质性”的几何学形式中，即外延而非测量，比例是两个数量比值的等式，虽然这个等式不是测量的，但是我们仍然可以对其进行测量。其原因在于比例暗含了直线，平行线和角的概念。反之，逻辑对应是指两个内涵比值的等式，它同样也不是测量的，但是我们也无法对其进行测量。

那么儿童是如何得到这种概念的呢？当然，他们首先必须在具体运算水平以及形式运算水平上提前掌握定性运算：在形式运算水平上，一旦他能够比较不等时和等距或者等时和不等距的相继运动，他就掌握了这种概念。现在我们假设时间和空间都是不相等的，正如在第九章中提到的例子一样：2 秒钟 4 厘米与 3 秒钟 5 厘米相比较，或者 2 秒钟 4 厘米与 3 秒钟 7 厘米相比较。儿童首先比较在时间上的不同（这里是 1 厘米和 3 厘米）然后比较第一个运动物体（4 厘米）所经过的路程与第二个物体所经过路程相差的 1 厘米或者 3 厘米的差异，以及第一个物体（2 秒钟）所用时间与第二个物体相差的 1 秒的差异。通过比较这两种不同，他会发现 1 厘米差别与 4 厘米比第一秒和第二秒的差别要小。因此他认为在第一个例子中，第二个物体比第一个物体运动得慢，而在第二个例子中，第一个物体比第二个物体运动得慢。儿童对比例概念的感觉是质性运算的结果，有时被称为“相关的推断”（斯皮尔曼）——即仅仅是比例关系逻辑相乘的一种相关；但这种运算不仅仅用于（正如本章第三节和第四节）部分与整体的关系或者整体与部分的关系，而是扩展到了部分与其他部分的比较上。正是这种在 b（$b = a + a_1$）中 a 与 a^1 的比较关系转换成了逻辑相关，比如说 4 厘米与 1 厘米的差别包含在 5 厘米中，或者 4 厘米与 3 厘米的差别包含在 7 厘米中，甚至第一秒与第二秒包含在整个两秒钟等，或者部分与整体的比率关系转换成了部分与部分比率中间的数学比例或关系。

这种部分 a 与 a^1 比率的比较从何而来？仅仅来源于之前提到的定性运算的概括化。后者受到部分 a_1 和 a'_1 部分嵌套于不 b_1 整体的限制。由于 $b_1 = a_1 + a'_1$，一旦儿童意识到了在嵌套中 $a_1 < b_1$，则根据同样的原理，他可以退出另一部分 a_2 与另一个整体 $b_2 = a_2 + a'_2$。这两种“嵌套”关系之间的比较进而导致两种逻辑的比较：a_1 之于 b_1 正如 a_2 之于 b_2，a'_1 之于 b_1 正如 a'_2 之于 b_2。但是这种比较引起人们思考各部分

① 然而就质性运算（“群集”）系统而言，儿童可能会将下面两种情况的比例概念在逻辑上乍一眼看是相等的：这种“一个由单一种类或者等级相乘所组成的群”与宗谱的联系中（父亲、儿子、兄弟、叔叔等）。从一个点开始＋ A（＝父系的祖先），假定在点 A 之外存在 $B_1B_2B_3$ 由等直线（长度相等）代表他的儿子们。同样从每一个点 B 扩展一个直线的数字 $C_1C_2C_3C_4C_5$ 等，代表孙子们。因此直线可以与 A 为顶点形成等腰三角形中，同样 A 也可以与 B，C 水平的质性形成其他一系列三角形。因此我们可以用在三角形的一边来想象 AB_1 与 B_1C_1 的关系和另一边 ACn 和 $DnEn$ 的关系。我们认为：“A 是 B_1 的父亲”的关系对于“B_1 是 C_1 的父亲”的关系正如“A 是 Cn 的爷爷”对于“Cn 是 En 的爷爷一样”。事实上连接 B_1 到 Cn 点的直线与连接 C_1 和 En 的直线是平行的。我们可能同样会发现：AB_1 与 B_1D_1 的关系正如 ACn 与 $CnCn$ 的关系一样。但事实这仍然是将部分放置进整体和两种“嵌套”形式的质性等价的逻辑对应关系的问题。既然在这种情况下部分关系与世代相对应，则可以将每代看作一个单元，在这种情况下逻辑对应关系就能够转换成数学比例。然而，这种转换增加了数字，是不包含在原来的双重关系中的。

之间是否同样存在一种双重关系：$a_1/a_1^1 = a_2/a_2^1$？

因此比例就是这样出现的：正如我们在例子中所看到的，通过部分与其他部分的比较，从而产生了两个嵌套关系整体的比较，而逻辑关系的比较仅仅是部分与整体的双重比较。尽管这种比较十分有限，但是为之后的比例和测量提供了条件。比较属于两个整体的两个部分进而会产生两个部分与其互补部分之间的比较。而之后的这种关系标志着从内涵到外延或者定性到定量发展的过程。

第六节　测量运算

一旦开始进行部分与其他部分的比较，通过对质性运算的概括化，任意部分 a 可能与另外一个a^1相等，即 $b = a + a = 2a$。这样就可以选择 a 作为一个单位，进而形成了测量。我们在其他研究中已经检验了它在时间领域的发展，同时我们在第三章和第四章中也提到位移的测量是如何通过传递相等距离出现的[①]。时间和经过路程的度量为之后的阶段Ⅲ理解匀速运动、以及阶段Ⅳ理解两个物体速度不同的匀速运动以及加速度运动奠定了基础。

① 但是空间度量起源的问题在注解中无法详尽解释，想了解更多的读者参考有关书籍《儿童的几何学概念》。

原版主题索引

译者后记

本书的翻译是集体工作的结晶。刘冰洁、贾培媛、张心如和王彤星全程参与了全书的翻译工作。翻译分为四个阶段。初译阶段刘冰洁负责了第一、二、十二章和序言，贾培媛负责了第三、四、五章，张心如负责了六、七、八章，王彤星负责了第九、十、十一章的翻译工作。第二阶段是互译、讨论和校对阶段。建构合作组，交换校对翻译的初稿，对翻译存在争议和表达不准确的地方通过团队讨论的方式进行了修改。第三阶段是统稿校对。由段海军负责完成了全书的统稿及校对工作。第四个阶段是审校阶段。我的研究生赵汉璇具有出色的英语功底，为本书最后阶段的审校增色不少。感谢胡卫平教授对本书翻译工作提出的建设性意见。感谢王雨晴副教授对译稿逐字逐句的阅读，为后期的校对提供了非常宝贵的意见。感谢李其维老师的信任，将此书的翻译工作交付于我，给了我重读经典，学习皮亚杰博大精深思想的机会。正如先生所说，“翻译皮亚杰，真是一场艰难的智力体操。”翻译的过程虽然艰辛，但从中领略了著名心理学家皮亚杰的研究魅力。最后，最想表达的是，虽然我们花费了大量的时间投入翻译，已经尽力做到自己认为的最好，但是限于译者水平有限，加之原文由法文译为英文后有很多晦涩难懂之处，粗疏难免，纰漏犹存，祈忘前辈、同仁和读者不吝指教！

段海军

2018 年 6 月

力观念的形成

〔瑞士〕让·皮亚杰 著
朱倩兰 译
蒋 柯 审校

力观念的形成

法文版　*La Formation de la Notion de Force*,Paris: Presses Universitaires de France,1973.

作　者　Jean Piaget

合作者　M. Chollet, I. Fluckiger-Geneux, A. Henriques-Christophides, J. De Lannoy, R. Maier, O. Mosimann, A. Szeminska

朱倩兰　译自法文

蒋　柯　审校

内容提要

本书呈现给读者的，是力的观念形成的相关内容，围绕着因果关系展开解释。第一章使用心理形态学的术语来界定主体的运动，进而分析“运动”这一物理量的形成。第二章研究从同时具备时空属性的 mve 动量发展到力的观念的路径。第三章分析小球下落后的重新上升，来补充第二章的研究。第四章考察斜坡条件下，向上位移一节车厢，是否比牵制车厢停在原地需要更多的力。第五章将处理（两个相连摆锤的连续运动）能量传递的问题。第六章研究惯性的反作用。第七章比较动量或冲撞形成的运动和惯性运动之间的不同。第八章描述只有机械力介入的情况。

朱倩兰

目　　录

前　言

接续我们“（发生认识论）研究”已经出版的第16卷当中提供的一般事实纲要，围绕因果关系解释，本书呈现给读者的，是力的观念形成的相关内容。实际上，除了在这一特定观念逐步形成的过程中我们赋予它的意义外，本书还提出一项更具一般意义的重要问题。我们可将物理学使用的概念分为两类，或者至少可以观察到一个渐变的层级。第一类是复合概念（composé），由相对基础、也因此被认为是相对简单的观念组合而成（composé）：比如速度概念，由位移空间和时长（dureé）两者组合而成。第二类是组合材料概念（composants），人们预先假定它们的出现先于前一类概念。不过，从心理发生学角度来看，显见的复合概念有时反而最为原始，它们对应着未分化的多种直觉，而组合材料概念，或者说，在具体协调过程中表现为组合材料的那些概念，则形成于复合概念的分化过程，分化让它们彼此建立起关联。下述一例便是如此，我们观察多种速度与多种时长之间的关系，已确定能观察到，一方面，速度可以独立于时长，仅以序数的方式［即超越（dépassements）］逐步自我形成（但仍要遵循一定的时空法则），另一方面，时长在发生的事件（即时长的内容）和事件相继发生的速度之间建立了关联。至于力的观念，虽然它相对而言也是“复合的”，但我们仍需追问，类似上文的形成过程对它是否适用，它会不会是某种更复杂、更复合的观念进行分化和重新组合的结果，而这种（更复合的）观念，也许正是时空动量 mve（此处 m 指质量，儿童称其为“重量”，v 指速度，e 指位移空间），它与“运动”[①]（action）这一物理量的性质相似。

此外，力观念形成过程的认识论意义在于，复合观念实际可能以多种方式由组

① 要表达这一原始观念，仍需明确，这里仅仅涉及儿童对数量的概念，而不涉及度量的概念。从物理学的角度看，运动 A 是能量 E 经过一定时间 t 的产物，因此 $A = E \cdot t$，从而 $A = Fe \cdot t$，我们用功来表示能量，功则是力 F 移一定空间 e 的产物。调整得到 $A = Ft \cdot e$，Ft 是冲量（impulsion）。此外，考虑到运动能量的算法是 $\frac{1}{2}mv^2$，我们得到 $A = \frac{1}{2}mv^2 \cdot t$，之后再将 t 化简（$v = e/t$，约掉分子，得到分母），我们得到 $A = \frac{1}{2}mve$。接下来考虑力，$f = ma$ 是欧拉的公式，牛顿把他的第二定律记作 $f = d(mv)$：现在我们记作 dt。再考虑心理发生学的原始观念，我们可以用 mve 来定义“运动”这一物理量［此处涉及能量的部分仅考虑莱布尼茨提出的“活力（forcevive）” mv^2］，即，在位移空间内，力-动量 $p = mv$。

合材料概念组成，并与组合材料概念保持着可变动的关联。由此一来，复合观念比组合材料概念表现得更稳定、抗性更强，从而，尽管它们更复杂，发挥的作用却更为基础。故而相对论认为，时间和空间从属于速度，速度成了某种绝对观念。继而，质量和能量并入一个更大的整体，此处从略。在微观物理学中，“运动”这一物理量同样获得了优势地位，运动是多价概念，我们不再说它是“复合的”，它能以不同方式自行分解，并引出其它观念，特别是冲量、功、能量以及力的观念。数学家吉尔·恩里克斯（Gil Henriques）曾在我研究中心做出不少认识论方面的贡献，他对此表示，面对当代科学革命，最具有抗性的观念，一定是心理发生学意义上的初级观念。理由是，正如我们方才强调的那样，多价观念的概念性整体包含某种必然的守恒性，它独立于元素之间的各项关联，或部分之间的各种排列。故而，在科学思维的发展过程中，整体观念是初级的，其他观念均从属于它，同时，从心理发生学的角度来看，整体观念是原始的、未分化的，这同样源自它的整体性，在这之后，实践和逻辑迫使整体性逐步走向分化和协调过程。

作为本书的开端，我们首先用心理形态学[①]的术语来界定主体的运动（第一章），进而分析“运动”这一物理量的形成。第二章研究从同时具备时空属性的 mve 动量（poussée）发展到力的观念的路径，继而我们分析小球下落后的重新上升（第三章），来补充第二章的研究。第四章描述被试对某个启发式的问题给出的应答，该问题是：在斜坡上，向上位移一节车厢，是否比牵制车厢停在原地需要更多的力？第五章我们将处理（两个相连摆锤的相继运动）能量传递的问题，采用简单的运动传递的术语，这将给我们一次机会，研究一个观念的建构过程，我们用“力量”（pouvoirs）的交错传递来定义它的特质，这很接近人类在 13－15 岁左右习得能量观念时给出的回答。第六章研究惯性的反作用，第七章比较动量或冲撞（choc）形成的运动和惯性运动之间的不同。最后，第八章我们认为有必要同上述诸多情况形成对照，即描述只有机械力介入的情况，我们对机械力的认知，得益于我们意识到如何顺应肌力的特性，做出适宜的运动，这里存在着某种与吸引力（如磁铁）相关的情形，从而能够理解，我们无法从被试的驱动活动中获取任何有效信息。

以下每章，均由皮亚杰撰写，与我合著本书的其他作者仅对分工的内容负责（皮亚杰则对本书中所有的观点阐释负责）。合著者在技术层面为我提供了广泛的帮助。

让·皮亚杰

① 依照本书正文，合理推测“心理形态学”与“泛灵论 / 万物有灵论”、“心理（精神）普在论”相接近。——中译者注

第一章　运动、功和冲量[①]

对运动学（cinématiques）观念发展的研究表明，比起时长的作用，过去人们更重视速度的作用，故而对速度存在着一种原始的序数直觉，另一方面，时长也设法与其他观念产生关联。此外，人类并非对时长，而是对移动和移动速度产生知觉记录以后，才给出了神经生理学层面的分析。因而，速度在发生学层面的优先性，与它在相对论领域的认识论优先性相匹配——根据相对论，时间相对于速度存在，而不是速度相对于时间存在——这也许不是巧合。倘若速度在运动学领域也有同样的表现，那么，对于“运动”（action）这一物理量来说，它在动力学（dynamique）领域的表现同样与心理发生学最原始的数据相匹配，它也能经受住微观物理学（有关运动）的观念重组。

不过，要接触原始形式的机械“运动”，应该了解它以什么方式涵括了力、空间、时间这些组合材料观念：力在发生学领域并非初级观念，它涉及如何从“运动”出发，实现力的自我建构，而不是反过来，以力为支撑点来定义“运动”，力成为组成运动的一部分。换言之，我们的假设旨在从运动出发，这里的运动指的是未分化的时空复合体 mve，通过多种初级分化作用，运动可以衍生出空间和时间的动量，其中空间动量是功的雏形，而时间动量是冲量的雏形。于是，动量 $p = mv$ 隐含的组合材料概念 m 与 v 便产生了形如 $\mathrm{d}p/\mathrm{d}t$ 的力的原始综合认识。

本章将探讨运动、功、冲量关系当中最为基础的形式，暂不讨论力的观念。

§1.　一般方法和结果

本章我们有四种方法的问话，其中两种涉及质性关系（第一部分），另外两种涉及度量关系（第二部分）。

---

① 合著者：罗伯特·梅耶（Robert Maier）。

方法 1A——第一种方法仅使用几块金属砝码（厚度 2 厘米左右）和一个“障碍物”（一只任意的盒子），并在桌面标示出砝码水平移动的起点和终点。

问题 1：一块砝码沿直线移动，另一块绕过障碍物移动，出发和抵达时间与前一块相同。问题是，让被试指出，上述两种运动哪种更“难”、更“费力”，或者需要“做更多功”（此处把砝码看作一个活动的人），并由此确认应答相关语词。

问题 2：砝码 A 载着砝码 A' 沿直线移动，砝码 B 绕行移动，没有负重。这两种运动中是否有一种比另一种更“费力”，如果更费力，理由是什么，如果两者费力相等，理由又是什么[①]。

问题 3：我们在两条平行笔直的轨道起点处各放置两块砝码 A 与 B：其中一条轨道上，我们让 A 撞击 B，以此来推动 B（弹射），另一条轨道上，我们让 A 紧贴着 B，使得 A 推动 B（牵引），让 B 移动到它在前一条轨道上遭撞击后到达的同一位置。问题依然是，两者费力是否相等，理由又是什么。

方法 1B——§5 的第一部分使用了与方法 1A 类似的装置，只不过砝码的运行路径是在斜坡上。为达到实验效果，我们选用两条木板，一条是笔直延伸的长条直道，另一条弯曲，形成一个弯道，两条轨道起点和终点保持一致。斜坡实验的提问和水平实验保持一致，但在某些琐碎下，我们需要额外考察不等的运动时间，程度不同的加速度，以及不同的倾斜程度（两块砝码要有所区分）。

方法 2A——第二部分考察量的关系，用到两种新方法（即 2A 和 2B；根据前后顺序不同，2B 的被试可能已经参与了 1A 测试）。

方法 2A 使用 50 cm×70 cm 尺寸的木板，板上画两条平行直线，每条线分为四“格”区域，我们用小卡车实现水平移动，用起吊机实现垂直移动（把两条线当作两所房子，四格当作“楼层”），用立方体象征汽油罐（bidon d'essence，即英文的 gas can）（其中一部分体积相同，另一部分偏小，称为“半罐”）。我们在卡车 A 上放置砝码，并将砝码运到第四格，需要携带一整罐汽油（应确认被试充分了解汽油的用途）。此处的问题是，卡车 B 要将二到四块砝码运到指定“格”，要携带多少汽油罐（或者问，卡车携带 n 块砝码和 n' 罐汽油的情况下，最远能到哪一“格”）。

同样的操作可以用在垂直方向（根据不同的问话顺序，水平与垂直方向的运动两者可先可后）：木板依样画线，使用起吊机将砝码运达不同层阶，问题也与前述相似（前提是被试没有参与过 1A，1B 或 2B 测试）。

方法 2B——最后一种方法同样要借助起吊机（我们已有的工具）将 n 块砝码放到四阶楼梯的任意一阶，并改变砝码数和台阶数来进一步考察这项运动。举例：一架起吊机能把一块砝码运上第四阶，那如果要它把砝码运到第一阶，最多能运几块？

---

① 此处的描述是 A 负重作直线移动，B 不负重作曲线移动；但是后面描述被试回答时，则变成 A 不负重作曲线移动而 B 负重作直线移动，故此处疑为笔误。——中译者注

我们先前已经分析过这个问题，特别会问到，如果一块砝码已经被运到第四阶，起重机还能运几块砝码到第二阶？诸如此类。

使用方法 1A 获得的结果相当明确。阶段Ⅰ A（4－7 岁）的被试要么认为砝码绕弯更费力，要么认为负载另一块砝码重量更费力，但每次只能记住绕弯和负重两者其一，而忘掉另一因素。倘若被试给出两者之间有效的比较，换言之，给出稳定的、不再动摇的比较，那么，阶段Ⅰ B 的被试（相当于 5－7 岁）能发现以上两种困难互为代偿，两种类型的时空运动能够达到质的等价（我们所指的时空范畴也适用于弯道运动，因为我们相当清楚，路程越长，耗时越久，即便同时从起点出发，同时到达终点，也同样如此）。相反，在阶段Ⅰ B，弹射和牵引之间尚未形成等价。阶段Ⅱ（从 7－8 岁起）上述两种等价得到了承认，这里包括初始时空运动的两种互补性的分化过程。关于第一种等价（绕弯和负重），可以视为水平做功和空间动量两种观念的源起。至于第二种等价（弹射用时短而发力大，牵引动量小但用时长），可以视为冲量和时间动量两种观念的源起。阶段Ⅲ我们没有观察到新变化，不过，被试的分析更趋精确，这是由于被试把运动视为一种关系，即 $v = e/t$。

使用方法 1B（问题相同，只不过在斜坡上进行）可以得出明显的相似结果，同时存在着系统性的差距，这是由于两个次级阶段（sous-stades）存在认识延迟。阶段Ⅱ A（7－8 岁）的应答（réactions）仍与阶段Ⅰ A 水平移动的应答相近：负重的直线移动，无负重的绕弯移动，两者不存在等价，被试的论据要么集中在重量，要么集中在距离，两者不存在代偿。反之，阶段Ⅱ B（9－10 岁）仅与阶段Ⅰ B 水平移动的应答相对应：负重直线上升和无负重绕弯，两种运动必要的“费力”（efforts）之间存在着质的等价。相反，弹射和牵引不存在等价。这已在阶段Ⅲ和阶段Ⅱ A 水平移动当中得到了证实，理由也相类似（猛然发力和徐缓持续发力是等价的，它们取得的结果存在同一性）。

至于度量关系，方法 2A 给出了明确的结果：被试关于水平和垂直移动的应答不存在差距。如果追究应答的细节，我们仍然可以将被试分为不同阶段：阶段Ⅰ，即负重和路程不存在协调过程（coordination）的阶段，此处路程指的是水平轨道上连续的片段，或是建设中的房屋阶梯。阶段Ⅱ，我们在通常研究中发现了代偿或协调过程，但在度量方法上存在错误，因为被试时常局限于顺序性比较，也就是数量方面的比较。这一问题要到阶段Ⅲ才能得到解决。

至于阶梯问题，虽然变量减少到两个，结果却总是相等，使用方法 2A 会让变量增加到三个（汽油罐，重量，距离）。阶段Ⅰ（被试的）应答仅强调了高度和重量。阶段Ⅱ的被试只能理解“将较轻的重物举得更高”和“将较重的重物举得较低”的运动存在等价，它与质的等价相对应，但不存在任何度量上的建树（réussite）。及至阶段Ⅲ（10－12 岁），被试能够理解顺序意义上的等值：重量的一半对应高度的两倍，或是，将四倍重量运到第一阶等于将一倍重量运到第四阶。不过，考虑到有 6 岁 5 个月和 8

岁 0 个月的两位被试也达到了上述的认知水平，我们需要分别讨论以下两者对于阶段Ⅲ的建树起到的作用，一是度量方法（如比例），二是垂直上升做功和水平位移做功之间的对立。

一、质性的组合

§2.　阶段ⅠA[①]（4—7 岁）

被试举例如下：

欧利（4 岁 5 个月）认为，在引入问题上，绕弯的 *A* 更难[②]，“因为它转弯”。和负重的 *B*（走直线）相比，他仍然认为 *A* 更难，“因为就是这样”。——你看：另一边需要负重。绕弯与负重是一回事吗？——“是。”——为什么？——“因为有负重。”——哪边更难？——“这边（*B*）。”——原因是？——“因为有重物。”——那这边（*A*）怎么回事？——“它没负重。”弹射和牵引：哪边更难？——“这边（冲撞），因为要推一下。”——另一边呢？——“另一边不推，我们让它贴着地面滑行。这边我们推了。”

科拉（4 岁 5 个月）认为，*A* 绕弯和 *B* 负重更难：“这边（*B*）（走直线）太快了！”——哪边更[③]难？——“这边（*B*）。”——为什么？——“因为那边（*A*）没有负重。”——（弹射和牵引）哪边更费力？——“这边（冲撞）。”——为什么？——“因为它吃得很胖（＝它更有力也更‘笨重’）。”随后他指出牵引当中的受力部分（patient）。

安娜（4 岁 5 个月）“负重更难。”——哪边更容易？——“这边（绕弯），它没负重。”弹射与牵引：“两边不是一回事。”——哪边更容易？——“这边（冲撞）。”——为什么？——“不需要把它拉过来。推更容易。”

利尔（5 岁）“另一边（*B* 负重）费力少。”——为什么？——“因为 *A* 走的路更多。”——哪边更难？——“这边（*A* 绕弯）。”——为什么？——“……”——哪边更快？——“这边（*B* ＝走直线，*A*‘走更多路’既指时间久也指路途远）。”牵引和弹射：哪边更费力？——“这边（弹射）。”——那这边呢（牵引）？——“费一点力，因为动作更慢。”

阿坦（5 岁 6 个月）无负重引入问题：哪边更难？——“这边（绕弯），因为

① 本书中提到的各阶段，与本卷其他书目提到的阶段不完全对应，请读者注意。——中译者注

② 即，更费力。——中译者注

③ 此段及以下段落当中，关于各种方法的比较，原文写作“最”，但实际上只比较两种情况，故译作“更”。——中译者注

走得更快。”——(B 有负重的情况)?——“这边(B)带一块砝码的更难。”弹射问题:哪边更难?——“这边(撞击),它动作更快。”——(我们在牵引的基础上增加一个负重。)哪边更难?——“两边都难(这是代偿认识的开端,但还不够精确)。”——比之前简单还是更难?——“更难(两边都是)。”——为什么?——“都更快了(两边都是,即用‘动量=速度’来解释同时牵引两块砝码的运动)。”

阿拉(5岁1个月) 引入问题:“这边(走直线)更难。”——为什么?——“它要保持笔直。”——这更简单?——“不,更难。”——(B 负重的情况)哪边更难?——“那边(B 负重)。”——为什么?——“因为移动距离短。”——哪边更累?——“这边(A)。”——为什么?——“它走得更远。”弹射和牵引呢?——“这两边都不难。”——哪两边?——“(他指出两个受力部分)这个和这个,它们什么也没做。”——哪些砝码在用力(指向施力部分)?——“都用力。”——谁用力更多?——“这边(牵引)。”——为什么?——“要用力推。”

贝雅(5岁8个月) 引入:哪边费力更多?——“走直线更费力。”——怎么费力?——“它更快。”——(重做一遍。)——“两边一样费力。”——哪边更累?——“这边(绕弯),因为走得更长。”——(B 有负重的情况)?——“这边(B)更难。”——(重做一遍。)——“那边(绕弯)更慢,所以容易。”——(弹射和牵引)?——哪些在用力?——“这个和这个(弹射的施力部分和受力部分),它们走得更快。”——那边呢(牵引的施力部分)?——“它推得慢。”——它费力吗?——“费力,另一边(受力部分)很重,它要支撑着它快点走。”——哪边更费力?——“这边(弹射的施力部分),它费力更多,推得也更远。”——另一边呢?——“另一边推得更久。”——哪边更费力?——“这边(弹射)。”

阿维(6岁6个月) 引入:“这边更费力。因为要绕弯。”——然后呢?——“走得更快。”——(B 有负重的情况)?——“那边(A)更费力。”——但这边(B)上面还有东西?——“还是那边更费力,这边负重但是走直线,那边没负重但是走得更快。”——然后呢?——“还是那边(A:绕弯)更费力。”——(弹射和牵引)?——“那边(弹射)。”——哪一部分更费力?——“那里(弹射的受力部分)。”——这边(牵引)不费力?——“不费力。”

居夫(7岁6个月) “那边(B)更难。”——为什么?——“因为负重。”——这边(A)怎么样?——“这边转弯。”——哪边更难?——“那边(B)。”——(弹射和牵引)?——(先做牵引,后做弹射。)——这里(牵引的施力部分)怎么样?——“它没费力。”

拉普(7岁6个月) “那边(A)更费力,因为路程更长。”——另一种负重的不费力吗?——“不像那边(绕弯)那么费力。”

以上原始应答,无论看起来多么平淡,都具有启发意义,它们展示了(儿童的认识水平)从身体运动和心理形态学(psychomorphique)意义上的组合材料概念,到

物理学意义的“运动”概念的过渡，此时它们的形式是时空动量最基本的概念形式。

首先讨论弹射和牵引问题，此处运动的等价可以测量，我们认为，以上九名被试当中，七名认为弹射的动量更大，因为撞击产生了一个动量，而牵引，正如欧利所说，“另一边没推，我们让它滑行”。阿坦和贝雅还提到弹射的速度更大，科拉指出了质量的作用，弹射的施动砝码更有力，因为“它吃得很胖”（更笨重）。相反，安娜和阿拉认为牵引更费力，冲撞只是一瞬间，因此用力轻。贝雅比较了速度，认为弹射更费力，并强调牵引过程中，施动部分运动“慢”，也指出了受力砝码的阻力，“（受力部分）很重，它（施力部分）要支撑着它快点走。”

再看绕弯和负重直线移动的难题，值得指出，十名被试当中，只有四名认为负重更费力，另有四名认为绕弯更费力，两名认为二者相同。选择负重容易理解，选择绕弯则并不好理解，显然这里体现了关于运动的原始概念的两个特征，一是未分化性（心理形态学意义、物理学意义），二是复合性（时空意义、运动学意义、动力学意义），即在仅需推动自身或者仅负载自身重量的情况下，上述两种特性也仍然体现。实际上，只有拉普（已有 7 岁半）、阿拉和利尔提到绕弯“路程更长”，但是利尔认为，直线移动比绕弯更快，这意味着路程既是时间因素，又是空间因素（即使出现了这个年纪常犯的错误，即认为更快＝更费时，上述时空属性也依然成立）。实际上，需要重申的是，6－7 岁之前，儿童还不能将同时从起点出发、同时到达终点，理解为用时相同，不过，另一方面，直至 6－7 岁，儿童仍经常认为弓弦与弓背的长度相等，因为它们的两个端点恰好完全重合。

我们看到阿坦和阿维做出了正确的判断，即绕弯移动更快（不过阿坦认为，牵引需要移动两块而不是一块砝码，所以牵引更快）。反之，科拉和贝雅认为直线距离速度更快。此外，阿拉认为绕弯在空间上距离更长，但直线移动却更“难”，此处费力不再指涉动力学特性，而是某种心理学属性，如，直线移动似乎需要更多注意力，等等。

简言之，衡量不同“运动”的费力程度，被试总体给出了含混的、形形色色的回答，被试可能考虑到多种影响因素，但在各因素之间还没有建立起必要的协调一致性。我们在阶段ⅠA 看到的仅仅是（儿童关于运动认知的）初始阶段，尚未涉足明确的物理学意义上理解“运动”的高阶水平。显著的发展将出现在阶段ⅠB，这一发展正是从上述引人思索的多样性中提取某些可能的等价，它对“运动”（action）的讨论，同我们解释传递运动（mouvement transitif）时，讨论其中的代偿机制（参见“发生认识论研究”第 27 卷第一章）的方法类似。

§3. 阶段 I B

被试举例如下：

阿克萨（5岁2个月）引入："那边更难，因为要绕弯。"——（负重）哪边更难？——"都不难，这边（*B*）重，所以难，那边（*A*）不重，但是要绕弯。"弹射与牵引："那边（弹射）难，因为我们必须撞一下。"——为什么更难？——"（他把砝码拉远，给它一个冲力）这一下必须撞得很重。"——另一种（牵引）呢？——"另一种不难，因为距离（受力部分）很近。"

阿丹（5岁6个月）引入："绕弯更难。"——（负重？）——"两边都难，这边重，另一边要绕弯。两边可能是一回事，但如果载着一块砝码绕弯会更难。"——（弹射与牵引。）——"这边（冲撞）更难，另一边没那么快。"

利夫（6岁0个月）"差不多是一样的。那边（*B*）可能慢一点，因为它上面有别的东西。"——哪边更费力？——"一样费力，这边要转个弯，必须走得更快才行。"——（弹射与牵引。）——"这题稍微容易一点，这边（弹射），推它的时候它滑得更快。"

伊莎（6岁0个月）"两边都难。"——为什么？——"因为重量加倍。"——那边呢？——"它绕弯。"——所以基本是一回事？——"对。"——你确定？——"确定，这边有负重，那边绕弯。"

柯尔（6岁5个月）"两边一样难。"——为什么？——"因为这边需要负重，另一边要转角。"关于弹射和牵引，柯尔开始说"是一回事，一边要推，另一边也要推"。她的认识水平几乎到达了阶段Ⅱ的水平，但也可能仅仅是重复表述（persévération）的一种表现，因为她不能证明等价性，我们问她两种推是不是用的同一种方法，她也无法坚定自己的回答：在这两点上，她都保持了沉默，"你有什么想法？"——"……"

霍克（7岁5个月）是一回事，"因为一边有两块砝码，另一边只有一块但要绕弯，这样可能更快，因为只有一块砝码（无负重），另一种没那么快。"

在弹射和牵引这个问题上，我们得到和阶段 I A 相同的应答。相对地，在无负重绕弯移动和负重直线移动的问题上，则产生了值得关注的等价，即使尚未得到精确的度量证明，这也无疑是儿童就某一观念开始形成协调一致性的心理发生学标志，此时我们仍需确认观念的本质：它要么被看作动量和位移的产物，即"功"，要么被看作一个具有时空属性、而不仅仅是空间属性的"运动"。

据此，被试认为"转弯"（contour）、"绕弯"（détour）、"转角"（virage）以及负重直线移动这两者的费力或劳累程度（fatigue）是相等的。我们提出第一个问题，该把

绕弯视作单纯空间运动，还是时空范畴的运动？根据被试自发给出的提示（因为在本阶段，如果我们向被试提问，增加被试的思考量，反而得不到确定的答案），唯一清晰的回答来自利夫，“这边要转个弯，必须走得更快才行”（参见阶段ⅠA 的阿坦和阿维），但我们无法证明这种信念在本阶段普遍存在。霍克也提到了速度，并把负重和无负重做了比较。

我们首先考察相似的部分。和 5—6 岁相同，我们在传递（指“无中介”，而不再是“有中介”的传递）的解释中，发现大约 50% 的被试认为，在一块砝码撞向另一块的过程中，假如受力球更重，将会放缓传递[①]（而不是其他被试认为的加速），假如施力球更重，移动会更快。第一组当中，有相当一部分的被试给出了等价：重的 *A*（施力）× 重的 *B*（受力）＝轻的 *A*（施力）× 轻的 *B*（受力），结果既表现为运动速度，也表现为 *B* 位移的距离。在此种情况下，“运动”或者动量，无疑是时空范畴的概念。不过，即使利夫对速度的判断不能推广到一般情况，且其他被试只把绕弯看作单一的距离长度，负重移动较短的距离仍可与无负重移动较长距离等价：即砝码 *B* 的负重产生阻力，放慢了速度（利夫和霍克都这么认为，利夫说：“那边可能慢一点，因为它上面有别的东西”），*A* 无负重，方便绕弯，无阻力移动对应着更长的移动距离。一边是与阶段Ⅰ*B* 相匹配的等价，一边是方才提到的传递运动的形式，两者出现在同一年龄段，这并非偶然：二者观念相近，这也是表明阶段ⅠB 被试应答的时空特性的第一个理由。

即，针对阶段ⅠA 绕弯的时空属性，我们给出了一些理由，它们在阶段ⅠB 也同样发挥作用，因为即便被试承认，他们所比较的出发和到达具有同时性，但基本要到 7—8 岁才能认为，更长的距离并不会耗时更久。即使对速度有精准判断，也要到 8 岁才能出现“速度更快”＝“距离更长”或“距离更远”＝“耗时更久”的对应。

总之，经过一番波折，我们发现，在与做功有关的等价应答中，只有力和位移介入了“做功”过程。相对地，被试取得了具备时空动量特性的“运动”的等价，与阶段ⅠA 相比，进步明显，这是因为等价构成了与运动的原始观念相协调的开端，同我们方才提到的动量和传递运动阻力相对应。另一方面，这种介入使阶段Ⅰ成为一个整体，阶段ⅠA，运动观念的心理形态学成分占主导地位，阶段ⅠB 则是运动观念有组织化的开端，由于运动自身特性使然，运动观念的组织化伴随相应的客体化过程。

当然，我们可对阶段Ⅰ这一整体存疑，确切来说，是因为阶段ⅠA 运动的一部分可归于心理形态学，而阶段ⅠB 的运动获得了物理学的意义。可见这一问题并不能够仅用传统类别来划分，而是要追问阶段ⅠB 的运动究竟是由阶段ⅠA 衍生而来，抑或是另起炉灶。总体而言，ⅠA 和ⅠB 的差异处在发展的“前函数”（préfonctions）阶段，体现为运动的主观特性（需求、意图，等等），而运动本身则根据具体的情境和规则

---

① 参见（阶段ⅠA）贝雅提到的牵引阻力。

而同时体现为客体化、分化等多种函数（fonctions）特征；通常情况下，这种转换的实现，得益于被试意识到运动本身的物理条件或物理限制，并把运动置于它与客体对象的关系（在认知层面上可能有所建树，也可能失败）当中来考量（参见，被试意识到传递运动中的阻力）。再有，就目前而言，要想基于两种函数（因为重量 m 更大或路程 e 更长，所以更费力）中的任意一个来描述所有主、客观因素，或许不免过于随意，这是由于两种因素都发挥了作用，而 f（m）和 f（e）函数在阶段ⅠA 和ⅠB 实际是一回事。两阶段根本的不同在于，阶段ⅠA 的被试考虑上述两种因素之一的时候，会忽略另一种，即时印象支配了被试的主观感受，而阶段ⅠB 被试能同时考虑两者，即 f（m, e），被试能用 m 的递增来代偿 e 的递减。此时问题转变为，这一阶段性发展从何而来，它本质是物理的（m 或 e 的转换）还是逻辑的（将两者进行比较的可能性）。很明显，逻辑和物理都发挥了作用，逻辑在两者之间创设关系，物理学的进步则从关系中得来。

在逻辑层面上，我们只需记得序列化（sériation）的步骤就够了（无需记得下面的比较步骤：先是两个一组，如，大和小，再是三个一组，如，大中小，最后通过试错而获得正确结论，这样系统性的方法要到阶段Ⅱ才会出现），进而同时认识到比较的发展过程和阶段Ⅰ整体的连贯性：很明显，通过分析前面的事实，（我们）必须从一般意义上把逻辑学的比较当作这类发展的一部分，以此来解释从阶段ⅠA 到阶段ⅠB 的发展路径，不过，力量的提升并不是用来解释一切的理由。阶段ⅠA，被试已经可以理解直线轨迹的移动负重更多（$+m$），曲线轨迹的路程更长（$+e$），但被试忘了在类似情况下，直线移动路程更短（$-e$），曲线移动负重更轻（$-m$）。上述推理放在阶段ⅠB，被试反而能够同时思考两种情形，即（$+m-e$）或（$-m+e$），此处理应包含逻辑上的进步，我们从阿克萨（“那边不重，但是要绕弯”，即 $-m+e$）或阿丹（“但如果载着一块砝码绕弯会更难”，即 $+m+e$）的话里不难看到，逻辑的进步在前运算阶段也有所体现。简言之，在阶段Ⅱ，一方面，需要中介的传递运动，以某种确定的传递性为其前提，或者说，重量的平衡，以某种确定的可叠加性为其前提，另一方面，同样在阶段ⅠB，被试能够给出的等价，要求其具备一定程度的比较能力，运算能力暂不要求，但至少要能同时思考两种函数。再有，即使上述表现在前运算阶段并不常见，在本阶段则显得轻而易举，我们仍要看到，被试多次意识到运动这一观念，有助于其获得比较的能力：即，同时比较两种移动方式的重量和路程，是一回事；把无负重绕弯和负重短途移动当作两个整体，各自进行比较，则是另一回事；后一种方法更加便利。

我们（对此）做了小规模的验证，以下略述，省去细节：我们控制所有与运动（负重、奔跑等）相关的参考因素，仅仅指出砝码的动作，而不把它们同运动特性（personnages）相比较，与ⅠB 相符的等价明显延迟出现，水平运动和斜坡运动的差距（§5）则显

著地减弱了[①]。

即，在物理学意义上，是什么构成了观念的发展？它是否导致了被试对重量（$+m$）和路程的差异（$+e$）判断更加精确？很有可能，但并非必然如此，假如上述说法成立，判断力的完善很大一部分归功于比较的完善。显著的（réel）发展，即等价（$+m-e$）$=$（$-m+e$）的出现，之所以成为可能，要归功于比较的逻辑机制，这一机制基于"运动"的概念，做出演绎：运动由此获得（与心理形态学相对的）客观意义，其依据是，运动从此"可被组合"（composable），这种组合可能产生的微小变化决定了从阶段ⅠA到ⅠB的发展。再有，在前运算阶段，半逻辑的持续进步（参见序列化、类别化等）促成了上述组合，被试意识到运动的外部条件，则为组合提供了便利，现在我们能够把握整体的阶段Ⅰ：阶段ⅠB，逻辑比较和物理组合实际构成了平衡化的形式，而在阶段ⅠA，判断力的发展最终也趋于平衡，为了达到平衡，必须考察一个同时性的整体，而不是继时性地应对多种因素，却不考虑各因素之间有何关联。

这里存在一个相当具有普遍性的问题。上述解释会让人认为，逻辑因素（即比较的发展，加法和传递性的发展等因素）独立于物理因素而变化发展，逻辑因素先于物理因素，从外部决定物理因素；可以将逻辑因素与因果关系类比，因果关系作为一个"归因于"客体的运算系统，构成它的，不过是一系列函数或者运算持续不绝的回应，函数和运算先于回应而存在，并非混为一体。其实并非如此，我们面对的是持续的辩证的过程：假如，在必要的情况下，所有的解释、所有的关系（等价及其他）、乃至所有的物理论证都以逻辑 - 数学手段为前提，那么，即便这些手段依靠反省抽象过程，来源于被试活动而不是客体的活动，它们仍不可能以完全独立的方式构成自身。实际上，被试活动若要正常运作，从而引发逻辑 - 数学建构，就必须受到确定的需求激发，这些需求通常来源于物理情境。物理情境可归因于客体单独的活动，例如，我们对运动的解释以两种参照系统同时介入为前提，从而鼓励被试努力去区分和协调这两者。当然，物理情境，或者说新需求的来源，它们要想激发新的逻辑－数学建构，只能以客体运动中产生的阻力为其来源，针对我们目前的问题也是如此：若要比较无负重长途运动和负重短途运动，借助（－ ＋）（＋ －）或（＋ ＋）（－ －）等组合，被试迟早会把路程和重量关联起来。被试必须掌握相应的逻辑手段才能做比较，这显而易见，但如果没有物理因素促成，逻辑手段将无以建构。因而，用平衡化过程或者自动调节过程（autorégulation）来解释以上建树，则会很困难，类似过程将一系列相继或交替的关系联成一个同时性的整体，这些关系因其客体（以

---

① 不过，在这一纯粹客体化（objectiviste）的过程中，某些回答不应被认为是等价，即针对单一特性（无论客观上是错的还是合理的）而非针对重量、路程，及两者之间代偿等多种特性给出的回答。比如，西尔（5 岁 7 个月）发现同样的费力（无论斜坡或平面运动）："因为它们一起出发"和"因为它们同时到达"。阿迪（5 岁 10 个月）同样认为"因为它们同时到达"，另外，弗哈（7 岁 1 个月）认为，"因为它们速度一致"。

及客体需要克服的不平衡或理解力需求）而具备了物理性，因其形式而具备了逻辑性。我们仍需知道平衡化过程的出现为何既不会更早也不会更迟：唯一的办法是，考察同一阶段被试的全部活动，并与前后各阶段相比较：我们已在其中隐约发现了普遍的一致性。

§4. 阶段Ⅱ与阶段Ⅲ

首先给出阶段Ⅱ的例子，其中包括某些介于阶段Ⅰ与阶段Ⅱ[①]之间的应答：

法布（6岁4个月） 哪边更费力？——“那边（绕弯），因为这边（直线）短，那边长。”——（负重）？——“两边一样难。”——为什么？——“因为同时到达，不过这边更重，那边要绕弯。”——（弹射和牵引。）——“是这边，不是那边（弹射）。”——为什么？——“因为这边像这样弹射（猛撞），那边要走到底，很吃力。”——两边费力一样吗？——“对，那边（牵引）也一样费力。”——是费一样的力，还是一边比另一边更费力？——“费一样的力。”——为什么？——“两边都要推，这边（弹射）靠推，让另一块滑动（受力部分），那边（牵引的施力部分）一直推到底。”——不是一边比另一边更费力？——“不是。”

阿尔坡（7岁5个月） *B* 负重：“两边都难，这边背上有东西，那边绕弯。”——（弹射和牵引）？——“那边（弹射）更难，要更用力推，这边不那么用力。”我们重做了实验：“那边撞得猛，刚才已经试过了。这边走得更远。”——要移动砝码，是不是同样费力？——“同样费力。”

吕克（8岁） 负重：“一回事。”——为什么？——“这边（负重），让它走得慢，另一边（绕弯）也是。”——（弹射和牵引。）——“这边（牵引）不那么难，它不怎么需要冲力（élan），那边（弹射）需要使劲推。”——你怎么认为？——“这边（牵引）用力较小，但耗时长，那边在几秒之内要使很大的力。如果不用计算得很精确，两边是一样的。”——那如果我们（牵引）用两块砝码？——“那就比它（弹射）更难：比之前费更大力气，过程又（比弹射）耗时更长。”

泰勒（8岁） 引入：“一样的，因为它们同时到达。不对，那边更容易，因为距离短。”——（负重）。——“这边（*A*）没有载一块砝码，不那么费力。不对，它（*B*）走的时候要载着砝码，就和另一边（*A*）一样费力：另一边要绕弯。”——（弹射和牵引。）——“这边（弹射）更费力，因为撞得猛。”——但那边用时更久，是不是一回事？——“准确说不完全一样，但是同样费力，那边（牵引）好像用力小，但走得越久，就越累。”

---

① 原文如此，据下文应答，此处应为介于阶段Ⅱ与阶段Ⅲ之间的过渡期。——中译者注

阿雷（8 岁 0 个月） 负重和绕弯："一边比另一边更难。啊！不对，那边绕弯更远，这边直走的有负重，那就是一回事。"——（弹射和牵引。）——"那边（冲撞）。"——告诉我它们怎么做的？——"两边都费力，因为同时到达。那边撞得猛，这边要推。推也要狠狠用力，才会走得一样远。"

戛伯（8 岁 4 个月）"一回事。这边没负重，但要绕弯。那边走近路，但要负重。"——（弹射和牵引。）——"那边（弹射），啊！不对，这边。那边撞过去是为了走更远，这边（牵引）是走直线……都要用力，这边耗时短，那边麻烦一点，因为全程都要推。"

托普（9 岁） 弹射："不一样，撞过去时间短，推过去耗时长。撞一下更容易。"——那是不是一回事？——"一回事，推还是要费力。"

布里（10 岁） 在阶梯问题上处于阶段Ⅱ，但在弹射问题上已经处于阶段Ⅲ。关于负重和绕弯，她做了双重比较，却未能承认完整的等价。引入（无负重）："那边（A）更难一点，因为要快走，在这里绕弯。"——（B 负重。）——"这边（B）更麻烦，虽然完全走直线，但因为更重，所以更难。"——（弹射和牵引。）——"那边（弹射）要推，走得更快。这边（牵引）走得远，但也更慢。"——如果这边走得远，还是一回事吗？——"不是一回事，这边更远。"——那边呢（前面的负重实验）？——"那边距离相等。"

以下是在阶梯问题达到阶段Ⅲ（见 §9）的被试应答：

尼克（10 岁 11 个月） 负重与绕弯："是一回事，这边走得更快，那边不快，因为更重。"——两边一样吗？——"对。"——（弹射和牵引。）是不是同样费力？——"不一样。那边（弹射）推得更猛。这边没那么费力，但耗时久，最后两边是一样的。"——为什么？——"一边更费力但是时间短，另一边不那么费力但时间长。"

卡特（10 岁 7 个月） 负重与绕弯："一回事，一边载了东西，另一边走得更快。"

阿喜（11 岁 2 个月） 负重与绕弯："完全是一回事：一边走得更快，另一边有重物。"——（弹射和牵引。）——"那边（冲撞）一开始费力，另一边后来会累，所以后来费力。基本是一回事。"

阿圭（12 岁 0 个月） 弹射和牵引："差不多是一回事：一边撞得猛，一边推得慢。那边（牵引）费力更久，但不那么累。"

作为时空动量，运动的基本观念在阶段ⅠB 出现了客体化成分的开端，我们给出传递运动的两种情形，即负重直线运动和无负重绕弯运动，以及两者的比较，此外，阶段Ⅱ，运动的原始观念让位于两种互补性的分化过程：一种不那么显著，它是空间动量，由它产生"做功"的概念，另一种更明确，它是时间动量，由它产生"冲量"概念。

实际上，关于弹射和牵引，阶段Ⅱ的被试能给出基于两种理由的等价。其一，只有阿雷和布里（8 到 10 岁）明确地提出，其他不少被试也暗示性地提出（参见，戛伯一例）：同样的砝码推出同样距离，故而结果也相同。其二，所有被试都给出了第二种理由，因此我们首先考察它：即，短时间内的强推力，和较长时间内的弱推力等价。“这边，” 8 岁的吕克说，“用力较小，但耗时长，那边在几秒之内要使很大的力。”在这些情况下，我们发现强度和时长之间的组合，它在多种“冲量”之间形成了等价。

至于负重直线运动和无负重绕弯运动之间的等价，7 到 10 岁的被试，能在其中发现动量和运动空间的组合。实际上，在这一年龄段，出发和到达的同时性足以确保时长相等，因而时长相等的绕弯，其限定因素只有更长的路程和相应更快的速度。此外，法布、阿雷、戛伯明确指出路途更长。这种情况下，较短路程上更强的动量 mv 被认为与较长路程上更弱的动量等价，我们发现了“力”（force）或者说动量与运动路程的组合，这一组合揭示了“做功”的观念。需要指出的是，在实验中，我们总让某种因素保持恒等：那就是时间，无论路程是直是曲，有无负重，是弹射还是牵引，时间总是一样的。故而被试很自然会强调运动轨迹的空间属性不等，弹射时间不等，被试要想确认时间动量与空间动量的分化过程，进而（a fortiori）确认功（fe）与冲量（ft）显著的分化过程，就必须区分这些不同的因素，发现上文提出的几类组合，因为在阶段Ⅱ，力尚未成为它在阶段Ⅲ所呈现的 $f = ma$（见第二章），它仍是动量 dp/dt 的简单变量。

现在所能确认的是，阶段Ⅱ是分化过程的发展阶段，但我们尚不能衡量它的等级：只能说，“运动”作为时空动量，正处于自身分化的过程中，要么分化为时间动量或冲量，要么分化为空间动量或功。水平运动的组合情况便是如此，至于垂直高差运动，我们将会发现，组合开始的时间存在明显的滞差（见 §5）。

阶段Ⅲ的被试与阶段Ⅱ的不同，首先体现在对数据或因素的分析更为精确，其次是对于速度问题的强调（布里在阶段Ⅱ末期已有此表示）。需要重申，在具体运算阶段，速度仅能在同时性运动或想象性运动等情况下，以顺序或超越顺序（hyperordinale）比较的方式来衡量，而在阶段Ⅲ，单次移动的速度可以纳入关系公式 $v = e/t$，若要比较相继的运动，则需要用到比例。故而阶段Ⅱ已经隐约出现的做功或冲量的等价，在阶段Ⅲ更是伴随着明显趋于精确的言说，尤其是涉及速度变化的时候，言语的精确化显得更为普遍（当然，如前所述，速度变化在阶段ⅠA 就已被某些被试提及）。

不过，在阶段Ⅲ，速度的系统化介入揭示了一个与做功有关的难题，即，在物理学家看来，做功的观念并不考虑速度的介入（$T = f \cdot e$，若无倾斜角度，余弦 $\cos = 1$），反之“能量”（puissance）则由速度得来，同时是力的产物，写作 $f \cdot v$ 即 $f \cdot e/t$，即表示在一个完整时间段内所做的功。再有，按一般规律，动力学和热力学观念的发展从总体状态（不分化但复杂的组合材料概念）向分化和复合协调状态过渡（如速度、

冲量，等等）：故而能量先于做功是可能的，能量包含速度与时间，而做功则将速度与时间抽象化。另一方面，（我们）有必要注意到，物理学家区分了两种做功的方法，客观来说两种方法是等价的，但从心理学角度看，二者又是分立的，其一建立在任务的基础上（例如将一定重量的索道缆车抬升一定高度），其二建立在耗能的基础上（如：可燃物的使用[①]），转化为所施的力（借助缆绳）。实际上，上述两种观念关乎力和力的结果，（我们的）被试已对此加以区分：例如杜克（13 岁），在另一组实验中，提到杠杆的力臂："做同样的功（实验任务），但费的不是同样的力（施加的力）。"纵观被试所提出的问题和他们的阐释，重点要么在力，要么在执行的任务。很明显，要估算已做完的功，或估算已得到的结果，就要将时间和速度抽象化，要估算做功所费的力或施的力，就会逐渐涉及能量和力的本身，我们发现了将做功和速度联结在一起的趋势，布里和阶段Ⅲ的被试就此为我们做了展示。下一节我们将讨论这些问题，相关的速度问题已经被纳入了砝码的运动过程。

§5.　斜坡上的负重绕弯和弹射牵引难题

我们发现了斜坡运动的三个阶段，阶段ⅡA 对应水平面的阶段ⅠA（在重量和绕弯、牵引和弹射之间不存在代偿）；阶段ⅡB 对应水平面的阶段ⅠB（负重绕弯、弹射牵引的代偿失败），阶段Ⅲ对应水平面的阶段Ⅱ（或ⅡA）（两阶段均有建树）。以下为阶段Ⅰ（阶段ⅠA 和ⅠB）的被试举例：

昂特（6 岁 3 个月）处于阶段ⅠA，他认为水平面运动绕弯更费力"因为走得更快，另一边慢"。这边有两块砝码，有影响吗？——"没有。"——（斜坡）费一样的力？——"对。不对，那边（直线运动）更费力，因为有两块。"——路程不一样，会有影响吗？——"没什么影响。"——哪边更费力？——"那边，因为有两块。"

尼尔（6 岁 6 个月）处于阶段ⅠB，他给出了水平运动的代偿。斜坡："一边比另一边更累。"——为什么？——"因为载着一块砝码。"——那边绕弯，不会影响吗？——"嗯。"——哪边更累？——"转角这边，不是那边；那边载着一块砝码，所以不是它。"——为什么？——"一块砝码更累。"——哪边？——"那边（两块砝码）。"——有个男生和我说，两边是一回事，他说得对吗？——"……"针对水平运动，他给出了同样的应答。

穆尔（6 岁 6 个月）应答相同。说法则相反（斜坡）："绕弯的这边更累？"——"对。"——有个男生说，载一块会更累，绕弯也一样累。两边是一回

---

① 此例援引自《物理学》[杜诺（物理科学研究委员会），1964年，第396页] 中借来："'做功'一词目前指已完成任务的成效或者可燃物的使用。"

事吗？——“不一样，有两块砝码更难。”

艾尔（6岁7个月）认为水平运动“两边费一样力”，斜坡运动则认为“单独一块（绕弯）稍稍多费一点力……要多费一点力才能和那两块费力持平”。继而得出了两边一样的结果。

可以看到，斜坡运动的比较所获成就不多，或与水平运动一样（昂特，阶段ⅠA），或与水平运动存在差距（阶段ⅠB），被试能对水平运动给出代偿，对斜坡运动却不能。接下来（阶段ⅡA和ⅡB）也会遇到问题，我们像之前一样提问被试，水平运动的应答可能转换为斜坡运动应答，反之亦可（两种顺序都有可能）。我们回到阶段ⅠB的问题，以下仅引用被试关于斜坡问题的应答，以及转换的三种情形：

阿隆（7岁9个月）两块无负重砝码，一块路途短，另一块走曲线：“费力一样吗？”——“这边（曲线）费力少。”——为什么？——“它缓缓上升。”——是同时出发吗？——“是。”——是同时到达吗？——“不是。”——（重新演示。）同时到达吗？——“不同时。”——走过的路有区别吗？——“有，一条绕弯，一条笔直。”——是不是一边比另一边更难？——“绕弯更难，走得更长。”——（负重走直线，另一边走曲线。）是不是一边比另一边更难？——“这边（曲线）。”改成三块砝码走直线：“这个更难，因为有三块。”弹射和牵引：“这边（牵引）更难，因为需要推。”——所以更费力？——“对，因为更远。”——有个孩子对我说，猛提一下更费力？——“他说的对，要花力气往上抬。”——推的时间更长还是更短？——“更长，如果时间短就更容易。”

阿维（8岁2个月）两块砝码：“不是一回事。”——哪边更难？——“绕弯的。”——（负重和绕弯。）——“没有不同，是一回事。啊！不对，载着一块的这边更难。”——但你刚才不是说绕弯更难？——“不一样，现在这有两块，刚才是一块。”每边都放两块：“现在是一样难。”——每边都是一块的时候你说那边难。——“对，因为那边绕弯，这边走直线。”——如果都是两块呢？——“一样难。”——（弹射和牵引。）——“猛用力的这边难。”——一路推上去不用力吗？——“也用，不过是一点一点用力……走得更快就更难。”

阿凡（8岁2个月）两块砝码走直线和曲线：“这边更难，因为有两块。”——两种路线一样长吗？——“不一样，绕弯的更长。”——砝码一样重吗？——“两块砝码的这边更重。”——两边费一样力？——“不……啊，是一样的。（他听从我们的提议，作出了让步。）”

我们发现与 §2 的阶段ⅠA相同类型的推理：（儿童的推理）集中在一项或多项因素上，但没有出现代偿的想法，也没有把它们纳入关系的想法，虽然我们建议阿凡同时考虑两项因素。至于弹射和牵引，同样有很多失败，反之，水平运动在阶段ⅡA即出现等价。斜坡运动出现了整体性的差距，原因之一可能是绕弯具有模糊性（équivoque），绕弯拉长了路程，但同时减少了负重，正如阿隆所说，“它缓缓上升”。

以下是阶段ⅡB的例子，负重和绕弯出现了量的代偿，弹射和牵引仍然存在系统性的差距，我们不能把这种延迟归因于方才提到的模糊性：

希尔（8岁1个月）一块砝码绕弯，两块走直线：“两块的更难，因为那边需要转弯，这边有两块，升上去更难。”我们给直线移动增加倾斜角度，“更费力了”。弹射和牵引：弹射更费力“因为猛用力要费更大的力”，也因为“另一边是一点一点用力”。

阿劳（8岁4个月）砝码：“两边一样费力，因为这边有两块，走直线，那边只有一块。”弹射和牵引：“不是一回事”，接着认为“一样难，因为一边要费大力气抬上去，另一边需要推”。——费一样的力？——“不一样，那边（弹射）更费力，因为需要撞一下，这边只需要推。”——那还是一样难？——“不一样，那边（弹射）更难。”

马赫（9岁7个月）从阶段ⅡA开始应答：斜坡上的负重砝码“费更多力，因为上面载着一块”。——哪边走得更远？——“这边。”——哪边更累？是远的还是载着一块的？——“两块的更累。”——要让它们变得一样费力，该怎么做？——“要么路程一样远，要么这边（无负重的）也载一块砝码。”——（两块砝码，都走直线，速度不同。）——“快的这边更费力，因为到得比另一边快。”——（一块砝码走曲线，两块走直线，同时到）哪边更费力？——“那边（曲线）因为它更快……也因为路更远。”——（两块砝码走直线，速度 v_1，一块砝码走曲线，速度 v_2，$v_1 > v_2$。）哪边更费力？——“都费力，因为那边走得更远，这边没那么远，但要载着一块（这次马赫忽略了速度）。”——（同上，这次 $v_1 < v_2$）。——“一样费力（理由相同）。”弹射和牵引：“哪边更费力？”——“这边（弹射）因为砝码（受力部分）需要自己升上去……需要重击才能让它上升。”

乔伊（9岁10个月）砝码：“两边是一回事，因为那边载着一块，这边走得更远。”——变换速度：“那边更费力，因为先到。”弹射和牵引：“这边（牵引）更费力，因为需要一直推，另一块被撞了出去。”——不也是被推出去吗？——“但时间短，这边全程都要推，时间也长。”——哪边更费力？——“这边（牵引）。”

帕特（10岁7个月）砝码：观点在不同因素间动摇：距离、时长、速度、坡度和负重等；但对于弹射和牵引，他没有犹豫：牵引意味着“更费力，因为那边（弹射）推射出去，走得更快：它不需要很多力”。

赛尔（10岁8个月）砝码：同样费力，但若我们增加其中一边的速度“它要费更多的力，来超过另一边”。弹射和牵引：“这边（牵引）需要一直推到高处。”——有人说另一边更费力，因为需要猛撞。——“也费力，但比另一边费力少。”

依雅（11岁7个月）砝码：速度和费力程度有关吗？——“有关。花更少时间，费更多力。”牵引：更费力。

帕特（11 岁 11 个月）“那边（牵引）需要推，另一边猛撞一下，几乎不费力。”

在展开讨论之前，我们给出 7 岁 1 个月到 7 岁 6 个月三名被试的例子，提问仅针对斜坡问题，暂且不论阶段ⅡA 的年龄限制，三名被试均已进入阶段ⅡB，能将水平运动的推理过程明确转换到斜坡运动，我们的讨论就此展开：

依科（7 岁 5 个月） 水平运动：“一回事。”——为什么？——“一边多了一块（载着），另一边没有多一块：但要绕弯，要走得更快；这边没那么快。”斜坡：“难度不同，那边走得没那么快，这边更快。”——费力一样吗？——“一样，因为那边（绕弯）更费力，这边需要载着一块，那（绕弯）就和这边一样费力。”

伊夫（7 岁 6 个月） 水平运动：“那边（绕弯）更费力，因为这边走直线。”——载着一块没影响吗？——“没有。哦对，那就是一回事。”斜坡：“一回事，那边轻，要绕弯，这边（后一块）走直线，它更重。”

马赫（7 岁 1 个月） 在水平运动中发现前一个“更费力，因为要绕弯”，又认为后一个更费力“因为它重”。——绕弯没影响吗？——“没。”他未能给出代偿，但这一缺失在斜坡运动中得到了填补，“两边是一回事。”——为什么？——“这边绕弯，那边两块比较重。”——也就是说？——“两边是一回事。”

可以发现，在斜坡问题上，被试比之前的例子更早获得了建树，他们的依据是将水平运动有关的结论直接一般化，推广到斜坡运动。马赫给出的转换更像是某种逆向（inversion）推理，显然，水平层面上没有实现的推理在斜坡层面得以实现。两种情形的应答差距在单独提问的时候更加明显（我们已在 §3 看到，被试给出了从砝码到运动特性的同化过程，从而明确指涉运动本身）。

我们再来分析希尔（8 岁 1 个月）和帕特（11 岁 11 个月）。这两名被试只参与了斜坡实验，我们首先证实了一种对立，同样的对立在水平运动的阶段ⅠB 可以观察到，刨除明显具有任意性的部分，我们取砝码容易被人接受的费力程度的等价，再取同一块砝码弹射和牵引之间的不等价，这等价和不等价之间存在着某种对立，客观结果却是相同的。但我们注意到，弹射牵引的等价在斜坡运动阶段ⅡB 尚无法取得，反之，水平运动从阶段Ⅱ即 7—8 岁开始，即可取得这一等价。因此，在大多数被试看来，牵引费力更多，这说明，向高处的动量和突然的推进之间存在对立。斜坡运动中的等价延迟到来，这与我们第四章讨论的有关，即（儿童）假定（直至阶段ⅡB）需要一股比推车上坡更大的力，来牵制车厢在斜坡上保持静止：车厢确有下滑的趋势，倘若我们把它往上推，则抵消了这种趋势。对此，我们的解释是，对儿童来说，斜坡运动比水平运动提出的难题更复杂。这也是我们向以下这名被试演示的内容，他处于阶段ⅡB，在我们的提示和帮助下，他可以达到阶段Ⅲ的门槛：

布里（8 岁 11 个月） 弹射牵引：“费力不一样：那边要用力推，到得快也很正常。”——哪块砝码费力？——“那块（牵引的施力部分）费了最大的力，因为

它要一直推到高处。”——另一边呢？——“也费力，需要足够的力才能推（=弹射）到高处，但它没有推（=它没有伴随受力部分上升）。”——费力一样吗？——“一样，这边（弹射）需要足够的力才行，那边（牵引）也是，要一直推到高处，如果不这样（受力部分）可能会掉下来，如果（施力部分）松开的话（弹射之后施力部分会移走）。”

到了阶段Ⅲ，斜坡弹射和牵引问题得到了解决，水平运动则在阶段Ⅱ的开端解决了这一问题：

诺艾（10岁9个月）起先认为弹射更费力：“这边突然发力，那边缓缓发力。”——费力一样吗？——“不一样，一边比另一边上升更快。”——哪边更费力：突然猛推还是长时间缓缓推？——“两边是一回事，推上去要花不少气力，这边猛推，那边也要上升，就要花更长时间。”

欧利（11岁5个月）“撞一下，砰，另一边推，完全是一回事。”——为什么？——“重量一样。”弹射牵引砝码，改变其中一边的速度：“费力完全一样，因为需要牵引得更久。”

阿皮（12岁3个月）“一块升得更快，要费更多力，因为上升更快。”——花的时间一样吗？——“不一样。”——哪边更费力？——“不对，两边一样费力。”——为什么？——“因为两边上升高度是一样的。”牵引：同样费力，但如果增加其中一边的速度，则费更大的力。

西克（12岁4个月）相同的开始：“只需在起点发力一次……不，我错了，一样费力。”——为什么？——“这边要上升，起点用力更大，另一边以同样速度一直推：得用（已经用了）一样的力才能推到高处。”

可以看到，在阶段Ⅲ，如§4所述，唯一的区分特征是（儿童）能够同时思考多方的速度，它的特性则由斜坡弹射和牵引必须费力的等价决定。为了证明等价合理，我们使用的论据和水平运动阶段Ⅱ的开端论据相同。论据一是两种情况结果相同：“升上去的高度是一样的”（阿皮），“重量一样”（欧利），到达目的地花费“一样的力”（西克）。论据二是快速突发的动量与缓慢持久的动量效果等价。

这让我们重新考虑§4末尾揭示的速度和能量的问题。从上述角度来看，刨除明显具有模糊性的部分，（儿童在）斜坡运动中给出的全新结果已很明确。一旦我们区分了即时获得的速度效果和获得这一效果的情境，模糊性便会自我消解。速度一旦获得，就化简为稍后要费的力：“它走得更快，”帕特说（指弹射的受力部分），“不需要很多力”；或者“如果时间短就更容易”（阿隆）。反之，从阶段ⅡA、ⅡB到阶段Ⅲ的所有被试都承认，要获得速度，得费更大的力：“走得更快就更难”（阿维），“快的这边更费力，因为到得比另一边快”（马赫，之后他忽略了速度，原因我们会分析），“那边更费力，因为先到”（乔伊），更快的“要费更多的力，来超过另一边”（赛尔），等等（弹射可参见依雅、诺艾，阿皮和欧利则认为获得速度需要“牵引更久”）。实际上，

获得速度意味着“冲力”，“冲力”是本阶段常见的观念，获得冲力则等同于费力（参见，欧利所说的“牵引”）。

即，做功和能量之间的心理发生学关系存在着难题，我们在 §4 末尾已经提过，这一难题尚未解决，如前所述，要解决难题，需仔细区分做功的两种观念，它们在物理学上是等价的，但在心理发生学上却不等价：观念一是作为运动结果的做功，我们称它为 $T1$，即被动承受的力或位移的力 FP（负重，等等），位移所经路程使它倍增，即 $T1 = FP \cdot E$；观念二是主动施加、取代 FP 的力 FA，写作 $T2 = FA \cdot E$。那么，很明显，假如被试站在 $T1$ 立场，把做功看作已完成的任务，便可以忽略速度：我们看到，在我们故意设置的两个截然不同的相继的情境中，马赫先肯定了增速要费更大的力，接着又说“费一样的力”并完全忘了速度这回事。因此，如果认为 $T1$ 的观念由能量衍生而来，或 $T1$ 的观念以速度为前提，这样的理解是有误差的。相对地，阶段Ⅲ被试能够理解减速（démultiplication[①]）的观念，因而能自觉地协调做功和能量（即由于缓慢上升而增加的重量），这也促成了 §5 的阶段Ⅲ被试和 §4 被试一样，在应答中提到了速度。因此，只有到了这一阶段，被试才能考虑在 $T2$ 层面上的做功是否由能量衍生而来。

即，$T1$ 观念相当简单，只关乎重量的位移，倘若把 $T1$ 与 $T2$ 区分开，$T1$ 可在阶段Ⅱ获得。那么，$T2$ 做功是什么状况？前边提出的所有问题都聚焦在这一点上：“需要费更大的力吗？哪边更难？”一方面，$T2$ 只涉及运动中主动施加的力 FA，而被试并未将这种力用顺序的方法或质的代偿方法予以量化。另一方面，纵观被试的应答，显然被试仅能根据运动的结果来衡量 FA 和 $T2$：绕弯，或多或少负重，等等。即使在弹射和牵引的情形下，出现了“突然弹射”或“推”这些表达看起来指涉 FA 和 $T2$，被试实指的仍是 FP 和 $T1$，这是因为斜坡运动的结果必须参照 FP，即由于自身重量，物体有向下滑的趋势。因此我们说，在阶段Ⅱ，$T1$ 和 $T2$ 观念尚未分化，而做功的观念在 $T2$ 意义上需要同时具备明确的分化（即 FA 和 FP 各自独立的量化过程）和可量化的协调这两种特征，我们可在减速观念的实验中发现以上特征。

二、量性的组合

§6. 主动力与被动力

为了更准确地把握做功的 $T1$ 与 $T2$ 观念之间的关系，我们向被试展示了某种装置（dispositif），其中水平或垂直位移的砝码代表被动受力的 FP，由汽油罐给卡车或

① 见《发生认识论研究》第 26 卷收录的 82 和 83 号实验。

起吊机提供能量代表了主动施加力的 *FA*。这种情况下，（无论我们先开始哪边的实验）水平和垂直任务的应答都没有任何不同；这是因为我们引入了度量方法，同时也因为被试关注了汽油罐，即关注了主动力 *FA*，它与被动力 *FP*（砝码）明确分化。两种原因彼此关联密切，我们不太清楚被试如何在 *T*2 层面上（$= FA \cdot E$）分化主动力，也许借助了强度以外的量化过程。

即，我们把 7—12 岁划为三阶段[①]：阶段ⅡA（7—8 岁），被试只能考虑重量（*FP*）和路程中的一个，而忽略另一个；阶段ⅡB，被试在汽油罐（*FA*）和重量路程（*FP*）之间建立起质的代偿；阶段Ⅲ，协调作用更加精确。第四种应答（由 8—12 岁的 6 名被试提出）认为只有路程是介入因素，但很可惜，这里可能出现阶段ⅡA（尚无协调过程）与另一些应答的混合，这些客观化应答的基础是：使用等量的汽油罐，卡车很少会变更它所运载的重量（同不少学术研究一样，我们的研究数据仍有一部分墨守成规、少有新意，这不该成为一个借口）。

以下是阶段ⅡA 的例子：

艾利（7 岁 6 个月）　如果卡车（*A*）将一块砝码运到第四格，需要一整罐汽油。那么（*B*）运两块砝码……——“需要两罐汽油。”——运到哪儿？——“第四格。”——为什么？——“不然不够运两块砝码的力。”——好，那为什么用两罐汽油？——“不然就太重了。”——如果用一罐汽油运四块砝码，能到第几格？——“第四格。”——再好好想想？——“第一格。”——为什么？——“它太重了。”——也可能到第二格啊？——“对。”——确定？——“能到。”——为什么？——“汽油足够用。”——到第三格呢？——“能到。”——确定？——“能的。”——为什么？——“……”——如果（*B*）运两块砝码到第二格，需要几罐汽油？——“两罐。”——为什么？——“……”——如果只有一罐汽油，能到……——“第一格。”——为什么？——“只有一罐汽油。”垂直运动：一块砝码运到第二台阶：需要一罐汽油。如果（*B*）运两块砝码到第四阶：需要几罐汽油？——“两罐。”——为什么？——“不然运不到。”——那为什么是两罐？——“……”——这边（*A*）描述一下？——“一罐汽油，一块砝码，第二台阶。”——两块砝码到第四台阶？——“两罐，一罐汽油没法运两块砝码到第四台阶。”

瓦勒（7 岁 8 个月）（*A*）运一块砝码到第四格，需要一整罐汽油。（*B*）运两块砝码到第二格，需要几罐汽油？——“一罐。”——只用一罐汽油，能不能到第三格？——“不能，因为有两块砝码。”——那如果运四块砝码到第二格？——“两罐，不对，一罐。”——你再想想，两罐还是一罐？——“一罐汽油。”——确定？——“嗯。”——为什么？——“……”——我们的问题是什么？——“四块砝码，到第二格，要用多少罐汽油？”——你的答案是？——“一罐。”——为什么？——

① 阶段Ⅰ不在此处重复验证，见 §7。

"因为运四块砝码到第四格比较远，需要两罐汽油。"——那这边（A）呢？——"一块砝码到第四格，需要一罐汽油。"——那为什么（B）需要两罐汽油（运四块砝码）？——"因为到第四格太远了。"垂直运动：一块砝码运到第四阶，需要两罐汽油。同样的台阶，如果运两块砝码到第二阶：需要几罐汽油？——"一罐半[①]。"——一罐半？——"对。"——为什么？——"因为第四阶比第二阶更远。"——所以到第四阶才要两罐？——"对。"——那两块砝码到第一阶？——"一罐。"——两块到第四阶？——"两罐半。"——为什么？——"因为到第四阶很远。"

帕斯（8岁6个月） 一块砝码到第四格＝用一罐汽油：两块砝码到第二格，需要几罐汽油？——"两罐。"——为什么？——"因为有两块砝码。"——好，那如果（B）运两块砝码到第三格？——"一罐。"——为什么？——"因为那边（四格）要两罐，所以这边（三格）少一罐。"——可为什么是一罐？——（同样的回答。）——那如果运到第二格？——"半罐。"——为什么？——"没那么远。"——如果运到第一格？——"不需要汽油。"——那它怎么动？——"没法动。"——那怎么办？——"用半罐。"

阶段ⅡB的例子：

马赫（7岁1个月） 一块砝码到第四格用一罐汽油，两块砝码到第二格要几罐汽油？——"一罐。"——为什么？——"因为这边（A）走得远。那边（B）有两块砝码，但也是一罐，因为走得没那么远。"——两块砝码到第三格呢？——"两罐半。"——为什么？——"……"——运一块砝码到第四格要一罐汽油。那如果用两罐汽油运四块砝码，能走到第几格？——"第四格。"——为什么？——"……"垂直运动：一块砝码运到第四阶，需要两罐汽油。一块砝码到第一阶：需要几罐汽油？——"一罐。"

阿坦（8岁3个月） 一块砝码到第四格用一罐汽油，运两块砝码到第四格要几罐汽油？——"一罐半。"——为什么？——"不然不够用。"垂直运动：一块砝码运到第四阶，需要一罐汽油。两块砝码到第二阶要几罐汽油？——"也是一罐。"——为什么？——"因为没那么高。如果运两块砝码到第四阶就需要一罐半，因为它更高。"

阿茂（8岁6个月） 垂直运动：一块砝码到第四阶，需要一小罐汽油（半罐）。运两块砝码到第二阶要几罐汽油？——"一罐。"——整罐吗？——"对，一块运到第四阶的话，没那么重，运两块又比四阶更矮。"——如果用两罐汽油运四块砝码，能运到第几阶？——"第三阶。"

帕特（8岁11个月） 一块砝码到第四格，需要两罐汽油。运两块砝码到第二格要几罐汽油？——"四罐，因为两块砝码比较重。"这个答案仍处于前一阶

---

① 我们把半罐标记为一小罐。

段，至于垂直运动：一块砝码到第二阶，需要一罐汽油。运两块砝码到第一阶要几罐汽油？——“一罐半。”——为什么？——“因为两块砝码更重，一阶比二阶矮。”——更矮的话，汽油更多还是更少？——“更少，因为更矮，但因为有两块砝码，更重，所以费油更多。”

可丽（9 岁 3 个月）认为，如果一块砝码运到第四格，需要一罐汽油，那么运两块砝码到第四格则要一罐半汽油；她顿悟了两块运到第二格和一块运到第四格费同样的汽油，但她只能用叠加来证明等价：“多了一块砝码，要到第二格而不是到第四格，所以是一样的。”——如果到第三格呢？——“多了半罐，加半罐汽油。”至于垂直运动，她对两块砝码到第二阶做出了同样的推理，但她同样认为两块砝码到一阶与一块砝码到第三阶等价，即“都是半罐”，“到第二阶，两块砝码，用一罐汽油；那么到三阶，一块砝码，也是一样的汽油”。

霍格（9 岁 7 个月）垂直运动：一块砝码运到第四阶，用两罐汽油。两块砝码到四阶，用几罐汽油？——“四罐汽油。”——两块砝码到第一阶呢？——“一罐汽油。”——为什么？——“因为这边（*B*）有两块砝码，那边（*A*）是一块，所以到第一阶用一罐汽油。”——如果一块砝码到第三格呢？——“两罐半，不对，三罐半。”——为什么？——“因为到第三阶已经费了三罐汽油。”——三罐还是三罐半？——“三罐。”

安娜（9 岁 1 个月）一块砝码运到第四格，要一整罐汽油。两块砝码到第二格，要几罐汽油？——“一罐。”——为什么？——“因为不那么远，然后砝码又比较多。”——如果一块砝码到第三格呢？——“一罐半。”——为什么？——“到第二格是一罐，到第三格是一罐半。”垂直运动：一块砝码运到第四阶，用两罐汽油。两块砝码到第一阶，用几罐汽油？——“半罐，因为到第四阶要两罐（她忘了是两块砝码）。”——两块砝码到第四阶呢？——“三罐，一块砝码要两罐。”——为什么多一罐？——“因为更重了。”——两块砝码到第二阶呢？——“一罐，因为到第四阶用了两罐。”

阿拉（10 岁 9 个月）垂直运动：一块砝码运到第四阶，用一罐汽油。两块砝码到二阶，用几罐汽油？——“半罐。”——为什么？——“因为没那么高。”——可是半罐准确吗？——“没错，因为更重，需要更多能量。”——可如果更重，为什么反而比一块砝码到四阶用得更少？——“嗯，因为没那么高。”

华勒（11 岁 6 个月）一块砝码运到第四格，要一整罐汽油。两块砝码要几罐汽油？——“两罐。”——如果是两块到第一格？——“一罐，因为路程短了，东西重了。啊不对，是两罐，因为更重了。”——两块到第二格要几罐汽油？——“两罐，因为路程（比第一格）更长，又（比 *A*）更重。”——重多少？——“重一倍（= 两倍重量）。啊对，只需多两倍的汽油。”——那是多少？——“三罐（= 1 + 2！）。”垂直运动：一块砝码运到第四阶 = 两罐汽油。两块砝码呢？——“四

罐。”——四块砝码到第一阶呢？——“两罐。不对，到第一阶需要四罐，因为更重，比另两块（一块和两块砝码的情况）费更多汽油。”

以下是阶段Ⅲ的例子：

阿菲（11岁8个月）从一个错误的应答开始：运一块砝码到第四格用一罐汽油，运两块砝码到第一格也用一罐汽油“因为不用走那么远，运的是两块而不是一块。”——两块砝码用一罐汽油可以走多远？——“能到第二格。前面（第一个应答）说得不对，要用半罐，因为路程更短。”——那三块砝码到第二格？——“一罐半，因为两块砝码到第二格要一罐汽油。三块就要一罐半。”

阿桑（12岁6个月） 一块砝码运到第四格＝一罐汽油。两块砝码到第一格要几罐汽油？——“半罐。”——为什么？——“如果一块砝码到第一格，是四分之一罐，两块砝码是两个四分之一罐。”——三块砝码到第三格？——“一升半。因为两块要两个四分之一，三块要三个四分之三＝9/4。所以是二又四分之一罐。”垂直运动：同上。

艾利（12岁7个月） 垂直运动：一块砝码运到第四阶，用两罐汽油。两块砝码到第一阶，多少汽油？——“一罐。”——为什么？——“因为运一块砝码到第四阶，要两罐汽油，现在重量加倍，又只需运到第一阶。到第二阶用两罐汽油，到第三阶三罐，第四阶四罐。”

我们看到令人惊讶的困难所在，被试直到11－12岁才能用量化的方法证明负重（以整数单位变化）这样简单的做功关系，且距离仅在1－4的整数范围内变化，汽油罐也以整数（数据）或半罐（图像化的数据）变化，极个别情况下出现四分之一罐。实际上，直到观测的第三阶段才出现正确的应答。在第一阶段，在负重和距离两个因素之间没有足够的代偿，被试要么思考前者，要么思考后者。第二阶段最为关键，出现了代偿的持续探索，但被试满足于建立在错误计算基础上的粗略思考，准确的回答反过来并不一定对应着准确的计算。例如9岁的可丽认为，运一块砝码到第四格，需要一罐汽油，运两块砝码到同一格，则要一罐半汽油，只要随便加点数量上去就够了；她能理解两块砝码到第二格和一块到第四格一样，只需一罐汽油，但在垂直运动上却认为两块砝码到第一阶和一块砝码到第三阶等价；11岁的华勒给出的回答和7岁的算术初学者没有什么两样，诸如此类。类似的结果要如何解释？

首先请注意，水平和垂直运动的困难准确来说是一样的，§2和§5当中，质的代偿在水平面和斜面存在差距，代偿分别出现在两个次级阶段。我们只能给出两种解释：要么是计算存在困难，要么是度量层面存在困难，量值随着简单的质的代偿而变化，倘若主动力*FA*与运动本身联系紧密，且前文所展示的7－10岁阶段Ⅱ被试运用了类比方法，那么，不论我们用的是卡车、起吊机还是汽油罐，被试均可获得简单的质的代偿。

再者，由于有三种变量（距离、重量、汽油罐数量）介入，（我们）不能认为只

有计算困难在起作用，我们将在下文揭示只有两种变量（重量和台阶数量）的应答，数值变化范围是 1，2，4（即双倍或半数，或 4 的四分之一是 1）。被试要解决的量的难题由此变为计算问题：有必要承认主动力 *FA*（卡车和起吊机）和受动力 *FP*（运载重量）之间存在精确的对应，继而在做完的功 *T*1（＝*FP*×*E*）和做功来源 *T*2（＝*FA*×*E*）之间存在协调过程，这一组合在质的代偿中尚未分化，仅在 *FA* 和 *FP*，*T*1 和 *T*2 量的代偿中获得可靠的协调。

实际上，倘若 *FA* 只是运动本身所费的力，一方面，费力程度只能根据结果（负重运动或无负重绕弯，等等）来测定，而不能用汽油罐的定量来测定；不过，另一方面，费力变化弹性大，且根据有待完成的任务（基于目标或应答）不断自我调节：倘若 *T*1 是测量 *T*2 的基础，即 *T*2 总是取决于 *T*1，那么，除非针对这一循环，提出某种简明、抽象的模型，被试将始终处于简单的未分化状态，在细节上无法做出协调。因此，我们的被试停留在阶段Ⅱ，即便我们点出了机械与汽油罐：被试仍简单地用加法（＋）减法（－）进行论证，而不追求精确的量变过程。反之，一旦量化过程受到重视，被试就会发现 *T*1 与 *T*2 之间存在严格的对应，即便将 *FA* 从 *FP* 中扣除也是同样（这一对应使得两种测量方式在物理上等价），可以说，阶段Ⅲ，*T*1 和 *T*2 分化的同时获得了协调：仅在被试获得做功观念的前提下才能做到。

至于冲量 *ft*，我们已在 §4 提到，它的分化过程在阶段Ⅱ出现，需要指出，它的复杂程度和做功不同，这是因为冲量没有与 *T*1、*T*2 相似的二元性，介入其中的只有主动力 *FA*。可能存在两种解答：要么认为从阶段Ⅱ开始获得冲量的观念，要么认为，冲量的形成以能量 *fv* 的分化为前提，能量 *fv* 则与做功的能量紧密联结（因为 $fv = fT/t$）。我们偏向第二种解答，这是因为，直到阶段Ⅲ，被试才能在斜坡实验中（弹射和牵引）获得冲量的观念（参见 §5）。

考虑到问题的重要性，接下来我们将会根据几个相继的阶段，使用一种更为简易的定量测试法，重新评估被试的应答：将砝码运上台阶，主动力 *FA* 要么来自起吊机，要么来自被试自身的运动。

§7.　阶段Ⅰ：5 到 7—8 岁

例子如下：

米克（5 岁 1 个月）把小球运上楼梯，是运一个小球难，还是运两个小球难？——“两个。”——是上楼梯难，还是下楼梯难？——“上楼梯。”——为什么？——“下楼梯。”——是上还是下？——“下。”——为什么？——“……”——是同时运两个小球难，还是两次分别运一个小球难？——“同时运两个难。”——

为什么？——“因为同时要运两个。”——把一个小球运上两级楼梯（两个台阶）[1]难，还是把两个小球运上一个台阶难？——“两个小球运上两个台阶难。”——我问的不是这个（重复一遍问题）。——“一个更难。”——为什么？——“两个小球上一个台阶更难，因为有两个小球。”

贝雅（5岁2个月）用了起吊机：运两个小球难，还是运一个难？——“两个更难。”——为什么？——“那边个数不到两个。”——是一个小球运上两个楼梯（台阶）难，还是两个小球运上一个楼梯难？——“两个运上两个台阶难。”——（重复问题。）——“……”——上楼梯难还是下楼梯难？——“下楼梯难。”——为什么？——“因为会打滑。”——上楼梯不打滑吗？——“上去容易一些。”

阿华（5岁2个月）用了木偶：木偶把小球运上四级楼梯（台阶），或者把两个小球运上两级楼梯，哪边更累？——“四级楼梯。”——为什么？——“更高了。”——运上楼梯更难，还是平地运更难？——“平地运，没那么难。”——为什么？——“不需要上升。”

阿勒（5岁2个月） 你把一本书运上两个台阶。现在我想让你把这两本书运上一个台阶，两边一样难吗？——（他把它运上一个台阶。）“是一回事。”——两个和一个是一样的？——“这边运得更高（=两个台阶）。”——如果我两次把这本书向上运一个台阶呢？——“那和运上两个台阶是一样的（出现了代偿！）。”

阿当（5岁6个月，§3他处于阶段ⅠB） 两次各运一块砝码难，还是一次运两块砝码难？——“两块一起运更难，比一块要重。”——一块砝码运到第四阶，如果费同样的力运两块砝码，能运到第几阶？——“（他把一块砝码放在第二阶，另一块放在第三阶）。”——两边一样难？——“嗯（之后他把两块都放在第四阶）。”——（四块砝码上一阶，和一块砝码上四阶）一样难吗？——“四个的难，因为更重。”

贝雅（5岁8个月） 举起一块砝码和举起两块费力一样吗？——“一块不如两块重。”——没那么重，就是说，没那么费力？——“对。”——一块砝码能上四个台阶，如果费同样的力，两块砝码能上几个台阶？——“一直上到高处（四个台阶）。”——是一样的吗？——“不一样，一块没那么重。”——请把它们弄成一样的。——“到那儿（三阶）。”——为什么？——“到那儿不会太累。”——那如果到这儿（一阶）？——“应该没那么重。”——没那么费力？——“对。”——到这儿（二阶）？——“再多一点。”——费力一样吗？——“不一样。”——到第三阶费力一样吗？——“不一样。”——应该到哪儿？——“一直上到高处。”——运一块向上和运两块向上费一样的力吗？——“对。”

法布（5岁11个月） 要么两次各运一本书，要么一次运两本书，费力一样

[1] 原文的表述有误，括号里是作者整理问答时的修正。——中译者注

吗？——“一样难（参见，阿勒）。”——为什么？——“因为两本更重。”在其他问题上，他给出了错误的应答。

伊莎（6岁0个月，在§3处于阶段ⅠB）运两块砝码比一块难。“如果我把一块砝码运到第四阶，要费同样的力运两块砝码，能运到第几阶？”——“这儿（第四阶）。”——费力一样吗？——“不一样，两块的更难。”——我说要费力一样。——“这儿（第三阶）。”——运一块砝码到第四阶，和两块砝码到第三阶，哪个更难？——“那个难，因为要一直上升到最高处。”

欧拉（6岁5个月）运两块砝码比一块难，“因为更重一点”。——如果起吊机运一块砝码到第四阶，再费同样的力运两块砝码，能运到第几阶？——“要费同样的力，必须（只能）运一块。”——如果运两块呢？——“到这儿（第三阶）。那个（四阶）没那么重，所以能运更高。”——运到这儿（二阶）怎么样？——“嗯，运到那儿应该没那么重，因为不那么高。”——所以两块砝码要运到哪儿？——“到这儿（第三阶）。”

威赫（7岁5个月）用（和运一块到第四阶）同样的力运两块砝码，能运到第几阶？——“一块必须到这儿（第三阶），另一块到这儿（第四阶）。”——那这个已经和前一块费同样的力了。（重复问题。）——“到这儿（第一阶），因为不需要爬那么多台阶。”——一次运两块砝码和两次各运一块，哪边难？——“一次运两块更难。”——为什么？——“另一边没那么重。”

哈勒（7岁6个月）同样的问题：“那边（一次运两块）更难。”

韦伯（7岁5个月）同样的问题：“两次各运一块比较容易，因为不需要载着东西。”——如果运两次呢？——“那就更累。”——哪边更难？——“运一次更难。”——是一回事吗？——“不是。”——一个小人抬着一个小球上到第四阶，和一个小人抬两个小球上到第二阶，哪边更容易？——“两个小球容易，因为走得比较少。”

阿尼（8岁3个月）三本书一直运到高处，一次运上去难，还是一本一本运上去难？——“一本一本运更简单，因为比较轻。”以下省略。平地运难，还是这样（停留在斜坡上）更难？——“一回事。”——为什么？——“一样重。”——然后呢？——“距离也一样。”

泰和（8岁6个月）两块砝码到第一阶，和一块砝码到第四阶，是一回事吗？——“不是。”——哪边更难？——“两块到第一阶，因为这边①更轻。”

从上述应答中我们发现，被试要么只考虑高度，忘记了重量，要么忘记了高度，只考虑重量，这与本章§2即阶段ⅠA只考虑重量或只考虑绕弯的儿童相同，还没有出现混合的比较。可以说，不同的情况下，被试的理解逐渐从物理表征走向逻辑层面，

① 也有整合得更好的例子：参见§6的阿桑（8岁6个月），他在砝码重量上给出了错误应答，但对放在图书馆架子上的书本应答正确。

我们在 §3 已经讨论过，难点仍在于做出比较。但这只表明了部分事实，因为所有被试都赞同举高两个重物比举高一个重物到同一高度更“难”或更“累”。故而难点不在于只做这一种比较，而是同时采纳两种函数：即重量与上升高度的比较，与 §3 不同，此处缺少了阶段ⅠB 的案例，可以看到，同比较重量与水平轨迹相比，比较重量与高度更吃力（两种比较都置于时空范畴内）。的确，阿勒和法布分别成功地确认了两次各运一本书到高度 h 与一次运两本书到高度 h 等价，这也许与他们所在的阶段ⅠB 相对应：但要注意，在这两例中，客体是书而不是金属砝码：这类客体的用途与重量无关，因而其重量可能被被试忽略，阿尼考虑到它们的重量，却拒绝承认 $3\times1=1\times3$ 的等价（虽然承认水平运动和上升运动费力相同）。

§8. 阶 段 Ⅱ

我们认为阶段Ⅱ可在 7 到 10 岁间观察到（也有 11 岁和 12 岁的例子），与阶段Ⅰ被试相反，大部分阶段Ⅱ被试能较好地理解高度和重量之间可能存在的代偿，但被试可能满足于粗略的思考，在运两个重物上两阶和运一个重物上四阶等价的实验中便是如此：

阿蒙（6 岁 5 个月） 起吊机运一块砝码到第四阶，再费同样的力运两块砝码，能运到第几阶？你可以重复一下我的问题。——“起吊机先运一块砝码到这么高（四阶），再运两块上楼梯。”——有什么要求？——“要求和刚才一样（阿蒙把两块砝码运到第二阶）。像这样就和高的那边（四阶）一样重了。”——到那儿（三阶）行不行？——“不行，那边不一样重，（三阶）太高了。”——为什么刚好运到第二阶？——“……”——你怎么确定的？——“我猜的。”

马赫（7 岁 6 个月） 运一块砝码到第四阶，两块砝码能到第几阶？——“这儿（第三阶）。”——为什么？——“因为路没那么长，就不那么累。”——为什么没那么长？——“因为两块砝码比较重。”——那为什么选第三阶？——“就，近了一点。”——如果我运到第二阶呢？——“那不够远。”——放这儿更妥当吗？——“没那么妥当。”？——“不够准。”——向上运难，还是向下运难？——“向下难。”——为什么？——“感觉向下走的楼梯比向上要少。”——你再看看。——“嗯（数目一样），但我感觉近了一点。”——是你的感觉，还是实际是这么回事？——“是我的感觉，因为台阶数是一样的。”

安娜（7 岁 6 个月） 运一块到第四阶，以下从略。——“运到那儿（第四阶）。”——费力一样吗？——“不一样。”——所以呢？——“到那儿（第三阶），如果要费一样的力，就不能那么矮（= 就要更矮）。”——为什么？——“因为更重，有两块砝码。”——如果运到第二阶呢？——“不行，少了一阶（第四阶和第

二阶中间的一阶）。”——你怎么知道那里（第三阶）最合适？——“因为那边（只有一块砝码的情况）更高。”

阿尔坡（7岁5个月，参见 §4）运一块到第四阶，以下从略。——“到那儿（第二阶），因为刚才那次更轻。”——能运到这儿（三阶）吗？——“可以，哦不行，得运到这儿（二阶）。”——为什么？——“因为这俩更重，所以要运到这儿。”——为什么只运到第二阶？——“如果拿掉一块可以运到那儿（第四阶）。”——所以为什么是第二阶？——“因为更重。”——如果运三块砝码呢？——“到这儿（第一阶）。”

阿桑（8岁6个月）一块砝码到第四阶的实验，她看了很久，然后把两块砝码放到第一阶：为什么放这儿？——“这样才费一样的力。”——如果放那儿（第三阶）就不一样了吗？——“不一样，因为（两块比一块）更重。”——所以只上一个台阶？——“对。”——你怎么确定的？——“……”——也可能是第二个台阶？——“……”我们用图书馆四层柜子的书做了同样实验，她很快指出，把一本书放到第四层，等于把两本书放到第二层。“刚好一半！”她把结论沿用到阶梯实验。

帕特（8岁6个月）把两块砝码运到第二阶（前提是一块运到第四阶）：为什么？——“运到第四阶更难更远。”——如果放这儿（第一阶）呢？——“那费的力就不够了。”——这儿（第三阶）呢？——“费力更多。”——为什么是第二阶？——“这儿（第一阶）费力少，那儿（第二阶）多一点，那儿（第三阶）更多。”

威赫（9岁2个月）把两块砝码运到第三阶“因为那儿（第四阶）很高，这儿（第三阶）矮一点，路程短一点。”——为什么路程要短一点？——“因为重了一点。”——你确定运到那儿吗？——“多了一块砝码，所以少一个台阶！”——不能是第二个台阶吗？——“不行，因为两块砝码到第二阶比一块到第四阶要轻。”

阿菲（9岁6个月）一次运两块砝码，还是连续两次各运一块砝码：“费同样的力，但这个（2×1，一次运两块）路更长。”（该阶段其他被试同样提到了时间，并因此拒绝承认等价。）“如果运一块砝码到第四阶，费同样的力，两块砝码能到第几阶？——“到这儿（第一阶），费力可能一样，因为没那么高。”——你找到了确定的方法吗？——“三个台阶费的力不一样，因为比起一个台阶，它多了两个。我觉得两块砝码运上一个台阶，才和一块砝码运四个台阶费一样的力。”——如果运上两个台阶呢？——“我觉得不对。”

帕斯（9岁6个月）一台起吊机同时运两块砝码到高处，和一块接一块运上去，容易程度一样吗？——“一次运两块更难，因为它做得更快。”——如果一块接一块运得很快呢？——“那就是一回事了，因为始终是两个重物。”——如果起吊机运一块砝码到第四阶，那么费同样的力，能运两块砝码到第几阶？——“第

二阶。”——为什么？——“因为有两个重物。”——也就是说？——“重量是一样的。（2 = 2，参见帕特的序数列。）”

布里（10 岁，参见 §4） 运一块砝码到第四阶，那么费同样的力，能运两块砝码到第几阶？——“（放到第三阶。）这儿（第四阶那边）没那么重，它（起吊机）就要抬更高，因为只运一块。这边（到第三阶）它运两块，为了保持一致，就要矮一些。”——如果我把两块砝码运到第一阶呢？——“那（到第一阶）砝码应该更多才对。”——如果我把两块运到第二阶，到第一阶该运几个？——“运三块。”——为什么？——“因为比那边（第二阶）要矮。”

希斯（11 岁） 运一块砝码到第四阶，那么两块砝码到第几阶：“不清楚，可能是第三阶。”——有什么办法确定吗？——“一次一块到第四阶，两块到这儿（第三阶）。”——为什么？——“少一个台阶，多一块砝码。”——一个台阶对应一块砝码？——“不清楚。”——也可能是第一阶或者第二阶？——“嗯，有可能，不，这儿（第一阶）不行，费力太少，那儿（第二阶）我觉得可以。”——为什么？——“不清楚怎么说：因为在中间，有两个台阶。”他趋近阶段Ⅲ，但还认识不到 2 是 1 的两倍。

阿皮（12 岁）也趋近于阶段Ⅲ：起吊机，一次运两块砝码，和两次各运一块砝码，费力一样吗？——“把相同重量抬高，费力一样（即他已经认识到已完成的做功）。”——如果你自己来抬呢？——“一次抬一块，可能我更累，但如果我们好好想想，就发现是一样的。”——运一块砝码到第四阶，要费一样的力，能把两块砝码运到第几阶？——“如果运两块，到那儿（第四阶），可能更难，所以应该到那儿（第三阶）。”——怎么看费了多少力？是台阶数量吗？——“不是，看砝码重量。”——只看这个？——“还有花的时间。”——高度呢？——“可以看运上一个台阶所需的时间。”——如果变快变慢，费力会变吗？——“如果到达同一个点，就是一样的。还需要考虑高度。”但他仍认为要运到第三阶。

本阶段，被试明确发现了重量和高度之间的代偿，但还没有获得度量上的准确认识，除了希斯，他在问话快结束时获得了这样的认识（已迈入阶段Ⅲ的门槛）。

从质的比较来看，这一阶段并不比 §4 的阶段Ⅱ程度更低，一个区别是，所用时长不具有共时性，被试可能单纯强调所通过距离，像 7 岁的马赫（“路没那么长”）和 9 岁的贝赫[①]（“路程短一点”），也可能讨论时空维度和速度，像帕特、阿菲和帕斯，或像那些否认 2×1 和 1×2 等价的被试，认为同样的距离同时运两块砝码速度更快。关键在于被试自身能给出这类分化。同时需要注意，客体做功或者说实际距离和主体费力之间开始出现区分（这在阶段Ⅰ几乎不可能实现）：7 岁的马赫有一种“印象”，认为向下比向上走的台阶要少，虽然他意识到台阶数是一样的。阿菲和帕斯

① 应为威赫。——中译者注

在 2×1 和 1×2 的问题上能够分清，有待完成的任务是等量的，但活动在运动学意义上不对等。同时阿皮将实际做功（“把相同重量抬高，费力一样”）和抽象化的肌肉疲劳相分离，抽象化的前提是“如果我们好好想想”。实际上，一位 8 岁 5 个月的被试（阿当，未引用的部分）接受了一个我们没有询问其他被试的问题，他坚持认为倾斜轨迹↗“（比→↑）更容易，因为这样（→）不需要费力，这样（↑）猛然费很大的力，而这样（↗）全程费较小的力”。但同时我们也在 §4 看到，一位介于阶段Ⅱ和阶段Ⅲ之间的被试（10 岁的布里）成功地应对了有 / 无负重运动的完全等价问题，她能同时考虑所有情况：因而重点从客体变量（重量、路程，即已完成的做功）转移到需要提供的肌肉费力，以下我们讨论这种“费力”。

倘若被试的代偿失败，未能给出精确代偿，很大一部分原因是度量的对应存在问题，这一对应出现在被试做出简单的质性组合之时。尤其是在双向序列（顺向序列的高度和逆向序列的重量）的（逻辑的，而非算术的）乘法运算中，帕特、威赫（“多了一块砝码，所以少一个台阶”）、帕斯（“到第二阶因为有两个重物”）、希斯（“少一个台阶，多一块砝码”）都给出了它的函数化过程，不过，其他被试的回答则有“瞎猜”的不正规成分。高度和重量的双向互逆序列解释了另一份材料（目前的几套实验装置均回避了这一材料）研究中出现的有趣行为：即，被试有一种很顽固的趋势，他们把砝码叠成塔，并与楼梯台阶的高度相比较，继而倒转这一关系，改为把最多数量的砝码放在底部，而不放在较高的塔层。

§9. 阶 段 Ⅲ

首先援引三个过渡期的例子，年龄与前述被试相同，这三人能在一块砝码运到第四阶的前提下，很快将两块砝码运到第二阶（阶段Ⅱ的部分被试已经做到这点），在解释的时候，则用高度的“半数”作为理由。反过来，这三人尚不能像正式进入阶段Ⅲ的被试那样说明，高度减半，是因为重量是原来的两倍。

戛伯（8 岁 4 个月，参见 §4）运一块砝码到第四阶，费一样的力，运两块砝码能到第几阶？——“第二阶。”——为什么？——“多了一块砝码，台阶数要少，所以运到那儿。如果重量更轻，就要走得更远。如果变重，台阶数就是一半。”——运到那儿（第一阶）行吗？——“那不一样，多了一个重量，却只运到那儿（第一阶），难度不够。”——那可以运到第三阶吗，还是只能运到第二阶？——“只能运到第二阶。”——为什么？——“刚好是一半。”

戴夫（9 岁 1 个月）也把两块砝码运到第一阶，“因为它（起吊机）到第二阶停住，更轻的时候才能运到第四阶。”——到那儿（第三阶）呢？——“不行，如果只重了一点，可以到第三阶，到第三阶路程更远。”——你是怎么确定的？——

"这边高度是那边的一半，它（只有一块砝码）更轻。"——轻了多少？——"轻了一块砝码。"——和两块的情况相比？——"更轻。"——解释一下。——"运到那儿（第二阶）是因为这边（一块砝码）更轻，我把两块运到中间，就不会比它（起吊机）运一块的时候费力更多。运两块不能走那么远。"——如果运三块呢？——"到这儿（第一阶），效果和运一块砝码到最高处是一样的。"

菲欧（10 岁 6 个月） 首先给出了简单的序列，他把两块砝码运到第三阶："运两块，就去掉一级台阶。"——为什么去掉一级而不是两级？——"因为要费一样的力，能运四块砝码到第一阶，三块到第二阶，两块到第三阶，一块到第四阶。"稍后："运到那儿（第二阶），多了一块砝码，更重。跳过一个台阶（第三阶），到那儿费力是一样的。"没有提到一半的概念，当他放弃前述的双重序数列之后，很自然地选择了中间项。

（儿童的认知）正式进入阶段Ⅲ的特征是，在一块砝码运到第四阶的前提下，将两块砝码运到第二阶，理由是 2 是 4 的一半，同时 2 是 1 的两倍：即高度的一半配合重量的双倍。这一简单的推理直到 10－12 岁才得以普及，只有一两例提前到 9 岁。不过，有趣的是，我们遇到一例 6 岁 5 个月的被试和一例 8 岁 0 个月的被试，他们已经明确指出二阶是四阶的一半，一块砝码是两块的一半，并由此归纳出四块砝码应该运到第一阶。在一些研究中，7－8 岁的应答似与 11－12 岁的应答处于同一阶段，两者之间存在明显的倒退，理由是 7 岁的被试仅仅使用数字推理，却忽略了动力学层面的考量，而（儿童关于）动力学层面的数量认知化则在更晚时才发展出来。无论情境多么孤立，或许都会涉及此类情况。在引述以下明确属于阶段Ⅲ的各例时，需要将此牢记在心，有助于用比较的方法加强理解：

柯尔（6 岁 5 个月） 他的应答参见 §5，处于阶段ⅠA 和阶段Ⅱ之间，我们在砝码水平运动之后，问了他阶梯运动的问题，这或许有利于展开代偿的研究（他属于罕见的一例，问话对他产生了确凿的影响）：一块砝码到第四阶，要费同样的力，能运两块砝码到第几阶？——"到这儿（第二阶）。"——为什么？——"因为到这儿（第四阶）是一块砝码，两块砝码就是一半，我选择中间这阶。"——四块砝码能运到哪儿？——"运到第一阶。"——为什么？——"一块运到第四阶，所以四个运到第一阶。"

阿雷（8 岁 0 个月，参见 §4：同样从水平运动开始问话） 一块砝码到第四阶，以下从略。——"（两块要运到）那儿（第二阶）因为重量是两倍。"——能运到第三阶吗？——"不能，因为那儿（第二阶）是四阶的一半。"——也就是说？——"重量加倍，台阶数减半。"

格里（9 岁 6 个月，同样从水平运动开始问话） 问题同前："这儿（第二阶）因为运两个台阶是两块砝码，运四个台阶是一块砝码。"——如果运一块砝码到第四阶，运四块砝码到哪里？——"到第一阶：运一块到第四阶要走四阶；一块砝

码比较轻，四个的重，要费一样的力，就要把四个运到第一阶。”——为什么运四个达到的高度比较低？——“一共四个台阶嘛。”

卡特（10 岁 7 个月，参见 §4，从阶梯运动开始问话）问题同前：“到第二阶，取阶梯数的一半。”——为什么是一半？——“不能，因为运到那儿（第四阶）是一块砝码，这边有两块。”——也就是说？——“运到第二阶，刚好是台阶的一半。”

尼克（10 岁 11 个月，参见 §4，从阶梯运动开始问话）一块砝码到第四阶，两块砝码呢？——“到那儿（第二阶）。刚好是一半。这边是两块砝码，那边是四个台阶，这边是两块。”——砝码呢？——“是两倍。”

阿圭（12 岁 0 个月）运到第二阶“因为这边重量少一半。重量是一半，那边重量是两倍。”——费力取决于什么？——“一块砝码是四个台阶，两块砝码就是两个台阶。”

戴夫（12 岁 0 个月）把两块砝码与运到第二阶“那边费两倍的力（到第四阶），重量是它的一半（一块砝码）。”

佩尔（12 岁 8 个月）“重量是两倍，所以路程是一半。”

比较过渡期和正式期的应答，我们不由发问，是什么导致了儿童正确认知的建树迟迟到来。是比率度量方面存在难度？实际上只涉及双倍和半数。其实，可以看到，过渡期的被试，如戛伯和菲欧，他们的应答最初用了双向序列的序数方法，然后是“跳过一个台阶”（菲欧），在没有发现 2 是 1 的两倍的情况下，仅以“更重”为理由，得出路程是一半的结论，从而取得“半数”的解决方案。戴夫更为直接，但也没提到“双倍”，且满足于序数上的不同（一个重物比两个“更轻”）。因而对这部分被试，我们有了一个“印象”，即他们有一种简单比例的直觉，能潜在地发挥作用，从双重序列出发，有效地引出回答，但在整体厘清认知方面仍存在一定困难。

倘若这部分被试能够思考比例可能起到的作用，前述处于正式阶段初期的 6 岁 5 个月和 8 岁 0 个月被试则向我们展示了，在以质的方式解决水平运动重量和距离的代偿问题后，很少有什么能够阻止他们以度量的方式，从 1 到 2，或从 1 到 4，直接做出逆向运算，从而在阶梯运动中沿用同样的推理：一块砝码运到第四阶，两块砝码运到第二阶，四块砝码运到第一阶。柯尔和阿雷的例子让我们看到，计算中存在难点不是解释一切的理由。

再者，（我们）也可以接受另一种解释方式。倘若我们参考（见 §5 和 §6 末尾）估算做功的双重属性，即，用做完的功（通过的距离，位移的力，此处的重量）估算 $T1$，用做功的力（被试费的力或起吊机施的力）估算 $T2$。从这一角度看，做功观念的发展主要由上述两种估算的渐进协调过程构成。继而，在协调过程之前，要有一个分化过程，我们已知（在 §6 末尾）这一分化过程仅在被试受运动本身（费力，等等）的启发，做出质的估算的情况下才能成立，而度量估算确保了 $T1$ 和 $T2$

之间的精准对应。正式进入阶段Ⅲ的标志是两个系统的统一，12 岁的阿皮（§8，处于阶段Ⅱ末尾）向我们揭示了足够多的问题实质："把相同重量抬高，"1×2 或 2×1"费力一样"；只是费力程度不同，"但如果我们好好想想，就发现是一样的"。阶段Ⅲ的被试则无须做出类似的思考，也无须使用度量的方法，就能转化得出位移距离 × 位移重量的等价，即"费一样的力"（菲欧，克莉，卡夫[①]等）做完的功 $T1$ 和使用的力 $T2$ 之间的等价。两方最终的统一，一方面揭示了做功观念和类似观念的客观状况，另一方面，也解释了动力学困难的消失，我们将在其他章节说明这些困难，它们的消失出现在重物上升或下降问题的次级阶段ⅡB。

① 应为"卡特"。——中译者注

第二章　力观念的时空动量[①]

在第一章中，我们展示了力的初始观念，它规定了前运算认知机制的特征，我们应将其视为一般性的观念，它对应着动量的基本直觉，或者说，对应着（作为时空动量的）“运动”这一物理量本身。一方面，在运动学层面上，被试从单一的移动出发，从一个超越另一个的追及运动中获得速度的序数直觉，从而厘清了速度、途经空间与时长的关系；另一方面，在动力学层面上，被试从时空复合体出发，移动和速度在复合体中彼此关联（*mve*），其形式是从施力部分向受力部分转移的无中介传递，从而形成了一般动力学意义上的“运动”观念，此时不需要考虑它与质量、速度变化、空间和时长等因素之间的关系。此外，我们发现了运动学综合认识的新发展，即，在移动速度和“质量”（大小、重量，等）以及早期的重量直觉之间建立起了关联，重量（根据它是施力部分还是受力部分）要么加强了动量，要么阻碍了动量，而重量本身也会随着环境而变化。

回顾完第一章，本章要讨论的是，被试如何走出这种未分化的状态，首先需要厘清一些观念，它们在无中介时空动量中潜在地发挥作用，被试将会提炼这些观念，发现它们之间的关系，并最终获得力的概念的连续形式。上一章的研究为下文提出假设奠定了基础，本章将结合运动学综合认识研究的一些新的数据，来验证这些假设。

7 － 10 岁处于阶段Ⅱ的儿童表现出了新的发展，即传递性的介入（参见第 27 卷，第二章、第七章、第九章），由此产生了半内化（semi-interne）动量的有中介传递观念，同时也产生另外一些概念（如“流”等），它从一个运动传递到另一个运动，从而超越了简单的动量。冲力的概念也介入这一发展过程，并与发展建立了关联，冲力既是速度的变化（速度持续递增，直至冲力耗尽），又是动力学意义上的过渡路径（冲力既“出力”又“费力”），而半内化的或者说流动的传递作用同样参与了发展过程。此外，某种程度的守恒与重量的可加性也得到了发展，同时，原始时空动量开始分化为时间动量（冲量的开端）和空间动量（做功的开端，至少在水平层面如此）。这

① 合著者：阿琳娜·斯泽明斯卡（Alina Szeminska）。

些新发展引发了力的初始观念（该术语在阶段Ⅱ获得了系统性的延伸），它是动量的时间变量，$f = d(mv)/dt$，其中 m、v 和 dv 仍需进一步精确化。

阶段Ⅲ重要的新进展是在平衡状态下（重量持续施压或者拉动）力的守恒，各种强度、各个方向上的向量开始组合，以及在某些情况下（dv 表示持续递增或递减的方向）加速度观念的出现。前两项的关联很明显，而方向和加速度的关系则在斜面上得以建立。总之，力的观念逐渐趋近于关系 $f = ma$。

以下研究中，前文述及的问题会同时出现，这为我们更好地分析被试提供了机会，为了从理论层面上将各类研究结果与更明显分化了的客体相联结，我们不得不牺牲准确性，来确保它的综合性。为了在更高水平层面上寻找位能（énergie potentielle，即势能）转化为动能的某条支线，本研究考察一个重物下降后、另一个重物重新升起的运动，或为了重新升起另一个重物，在两个重物之间加入被动元素。我们询问所有阶段的被试，逐次得到如下信息：动量形式，运动传递，时空环境，速度及其变化，“冲力”及其与速度的关系，重量与“力”，最后是加速度。被试的应答体现出复杂的特征，这有助于我们分析各类关系，也让我们得以系统地把握整体的阐释。

§1. 一般方法和结果

以下描述来自阿琳娜·斯泽明斯卡的一项研究，同时涵盖了大量的问题。涉及运动传递的部分，则从第 27 卷第二章援引了一些数据。本章关于力的观念发展的部分（包括速度，重量，尤其是“冲力”，后者构成了儿童最原始的物理概念）也同样借用了其他数据。我们用到以下方法：

方法——使用一定数量的金属球，它们的大小重量完全一致，根据某种规律染上颜色。用线将小球悬在直杆上（最初是用光滑的木杆），高度保持一致，之后将进行各种操作，（被试需要）做出预测，给出解释，而后观察分析，给出新的解释：

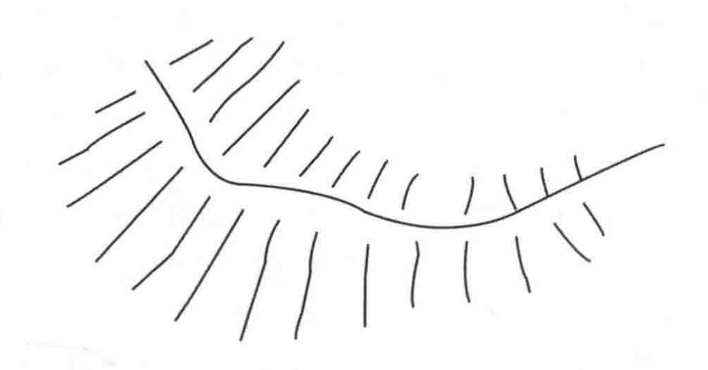
（1）单独一个小球（红色）从右侧较高的起点处松开，预测它的平衡（指出终点位置），并观察分析，以下省略。被试针对各项因素（速度、冲力、重量和力）和它们的变化或守恒提出问题：速度在哪一点达到最大，等等。

（2）两个小球（红与蓝）并列悬挂，先举起右侧的红色球，然后松开它，撞向蓝色球：预测碰撞效果，解释分析，以下省略。

（3）三个小球（红黄蓝）。我们举起红色球然后松开，进行预测，以下省略，接着举起红色球和蓝色球的组合，然后放开。

（4）以此类推，一直进行到九个球（红，蓝……棕，灰，灰色是最后一个被动球）。我们举起红色球然后松开（标记 9/1），或是前两个球（9/2），再是四个和五个（9/4 和 9/5）。

要证实设想中的速度、冲力、重量和力的变化，我们绘出下图，标示运动轨迹的垂线（呈 L 形，见下图）和因素大小变化（使用不同的颜色：以下图示中，被试提到的冲力标示在曲线上方，速度标示在曲线下方）。



方法二——同样的问题，以相反的顺序询问另一组被试[①]：先是 9/1 和 9/2，以下省略，再是 8/1，以下省略，一直到单独一个小球碰撞另一个单独的小球。

我们把应答结果分为明确的五个阶段，它们紧密对应着运动传递的阶段（参见第 27 卷第二章，引用了本章多名被试的数据，但询问的角度不同），不同之处在于，本章阶段Ⅱ需要再分为ⅡA 和ⅡB 两个次级阶段。

阶段ⅠA（4－6 岁），被试主要指出主动球的力量，偶尔也能涵盖下文提及的所有因素，包括重量和速度。这些因素属于"运动"——无中介时空动量——的核心观念，它们尚未分化。

阶段ⅠB（5－7 岁）的两项发展是，被试愈发强调运动学的因素，或者强调重量，并将无中介动量推衍到一般层面，最终将它们串联成外化的有中介传递形式。但（儿童）必须到阶段ⅡA 才会出现重量守恒的观念，本阶段的核心观念仍然是有中介动量的观念。

阶段ⅡA 开始出现半内化的有中介传递（见上文引用章节，§7）和重量的守恒。冲力观念更加明显，符合该阶段的力的概念尚未脱离冲力观念，即二者尚未完全分化，该阶段力的概念表现为动量 $f = \mathrm{d}p/\mathrm{d}t$ 的改变，即 $f = \mathrm{d}(mv)/\mathrm{d}t$，而不是 $m\,\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$。

阶段Ⅱ*B* 的应答发展了这一观念，更紧密地整合了重量和速度，不过，值得注意的是，重量的运动不再守恒，而是随着 $m = p/v$ 关系而变化，要么随着动量递增，要么随着速度递减。

最终，阶段Ⅲ表现为完全内化的运动传递过程，重量守恒的回归，以及对加速度的系统性认知（以此定义了冲力）。结合其他实验结果（力的组合），我们可以看到，这些应答体现了力观念的开端 $f = ma$。

① 问卷很长，实验文案长达 4－5 页到 12－15 页。在此仅援引与本章讨论议题有关的主要部分。

§2. 阶段ⅠA（4—5岁）

本阶段的被试能够理解一个单独（移动）的客体或者两个客体的时空“运动”，即无中介时空动量（此时尚不包括“外化的”有中介传递过程，即，只有无中介传递的序列：参见上文引用章节，§3)，客体内（intra-objectales）或客体间（inter-objectales）的运动被归因于客体固有的质性或力量，其中也包括了速度。

被试举例如下：

阿邓（4岁6个月，方法二） 9/1：“它（红色主动球）会下落。”——走哪条线？——（比画了一个圆弧。）——为什么？——“这是它要走的路线。”——什么时候会下落？——“撞到其他球的时候。”——怎么撞？——“其他球抬起来，然后撞击红色球。”——那红色球呢？——“会撞回去。”——（观察。）——“它（最后那颗灰色被动球）弹了起来，是红色球让它弹了起来。”——别的球呢？——“它们保持垂直（不移动），有时候也会互相撞击。”——为什么它们不动？——“得有这个（红色球）让它们动，红色球（能）击中它们。”——你试一下。——（他先把红色球举高，拧了拧那根线，松手：失败了。）“得再高一点，才能推动灰色球。”——为什么要更高？——“更高，才能让（最后）两颗球动起来。”——高了以后会怎么样？——“它会敲下去，切断木头（=从高处落下，产生斧斫之力）。”——（尝试并再次失败。我们过渡到9/2的问题。）——“两颗球动，其他不动。”——为什么？——“它们愿意静止不动。”——那如果同时动三个球？——“我拿三个球（动手尝试），三个球撞在一起，三个都动了。”——其他例问（3/1）？——“两颗球会动（动手尝试），红色球动了。”——蓝的呢？——“它（主动球）撞得不够用力。”

芭尔（4岁7个月，方法二） 在9/1问题上，先让红色主动球动起来，撞回其他九个球（参见第27卷第57页她的问话开头），她认为“红色球从侧面改变了轨迹，所以回到了原地”，接着又说“它们保持了平衡，红色球先平衡，然后灰色球（最后一颗被动球）也平衡了。”——是什么让它平衡了？——“红色球撞蓝色球，灰色球就平衡了。”——为什么是灰色球，不是蓝色球？——“因为红色球撞了蓝色球。”——为什么蓝色球不动？——“因为还有那个（后面的球）。”——（9/2，预测。）——“会撞上。”——然后呢？——“（最后）两颗球保持平衡。”——（继续观察，她笑了。）如果我动四个球呢？——“它们会到那儿（悬挂最低点）。”——然后呢？——“就停下来了。”——为什么？——“到不了更远的地方。”——（观察。）——为什么它能抬起来又下落？——“小球让它动的，小球动得很快。”——让它怎样？——“让它掉下去。”——和线绳一起？——“不，如果系得不紧，就

不会一起：它很重，像胖胖熊（patapouf）。”——它动起来也是一样重吗？——“不是，更轻一点。”——为什么？——“因为它动了。”——什么时候最重？——“它平衡的时候。”——平衡了会怎样？——“会更重。”

布罗（5岁2个月，方法一） 单独一个球：“它会到那儿（中点）。”——就停了？——“不是（又延长了几毫米）。”——仔细看看。——“超过了那点。”——会到哪儿？——“那儿（指着图上更低一点）。”——（1/1）？——“红色球停在那儿（中点）。”——蓝色球呢？——“它到这儿（左侧）最后停在那儿（中点）。”——为什么红色球不跟着它？——“它就是单独一个。”——（2/1）？——“两个球这样（在左侧上升）。”——你再看看。——“它让（后边的）黄色球动了，红色球（主动球）推了黄色球。”——为什么不是推蓝色球？——“因为是这个（黄色球）动了。”——红色球怎么做到的？——“它（红色球）先在那儿（笔直），然后推了（左侧的）黄色球，然后是（中间的）蓝色球。”——（9/1）？——“要抬高这几个（8个）。”——到哪儿？——“那儿（最左侧）。”——你再看看。——“红色球只推动了一个。”——为什么？——“它推不动别的球，太重了。”

伊娃（5岁8个月，方法一） 单独一个球：“（抬到比起点更高的位置）它达到了平衡。”——为什么它能上升？——“因为平衡了。”——为什么会平衡？——“像这样（手势）。”——仔细看看。——“它没到那么高。”——为什么？——“因为动得不快。”——该怎么办？——“要推一下。”——它重新落下的时候速度一样吗？——“不一样。”——在哪儿动得最快？——“这儿（右侧偏上）。”——这儿还是那儿（中点）。——“这儿（高处）。”——在哪儿获得了最快的速度？——“这儿（高处）。”——（2/1）？——“会撞在一起。”——红色球（主动球）会怎样？——“会保持平衡（指了指中点）。”以下省略。9/1：“最后一个球动了。”——别的呢？——“别的太重。”——（3/1）——“一个推三个，太重了。”——在这儿（高处）和在那儿一样重吗？——“不一样。”——哪儿更轻？——“这儿（高处）。”——为什么？——“……”——在那儿（中点）更重？——“对，它悬在那儿。”——然后呢？——“它给出一部分重量。”——松开它的时候重量不一样？——“不一样，球动起来，重量就很少了。”

哈布（5岁6个月，方法二） 在9/1问题上认为，主动球停在中点，其余八个球都会动。观察：“它落下来，灰色球（最后一颗被动球）弹了起来。”——怎么做到的？——“红色球（主动球）下降，灰色球弹起来。”——之后两颗都不动了？——“……”（比画红色球和灰色球的手势显示，两球并非同时移动。）——球在你手上更重，还是悬在那儿更重？还是一样重？——“这儿（手上）。”——为什么？——“因为球很大。”——然后呢？——“我的手没那么大。”——球在高处和低处，哪边更重？——“高处，因为更高。”——球什么时候动？——“更重的时候动。”——速度一样快吗？——“不一样。”——什么时候到那儿（最低

处）？——“没有速度的时候。”

与此后一直到阶段Ⅲ的应答相比，我们惊奇地发现，几乎所有动力学解释的组合材料概念都已出现在了阶段ⅠA，并将在此后持续成为证明的依据，阶段ⅠA 没有提及的，只有作为速度变化的冲力，和阶段ⅠB 才会出现的有中介传递的开端，即无中介传递的串联。不过，虽然所有组合材料概念都已出现，但并非所有被试都明确表现出这一点，组合材料概念部分导致了错误的发生，错误或多或少是系统性的，只有动量的基础直觉未见差错，且组合材料概念没有关联成一个系统，它们分化程度低，共同处于动量的一般性观念范畴中。

先是乐观的评价，我们发现所有被试都明确提到了两个连续运动的动量观念，这两个连续的运动，首先是施力部分 A 的产物，由受力部分 B 承受后，产生了下一个运动，继而将前一个运动延长。这里出现了运动的协调过程，即动力学的协调，而不仅是运动学的协调，两个运动，其中一个是另一个的产物，是一个客体施加在另一客体的时空“运动”本身。不过，在运动的动力学背景下，独立的客体被视为能够进行一项运动，无论是由它施展，还是由它承受，并与周围对它产生助力或阻力的情境产生关联：如“下落”或者“下降”，“抬起”，“平衡”，“动”，“停下来”，等等，这些客体内运动的组合材料的概念，在前文提到的客体间运动中同样可以发现，因为它们超越了简单的运动学层面，指向了动力学的发展方向。

组合材料概念首先是时空范畴的运动学概念，因为“运动”首先是移动的协调过程。空间是其中一项概念：对阿邓来说，小球重新上行，因为“这是它要走的路线”，对芭尔来说，小球在中点停下，因为“到不了更远的地方”。此外，4 岁的阿邓已经预测了，如果把主动球举得更高，动量会增加（伊娃则认为高处获得了“最大”速度）；阿邓把小球从高处落下的效果比作斧头伐木，出发点越高，动作越有力。下一个概念是速度，它并未被普遍提及，但已被被试用来解释和预测相反的结果：4 岁 7 个月的芭尔看球上升的时候说“小球动得很快”，伊娃看球没上升到她预想的那么高，便说“它走得不快”。时间也以不明显的方式介入：哈布用手势比画主动球和被动球的移动，以此表示相继过程中的间隔。

提到动力学机制，必有另一项因素介入其中：即，让主动球“敲击”、“碰撞”、“击中”、“撞上”的因素，也是让被动球转向和产生阻力的因素。再者，被试的表达也反映了，客体被当作具有协调一致性的实体，它的质料对动量[①]起一定作用（因此，倘若 $p = mv$，动量的质性依照 m 而不依照 v 分类）。无需为此惊讶，我们已在其他传递运动的研究里提及（第 27 卷第一章），重量很早便与动量建立了联系：芭尔认为，重量让小球下降，且随着平衡到来而递增；哈布则认为，球动的时候，重量增加，从而增强了碰撞。布罗和伊娃则反过来认为，重量是阻力的来源：红色球在 9/1 序列

① 见《前言》第一个脚注。

里推不动其他八个球，“太重了”；此外芭尔认为，重量隐晦地介入以下事实，即黄色球阻止了蓝色球的继续前进，以下省略。

但即使所有组合材料概念都从阶段ⅠA 开始介入动量的一般直觉，它们也尚未引入任何规则性的量化关系，因此，要认识动量，只能借由无中介传递过程这一运动的简明结果来认识，而无需理解小球之间无中介传递可能存在的串联。实际上，在被试即时给出的、能纳入可量化关系的组合材料概念当中，并没有任何一项是“可组合的”。先说重量，它没有显示出守恒性，除了（布罗和伊娃提出的）重量会随元素数目增加，它的变化也是随机的：芭尔认为，球动的时候，重量减少，球保持平衡或球悬挂的时候，重量增加；伊娃也认为，球悬挂的时候重，而动起来很轻；哈布反过来认为，球动的时候重，在他手中比悬挂的时候更重（因为他的手“没那么大”），以下省略。接着是速度，它唯一的衡量标准是未被解释的结果，而不是已知的守恒条件（芭尔和伊娃），哈布认为球在悬挂最低点没有速度，因为他坚持认为球可能会停在那儿。本阶段其他被试指出：“有时小球动得很快”，“没有办法预知，首先要观察”。至于空间，儿童能够通过已有经验较早地了解，球出发点越高，对运动越有利，但我们已在第 27 卷第二章指出，被试指派给主动球一些看不见的奇怪路线（即无空间接触的远距离运动），让它去撞一系列被动球的最后那一颗：从上方跃过，从后方绕过，等等。最终，时间关系引发频繁的犹豫不决（indécisions），以此来区分主动球到达和最后几颗被动球出发之间的几乎同时性和相继性，此处不再详述本阶段关于时长－速度关系的系统性错误（更快＝更多时间，等等）。

总之，本阶段的被试关于时空动量的直觉，代表了动力学理解过程的核心实证性元素，它并不被视为运算组合的产物：它只构成了无中介一般性的结果，相关的组合材料概念由运动本身产生，这些概念在知觉调解和感官运动调解的变化过程中彼此协调，却只能引发不完全的、歪曲的意识。倘若我们参与这一发展过程，即，“运动”开始是指某种行为，发展到后来，变成了一个物理量，可以看到，本阶段，时空动量的“运动”暂未从根本上分化；在后续发展过程中，分化和量的组合均不断增加，且二者互为补充。

§3.　阶段ⅠB（5—7 岁）

本阶段的标志是无中介传递或者无中介动量的串联，换言之，是完全外化的有中介传递，它的出现伴随着某些运动学（cinétique）方面的进步。被试已开始使用冲力这一术语，但使用得不够普遍，他们仍把冲力当作运动的同义词来用：

弗哈（5 岁 6 个月，方法二） 9/1：红色球会到达“那儿（中点），推动了别的球。”——动到哪儿？——“到那儿（对称的高度）。”——（观察。）“它推动了

那个（灰色球）。”——怎么推的？——“撞那个（蓝色球＝被动球的第一颗）。”——要怎么做才能（让最后两颗球）动？——“拿起红色球和蓝色球。”——（9/3）呢？——“（应答正确。）三个球推动了三个球。”——为什么（9/2）是两个球？——“因为那几个球阻碍了另外几个。”——为什么其他球动了？——“红色球和蓝色球稍稍推了那个（黄色球），那个（黄色球）推了那个（绿色球）（以此类推），棕色球和灰色球就动了。”她动了单独一个球：“它更重。”——为什么？——“因为它获得了冲力。”——怎么做到的？——“……”——在哪儿得到冲力？——“高处。”——一直保持不变吗？——“不是。”——在哪儿变得比较少？——“那儿（中点）。”——重量呢？——“那儿（最高处）。”——最轻呢？——“那儿（最低点）。”——冲力从哪儿来的？——“因为重。”——为什么不是低处重？——“它需要斜着才行。”

莫夫（5岁7个月，方法二）观察9/1：“小球被轻撞，灰色球动了，灰色球落下的时候，红色球动了。”——红色球怎么让灰色球动的？——“红色球得到了冲力，撞了别的球。”——球什么时候获得了冲力？——“松手的时候。”——然后呢？——“冲力变少，然后越来越少。”——冲力是什么？——“它让我们走得很快，很快，让我们撞上球。”——它会怎么变？——“总是越变越慢。”——（9/2）猜猜看？——“两个球动（观察），因为有两个，小球互相撞，两个球动。”——为什么？——“因为它们（主动球）有重量，走得快，就会碰撞。”——球什么时候有重量？——“通常情况就有重量。”——这里呢？——“重量越来越少。”

阿让（6岁3个月，方法一）只能预测单独一个球“在中点”停下——（观察高度改变。）——“抬得越高，走得越远。”——为什么？——“因为走得快。”（3/1）：“红色球推蓝色球，蓝色球推黄色球，黄色球动了。”——为什么蓝色球不和黄色球一起动？——“因为黄色球和后面（顺序反过来）的红色球拦着它。”——（9/1）——“没有球动，因为球太多，太重了。”——（观察。）——“所有球都动了，但只有灰色球移走了。”——为什么？——“所有球都在推灰色球，灰色球就移走了。”——如果要移走两个球呢？——“需要拿起两个球（红色球和蓝色球）。”——（观察，他笑了。）——“因为它们重量相等：推的重量也相等（2和2）。”——（9/1）？——“这几个（最后四颗球）走了。”——（观察。）为什么白色球不移走？——“它停在中点，因为它左边有四个球，右边还有四个球。”——为什么它不走？——“它变重的时候才会移走。”——什么时候变重？——“算上其他所有球的重量。”

提兹（6岁11个月，方法一）单独一个球：“它落到那儿（中点），之前它就在那儿。”如果把球抬得更高“它走得很快，不能停（在同一高度）。”——（1/1）？——“它会推动蓝色球，会像之前那样获得冲力。”——什么是冲力？——“让它动起来的力，和速度有关。”靠近中点的时候“它的冲力小”，不过“（之前）

它会重新获得冲力。”——怎么获得？——“它直着走，就会得到冲力。”——之后呢？——“之后会靠那个（重新下落）再次获得冲力。”红色球撞击蓝色球后停下“因为它没有冲力能让自己升得更高。”——为什么？——“它下落的时候才会动。”——之前它也能独自上升？——“那个拦住了它的冲力，那个蓝色球。”——怎么拦？——“红色球的冲力被拦住了，它推蓝色球，蓝色球得到了冲力，就是这样。”3/2：“红色球更有力。”——为什么？——“它更硬，它里面有更多铁，所以它推动了两个球。”——它和其他球重量不一样吗？——“不一样。”——和它在这里（中点）重量一样吗？——“不一样。”——哪里更重？——“那儿（高处）因为要拦住它更难。”——那它动起来的时候呢？——“那它就一半重，一半轻。”——什么时候最重？——“那儿（中点）最重。”——你刚才说是高处？——“对，高处最重。”顺序反过来的问话得到了同样的肯定回答：“高处最重，因为高处不会被拦住。”因此高处获得两个最大值，而重量在途中减少。

艾布（6岁3个月，方法二）对（9/1）的应答仍有阶段ⅠA的残余：“它们变换位置：黄色球换到白色球位置，白色球换到黄色球位置（以下省略），灰色球（最后一颗）换到红色球（主动球）位置。”经一番观察，她发现了无中介动量的串联，并总结道：“红色球推动中间这些球，别的球（中间这些）又重又硬，它们推动灰色球。”对9/2和9/3则做出正确预测。9/4预测：最后四颗球移动因为“白色球（中间球）动了，因为它在中间，它很有力，很硬，它（四颗主动球同时）推动了其他球。”“我们能观察到它们互相推吗？”——“观察不到。”——那它们怎么做的？——“它们很有力。”

欧伯（6岁6个月）（9/1）：“红色球很重，所以能这么做。”——重量做了什么？——“动得快，还让另一个球动。”——怎么动的？——“其他球推动了灰色球。”——“红色球推了其他球，所以灰色球动了。”——怎么推动其他球？——“它动得很快。”

茂尔（6岁11个月）同样的应答：“因为小球（红色球）给出一部分重量然后下落。”(9/2)：“推得更用力，两个球都动了。”——为什么推得更用力？——“因为更重。”

阿朗（6岁9个月）同样的应答：“走得更远因为更重。”

吕德（6岁11个月，方法一）认为（一个悬挂的小球）上升的路程“更远。”——为什么？——“因为（比出发点）走得更高。”——为什么走得更高？——“因为更远。”3/1问题，蓝色球不动“因为它在中间。”——那意味着什么？——“……”9/1问题，球都没有动，“因为要做得很多”，在球动了之后“因为刚刚撞得很用力。”——力是什么？——“它（红色球）是铅做的。”——什么时候有力？——“在高处的时候。”——为什么？——“因为会动得越来越快。”至于传递（9/1），吕德认为“红色球撞了蓝色球（这个）黄色球（以下省略，被试罗列了

一个接一个的撞击）灰色球，灰色球动了。”——它怎么让灰色球动的？——“它撞得太（=很）用力。”

本阶段实现的主要发展是，被试不仅在个别场合用速度和重量来解释某种未预测到的现象（从而让速度和重量进入意识），还进一步推广到其他解释领域；我们之所以这么说，并非基于运动的外在环境，而是基于事实本身：即，上述两种组合材料概念已经介入了斜面动量的解释过程。5 岁半的莫夫认为主动球“有重量，走得快,就会碰撞”。弗哈认为主动球“在高处获得冲力……因为重”。阿让认为“走得快”是因为出发点高，并已经（在 6 岁 3 个月！）指出主动球和被动球重量相等：“推的重量也相等（2 和 2)”。提兹说“冲力”和速度给了红色球“力”，红色球“硬”，是用铁做的，吕德则说是用铅做的。艾布说小球“又重又硬”，欧伯提到了重量和速度，等等。

我们的印象是，在本阶段，被试形成了某种综合认识，即 $p = mv$ 的动量基本形式，动量已被视为速度与另一种元素的组合，被试将这种元素称作重量或大小，学名是质量。这在一定程度上是对的，我们已在第一章的结果中给出某些运动之间（如，无负重绕弯和负重走直线）可能的等价，在此我们则要分析 n 个小球的动量和另外相同重量的 n 个小球移动的等价。

只有第一次协调过程并未超越某些严格的限制，仅关乎运动传递的基础形式。不过，较之阶段ⅠA，本阶段有所进展，被试能够将无中介传递过程联结为序列，该序列获得了初始“有中介”的形式、但仍处于完全外化的状态：A 碰撞 B，B 碰撞 C，以此类推，直至 N 被撞动，每颗小球都（被认为）移动了少许（参见莫夫和吕德）。但限制恰在此时介入：无论是提兹所说的“力”，还是其他被试口中的“冲力”，都尚未构成能够穿透所有小球（如同一股“流”）的动力学连续体（continuum)。“力”只是“有力地推动”，“冲力”则是快速“撞击”（见莫夫）或快速的出发到达，诸如此类。而动量不过是整体的、连成一片的实际运动，从效果来说，既没有守恒性，也没有连续性，理由很明显：本阶段，虽然比起阶段ⅠA，动量的组合材料概念让被试更好地意识到推球运动的必要条件，但还不足以让被试认识各项元素的状况，以及它们之间（除小球的数目以外）可量化的关系：重量并非永远守恒，而是要看小球悬在高处还是低处（见弗哈，莫夫等人）;“用其他所有球”推一个小球能让这个小球变重（阿让),球动起来会变得“一半重一半轻”（提兹）。至于速度或曰冲力（二者暂为同义词），它们以多种方式变动，且不会原样传递。而主动球催生了被动球的移动，在这种意义上，传递是存在的，不过，并不是说冲力的路径也同样存在：提兹少见地解释了冲力，红色球（主动球）“推”蓝色球，从而使“红色球的冲力被拦住了，它推蓝色球，蓝色球（由于撞击）得到了冲力”。在此我们发现了与阶段ⅠB相匹配的动量，它源自速度与重量的协调过程，维持着某种独立的“运动”，暂未（像

阶段Ⅲ那样）以可整合的形式（intégrable）存于内化的有中介传递当中，也不像阶段Ⅱ那样，是半内化的动量。我们写作 *mve* 的这一运动，不再像阶段ⅠA 那样，完全是心理学的，它从阶段ⅠB 开始去中心化，从而与我们所知的（参见“研究”第 23 卷）“构成性函数”（fonction constituantes）产生了关联。

§4. 阶段ⅡA（7—9 岁）

次级阶段ⅡA 的三项重要新成就分别是，位置改变时重量守恒，“冲力”与速度的分化，以及运动的半内化的有中介传递，后者一般以“冲力”传递的形式来表示。我们已经多次强调（如第 27 卷第一章）重量守恒的开端，且在第 27 卷第二章 §7 分析了阶段Ⅱ（没有区分ⅡA 与ⅡB，二者在当时语境中并无分别）运动传递过程的新模式。在此我们集中研究“冲力”的观念，并根据需要，再次引用第 27 卷第二章提及的例子，不过适当删去了应答的某些部分［问答很长，故而本章并未将其全文（in extenso）收录］：

纳特（6 岁 11 个月，方法二）预测 9/1：“红色球已经（＝将会）走得更快，它撞了另一个球。”——然后呢？——“整条线上的球都动了动。”——（观察。）——“稍稍推动了别的球，让灰色球弹了起来。”则仍处于阶段ⅠA，不过到了 9/2 问题：“是什么让让它们（最后两个球）上升？”——“冲力。松手以后，冲力一直变少，因为球撞了别的球。”——从哪儿开始动？——“从蓝色球开始动，红色球也动了一点。”——到哪儿为止？——“它推了所有球，但其他球（可见范围内）没动，冲力不够……所以到灰色球（最后一颗球）为止，实际上动了所有的球。”9/3 之后：“假如一共 23 个球，放其中 7 个下来，几个球会动？”——“11 个。”——为什么？——“7 个球给 11 个球冲力。”——为什么是 11 个？——“因为 23－7 ＝ 11（算错了）[①]。不对，应该是 7 个球动。”至于冲力，松手的位置“越高，冲力越多（＝越大）。”——下降的时候呢？——“越来越小。”——速度保持不变？——“对。不对。对，保持不变，冲力不会变大。冲力始终不变。”——速度呢？——“越来越快。不对，应该不是。”——为什么？——“因为有冲力。”——冲力是哪儿来的？——“你把它放在高处，就获得了冲力。它有重量，能稍稍推动其他所有球。其他球被撞之后抬高，直到冲力用完。”——我提着球的时候它有冲力吗？——“没有，它有重量，所以它下落（获得了冲力）。”——在低处还有重量吗？——“有一点。”——动起来的时候呢？——“也是一样。”——重量一样？——“对。”

① 原文如此，如实地记录了儿童的计算错误。——中译者注

米尔（7 岁 0 个月，方法一，已在第 27 卷第 76 页引述） 单独一个球的预测："它从高处出发，在这儿（同样高度，比画一道扁扁的弧线）重新上升。"——为什么？——"铅材质让它保持平衡，因为很重。"——重量起什么作用？——"让它上升，制造冲力。"——在哪儿获得最大冲力？——"从高处出发的时候。"——之后呢？——"之后更趋缓和，越来越慢。"对于一个球将要撞击另一个球："在哪儿获得最大冲力？"——"从这边（右）或那边（左）下来的时候，两边是一回事。"——冲力什么时候传递出去？——"红色球会推，蓝色球抬起。"——然后呢？——"蓝色球落下，推动红色球。"三个球：红色球"推动黄色球。"——怎么推？——"它给它冲力，让它动起来。"之后她补充道，蓝色球是红黄色球的中介。9/1"没有球动。"——（观察。）那（9/2 观察）和（9/3）呢？——"给了它们更多冲力。都是一回事。（在观察到 2 球推动 2 球之后，预测 3 球推动 3 球。）"——9/4 呢？——"耗费更多冲力。"

赛尔（7 岁 10 个月，方法一，问话见第 27 卷第 77 页）认为单独一个球上升的高度比它下降的高度要少："它几乎没有冲力了。"——哪儿？——"那儿（上升高度）。为了上升，几乎耗尽了冲力，就会走得更慢。"——走得更远？——"更近。"——高度呢？——"这边（右 = 出发点）更高。"——"……上升路程更远，让它更累。"——冲力从哪儿来的？——"松手的时候。"——冲力是什么？——"下落很快。"——下落时冲力始终保持一样吗？——"不是。"——什么时候最大？——"这儿（刚过出发点）。"——之后呢？——"变少，（但自发地）走得很快。"——上升和下降的速度一样吗？——"下降速度更快。"——重量一样吗？——"（犹豫）一样。"——在高处和低处是一样的？——"对。"——那这个小球呢？——"会走得更慢，因为它小。大球上升更快，因为更重，不对，小球上升更快，因为它轻。"这是上升的应答，被试认为下降时重量更多。"分量重，走得快。"从 1/1 到 2/1 的过渡："（红色主动球）冲力和黄色球一起动。"以下省略。预测到 9/2 两个主动球推动两个被动球，9/4 四颗球，因为"产生了（更大的）冲力……两个球的时候冲力不够多，四个的时候冲力变多了。"该被试重复道"球获得冲力，落下来就快"。

阿东（7 岁 9 个月，方法二）认为一个小球重新上升，但略低于出发点的高度，刚出发时移动"缓慢"，之后"快了一点"，"越来越快"，以下省略，"到那儿（中点）更慢"，直至重新升到高处："缓缓地。"——那边（更低处）呢？——"更有力。"——什么让它动得更有力？——"冲力。"——我提着小球的时候它有冲力吗？——"没有，要动起来才有。"——冲力在哪儿最大？——（举到半高。）——那边（更低处）呢？——"更少。"——那边（抬高一点）呢？——"更少。"——（上升的最高点）？——"那边最大。"——冲力在那边最大（上升的顶点）？——"那边（半高），不是，那边（顶点）。"——那边冲力最大？——"对。"因而在速

度和冲力之间没有收敛（convergence）。

帕斯（7 岁 6 个月，方法二）没有提到冲力，但一直解释被主动球推动的小球数量：9/5“它们被这些重量（主动球）推动，在这儿推（被动球）。”3/1“推动了一个，因为只有一个小球的重量”和 3/2“重量相同，有两个小球，于是推动两个小球。”

阿圭（7 岁 6 个月，方法二）同样首先提及重量的介入：“其他球动了，因为有很多重物”；9/5 中间的小球会动，因为“如果它不动，其他球就不能动，因为这儿有更多的重物（五个主动球）”，之后，对于单独一个小球，他指出“高处有冲力：它重新上升，因为获得了很多冲力。”——冲力在哪儿最大？——“在（下降高度的）中点，还有上升到最高点（右侧：参见阿东）。”——有没有冲力为零的时候？——“上升的时候，它（下降）获得冲力，之后消耗掉，再重新获得。（上升到顶后）下降时获得冲力，以此重新上升。”——速度保持一样吗？——“不一样。”——在哪儿最快？——“在高处。”——之后呢？——“总是越来越慢，在重新上升后（又重新落下时）走得更快。”——它上升时什么样？——“没那么快。它没法走得快，没法比时间更快（=上升耗时更长）。”至于传递过程，9/1，（最后一颗）灰色球“在红色球来的时候获得冲力：它（红色球）的冲力让它这样（碰撞蓝色球），其他所有球都给它冲力。”——怎么给？——“红色球给（倒数第二颗）棕色球冲力：它撞上它，棕色球获得冲力，推动灰色球。”——那棕色球如何获得冲力？——“红色球给所有球冲力，棕色球给灰色球冲力。”

佩乐（8 岁 5 个月，方法一）预测小球接近出发点高度时达到平衡，“因为如果没有足够的冲力，它到不了那儿。”——冲力是什么？——“开始动的时候越来越快。”——从哪儿开始有冲力？——“那儿（比出发点略低一点）。”——冲力在哪儿最大？——“那儿（悬挂最低点），到达这点时速度特别快；（指出下降过程中几个增速点，上升过程中逐渐消耗冲力，因为）那样（上升）它走得没那么快，因为能量变少。”——走得快和有冲力是一回事吗？——“一回事。”——它一直同前所述那样快？——“不是，有倾斜角的时候才快，以下省略（指出直到中点靠上位置的增速）。”——那边（中点）呢？——“没那么快（以下省略）。”——冲力在这儿（中点=悬挂最低点）最大，速度在这儿（略靠前一点）最快？——“对。”——速度和冲力是一回事吗？——“不是，速度是走得很快。冲力只在运动开始的时候出现。”——之后呢？——“下降很快的时候获得能量。到那儿（左侧）的时候能量变少。冲力是刚出发的时候获得，速度是途经过程、下降过程以及走到尽头的时候中获得。”预测 3/1，红色球“给另一个球冲力。推动蓝色球，蓝色球推动黄色球，黄色球动了。”——蓝色球呢？——“停在原地。”（预测 9/1。）——“只有一个球动了。红色球到达，碰撞蓝色球，蓝色球碰撞黄色球（以下省略）灰色球动了。”——中间的那些球呢？——“它们被前面的球拦住。”至

于主动球，它“没有更多冲力了，都传递给另一个球了。”“(9/7）呢？”——“其他球获得冲力，动起来了。”9/5：预测中间的球停在原地。经观察后“必须动起来，因为它（获得）太多的冲力。”6/2：“它们（两个主动球）碰到其他球，它们推动黄色球，黄色球让所有球动起来。”——怎么做到的？——“另外的（两个主动球）碰撞黄色球，给了它能量（又传递给其他被动球)”。

科拉（8岁8个月，方法一） 单独一个球：“它会平衡，因为有很多冲力让它上升。”——冲力从哪儿来的？——“从高处（指出牵引线绳)，这个给它冲力。”——给谁？——“给了铅（=小球)，因为它很重。”——是因为重量？——“对。如果在那儿（倾斜的线绳）冲力更大，能让它拉紧线绳，又因为很重，所以会下落。”——在高处和在中点的时候重量相等？——“对。”3/1：预测两个球会动，之后“只有黄色球动了，因为红色球没有足够的冲力。”观察9/1：“(主动球的）冲力给了灰铅球速度。”至于3/2，“因为从这儿到这儿（从一个端点到另一个）冲力不变。”

阿坦（8岁1个月）预测单独一个球下落之后重新上升，轨迹呈直线，两端“大小相同”，“因为它获得了冲力”。中点也是同样，“它在这儿重新获得了冲力。”——在哪儿重新获得？——“……”——哪儿？——“这儿（右侧高处)。”情况总是这样：小球中的一些停在原地，“因为它们冲力不够”，其他小球动了起来，“因为红色球（主动球）把它的冲力传递给蓝色球（以下省略，邻近小球一个传一个)。”

阿鹏（8岁11个月）预测单独一个球会在中点停下，观察到它重新上升，他十分惊讶：“松手的时候给了它冲力。”冲力守恒，从出发点一直到接近中点，从那儿开始“不那么快，因为要上升。”——之前不是已经上升了？——“不是，它（再一次）落下来。”——在这一点和中点之间发生了什么？——“冲力更少。”——在哪儿最慢？——“上升刚开始的时候。”——冲力是什么？——“就是力。”——什么时候获得了力？——“松手的时候。”——如果我们在更低处松手呢？——“就从这儿出发，因为松手的地方不那么远。”

阿当（8岁4个月，方法一，已在第27卷第77页）引述了他对传递的解释：凭借几次撞击，主动球向其他球“传递冲力”，同时这道冲力也穿过了其他球：“给出一道力流。”基于此，阿当首先预测单独一个小球的轨迹不对称，更偏向左侧“因为它空间更大。不对，应该是一样的……因为它保持了平衡。”以下省略。“它在哪儿获得了冲力？”——“在高处。就像在用重量推它。如果它更轻，就要（向左）抬得更高。”——所以不是重量推的吗？——“就是重量。需要足够多的重量来让它获得冲力，但要上升，它就必须更轻：才能走得更远。”——它在这儿（右侧出发点的顶端）有冲力吗？——“有。”——再低点呢？——“没有，更少。”——那儿呢？——“还要更少。”——最低点呢？——“冲力是相同的，因

为它从这儿下落。”——到哪儿为止是相同的？——“到这儿（中点）。”——什么时候变少？——“过了中点之后变少。”

阿拉（8岁2个月，方法一）“它下降的时候获得一点点冲力，之后它上升。”冲力在即将到达中点前达到最大值，之后“开始制动”。——从哪儿获得冲力？——“从这儿（出发点的顶端）。开始动的时候，它得到了力。”——从哪儿获得的力？——“它下落很快，重新上来，又下去……它从平衡中获得了力。”——冲力到哪儿就用完了？——“它下落的时候停在这儿（指出围绕中点即最终停下的点的摆荡，振幅越来越小）。”传递过程：“它们会回到下方。”撞击后，主动球停下，“因为很重。它没有力再上升。”——冲力从哪儿开始？——“蓝色球（第一颗被动球）得到了很多冲力。”——之后呢？——“蓝色球冲撞黄色球，黄色球动了一点。它的力偏少，因为红色球才是第一个撞进来的”。观察后认为，小球之所以动，是由于最后几颗被动球“获得了许多冲力”。

穆勒（8岁1个月，方法二）没有提到冲力，但提到了常见的组合材料概念。9/5：“这儿有四个（被动）球动，因为那儿（主动球）很重，因为重，所以能推动。”三个球的情况下，最后一颗球的出发“取决于（主动球的）速度”。

戛伯（8岁2个月，方法二）同样的应答：九球中拿起两个，会有两个球动“因为它们（主动球）很重。”——重量怎么了？——“它们有重量，所以推动了球。”但同样的效果在接下来单独一颗主动球的情况下被描述为：“它撞上了这个球。”——它自己呢（指主动球）？——“它撞上了（以自反的形式）。”

柯尔（8岁3个月）从重量过渡到了冲力。预测9/1：“红色球（主动球）下落，它让蓝色球平衡（按传递的顺序列举），灰色球上升，是重量让它走得更高。红色球让所有的球平衡（新的列举），这转化为（重量），红色球重量增加。灰色球（最后一颗）比其他球重量更大，它的平衡保持得更好（传递的累积！）。灰色球集中了全部重量。”——重量从哪儿来？——“从其他所有球来。”9/2：“重量更多，一直传到棕色球（倒数第二颗）。”但重量是“我们放到高处产生的。”——它转化为什么？——“冲力。它更重，因为更重，它让另两个球升得更高。”接下来，并不是重量传递了力，而是“它（主动球）将冲力传递给其他球。在高处我们给球冲力，之后球的冲力（越来）越多。”——谁给了球冲力？——“悬挂的倾斜角度。”——在萨雷布（Salève[①]）山坡上也会获得冲力吗？——“对，它会动得很快”。“在高处还没有冲力，但是斜坡会产生冲力，一直延续到低处，我阻拦它，等到了悬挂最低点，就不再有冲力了。”当小球碰撞另一颗球：“它有重量，必须给出去（冲力），让另一个小球上升。”

我们有机会在因果关系的领域内，即通常意义上、儿童尚不准确或受到错误知

① 瑞士高山，属于前阿尔卑斯山脉。——中译者注

识误导的词汇库中，找到“冲力”这一观念术语，我们的被试能系统地使用该术语，这在很大程度上源自他们的独创[①]。比较阶段Ⅰ的应答（包括阶段ⅠB“动力”一词零星地出现），我们实际发现了两种重要的改变，它们互为彼此的解释。

第一种改变可能看起来不那么显著，但却值得认真考察：即，用冲力来解释单独一个小球的上升，冲力从下落伊始获得，这立即显示出，从这一阶段开始，冲力包含了一种连续性的开端，换言之，一种瞬时性的守恒，它是初始加速度的补充，而初始加速度则给出了冲力的一般化定义。阶段Ⅰ，小球的上升与它的下降对立，可以简单地用以下应答事实来解释，如“这是它要走的路线”（阿邓：ⅠA），“它保持了平衡”（芭尔，伊娃：ⅠA），“它走得快”（阿让：ⅠB），“它不能停”（提兹：ⅠB），“走得更远因为更重”（阿朗：ⅠB），等等，毫无疑问，（儿童）获得了冲力守恒的观念。阶段ⅡA 的被试，如佩乐“如果没有足够的冲力，它到不了那儿”，阿圭“它重新上升，因为获得了很多冲力”，等等，我们从中发现了一种新的解释方法，它在阿鹏的例子中尤为明显：该被试预测小球停在下落的最低点，当看到球没有停时，显得相当惊讶，并给出了无中介的阐释：“松手的时候给了它冲力”，仿佛在他所能观察到的以外发现了别的事物。最有趣的是以阿坦为例的被试的态度，他们认为在开始上升的时候，小球“重新获得了冲力”（这在那些认为冲力到中点归零的被试中尤为常见，因而才会有后续的重新获得）：对于阿坦，和其他人一样，“重新获得冲力”并不仅仅意味着重新激活，也意味着“重新获得”小球在下落最高点出发时的冲力。甚至有一两名被试认为，小球向左侧上升后再次下落，它往返的原因可能是初始下落获得的冲力。简言之，对小球上升的解释，在整体上证明了，对于本阶段被试，冲力与速度之间存在本质上的区别：冲力包含一定的连续性以及强度的变化，这超越了速度所能达到的范围。

第二种改变与阶段ⅠB 相关，它揭示了动力学连续体的开端：在有中介传递过程中，冲力从一个小球“传给”下一个小球，制造越来越多的碰撞，冲力则依靠碰撞传递下去。我们发现所有被试都提到了这一表达，同时，值得注意并需要仔细强调的是，没有人提到速度的传递和给予。换言之，冲力不仅是运动的开始，即速度的初始递增，还包含了激活速度或变速的力量，即佩乐所说的“能量”（“下降很快的时候获得能量”），这种能量在一段时间内守恒，包含一定的连续性，反过来，阶段Ⅰ才有的无中介时空动量则不具备连续性。这一连续性能让被试理解运动中半内化的有中介传递：冲力从一个小球“穿过”（韦伯）下一个小球就像一道“流”（阿当），当然，每个小球仍要轻叩旁边的球，这个动作不能省。我们在第 27 卷第二章 §8 已经对此反复强调，此处不再赘述。

要注意，本章我们认为运算性质的传递性在 7—8 岁左右开始建立，以此来解释

① 可与动力学史上的“冲力”（impetus）相比较。

内化（半内化）的有中介传递的起源，同时，我们也将这一起源归因于动力学连续体的发端，发端的起因是冲力观念的发展。这两种原因彼此互为指涉：一方面，传递性不仅是被试运算的传递，还“归因于”被试借给客体的一种力量，即冲力；另一方面，倘若小球具有传递性，则连续体得以在离散的客体间维系。

即，应当厘清了那些加诸时空动量 $p = mv$ 的因素后，我们看到，从阶段ⅠB 开始，两种组合材料概念即“重量”与速度已经得到使用，重量守恒尚未出现，除无中介传递外，其他传递过程亦未出现。反过来，阶段ⅡA，重量在运动中守恒，加法运算保证了这一量化过程成立，同时也确保了传递性的成立。重量对每一名被试都起作用，即使它在单独一颗小球的情况下并不明确，仅在 2 到 n 颗主动球的情况下，被试才意识到它。但对于单独一颗小球来说，重量自发介入了冲力获得的过程(见米尔、科拉、阿当等人)。被试帕斯和柯尔将“重量”一词视为冲力的同义词，之后柯尔认为冲力从属于重量，还说 9/1 最后一颗灰色被动球“比其他球重量更大……集中了全部重量”从而考虑到了冲力的累积（！）。

至于速度，它与冲力的关系需要仔细分析，这关系到力的概念源起的全部难题，因为冲力是力的观念客观化（相对于心理形态学或肌力性的）的第一种形式：冲力，如阿鹏所说，“就是力”。首先要注意，把冲力产生速度还是速度产生冲力这样的问题放在认知的单线形式下考虑，是相当徒劳的。要解决这方面的难题，实际上，我们发现了一种或两种论断。比如，7 岁的赛尔提到“有冲力让小球下落很快”，如果“为了上升，几乎耗尽了冲力，就会走得更慢”。同样，阿东面对“什么让它动得更有力”的问题，回答说“冲力”。反之，阿拉坚持认为，力或者冲力在平衡或下落时获得，冲力从属于速度。同时柯尔认为，冲力是“悬挂的倾斜角度提供的”，“它会动得很快”。佩乐则超越了这一论断及其反论，最终确认冲力和速度是“一回事”，因而“走得很快的时候获得能量”，且“因为能量变少，走得没那么快”。

事实上，单看被试的推理过程，我们会发现，与语词上的定义相反，冲力既是速度的变化（从出发点开始增加，随着速度削弱而减少，无论加速度还是减速度，都是自发的而非有规律的）也是某种自发性的速度守恒。换言之，我们发现了力的第一种观念，吉 · 亨里克用公式表示为 $f = \mathrm{d}p/\mathrm{d}t$，$\mathrm{d}p$ 写作动量的变化 $p = mv$（它在阶段Ⅰ处于无中介状态，且不会引发动量变化的概念化过程），$\mathrm{d}t$ 是运动的时长。力的第一观念不仅介入自发的守恒，也介入之后的变化；部分被试提到了观念介入变化的情况，阿圭认为，球上升时“消耗了冲力”且“它没法走得快，没法比时间更快！”

此处仍应引入一个本质上的区分，它使得阶段ⅡB 与当前的阶段ⅡA 相对立。我们在多项研究中（尤其是此处的研究，与本问题有关的事例将在第三章予以分析）实际上已经表明了阶段ⅡA 与阶段ⅡB 在动力学意义上的显著区别，在阶段ⅡB，被试承认力的存在，它与运动相区别，是运动的原因，而在阶段ⅡA，动力学仍内在于

（immanente）运动学范畴，无论连续还是变化，力都与运动本身相混淆，尚未分化出来，成为外在于运动的原因。因而有必要在前述公式中区分这两种意义，以符码的形式表示如下：

（1）阶段ⅠA，$f \equiv \frac{dp}{dt}$，力写作 $\frac{dmv'}{dt}$，包含了 $d = 1$ 和 $f \equiv \frac{mv}{t}$ 的情形；

（2）在 $f \rightarrow \frac{dp}{dt}$ 意义上 $f \equiv \frac{dp}{dt}$，力是原因[①]，由它产生 $\frac{dmv}{dt}$。

动力学的变化在“冲力”一词的意义中尤为明显。阶段ⅡB 倾向于用公式（2）来解释力。阶段ⅡA 则相反，力的意义仍未分化，既是运动学的（高速）又是动力学的（因速度增加或速度增加后保持不变，从而内在于运动本身）。法语针对这两种意义只有一个词来表示，即“冲力”，但在同样接受问话的波兰儿童当中，存在着两种表达：一是疾冲（ped）表示快速疾奔，见于阶段ⅡA（“持续的疾奔让小球更好地上升”，8 岁），一是对应着“冲力”（élan）的冲力（rozped），意思是发动或弹射的力，见于阶段ⅡB，它正是运动或速度的动力学原因。

倘若阶段ⅡA，力内在于运动，儿童应当无法区分运动和力的各种变化 dp。实际上，在我们的提问下，阶段ⅡA 的被试很容易指出冲力或速度增加到最大和减少的位置，这些指示很少重合。阿东认为，冲力是球下降到一半的时候最大，速度则一直增加，到悬挂最低点为止。阿圭把冲力的最大值放在同样的下降半高位置，以及重新上升的顶点，而速度的最大值则放在下降一边的高处。佩乐认为，冲力最大值在悬挂最低点，速度最大值稍靠前一点（但有所犹豫）。阿鹏认为，冲力在悬挂最低点静止，速度只在上升时才会减少。简言之，被试普遍认为速度和冲力存在变化（不仅观察到简单的上升下降对立），两者存在关联：这一关联即使不是随意而成，也是易变的，被试还未像阶段Ⅲ那样，对连续的加速度有着明确的观念。

§5. 阶段ⅡB（9—10 岁）

在几乎所有针对儿童因果关系认知的研究中，9—10 岁都作为阶段ⅡB 的一道分水岭，明确地与阶段ⅡA 隔开，同时保留了阶段Ⅱ共有的一般属性，它标志着动力学难题的重提，伴随着运动和力的分化，在 §4 末尾已有表现。观念重新得到组织，有时会导致明显的倒退，比如，根据运动的不同（如高度等：参见第 30 卷第一章、第二章），对重量的可叠加性产生怀疑。此外，我们观察到了明显的发展，通常与阶段ⅡB 的运算水平（同是 9—10 岁）产生关联，从空间（协调后的空间，视角的协调过程，等等）角度和逻辑－算术运算的角度看，阶段ⅡB 的运算水平以一般化归纳为其标志，

---

① 对于某些学者，例如马赫，也有 $f \equiv ma$，唯一的事实是质量 m 移动的加速度 a，对于其他学者，则有 $f \rightarrow ma$ 意义上的 $f \equiv ma$，力是加速度的原因。

以区别刚开始建立具体运算的阶段ⅡA。故而，应当在阶段ⅡB的范畴内，从重量、速度、冲力与力（我们在第27卷第二章并未将力区分出来，因为从传递的角度来看，力尚无存在的理由）等难题入手，剖析研究9－10岁的被试。应当注意的是，出于部分随机的选择（由于变量较多），我们将所有阶段Ⅱ的被试（该阶段的特征是半内化的有中介传递：从一个小球传到另一个小球，但仍有碰撞和轻微移动）纳入阶段ⅡB，他们对重量守恒存有争议，理由稍后再议（这些理由将他们与阶段ⅡA相区分）。但被试当中，有1－2人已经有了速度的加速度守恒概念，而这属于阶段Ⅲ的三项特征之一。由于他们未表现出其他两项特征（即完全内化的有中介传递，和重量守恒的回归），我们将他们归入阶段Ⅱ与阶段Ⅲ的过渡期，并将在 §6 开头讨论这一过渡期。此处介入了我们的随机选择：我们将所有质疑重量守恒的被试纳入阶段ⅡB，只把那些经过犹疑和想法更变之后，成功确认重量守恒的被试归为阶段Ⅱ与阶段Ⅲ的过渡期。

以下是确定为阶段ⅡB的被试例子：

阿桑（8岁7个月，方法一，参见第27卷第78页）应答一开始给出了亚里士多德式的论述：单独一个小球“一直升到这儿”（稍显太高且太远），“倘若我们把它放在这儿（出发点），需要有一个前进目标，它应该在它自然所处的位置。”——为什么？——“松手的话，它会下落；如果上升，要有足够的冲力让它重新升起一段。”之后会持续一段时间振幅递减的摆荡，直到“它回到自己的位置（中点）不再移动”。至于离开出发点后开始的冲力，则始终守恒，一直持续到中点，之后“开始有细微的不同：冲力变少，而且越来越少”。——球到左侧最高点的时候呢？——“它会回来，因为没有力让它继续上升，所以会重新下降，然后再上升一点，在这里（右侧）、这里（左侧），之后它就没有力了。”速度则反之：“开始最快，之后（下降途中）总是越来越慢。”至于单独一个小球的重量“在下方（中点）最重。”——“在高处不重。”因而不具备阶段ⅡA那样的重量守恒，但涉及阻力和动量时，被试自发地考虑了量值：对于9/1，阿桑预测只有一个小球会动：“（每个小球都碰撞下一个球）力会越来越弱，因为球有很多。”对于9/2则认为最后一颗被动球上升最快：“（传递的时候）力也会减弱，但会稍强一点，因为有两颗（主动）球，余下只有七颗球（要推），那它至少会到那儿（比之前高的地方）。”

乌阿（9岁10个月，方法一）“重新上升是因为冲力。”——高度呢？——“比它出发的时候低，因为冲力变少。”——为什么？——“上升的时候有重量，所以比起下降，上升不那么容易；对于下降来说，重量能拉它一把。”下降过程中，冲力不断增加，直到中点“因为下降时获得速度。刚过出发点的时候获得一个小的冲力，之后是一个大的，再之后变小，越来越小，越来越小（给出了明确的图示）。”至于重量：“松手的时候，它还没有动，还没有重量（指重量的运动）。但稍远一点就有了重量（图示：过了出发点后递增，靠近中点开始守恒，重新上升

后剧增）。”——把它拿在手里的时候有重量吗？——“有。”相对地，速度给出了同样的图示：下降时递增，直到中点，接着递减，重新上升时剧增。传递类型是半内化的有中介传递：三个球当中“红色球撞动蓝色球，蓝色球撞动黄色球”，因而“红色球将冲力给了蓝色球，蓝色球给了黄色球”。9/1 的效果并非累积而成：“许多球把冲力给了出去，那它（最后一颗被动球）的冲力就少了。因为所有球都给出了冲力，那么，同时（＝总体而言），它们消耗了冲力。”因此是冲力消耗的累积，而非获得冲力的累积。相对地，9/2 最后一颗球（单独）升得很高，“因为它获得更多重量（2 颗主动球），因而阻拦冲力的球（7 颗被动球，而不是 8 颗）更少”；继而“两颗（主动）球动得更快”。9/3：“（被动球）更高，（主动球）更快”。9/4：“更高，更快，后边也是”。对机制的解释，“好几个球撞过去，这给了它们冲力”，“碰撞让它们动起来，所有球一起动”。

索尔（9 岁 7 个月，方法一）已在第 27 卷（§7）引述了他对传递的解释，传递同时也包括了小球的碰撞，“在它们之间传递的一道弱流”。对于一个小球“它会停在相同的高度（左侧，相对于出发点），因为这儿（右侧）没有冲力了。获得的冲力越少，停的位置越低。”——你怎么理解冲力的？——“冲力是重量的下降，它让小球弹起来。”——我松手的时候，它有冲力吗？——“因为它会下落，因为它有重量让它下落。”——如果我把它放在那儿（中点），它还有重量吗？——“没有。”——它称起来不会有一些分量吗？——“我觉得有。”——拿在手上和放在那儿是一回事吗？——“不是，那儿它是悬着的。”——拿着它的时候呢？——“不一样，拿着它会更重。变得更重了。”——为什么？——“这是个难题！”——如果动起来呢？——“动得快，重量更少。如果我们取细绳的一截，在底下拴上重物，绳子转得很快的时候重物就会变轻，会稍稍飞起来。”——我拿着球，它就没有冲力了？——“对。”——什么时候开始有冲力？——“松手的时候，它走得很快，很快，然后不那么快（以下省略，他画出递增递减的距离，速度在下降路程的前半段一直增加，后半段到中点之间递减，上升时逐渐消失；冲力则反过来，在刚过出发点时达到最大，之后向低处一路递减）。”——两者是一回事吗，冲力和速度？——“不是，冲力是支撑力，让球动。冲力最开始才有，速度是已经有很多冲力的时候才有。”——但你画的是上升时没有冲力？——“下降时，小球获得的不是冲力，而是冲力的残余。它下落，之后是速度在推进。”——怎么说？——“因为它走得快，像这样，就会推。在某个时刻之前，它是冲力，之后，是速度。”有必要重申，他把传递归因于短暂的冲力流，它“看不见”，不过，“撞的时候就能看见它了”。

布雷（9 岁 10 个月，方法一） 单独一个小球到达得“稍稍没那么高（左侧）因为它获得了冲力，而在重新上升的时候又消耗冲力。”——是什么让它重新上升？——“是速度。”——那冲力呢？——“也让它重新上升。”——为什么松开

手，它会下降？——“速度帮着它下降：因为它重，就下降。”两个小球：“红色球没有足够的力抬起两颗球，所以停了下来，蓝色球动了。”——解释一下什么是力？——“下降的时候获得冲力，冲力给了它力。”——它一直保持着这个力？——“没有，它把力给了另一个球。”——力是一样的吗？——“不一样，稍少一点，因为没有时间全给它，需要保留一点力，才能再撞一次（蓝色球撞回来），才能有重新上升的力。上升的时候力消耗很快。”3/1，力部分传向蓝色球，再是黄色球，但“红色球保留了一些力，蓝色球没有（蓝色球是中位数！）。”传递处于半内化的状态：一个小球撞向下一个的碰撞过程消耗了力。谈到重量，布雷有着和索尔同样的争议：重量帮助小球下降、碰撞，但似乎在下降过程中减少：“我认为它在那儿（高处）很重，之后变得越来越轻，再后来，再次碰撞（=第一次碰撞）它重新变重。”——我将它拿在手里（在高处）的时候呢？——“在高处更重。不对，反过来，高处更轻。”——那低处呢？——“动的时候更轻，停下时更重。”——小球的重量不是一直相同吗？——“不是。”——下降的时候变得更重还是更轻？——“更重。”——为什么？——“下降时，如果那边有球，它会把力给别的球。”——如果力穿过了蓝色球，黄色球会不会更重？——“还是一样重。”至于速度和冲力的变化，速度随着下降而规律递增（加速度），随着上升递减，冲力从高到低时递增，上升时变为微弱的守恒。

迈特（9岁2个月，方法二）“如果位置更高，就会获得更大的冲力。”——会怎样？——“快，更快，制造更大的碰撞。”——哪儿来的更大冲力？——“是风，不对，是小球的速度。”——速度哪儿来的？——“由冲力变来，高处有更多冲力，那儿（接近小球的位置）就少。这儿（高处和小球之间的中点）有一个不同。会好一点。”——这个不同导致了什么？——“它让冲力更大，走得更快，撞击更有力。”两个小球：“哪儿来的冲力？——“由速度变来。”——速度从哪儿来？——“取决于小球（材质，重量，还是大小？）。”——速度在哪儿最大？——（指向高处。）——哪儿来的速度？——“我说不出来，也许速度是由冲力变来的。”

阿詹（9岁11个月，方法二）9/1：“（最后一颗）灰色球会上升。所有小球都会相互摩擦：它们相碰，进而抬起灰色球。”——（9/2）。——“灰色球动了。（动手尝试）两个球动了，因为重量相同。”其他情形也给出同样的解释，对于每边一个主动球的情况：“它们相遇了，二者的力相遇在中点，在中点获得了力。”——为什么？——“它们相互传递（力）。”——之前你提到重量，现在提到力，力是什么？——“是撞上某样东西，在那儿相遇了。”——小球在哪儿获得这个力？——“下降的时候。”——小球动的时候，力总是一样的吗？——“不是（画出持续的递增）。”——力在哪儿最大？——“在低处，（下降时）它一直增加。”——速度呢，始终是一样的吗？——“不是。”——在哪儿最大？——“在低处。”

达夫（9岁6个月）相同的应答，除了重量变成了“铁”，它让9/1中的灰

色球移动，同时力来自于“原子”。——力能看到吗？——“不能。”——它在哪儿？——“在小球的铁里面。”——始终保持一样吗？——“没有，越变越多（一直到悬挂最低点）。”——我拿着球的时候，它有力吗？——“没有。只有下降的时候有，同时获得速度。下降的时候有速度，越来越快，就有了越来越多的力。”

阿黑（9岁11个月，方法二）9/1：“重量让它（主动球）下降。它推动其他所有球，所有球都略微动了一点。”——其他球怎么样了？——“停在原地，没有足够的冲力。”——冲力从哪儿来？——“从红色球（主动球）来。冲力穿过它们……稍微推动一点。”——冲力是什么？——“像一道流。”——它的材质是什么？——“……是小球。”——小球的材质是什么？——“是铅。”——流的材质是什么？——“空气（流）。红色球下降的时候，空气被推动了。”至于9/2，冲力来自“红色球和蓝色球，冲力穿过去，传过去，冲力穿过其他所有球”，之后“冲力推动。”——速度始终保持一样吗？——“对。”——在任意点都一样？——“对。”——球动的时候，重量一样吗？——“更轻，有冲力推动它。下降的时候获得冲力，上升的时候偏重，冲力推它，它就变得更轻。”——能否解释一下重量是怎么变化的？——“下降时重量一直增加，上升时正相反。”——为什么？——“下降时因为有冲力，所以更重。”——之后呢？——“到达中点时，重量略微减少。”

帕坡（9岁4个月，方法二）9/1红色主动球推动最后一颗（灰）球：“因为（灰色球和红色球）大小相同！”——其他停在原地的球呢？——“没有足够的力。”——力是哪儿来的？——“从空中（=高处）来，力撞动球。”——如果我在高处拿着球，它们有力吗？——“有。”——低处拿球呢？——“没有。”——撞击的时候有力吗？——“有。”——被撞的时候有力吗？——“本身没有，别的球把力传给它们。”——它们时刻保持同样的力吗？——“不是，那儿，在高处（力更多），在低处，力就消耗了。”——在哪儿消耗的？——“那儿（下降的中点）。”——我松手的时候呢？——“力更多。拿着球的时候，力比较少。”——（9/2）。——“有两个球，两个球更重。两个球力更多。”——我拿着球，和球动起来的时候，一样重吗？——“不一样。”——哪边更重？——“在空中（=在高处）。”——球动的时候，在哪儿力最多？——“中点。”——为什么？——“高度也呈现了同样的区别。”——会怎么样？——“路程更远（他判断球在较低处呈曲线运动）。”——过程中会传递重量吗？——“会。”——为什么？——红色球变了吗？——“力是一样的（=力与重量等价）。”——什么时候有力，什么时候有重量？——“是一回事。”——你确定？——“确定。”

派尔（10岁9个月，方法二）9/1：“小球碰到其他所有球，产生一个贯穿全程的撞击，最后一颗球动了。”9/5：“四颗球留在原地。（动手尝试）是因为重量！”——为什么？——“这颗球更大，能提供更强的压力。”小球的重量随着下

降逐渐增加，“力”也同样。“高处没有很多力，因为没有很多冲力。”——冲力是什么？——“是速度。”——力会怎么变？——“一直增加。”——小球从哪儿获得力？——“从途经的距离获得。”(参见，帕坡。)

阿涵（10 岁 11 个月，方法二）9/1：“它（主动球）撞击其他所有球，从而撞击（最后一颗）灰色球。”——其他所有球？——“一个接着一个撞。”红色球停下：“它没有力了，力来源于速度。力的残余在小球间传递。”为了让两个球动，需要“松手放开红色球和蓝色球。”——为什么？——“会更有力。运动制造更多的力，从而产生更有力的运动：小球因为更多的力而动起来。”——小球的力来自哪里？——“它有多么重，就会有多少力。”——小球在高处和低处重量相等吗？——“不等，下降的时候更重。”——在哪儿最重？——“在低处（给出图示：规律性递增)。”——为什么？——“它有了速度，从而有更多重量。”——速度总是一样的吗？——“不是，速度总是更快，小球也越来越重。”

马勒（10 岁 6 个月，方法一）预测小球重新上升，“因为它获得了冲力。”——冲力是哪儿来的？——“在高处获得。”——下降的时候呢？——“变少。”——到中点的时候呢？——“还要更少。”——上升的时候呢？——“还要更少。”重量也是相同的变化，除了“又一次上升，重量增加。”——什么时候平衡？——“它在高处，比它在中点重。”

利斯（12 岁 2 个月，方法二）的年龄不属于本阶段，但他的应答仍处于本阶段，他认为小球一直下降“是因为它的重量”，“它在高处较轻”。——为什么？——“它没有更多的力（它被阻拦了)。”——什么时候重量更多？——“下降的时候。”——我阻拦它，它还有力吗？——“没有。”——我松手，它有力吗？——“有。”——它下降到最低点时，有力吗？——“没有，它获得了重量。因为在最低点它不能动，所以没有力了。”

本阶段被试与阶段ⅡA 被试具备如下区别，首先是重量不守恒的回归，值得注意的是，如果我们改变客体形状（使用黏土球等），9－10 岁正是重量守恒得到确认的年纪。此处则是对重量守恒的否定，并非源于言语上的误解，我们已在其他不少相似的情境下观察到这一否定，即，客体改变了动力学的情境，如，金属砝码系在长短不一的线绳末端，将线绳拉到极限；或，金属砝码叠成垂直或水平排列的群组，等等。按一般规律，9－10 岁被试认为，处于平衡状态的重量自身并不改变：做出改变的，是重量的运动，根据“出力”与否、是否在支撑物上“压出重量”，等等，这些运动或多或少围绕一个中心进行（动力学直觉的开端）。在本节考察中，被试假设处于平衡状态的小球重量有所改变，很明显，虽然被试也考虑重量运动的变化，但他们更多考虑的，仍是重量本身的改变：例如，乌阿谈到，小球在下降前“还没有重量”，但“稍远一点就有了重量”，他很自然地考虑到重量的运动，而不是重量一词通常的意义（作为客体属性的重量）。

即，以上新事实的意义在于，它们能为我们提供揭开重量运动变化的相互依存性（solidarité）的钥匙，这一性质在本阶段之前尚未揭示，但已被阶段ⅡB 的全部被试及他们渐趋发展的动力学阐释力所承认。倘若动力学层面的认知确有发展，实际上我们并不容易理解，为何重量的可加性仍被 9—10 岁的被试持续质疑。继而，在本节考察中，我们能将以下两种解释性假设记为以下公式：

（1）力概念获得发展，形式得以分化，$F = d(mv)/dt$［见 §4 末尾，命题（2）］成为动量时间变体的原因，被试能将更多变、更有效率的动力学运动归因于重量（本阶段被试对质量的理解停留在重量观念）。

（2）进而，力的组合材料概念得到了更为紧密的整合，这一整合或来源于重量观念，或来源于重量的运动，被试将其视为冲力系数 $m = p/v$，某些被试假设认为，动量 p 和动量的递减，导致了重量运动的递增，其他被试则认为，速度增加才是重量运动递增的原因。

我们首先考察被试提出的、重量在力的综合认识中起到的作用。首先回顾一点，9 岁左右的被试认为，物体的下落或坠落，在一般层面上首先归因于重量，而不仅仅归因于倾斜角度，比如，水向下流动的实验。故而乌阿、索尔、布雷、阿黑、利斯等被试即刻给出的应答，如“重量让它下落”、重量“拉它一把”，都是很正常的想法，而重量也因此介入了冲力和速度之间的关联。索尔甚至说：“（冲力是）重量的下降，它让小球弹起来”，他对冲力的定义是“支撑力”。布雷认为：“速度帮着它下降；因为它（小球）重，就下降。”阿黑在应答一开始就给出同样的表达式“重量让它下降”，由这一表达式，他得出了一个循环论证的依存关系，因为他接着说：“下降时因为有冲力，所以更重。”帕坡在两个主动球的问题上，从“两个球更重”联系到“两个球力更多”。派尔认为一个重物“更大，能提供更强的压力”，阿涵则用综合表达式“它有多么重，就会有多少力”总结了以上观点。简言之，像我们所回顾的那样，所有被试都明确提到了重量，又或提及了材料的量［见阿桑，两个小球产生的动量的力，与七个小球的阻力；又见阿詹，主动球和被动球重量相同；其他被试提到了称重的质性，或者说质量的质性：如，迈特［“（速度）取决于小球”]，达夫“力来自于铁”，（铁里有“原子”或者没有），其他被试则提到了“铅”]。只有马勒没有提出相似观点，不过他把重量的变化与冲力的变化做了对应，看起来也是一个循环论证。

简言之，冲力近似于一种力（阶段ⅡA 也是如此，当时冲力处于纯粹的内在状态），以此为前提，质量作为重量或者材料的量，在与速度的必要联结当中，能更好地与冲力整合在一起，这也证实了阶段ⅠB 的特征公式：即，基于 $f \rightarrow d(mv)/dt$ 而不是 $f \equiv dp/dt$ 得出的 $f = d(mv)/dt$。

倘若这一整合更加深入，重量引起运动的改变，从而导致了重量不守恒的回归；这一回归既明显又矛盾，重量不守恒转变为冲力的一个系数。吉·亨里克基于 p 和

m 的结构，认为两者之间存在着循环论证的发生学从属关系，从而大胆提出了如下关系 $m \rightleftharpoons p/v$。其实，这正是我们在阶段ⅡB 发现的关系：重量的运动随着动量 p 同步递增，又随着速度 v 的增加而递减。重量运动与动量的关系，本质上占主导地位，阿涵给出了两者之间完全循环论证的关系。我们已经提到“它有多么重，就会有多少力”的公式，意味着下降取决于重量，而重量产生了力；反过来，“下降的时候更重”，“它有了速度，从而有了更多重量：速度总是更快，小球也越来越重”。换言之，动量取决于重量，重量产生力，但重量本身随速度递增，而重量又加快了速度。相同的观点也被被试提及，不过没那么明确，对被试（乌阿，阿詹，阿黑，派尔和利斯）而言，“小球下降时”重量增加，该论点在其他研究当中，业已频繁出现，我们认为，它与重量概念相联结，认为重量是下降的原因；但也可能是，小球一路向下，重量的递增取决于速度的递减，从而产生了后续的关联。

实际上，除却重量，和随着动量递增的重量运动，我们还发现，重量随速度而递减，对应着公式 $m = p/v$。索尔已经承认，小球的重量让它下落，且小球拿在手中更重（这对他来说是个“难题”！），但他仍认为重量随下降速度而递减，并经由观察离心力（即，拴在线绳末端的重量在空中做曲线运动），证实了这一观点。布雷也给出了相同的争议：小球下降时“变得越来越轻”（m 与 v 成负相关），但在碰撞时“重新变重”（m 与 p 成正相关）。同样的对立参见阿黑：小球“下降的时候获得冲力”，因为“重量让它下降”，但它变得“更轻（因为）有冲力推动它”，他在理论方面富有表达的勇气，认为即使在“上升的时候，冲力推它，它就变得更轻”：此时 m 与 v 的负相关几乎不合逻辑。

总之，本阶段占主导地位的观念是力的分化，即，冲力被视为一种力。需要注意的是，倘若力从运动中分化出来，成为运动的原因，则运动中的力，总与虚力相对立，参见阶段Ⅲ，虚力在平衡状态下持续存在：12 岁的利斯仍然认为，小球到顶端没有力，因为它被阻拦，到达最低点（摆荡的终止点）“因为它不能动，所以没有力了”。由此可见，除却阿桑关于“目标”和小球重新上升时“自然所处的位置”等亚里士多德式的观点，在力和力的组合材料概念之间，存在着相当数量的循环关系。索尔认为“冲力是支撑力，让球动”，进而成为速度的来源（冲力决定重量的“下降，它让小球弹起来”），但在之后的时刻“是速度在推进”。布雷认为，“冲力给了它力”，也因为“速度帮着它下降：因为它重”，以下省略。迈特认为，冲力来自于“小球的速度”，之后又反过来认为，即使速度递增是“更大的碰撞”的来源，“也许”冲力才是速度的来源。阿黑认为，冲力是一道流，组成冲力的材质“是小球”，或者是“铅”。哈坡[①] 认为，重量与力是一回事，理由是，重量是下降的来源；派尔则认为，“路程”，即他所说“途经的距离”，是力的来源，力取决于冲力，冲力取决于速度，能提供“更

① 应为帕坡。——中译者注

强的压力”。因而很明显，我们并未呈现简单的从属关系，而是给出考察协调过程的实验，同样明显的是，这些从属关系，或者说前文提出的问题，它们揭示出，被试意识到了某些关系，这些关系在被试自发推理过程中有效发挥了作用。倘若将如上关系纳入公式，我们首先要厘清合乎本阶段认知的力概念与冲力，进而给出公式$f=$ d（$p = mv$）/dt，与阶段ⅡA 相比，本阶段组合材料概念的分化程度更高。

可以清楚看到，对被试而言，动量p总是与速度v和重量m（可能涉及材料的质与量，小球数目，等等。）相关联，之所以如此，完全是因为，小球的下降归因于小球的重量。另一方面，倘若运动很慢（= dt），是因为力随着上升而递减，而一次快速而短暂的下降却增加了动量的力。最终，围绕 dp，可发现，力被视为动量的变化（即m或v的变化，或两者同时变化）。实际上，一方面，本阶段全体被试都不再认为，下降过程中，速度、冲力、力会守恒；即使阿桑承认，到路程的中点为止，冲力都保持守恒，但他同时认为速度不会守恒。另一方面，虽然某些被试假设了普遍的递增，仍有一部分（这部分被试最值得关注）认为，随着因素变化，改变随之产生：索尔等人认为，冲力递减，则速度递增，反之亦然。本阶段（被试）的应答尚未呈现任何系统性或稳定的特征，但却又一次给出了力或冲力的本质，即“运动”的改变，即，换言之，动量的变化；这与阶段Ⅰ期间，回答无中介动量以及动量之间不充分的协调相对立。

§6. 阶段Ⅲ（自 11—12 岁起）

阶段Ⅲ的特征是，下述三种获得过程的合取（conjonction）：一是完全内化的运动传递（已在第 27 卷第二章考察），一是下降时规律性的加速度（或基于轨道曲线的规律加速度），一是重量守恒的回归，或者说，阶段ⅡB，被试认为重量的运动是易变的，在本阶段，这一运动被视为守恒。从 12—13 岁起，以上三种特征自发汇合，但三者不一定同时获得，存在一系列的过渡期。我们先考察这一部分的例子：

丽雅（9 岁 7 个月，方法一）认为，单独一个小球在中点停下，她说“冲力总是越来越小”。接着，经动手尝试，她把这一情形比作荡秋千，并给出图示，认为冲力一直变大，直到悬挂最低点，速度的变化趋势也是同样。至于重量，则保持恒定“因为是同一个球。”——那边的重量呢（左侧重新上升的最高点）？——“也许会多一点。不对，还是同样重，因为是同一个球。”至于传递过程，“冲力碰撞那边的球，那边的推动最后一颗球。”——其他球会动吗？——“我认为不会（是‘冲力’碰撞它们，而不是它们自己互相碰撞）。”

奥德（10 岁 6 个月，方法一，已在第 27 卷第 91 页引述） 冲力下降过程中递增，而上升时“损耗得越来越多，因为重量的缘故。”倘若冲力和速度都在下降时

递增，原因也仍然是重量："如果让某物从 30 米高的塔上坠落，下落时，物体总是会多几公斤。"但是，对于下落的小球，奥德谨慎地认为："重量会多一点。"接着又说："不会，重量保持不变，小球的重量，下降的时候确实获得更多重量：但重量不变，变的是速度。它获得冲力，下降得更快。重量总是一样的，但下降得更快了。"

莫志（10 岁 6 个月，方法一） 单独一个小球上升"是因为重量，重量给它一个冲力，它只能走那么远"是因为"线绳不能再拉长了。"冲力从"松手的时候"开始。之后冲力显现出来，之前一直藏着（梅耶森[①]也是这么认为的！）。"倘若被撞的小球比主动球重，它们就不会被撞动，而是形成阻碍："阻碍，就是比主动球更重。"9/1："力传向（穿过）所有小球，灰色球动了。"9/2，两个小球动了"因为它们和另一边的球重量相等。力从冲力而来。冲力越大，它（主动球）的力越大。"——冲力从哪儿来？——"从更高处获得冲力。""重量不会变。"——什么变了？——"速度，冲力。"莫志是典型的阶段Ⅲ被试，但在加速度方面遇到困难：他认为下降时，冲力和速度保持恒定，而在上升时递减。

阿邵（11 岁 2 个月，方法二） 9/1："它的重量让其他球动了。（观察。）灰色球动了。"——怎么动的？——"从一个球传到另一个球，推动的。"——其他球动吗？——"动（但'不太明显'）。""从（下降的）开始，冲力就越来越大（加速度图示），接着（上升）保持不变，直到端点。"——速度呢？——"和冲力一致。"但小球"总是有着相同的重量。"——动的时候也是？——"对，重量不会变。"——你刚刚说，是重量让它下降？——"是冲力。"——不是重量？——"也有关系，重量拉着它向下。"预测撞动的小球数量，"我不知道几颗球会动，因为两边都是相同的重量在推。"故而属于阶段Ⅲ，但缺少对传递形式的认知。

阿刻（11 岁 11 个月，方法一）指出冲力和速度的递增，持续到下降的中途，"距离没起作用，高度起作用"，接着"过了中点之后，它越来越慢"。倘若在中点之前就开始递减，是"因为不够平整"，从而与曲线路径相符，因为"悬挂角度已经没那么陡"。冲力是"松手的时候获得，速度是出发时获得"。谈到重量，阿刻处于值得关注的过渡阶段。我们问他，运动过程中，小球是否保持着相同的重量："对。"——不会变多或者变少？——"什么，重量，重荷（lourdeur）？"——还有别的重量吗？——"速度的重量。"——你怎么认为？——"可以认为有。悬挂的时候，我们认为它的重量比在那边更多。"——这个想法不对吗？——"可以这么认为。对，应该是对的。是比那边（下降时）更重。那边是小球的重荷。如果不让它下落，重量就保持不变。如果松手，就会获得更多重量。"——怎么称呼它，这个重荷？——"我把手指放在那儿（悬挂最低点），松开一点：几乎感觉不到

① 可能指的是法国心理学家伊格纳斯 • 梅耶森（Ignace Meyerson）。—— 中译者注

什么变化。举得更高，才能感觉得到。”——你前面提到了力？——“是压力，两者差不多。”接着，主动球“有冲力，也有压力”，他把传递比作一道“流”，耗时“百分之一秒左右”，“像一条电线”。

欧赫（12 岁 0 个月，方法一）“有重量，它就会平衡”,“是重量给出了冲力”。“动的时候重量不变吗？”——“对，不改变重量。”他坚持认为“速度全程不变，但在到达高处之前，它略有减弱。”冲力变化趋势也是同样，但之后冲力被平衡过程所削弱。至于力，“力或者冲力，我觉得差不多是一回事。”传递是内化的：冲力从一个小球传到另一个。

诺夫（12 岁 0 个月，方法一）应答相同：“它获得了力，不会马上停下。”——“力从哪儿来？”——“从铅来。它重，分量重；如果更轻，它就会更快。”——它动起来重量还是一样吗？——“对，重量不变，没有削减重量。”他认为下降时速度和力保持恒定，上升时则递减。

以下是明确进入了阶段Ⅲ的例子：

皮欧（10 岁 8 个月，方法二）9/1：“红色球推，动量是它靠自身的力到达时，所经的路程。”——动量是哪儿来的？——“获得冲力的时候。”——怎么获得冲力？——“获得速度的时候。”——冲力就是速度？——“不是。速度是走得快，冲力是为了走得更快，跑了一会儿。动量是推的时候才有。”——速度一直保持不变？——“不是，它在到达时更大。”——什么时候最小？——“最开始。”——力呢？——“速度越大，力越多。”——冲力呢？——“和速度变化一致（加速度图示）。”——能让灰色球和棕色球一起（即，2 颗球而不是仅仅 1 颗球）动吗？——“冲力更大，推动球的数量就会更多。”——冲力怎么变得更大？——“到更高处，有更长的路要走，到得更快。”——像这样呢（9/2，预测）？——“力会更多，因为质量更大。”——也就是说？——“物体更沉。”——之后呢？——“量更大，使重量更多，形成更大撞击和更大的动量。”——小球动起来，还能保持同样的重量吗？——“对，没有消耗它的量。”——有人说，动起来质量可能会变？——“不能这么说，又没从它那儿削减什么。”——怎么让四个球动起来？——“要更多的重量才行。”

梅格（10 岁 6 个月，方法二）应答相同：“小球获得了更多重量（线绳位置处于出发点和下降时）？”——“不会，是冲力让它变得更重。”——冲力是什么？——“是速度。不对，是起动（时的猛冲），速度是起动瞬间之后才有。”——如果放在天平上，重量怎么显示？——“重量始终相同。”以下省略。

加司（10 岁 7 个月，方法一）小球下降时“走得越来越快。”——上升时呢？——“越来越慢。”——是什么让小球动起来？——“是撞击，靠波传递。”——什么的波？——“撞击波，穿过小球。”进一步延伸：波“穿过了那个球”。

福赫（11 岁 2 个月，方法一）单独一个小球到达相同高度，但“上升并不自

然，但它有很多力，很多速度，所以可以重新上升。”——速度从哪儿来？——“它下降时像个雪球（图示呈现明确的加速度，直到中点）。”——力从哪儿来？——“下降时力越来越多，因为它越来越快。”

塔兹（11岁11个月，方法二）在冲力和速度之间给出了明确的界定。速度随着下降规律递增，直到中点附近，曲线趋于平直。相对地，冲力是加速度本身：“有了它，总是走得更快”，从而，冲力的图示保持恒定：除了上升时冲力递减，“对，冲力保持不变”；至于力，它是源自冲力的动量：“小球也有力？”——“有，它下降时，如果我用手臂去接它，下降就会受阻。”另一方面，力取决于数量：“如果有两颗球，它们就会比单独一个红色球有更多力”，以下省略。“应该一直保持同样的数量。”传递过程：冲力像一道电“流”一样“传递”。

科拉（11岁3个月，方法二）承认，下降时冲力规律递增，力也同样：“冲力是途中获得，力是小球的重量。”——球动的时候重量一样吗？——“一样，和静止的时候重量一样。”

考斯（11岁2个月，方法二）认为“冲力是我们推某物，让它动起来。”重量恒与数量相等，9/4：“不能拿起四颗球，撞动五颗，因为较小的重量不能推动较大的重量。”

阿桑（11岁6个月，方法一）开始说，因为悬挂角度成圆弧，所以速度规律递减，之后更正了自己，承认速度递增，冲力则递减：“在高处有许多冲力，之后一直变少。”——所以速度增加，冲力减少？——“（对），因为倾斜（在高处）会方便它下降。”

特里（12岁2个月，方法一）“冲力是时长，是悬挂运动的轨迹（他在图示上用12条递增的轨迹来标示极其规律的加速度）；力是……它越重，就越有力。”——冲力随着行进而获得？——“对。”——力呢？——“和速度一起获得，冲力。冲力越大，越有力。”——重量呢？——“小球越重，走得越快。”——下降时重量会变吗？——“啊！不会，在哪儿都是一样的。”至于3/2，他考虑到两种组合材料概念：“力从重量来，也从冲力来。冲力越大，走得越快，越有力。”

卡尔（12岁3个月）的观点出现了微妙的变动。起初他认为，随着悬挂圆弧角度不断变化，速度规律递减，且最开始他认为，力随着速度变化，并得出结论：“每一次悬挂角度没那么陡，力就会变少。”接着认为，小球获得力“是因为它有重量”，既然“重量不会变，力永远不会变”！传递过程：“传递的是力”。

史代（12岁8个月，方法二）只提到重量、冲力和力，除了（长达6页纸的应答中）仅有的一次，几乎完全未提速度：“冲力（9/1）从哪儿来？”——“从重量来。重量给了它冲力。”——球停下的时候呢？——“没有冲力了，速度减少。”正确预测了9/2，“因为有两颗球，加在一起重量更多。因此有两倍的冲力。”——我们总能预测有几颗球会动吗？——“对，只要所有球重量都相同。”——这边

的 9/4 呢？——“四颗球动。”——白色球呢？——“它停在中点。”——为什么？——“因为有四个重量。如果多一颗球动，就不对了：多一颗动，就太重了。”最终：“重量给了它力”，之后力从“冲力而来。”——那冲力呢？——“从小球重量来。”——小球越大，获得冲力越多？——“对。”——那力呢？——“小球有力，能撞击其他所有球，这不是冲力。”——它什么时候获得冲力？——“开始动的时候。”——什么时候获得力？——“动起来的时候，它自动获得力。”

巴勒（13 岁 6 个月）画的冲力，直到下降一半高度都在递增，之后递减，同时，速度直到最低点都在递增，因为“它开始动，便有了冲力，之后冲力满满，获得了速度（从冲力而来）。”——在中点的时候会怎样？——“达到速度的峰值。”而重量恒定，且“与它的体积有关”。至于力，“下降时获得全部的力都让它用来撞击”，传递则由“力穿过”小球来决定。

泰尔（13 岁 2 个月，方法一）也认为，“速度和力差不多是一回事：速度更长，力是短暂的一瞬”，但两者都在下降时规律增加。——是什么让力增加？——“是（小球的）重量，下降过程也让它增加，球越重，下降越快。”同时认为每个小球重量都恒定。

吉勒（13 岁 0 个月，方法一） 画出漂亮的速度加速度，和同样规律的冲力加速度：冲力是哪儿来的？——“它越是下降，走得越快。”——是速度给了它冲力？——“或者冲力给了它速度！如果没有速度，就没有冲力，如果没有冲力就没有速度。”冲力是必要的，“因为单独撞一下，球不能马上动”，他把冲力与加速度混淆。至于力，吉勒提到了“推动力（propulsion）”，这其中有重量的介入：“冲力，速度和力，是三种不同的东西，它们一起发力。”——怎么一起发力？——“如果我头顶一个重物……我不知该怎么解释”，不过，过渡到 9/2 的理论层面，吉勒明确认为：“确实，力从一个小球推到另一个：我们能在这儿（最后一颗被动球）重新找到（主动球的）重量。”

过渡期最值得注意的是，某些被试在重量运动守恒方面存在犹豫。奥德先是认为，从塔顶下落的物体，重量会增加几公斤，之后又成功地给出了重要的更正：“重量总是一样的，但下降得更快了”，这让他从 d（mv）转向加速度 ma。莫志给出了同样的推断，但他仅观察到上升时的速度变化；相对地，他赋予冲力一项显现特征（它“显现出来，之前一直藏着”），这标志着虚速度，或位能观念的出现。11 岁的阿刻分辨了重量和重荷，以及“速度的重量”，对此，另一名被试（10 岁 8 个月的居勒）也提到：“力，就是速度制造了重量”，重量随之转化为压力，像一道电流穿过小球。

进而，被试接受下降时重量运动的守恒，从而引向了明确的阶段Ⅲ应答模式，面对 d（mv），被试不再仅仅考虑速度变化 dv，而是考虑均一的变化，这一变化不再受到重量变化的干扰：从而形成加速度产生的第一个理由。不过，第二个理由可能更为普遍：被试不再像阶段Ⅱ那样，将冲力与力混淆，而是赋予冲力一个准确的位置，

将它置于力的观念复合体中：加速度同样处于这一位置，进而赋予冲力一种运动学的特性，从而将它与力分开，也避免让它与速度或者冲力混淆。皮欧认为，“速度是走得很快”，冲力是“走得更快”；梅格认为，冲力“是起动（时的猛冲），速度是起动瞬间之后才有”；福赫认为“它下降时像个雪球”。塔兹认为冲力“总是走得更快”，他把这一逻辑推广到下降时的图示，速度递增，冲力恒定，因为按照定义，冲力正是速度的加速度。史代认为“撞击”小球的不是冲力，冲力“在球开始动的时候”才会介入；巴勒也说“球开始动，便有了冲力”。吉勒诘问道：冲力是否产生速度，还是反之，最终他得出结论，两者互相包含，冲力是必要的，“因为单独撞一下，球不能马上动”。之后，他明确认为，力、冲力和速度是“是三种不同的东西，它们一起发力”，至于谁是第一位的，他认为，在力的运动学组合材料概念当中，重量也是其中一种。

简言之，本阶段全体被试都用加速度 a 替代了阶段Ⅱ的 d（mv），同时没有遗漏重量，即质量这一因素（见皮欧，梅格，科拉，特里，卡尔，史代等人）。皮欧使用质量一词，用的不是它的学术概念（他只有 10 岁），而是“更沉的物体，更大的量，使重量更多，形成更大的撞击和更大的动量”。他的应答没有进一步出现 $f = ma$ 方向上的力观念的开端，这是因为，在本阶段，各个方向、各种强度的力组合在一起，即使未处于运动状态，力的组合也依然存在。

第三章　小球下降后重新上升的难题[①]

英海尔德（B. Inhelder）不久前与我中心同事共同开展了小球沿不同倾斜轨道下落的实验，被试自己操作小球，目的是发现运动效果（即，小球通过轨道最低点之后的行进路程长度）由出发点的高度决定，而非由下降路程或小球重量等因素决定。被试要到 11－12 岁左右，才能很快理解这一决定因素。由于研究的是归纳问题，而不是因果关系问题，故而采用另一种实验方法，便于解释高度的作用。

不过，从因果性角度看，与自身法则相对立的是，任务存在着一般事实性的难题，即高度本身没有任何解释价值，即使被试从 5 岁起便提到高度，他们提得更多的仍是倾斜角度和路程长度。仅在长度 L 和高度 H 被（成人）当作简单数据理解，且倾斜角度 P 在两者间建立关联的情况下，我们才能用符号来表示 $P=f$（H，L）。与此类似，存在着（成人）关于速度的考量 $V=E/T$，速度被视为一种关联的情况下，与途经空间距离 E 和时长 T 相对，后两者常被认为是初始数据：但我们知道，准确来说，速度才是发生学意义上的原始数据，同理，相对于高度和长度而言，倾斜角度才是最原始的数据。在此又一次出现了“前言”中所提出的普遍性问题，其中，本章涵盖的小问题旨在讨论下述情形：即，复合观念和它们之间的关系始终对应着原始直觉，复合观念与派生观念相对立，后者依靠分化过程而产生，之后相互结合，从而形成了多种具有协调一致性的综合认识。以上假设是否成立？我们考察“运动”和“时空动量”（参见一、二章），力观念的来源和加速度的来源，以及与速度、时间相关的运动学、动力学例子的时候，已经涉及上述过程。接下来我们尝试将这个小问题放在倾斜角度、长度和高度共存的情境中，探讨它们的几何学、运动学和动力学意义。

我们给出两种假设。一是倾斜角度的作用，它作为未分化的整体关系，先于长度和高度出现。二是，假使倾斜角度 P 等价于 f（H,L），那么长度 L 将被视为 $L=f$（H,P），高度 H 则被视为 $H=f$（P，L）。再者，我们不会从抽象意义上（in abstracto）单独

① 合著者：阿琳娜 · 斯泽明斯卡（Alina Szeminska）。

考虑高度 H，因为这样的考虑不具备因果意义，而像 $H=f(P, L)$ 这样的结果，则更具有解释的价值，因为路程包含上升和下降，这两者并不对称，如果小球上升时应该到达和下降出发点一样的高度，就能把倾斜角度和长度关联起来。因而值得考察的是，儿童的操作是否合乎以上假设。

此外还应注意，本章引用了一些应答，其提问的内容并不仅仅针对本章的问题，远不止此，问话范围要广泛得多（实验问卷至少长达 15 页！），涉及一系列被试关于运动学和动力学的阐释。其中，动力学方面最普遍的数据我们已在第二章呈现，本章对它们涉及不多，仅在它们与倾斜角度、路程长度和高度产生关联时才予以采用。这是一种根本性的关联，可以不时比照第二章和第三章的分析：例如，倘若在本章后文（§4 和 §5），阶段ⅡA 被试首先提到轨道长度，阶段ⅡB 的被试则不限于此，他们首先提到高度的作用；那么，是因为阶段ⅡA，他们尚未将动力学与运动学（运动自身强度构成了力）分化，故而强调了路程长度，而在阶段ⅡB，力已经开始分化，成为运动的起因，由此衍生出重量的作用、取得的冲力作用，以及由出发点高度决定的下降的作用等。

§1.　一般方法和结果

（研究者）放置五条金属轨道。第一条（轨道 1）不对称，左侧初始下降路程比右侧上升路程更长，出发点（标记为 B_1）比右侧轨道端点（B_2）更高：倘若小球从 B_1 出发，当它下落（又重新上升）时能达到的最大高度就比 B_2 高。左侧对应右侧 B_2 的点标记为 13-18（13 是高度指标，18 是相对于中心的距离），或仅标记为 13（即高度）。反过来，轨道 2 是对称的，它的总长度左侧轨道长度和倾斜角度都与轨道 3、4 相同，不同之处在于，轨道 3 右侧更陡，而轨道 4 右侧倾斜角度介于轨道 2、3 之间。轨道 5 右侧轨道最为平直，这条轨道我们使用得最少。

我们给定左侧出发点高度，询问被试对（小球）在右侧能上升到的高度，以及从右侧返回到左侧运动的预测（与解释）、观察（与新的解释），先是全部放在轨道 1（末端额外放置三个大小不同的球）上操作，之后与轨道 2、3、4 相比较。我们不确定被试会如何设想出发点高度和到达点高度的关系，故而要求被试自己把球放到合适的地方，目的是让球最终到达我们给的指定点。

除了上述一般方法，也用到其他办法。如，方法二的设计中，首先只要求预测不同轨道的操作，至于细节上的证明、观察与新的解释，则一并放到最后。方法三则反之，首先询问儿童上升运动会到达哪一点（5 个不同的点备选），之后再进行方法一的问话。余下方法旨在凸出问题的几何层面（方法四首先考察与圆弧有关的概念），或强调重量的意义所在，等等。

我们观察到五个主要的发展阶段，下文将逐一辨析。阶段ⅠA，小球拥有滚动的力量，上升到达点不能比出发点位置更高。阶段ⅠB，被试强调倾斜角度这一因素，但尚未以协调一致的方式，将它与高度和长度相分化，尤其是，被试会（错误地）预测球在较陡的轨道 3 上升更有力。阶段ⅡA，预测有所进步，小球到达点的参考依据是下降的路程长度，阶段ⅡB，依靠观察，这一参考依据由长度转变为高度。最终，阶段Ⅲ，无需观察，被试便可预知高度的作用，我们可以在阶段ⅡB 与Ⅲ（ⅢA ？）之间发现一个过渡期，以区分更高级的阶段Ⅲ（或ⅢB）。

§2. 阶 段 ⅠA

首先是被试的例子：

妮可（5 岁 4 个月）（小球）从轨道 1 上的 B_1 点出发："它会动。"——一直到哪儿？——"一直到高处。"——是什么让它上升？——"因为小球是圆的，会滚动。"——（观察。）——"下降之后又上升。"——如果我用一个更大的球会怎样？——"它也会下降然后再次上升（在 B_2 点）。"（她预测）球从更低的 13 处出发：它滚动到 B_2 点，又重新上升到 B_1 点，从而到达它实际出发点的上方。从 9 出发会到达 13，从 2 出发到达 16，"为什么走的更远？"——"因为（出发点）更远。"——（水平的轨道 5。）——"不能一直滚动到高处，因为太平坦了。"——如果我抬起轨道？——"它会滚动到低处，然后再上升。"轨道 2（对称）：13-38 她预测了 12-37，几乎重合，之后预测了 13-38。轨道 3（陡坡上升）：出发点 13-38，她认为到达点更高，是 21-25"因为你把它放在了它能走到的地方。"——球在两条轨道上到达同样的高度？——"不是。"——哪边更高？——"这边（轨道 3）。"——更高意味着什么？——"意味着要往上升。"

莫司（5 岁 11 个月） 轨道 1，从 B_1 点出发，预测："它重新下降，又重新上升，到这儿为止（B_2 点）。"——为什么？——"它走得快的时候停不下来。"大球"不能下落（下降）"，小球"走得快"。出发点 13-38，预测到达点高度相同："它没法走得太高，因为你放置的地方就不高。"之后也预测了近似对称的情形。轨道 3，她预测比出发点高"但不会一直向高处上升，因为走得太快会掉下来。"比较轨道 2、3、4，（她预测）轨道 3（最陡）的小球上升得最高（12），轨道 4（倾斜程度适中）的小球到 10，轨道 2（对称）到 9："为什么这边更高？"——"因为路线更高。"

佐伊（5 岁 8 个月） 应答相同。大球滚动起来"和其他球一样"。

阿沃（5 岁 8 个月） 小球上升因为"它上升"，重新下降"因为它走得很快"。11-26，球会一直升到 B_2 点，然后重新下降到 B_1 点，即在出发点之上。观察："不

对。”——这边（13-38）呢？——“它重新到达同一点，然后再返回来。”

米克（5岁6个月）预测小球停在下降的最低点。——“为什么？”——“因为它不够大。”——那颗（大球）呢？——“它到高处（B_2点），因为它大。”——那颗（中等大小的球）呢？——“它会停（在最低点）。”——所以，球大，起到了什么作用？——“……”轨道3，陡坡，大球会一直升到高处。根据观察，“有几次它获得了力。”——那是什么？——“它里面有某样东西，能让它滚动和下降。”

阿栋（5岁5个月）“它会一直上升到高处。”——之后呢？——“会重新回到最低点，因为它下落。”——它能到哪儿？——“它不能落到另一边。”——（重新考察13-38）球像之前一样动吗？——“不是。”——一直到哪儿？——“（1, 1.）它没法一直上升到最高处。”——为什么？——“它滚动得太快，那边太高了。”比较大小：大球走得“没那么远。”——为什么？——“它太重了。”

阿女（6岁5个月）“为了重新上升，它先下降。”——它怎样重新上升？——“它从高处滚动到低处。”——为什么还能从低处滚到高处？——“因为它升上去了。”——为什么会这样？——“……”——“小球和大球滚动起来不一样。小球更快。”轨道3：“它升到高处。”——（动手尝试。）——“它没法一直到最高处。”——为什么？——“有东西阻止了它。”——是什么？——“……”

问话结果符合本阶段常见的应答，被试赋予小球各种力量：它自己滚动，能上升，能下降，“因为路线更高”（莫司）。有时它获得了力，换言之“里面有某样东西”让它前进、下降（米克），等等。

不过，值得注意的是，除了被试赋予小球心理形态学的特征，他们已能考虑到我们始终关注的三因素中的两个，即高度和长度。后者已经被妮可注意到，她认为，从斜坡上最低点附近出发的小球走得更远，因为它出发的地点更远。高度也一直被提及，要么作为大球到达目的地的动因（莫司），要么作为（球）停止的原因（米克，中等大小的球）。不过，当我们问及“更高”意味着什么，答案既不是独立于其他范畴的高度，也不是特定的某些质性，而是“意味着要往上升”（妮可），即，与倾斜角度有关的运动。继而，倾斜角度本身，业已包含在前述某些概念当中，在较为少见且较少被直接提及的情况下，它也包含在速度之中，其作用似乎尚未被被试所意识到（妮可的例子是个意外，与别人不同，她提到路线“太平坦了”），此处研究或许缺了些客观的解释，仍用占主导地位的泛灵论（animisme）来解释一切。

更确切来说，倘若我们将阶段ⅠA 的应答与接下来的阶段ⅠB 相比较，可以发现阶段ⅠA 占主导的，是心理形态学意义上的小球运动，阶段ⅠB 则由物理学意义上的“运动”引导，它（正如我们在第一章详细阐述的，有负重直线运动和无负重绕弯运动那样）依赖于更加客体化的比较的发展，以及函数性依存（构成性函数）的探索的发展。实际上，阶段ⅠA 留给我们一个印象，即，在观察之前，更多是在观察之后，被试并不会比较两侧轨道有何异同，而是将轨道看作完整的一体，换言之，看作一

条需要完整通过的路线，它赋予小球各种力量。常见的应答是（来自妮可）出发点离起点越远，到达点就越远，两侧轨迹趋于均等："它该走自己的路线"（6岁2个月），"它会到那儿（高于出发点），因为之前它没有走（够），那么就需要在这儿继续走"（6岁3个月）。被试并不会把更陡的轨道看作一个阻碍，而是当作一种动因："轨道很高，小球能更好地弹起来。"

§3. 阶段 IB

在本阶段，被试对速度和倾斜角度的考虑开始占据主导，同时，从一开始便有了对两侧轨道的比较：

卡尔（5岁3个月） 预测球上升到 B_2 点："倘若它不够有力，便会在中点停下。"他预测13会到13，11到8，9到7。"为什么？"——"我觉得是对的，因为如果在这儿下落，会上升到这儿（高度相同）。"轨道2、3的出发点在13，他预测在轨道2（对称）上到达13，而在轨道3上会到达25："是什么让它上升？"——"它倾斜着（=轨道很陡）。"——如果我把它放在这儿（更高处）？——"如果放得更高，就会走得更远。"

米弗（5岁10个月）"它会滚动，到达高处。如果下降时有力，它就会动。"——如果要一直到最高处，该怎么办？——"需要有力地滚动。"——为什么？——"下降时，它牵着东西。"大球"更重，走得更快。"——为什么？——"因为重，如果球更小，下降距离更长，就会一样快。"——为什么？——"是下降过程牵引着它。"轨道2（对称）条件：预测1–6到1–6："把它放在它会到达的高度，就会一样高。"——也就是说？——"因为是一样高。"轨道3：一直到最高处。"为什么能到那么高？"——"因为有个下降过程。"轨道2、3、4相比较：轨道4（倾斜程度适中）能一直到最高处。"这（轨道3）上面呢？"——"不能到最高处，因为下降了一点，却上升很多。"

玛斯（5岁4个月）"它会滚动到那儿（B_2 点）。"——为什么？——"它滚得有力。"但如果"不把球放在最高处"，它不会到最高处。大球：更高"因为它更大，滚动更有力"，但它的重量随高度变化，在0点处更重，"因为它更靠近低处"。比较轨道2、3、4！轨道3、4能一直到最高处，轨道2略低："因为那边（轨道长度）更短，那边（轨道4）更长。"

赛普（6岁11个月） 小球停在悬挂最低处："它没有足够的力。它重，压得重，就停下了。"——（动手尝试。）——"它一直到了最高处。它没有很重，在这儿（0点）有一点中，在高处没有重量。"他预测在轨道2、3、4上都会上升到 B_2 点。动手尝试轨道3后："它下落，因为更弯。这边（轨道3）它压得没那么

重。”反过来，大球比小球力更多：“力是从哪儿来的？”——“在里面。”——所有球的力都一样吗？——“不一样。”——哪个力更多？——“那个，因为它更大，占地更大，因为占更多地方，所以得到更多的力。”

阿邦（6岁2个月）同样预测球停在最低点：“没有足够冲力来上升。”——（动手尝试。）——“它有上升的冲力。”至于轨道2，阿邦首先认为小球会比在轨道1上升距离短“因为上升的路太斜。”——也就是说？——“冲力较少。”（轨道2是对称的，这让他以为，和轨道1相比，小球在轨道2上升坡度更陡）动手尝试后：“长度（从 B_1 点到中点）让它重新上升到底，再下落到底。”（他）预测轨道3上升幅度更大：“高处有冲力，所以能一直上到最高处。（和轨道2相比）动是一回事，但返回来不是一回事：它太陡了（动手尝试）。不对，需要更多冲力。”——那边（轨道4）呢？——“能上升到一半，因为它没那么陡。”

阿东（6岁1个月）“因为下降的缘故，它会滑动（稍稍越过最低点）。”——（动手尝试。）——“最高处给了它很大的冲力。”——什么是冲力？——“冲力让它预备着走得很快”，预测13–38上升路程较短，“因为那边（B_1 点）更高，下降更慢，更重，像一位老先生那样重。”——小球呢？——“它走得快多了。”——（观察。）为什么三个球动起来是一样的？——“重量撞得更有力，但不能走得更快了。”

阿康（6岁9个月）“有冲力，就上升。”——什么时候有冲力，什么时候有速度？——“（速度）是它滚动起来的时候有。”——冲力呢？——“跑起来……位置越高，冲力越大”，还有“它重新上升的时候有冲力。如果冲力很大，它就会重新上升”。比较轨道2、3（更陡）：“这边（3）它重新上升到最高处。”——为什么？——“因为两边（出发点）高度一致。”——到达点一致吗？——“不一致。”——那为什么这边（3）能到顶点？——“因为它滚动得快。”——（轨道3比轨道2）更快？——“对。”他和阿东一样，认为冲力是一种决定意义的“预备过程”，它使得上升路程更长。

我们看到，阶段ⅠB被试普遍确认了动量（物理意义的“运动”）、运动无中介传递序列的观念，以及相关的运动学层面的发展。在目前的认知当中，每一位被试都提到了速度（“滚动得有力”，等等），偶尔会提到力和冲力。值得注意的是，此时与阶段ⅠA的心理形态学相比，出现了不甚明显的客观分析的开端，被试逐渐开始强调倾斜角度这一因素。比如，卡尔预测轨道3会出现更有力的上升，理由是“它倾斜着”，换言之，倾斜角度较陡。米弗认为“下降过程牵引着它”，可以直接解释为动力学意义上“有力地下降”，此外也提到了重量：但没有提及轨道本身，只说“滚动得更有力”，显然与倾斜角度有关。赛普认为轨道3“更弯”。阿邦提到“上升的路太斜”，得出结论“冲力较少”，并预测能上升到一半，因为轨道“没那么陡”。阿东的说法是“因为下降的缘故，它会滑动”。阿康的问话中有一段没有引述，他解释小球之所以不会

下落到最低点，是因为“轨道倾斜（得厉害）”，此外还提到轨道“更圆……上升路程会更长”。

简言之，每位被试不仅都提到了倾斜角度，还提到了倾斜角度的区别，这有利于解决实验任务中的动力学问题（在水向下流动的实验中，倾斜角度被提及得更晚）。再者，这并不意味着被试忽略了长度和高度：卡尔说“如果放得更高，就会走得更远”，米弗提到“下降距离更长”，既是长度也是倾斜角度，并且“一样高”，他不同意“下降了一点，却上升很多”。阿邦提到“高处有冲力”所以能“上到最高处”，以下省略。有一种自发的应答，且所有阶段Ⅱ的被试也会赞同，一旦提及倾斜角度，那么不可避免会用到长度观念，尤其是高度观念。并不是说，从阶段ⅡB开始，所有被试都能依照倾斜角度，在高度和长度之间做出代偿。反之，我们惊讶地看到，他们普遍预测，在较陡的轨道3上会出现较长距离的上升。确切来说，这正是他们会预测到的（小球“滚动得更好”，“上升得更长”，“前进得更多”），故而可以说，他们基于倾斜角度，对高度做出预测。

因而，在最初的解释过程中，倾斜角度发挥了决定性的作用，特别是动力学层面的作用，这是因为，速度是倾斜角度的分支，速度体现了小球重新上升的力量。部分被试已经提到了冲力，阿东看似给出了一个恰当的定义，把冲力称为速度的“预备过程”。但他预测轨道3上的上升路程较长，从而体现了这一预备过程（它极少被提及）的决定意义：阿康也提到轨道3上的小球比轨道4下降时转动更快（他判定两轨下降的高度相等），显然是为了接下来更有力的上升。

§4. 阶段ⅡA（7—8岁）

倘若阶段ⅠB的标志是被试发现倾斜角度的作用，阶段Ⅱ的标志则是普遍的量化过程，被试凭借着最初获得的整体印象，尝试更精确地测量倾斜角度（5岁10个月的米弗很清晰地提到了“测量”一词，但他所指的无非是轨道2的对称性）。最简单的测量是对长度的测量，我们将在下文给出理由，阶段ⅡA的被试，以及ⅠB与ⅡA过渡期的被试，他们都从长度着手，开始他们的测量：

艾玛（7岁7个月）预测小球在最低点停下。动手尝试：“它获得冲力，因此可以上升。”之后是新的预测：“它走得比那边（相同高度）稍稍高一点”，返回时也是同样。——“为什么它没有到达相同高度？”——“因为（右侧）下降得不如那边有力”，此处艾玛用路程长度来判断下降，是错的，原因是倾斜角度较左侧小。轨道3的球“不能上升到最高处，因为那里太高了”，这次的判断基于高度，是对的，但比较轨道2、3、4时，她测量了余下几个指定的到达点位置，并给出估量结果。

克雷（7 岁 11 个月）同样预测小球在中点停下，继而认为重新上升的理由是"因为它滚动得太快"，他认为轨道 2 的球也停在倾斜角度最低点"因为它（左侧）不像另一边那么长"。轨道 3 出现了最长的上升"因为它走得最快"。（左右两侧长度相对，二者在轨道 2 上相等，在轨道 4 上的差别不如轨道 3 那么明显。）

昂德（7 岁 5 个月）预测高度会比出发点高，因为"从那边出发，（长度上）有很大的差距，（高度上）另一边稍稍多一点"。

阿庞（7 岁 10 个月）基于出发点高度，正确预测了对称的轨道 2 的上升情况，出发点低，小球上升距离短"因为它滚动时间不长，上升距离短"，继而，上升距离长则归因于"长时间下降"。轨道 3 上，小球比轨道 2 上升距离短"因为它（左侧）不那么倾斜（两条轨道左侧一致），也因为这边（右侧）更陡。"——要升得更高，需要怎么做？——"需要（左侧下降）更长。"观察了在轨道 2、3、4 上的结果后：是什么让它走得更快？——"是长度。"

阿季（7 岁 1 个月）预测到了重新上升，因为下降"让它有了力"，之后是精准的预测"它的力较少，因为它出发的位置没那么高"。但要判断高度，"看轨道。看另一端"就足够了，比较轨道 2、3、4，他预测了不同的高度：它们会到达同一高度吗？——"不会。"——哪边最高？——"这边（轨道 2）。"——轨道高度相同吗？——"不同（错的应答）。"——哪边轨道最长？——"这边（轨道 2）。"——你怎么认为这边（轨道 3）更短？——"因为小球不再（比指定高度）走得更远了，它不能走了。"

马赫（8 岁 7 个月） 小球会重新上升"因为它获得冲力"，当它"在更低处，它的冲力较少"，为了确定轨道 2 上的到达高度，他测量了余下的指定到达点，直到轨道末端为止；他的测量基本准确，因为轨道 2 本身对称，但由于在轨道 2 的操作中，高度一致是十分容易的事，这便误导他得出了错误的估算结果。比较轨道 2 和轨道 3，他预测出发点相同的情况下，轨道 3 上升距离较短，"因为太笔直了"，但他认为轨道 2 下降的路程没那么长。

赛乐（8 岁 6 个月）先在轨道 1 上做了一些相对准确的预测："总是能准确预测吗？"——"并不总是。"——由什么来决定？——"由高度决定。"——高度由什么决定？——"由轨道决定。"轨道 4（与轨道 2 相比）："它更短，小球走得没那么远（但他指着更高的位置）。"——那边（轨道 3）呢？——（指着更高的位置。）——（动手尝试。）——"哦！因为它更短（没那么高），它更短。"即，右侧高度和宽度的比例更陡一些。

阿朱（9 岁 3 个月）"因为它出发没（B_1）那么高，它到达也没（B_2）那么高（高度不等，从轨道末端开始计算）。我把这些小的凹槽也算进去了（轨道边沿也有长度）。"

阿松（9 岁 8 个月）"需要看距离"：她从中点开始，用两只手测量。

我们首先看到，倾斜角度这一因素仍然起着基础性的作用，被试依然坚信，出发点越高，小球在另一侧上升距离越长。但问题在于如何理解被试跳过倾斜角度和高度不去考虑，而是测量起了（轨道的）长度。我们给出一个假设，如果所有轨道都是对称的，他们会坚信，最容易也最常见的测量，是在水平面上进行的。但是，一方面，被试常常强调轨道1、3、4的不对称，另一方面，他们常给出“瞎猜”的估算（除了9岁的阿朱和阿松），我们不太理解，为何被试不直接提到高度。实际上，在阶段ⅠB，正是高度引着被试注意到轨道3的陡坡，并给出相应应答：“轨道3上的球不能上升到最高处，因为那里太高了”，7岁的艾玛提到这点，之后她又开始测量长度。故而对于本阶段被试来说，在高度和长度之间存在着紧密的关联。这有待我们去发掘。

于是，我们形成一个简洁的假设：倘若从斜坡出发，斜坡的核心观念印在被试的脑海，那么，显然被试会认为，在一个给定的斜坡上，小球出发得越高或越远，冲力就会越有力。我们在第27卷第一章已经指出，从7岁起，被试就学会在斜面上的小球重量和出发高度之间建立稳定的代偿，以便（与车厢上或与斜坡最低处的小球）保持同样的动量效果：较轻的小球从高处出发，与较重的小球从低处出发，动量是同样的，以下省略。本节实验中，全体被试都清楚，甚至一部分从阶段ⅠA起（参见5岁4个月的妮可）就明白，比起较短的下降路程，较长的路程能引发较快的速度。暂不提上升。单说下降时，高度和长度存在着紧密的关联，倘若我们因此认为，依照二元函数 $L=f(P, H)$，阶段ⅡA的被试使用的长度观念也将高度包括在内，下降时长度的动力学效果随着高度和倾斜角度有效地递增。故而，此处虽则出现了诡辩的开端，仍应将被试对下降过程的意见（从获得冲力的层面考虑，或从一般意义的动力学层面考虑）外推到上升过程，而不需要被试明确考虑，相比于下降过程，上升过程是否对称：这种情况下会出现 $L=H$ 的错误，被试忽略倾斜角度 P 的变化，倘若上升下降存在对称，这种忽略是可能的；但对称只会加强，而不足以产生出发的动力学观念。以下我们将逐渐展示阶段ⅡB高度与长度之间渐进的代偿。

不过，对于路程长度作用的诠释，看似很清晰，但仍要理解，这一因素为何足够持久，为何要到9－10岁（阶段ⅡB），经过许多试错，高度的影响才会显现，其实被试一旦认识到高度的影响，它就格外明显。对高度认知的延迟，其理由显然与被试所使用的、一般意义上的动力学观念有关，这一观念在阶段ⅡA与ⅡB之间的变化可被被试感知：它是我们接下来讨论的内容，部分参考了第二章，但主要支撑讨论的，仍是本章节的数据。通常来说，我们知道，在阶段ⅡA，运动和力尚未分化，运动本身就是一种力，不需要外在的原因，它自身的因果能力为它带来强度（与“力”向量的强度和方向有着类似的区分）。阶段ⅡB开始出现运动学和动力学之间的分化，运动需要一个外在的原因，也就是力：所以，在阶段ⅡB，被试面前出现了一系列新

的动力学难题，这正与阶段ⅡA相对，阶段ⅡA只有简单的运动学合理性，它实际是一种内在于运动学的动力学。的确，从运动有中介传递的角度看，阶段ⅡA与ⅡB没有显著不同，两阶段当中，传递都是半内化、半外化的，不存在虚力的观念，也不存在以刚性质点为中介，向纯粹内化的力过渡的发展；这使得作为阶段Ⅱ本质的（对应着具体运算阶段）连续性和同一性得以显现。此外，在阶段ⅡA，被试所设想的动力学内在于动作之中，而在阶段ⅡB，运动和力相区分，在这之间，存在着各种过渡期，这是因为分化过程只能是渐进的；不过，倘若某些情形已经明确分属ⅡA、ⅡB中的某一阶段，则它们的对立依然显著。

至于本章节的数据，与同样接受问话的日内瓦儿童相比，波兰儿童表现得尤为明显，我们在第二章业已提及，他们用两种不同的词取代法语中唯一的“冲力”；疾冲（ped）对应着快速疾奔，冲力（rozped）表示运动所费的力，即“获得冲力”，也就是速度的起因。再者，在阶段ⅡA，7—8岁波兰儿童只能用运动的快速程度来解释小球的重新上升，仅限使用“疾冲”一词，或等同于法语的“猛冲”（galopade）、“速滑”、“快速”等词，无需提及上升概念本身。“它滚动，速度很快，走得远（长度），不会停下来，因为轨道还在那儿（上升）”（7岁7个月），“小球停不住，它走得很快：如果我跑得很快，想突然停下来，是做不到的”（7岁6个月），“猛冲还在继续，小球上升，它走得很快，很快，不能停下来”（8岁）。

阶段ⅡA，内在的动力学和“长度”这一因素所处的首要地位 $[L=f(P, H)]$ 之间，明显存在着紧密关联：实际上，仅当被试开始寻找运动和速度的起因，并考虑它们是否源自重量，或者源自作为力的冲力，被试才会开始意识到高度的重要性。只要运动自给自足，仅与倾斜角度有关，而无需为了生成速度，依靠力作为中介，那么，即使注意到了出发高度的作用，被试也只需考虑运动长度，因为此时，高度仍未与路程长度相分化。一番观察之后，下降点的高度得到了注意，但阶段ⅡA的被试只注意到三条轨道到达点的一致性：被试用减速度来解释到达点为何不能超过某一特定高度（即使在最陡的斜面上也是如此），同时，他们将运动的因果关系归因于速度这唯一的因素。简言之，阶段ⅡA的几何结构，与这个阶段的动力学阐释结构完全对应。

§5.　阶段ⅡB（9—10岁）

本阶段，被试（的认知）从长度过渡到了高度。举例如下：

阿丹（8岁9个月）　他的应答从阶段ⅡA开始，接着，他预测小球在轨道3比在轨道2、4上升路程短，并观察到三条轨道高度相等，从而改进了最终的预测：“我们能提前知道小球会到哪儿吗？”——“能，可以。”——这由什么决定？——“由出发点决定，之后由上升决定。”——为什么？——“因为路线是一样的，不对，

下降是一样的，上升和下降在同一个位置。”——解释一下。——“最长的路线，上升路程却更短。哦！但有这个（他低声道），所以每次都更短（轨道2右侧，到轨道4，再到轨道3，上升越陡，路线越短！）”之后的预测都是对的，完全没有犹豫：高度是相同的。

韦德（8岁10个月） 从轨道2（对称轨）第一批预测开始：“它刚好会到那儿，因为和另一边高度相同。”不同的小球：“大球肯定走得更快，因为重，全程重量都很多。”轨道2、3，他对轨道3有所犹豫：“不那么高……更高”，轨道2：“更远（动手尝试）对，现在我明白了，这边（轨道2）比那边（轨道3）更宽。”——两条路线都从这里（出发点）到中点？——“一回事。（重新动手尝试。）我发现了，它刚刚好（在同样的高度线）。那边（轨道2）刚好对准（=与出发点对称），那边（轨道3）不那么高（和端点相比），空间更大（轨道2和更陡的轨道3右侧存在宽度差），它完全精确（=高度线）。”——为什么空间更大？——“它比轨道2陡。”他发现了高度的作用，但在更长的轨道5实验中，韦德又把长度当成了判断标准：“有趣的是，这边容易，因为下降很长：它下降得有力！”——为什么？——“长度让它走得很快。”——假如它从另一侧出发？——“会没那么高。”——（演示。）——“它下降时依然快，但比之前慢。”——为什么它没有下落（到底部）？——“啊我知道了（他画出高度线）。”

阿荷（9岁3个月）“这取决于放的位置高不高。”预测轨道2、3、4出发点13分别对应13、13、16：“轨道2，一直走到最高处，轨道4（右侧部分）更长，所以（和末端相比）没那么高。轨道3更高，所以走得没那么高（同上：他指出轨道右侧部分的运动方向，以及余下需要走的路程）。那边（轨道3）会更低，因为上升更多。”动手尝试：“高度是一样的！那就和倾斜角度有关，轨道4没那么陡，就会走得更高（相对长度而言，也就是更远），轨道3更低（=没那么远），但和钉子的高度（客观的高度基准）一致。”

巴勒（10岁1个月）预测轨道2、3、4：“最高的是？”——“轨道2。”——然后呢？——“轨道4。”——然后呢？——“轨道3。”——你方才说，轨道2比轨道4更高？——“不对，是更远。嗯，小球是更高了，但极点（相对于末端）更低了。（动手尝试。）哦！我傻了，高度是一样的。B_1点冲力相同，在最低处出发点相同那边（轨道3）最陡，但要走的路程短，轨道4没那么陡，但要走的路程长，轨道2更加平缓，要走得也更长。”——无论我们把小球放在哪儿，都能预测到吗？——“出发点和到达点高度一致，因为左侧路程很长，但倾斜角度小，右侧路程短，倾斜角度大。”

阿松（10岁1个月）预测轨道2、3、4：“下降都一样，但上升不一样。”——小球在哪边上升路程最低？——“轨道3。”——轨道4呢？——“更高。对，在（轨道4）中点，它走的路一样，轨道3路程短，轨道2路程更长。”——（动手尝

试。）——“总是升到同一高度，但我理解的高度是这样（手势指向倾斜角）。如果从高处出发，就会到达高处，如果出发点较低，到达点也会较低。”——为什么？——“没有那么多能量。”——力取决于什么？——“取决于高度和长度。”

科拉（10岁11个月）预测轨道2、3、4：“这边（轨道2）两侧一致，那边（其他轨道）没那么高，因为更陡。”——（动手尝试。）——“高度一样，但没那么远。”

杰尔（10岁1个月）预测轨道2、3、4，从B点[①]出发，轨道2、轨道4到达13，轨道3到达11“因为这边上升更难。轨道2更容易，能走得更远。”——（动手尝试。）——“它们到了同一条线”，不过“路线是不同的：（和轨道末端相比）有些较高，有些较低”。

拜勒（10岁6个月）比较轨道2、3、4，目光沿高度线移动，但他预测了不同的到达点：“轨道1斜坡没那么陡，消耗较少的冲力，轨道4消耗较多，轨道3最多。”——轨道2到达点在哪里？——“最远。它走的路程最长。斜坡不那么陡，就可以走得更远。”——你根据什么判断？——“我测量了陡峭程度。”——怎么测？——“轨道2、3、4存在差距（轨道上升部分的角度）。”——（观察。）——“（很感兴趣地）没有改变上升（高度），但改变了路程……需要更短的路程，因为更陡。”——也就是说？——“力是一样的，但如果不那么陡，就走得更远。”

我们看到，在阶段ⅡA，被试从长度和高度的等价出发，大体来说，下降过程中，这一等价是正确的，它符合我们写作 $L=f(P, H)$ 的关系，接下来，被试将这一等价外推到上升过程，假设上升与下降对称，斜坡的变化可以被忽略，就可能出现 $L=H$ 的错误。阶段ⅡB被试应答体现的新发展是，被试从同样的前提出发，反过来发现了（尤其是比较轨道2、3、4）不对称倾斜角度及其变化的作用，从而实现了到达点高度和上升路程长度之间的代偿，符合关系 $P=f(H, L)$。

在这点上，被试阿丹有着完全清晰的认识。起初他对轨道1的预测和阶段ⅡA的被试没什么两样，之后预测了轨道3比轨道2、4更短的上升路程，这是一个进步，表明他敏锐地意识到了不对称性，接着，他仍以适用于阶段ⅡA的原理来解释，“上升和下降在同一个位置（长度）”。我们要求他更进一步解释，他意识到“最长的路线”对应着“更短的上升路程”，又因为发现了这一对应，惊呼出声：“哦！但有这个”，他认为上升路程从轨道2、4、3一路变短，上升越来越陡。阿荷也承认轨道3“会更低，因为上升路程更长”，经观察，他很快认识到高度相等，以及倾斜角度的作用，接着（不那么清楚地）提到了高度和长度的反比关系：（轨道3）“更低，但高度一致”。相对地，巴克[②]的应答从一开始就很明确：“左侧（初始下降）路程很长，但倾斜角

① 此处B点应为高度标记13的出发点的笔误。——中译者注

② 应为“巴勒”。——中译者注

度小，右侧（初始上升）路程短，倾斜角度大。”换言之，同样的高度既取决于倾斜角度，又取决于路程长度，它们互为代偿，即 $H=(+P)\times(-L)=(-L)\times(+P)$（+−号标示递增或递减），即 $H=f(P, L)$，即 $L=f(H, P)$ 下降关系外推到上升的一般化归纳，这一关系在阶段ⅡA 已被承认，但当时尚未正确地逆推到上升这一边。阿松也理解了轨道 2、3、4 之间的关系，并给出了一个观点，回溯确认了阶段ⅡA 的阐释：“总是升到同一高度，但我理解的高度是这样”，指出了倾斜角度；换言之，他考虑到了长度，但也包含了倾斜角度和高度，他观察到高度的恒定，理解了高度和长度的反比关系。科拉和杰尔同样发现了反比关系。最终，拜勒明确给出了与巴勒相同的关系应答：“需要更短的路程，因为更陡”，“力是一样的，但如果不那么陡，就走得更远”，他的结论源于观察到高度的相等，同时他通过精算角度，测量轨道 2、3、4 的倾斜角度（“陡峭程度”），将它们叠加，估算轨道之间的“差距”，这些都为最终得出结论做了准备。

简言之，本阶段，无论依靠预测还是观察，被试都发现了高度相等，这一发现并不会作为一个新的事实强加给被试，从而取代原本可能是错误的预测（例如，为了解释摆锤振荡的速度，在预测因素当中，选择了线绳长度而不是重量）：依靠因素间更明确的分化，高度与倾斜角度分化，从而强化了自身的作用，同时，长度的作用也得到了更好的理解，并与高度产生了关联，自此，两种因素相互代偿；阶段ⅡA，高度和长度并非互为代偿，这是因为它们尚未分化，具有欺骗性地被视为一体，彼此相互依存。另有一个过程，与其十分相似，即，由速度引发一个关联 $v=e/t$，从而取代并修正了错误的关联 $v=t$ 或 $v=e$。

重新考虑适用于阶段ⅡB 的动力学是无益的，我们已在 §4 讨论过它，并与阶段ⅡA 的次级阶段的动力学相对立。只需回顾一下，阶段ⅡB 正是力与运动和速度相分化的阶段，力成为运动和速度的起因，通常被称作“冲力”（即波兰儿童所说的 rozped）：这一阶段，被试开始提出一系列动力学的问题，这些问题在此之前从未提及，像我们在其他研究中所发现的那样，由于已分化的因素具有复杂性，相对于阶段ⅡA，本阶段的发展实际带来了各种明显的倒退。特别是，被试渐进地发现高度的作用，并由此寻找到速度的起因，这是一个明显的进步，不过，常见的是（同样属于倒退之一），被试将速度归因于初始冲力，并认为它在斜坡最低处消耗了自身：“速度在高处开始滚动时获得，在滚动过程中消耗，之后会停止”（9 岁）。因而，当被试看到真实发生的情形，便难免产生惊讶，好几名儿童要求重做实验，甚至拿走了支撑球的杆子。被试有时会提到“弹射”，再就是“力”，“冲力”（rozped），“起动”，来指称运动的原因。

§6. 阶 段 Ⅲ

最后一个阶段，正如之前我们与英海尔德共同研究的那样，被试无需像阶段ⅡB那样动手尝试，就能预测高度：

索尔（10岁6个月） 轨道1，第一次预测："海拔高度一致。我知道它会到那儿。"——为什么？——"小球接受同样的冲力，同样的力，用来上升。"轨道2、3、4出发点都是14，他毫不犹豫预测三条轨道到达点都是14：为什么这边（3）不会更高？——"因为上升更多。那边（6[①]），上升太陡，那边（4）没那么陡，那边（2）更平一些。坡面越陡，小球消耗越多冲力。总是在同一高度线。这边（2）走得更快，但它们同时走到底。"。

赛乐（11岁2个月）预测轨道1高度相同："有力的时候，它差不多能到那儿。"出发点是13，他预测轨道2、3、4到达点分别是13、15、13："不对，红色（轨道3）应该到那儿（13），它们是一条线（同一高度）。"——也是同一条路线？——"不是，路线在轨道2最长，然后是轨道4，最后是轨道3：不是一样高（指出从中点开始的长度）。长度不同。"——高度呢？——"相同。"

卡勒（12岁5个月）"下降的能量是一样的，给上升提供动量"，他把它称为"离心力"，举例"一件向空中弹射的物体不会一直上升：它会放缓，一段时间后会下落"。他的预测仍然非常精确。他预测轨道2、3、4高度一致："从这个高度出发，一定会上升到同一高度。力是相同的，无论更平还是更陡。"——路程长度呢？——"轨道2更长，之后（更短）是轨道4，之后是轨道3。"——为什么？——"轨道2不那么陡，以此类推。"

阿侯（12岁5个月）预测两侧高度相同，因为"它下降获得的力，和它上升消耗的力是一样的"。他用手测量轨道2、3、4的角度，用铅笔测量长度，推理得出轨道3"差不多是四分之一角。也就是高出四分之一，也就是上升路程的四分之一。"这几乎让他得到相同高度的结论。动手尝试："对的：和出发点高度相同。"——长度呢？——"不同。"——高度呢？——"都是13。"

拉尔（13岁4个月）初始应答相同；轨道2、3、4，预测轨道3更高"因为坡面更陡。"——你怎么知道？——"这边（轨道2）和出发点高度相同，其他轨道没那么精确。"——为什么？——"啊不对，轨道3（同样）到达13，高度相同。"——原因是什么？——"是力，牵引它到达这一点的能量。"——详细解释一下。——"它越是斜（=倾斜），上升路程（长度）越短。"——你考虑了什

---

① 原文如此，应为3的笔误。——中译者注

么？——“高度。那边路线没那么斜，小球能走得更远。它们从同一高度出发，但因为轨道 1 最斜（=不那么倾斜），要到达同一高度，它走的路程最长。”

到了阶段Ⅲ，被试不仅能在观察到事实后获得理解，而且步入了准确预测的阶段，本阶段被试的应答让我们看到，被试能用哪种意义来解释高度相等。再者，我们观察到两种解释方法，两种方法都由拉尔提出。第一种更像是动力学的解释："是力，牵引它到达这一点的能量。"但很明显，她什么也没有解释，而问题是要理解，为何对于不同的倾斜角度，相同的力能带来高度相等，而非长度相等。相对地，第二种解释方法，把倾斜角度、长度和高度三种因素联结在一起："它们从同一高度出发，但（当）它最斜（=不那么倾斜），要（到达）同一高度，它走的路程最长。"这正是 $H = f(P, L)$ 的关联，三种因素彼此分化，又彼此整合，以此来解释说明，倾斜角度是力的来源，一方面取决于它的倾斜程度，另一方面取决于出发点高度和路程长度。

至于不同大小的球，本阶段一部分被试仍然认为越大的球下降时走得越快，因为同化了速度与动量（从而只能考虑由 $p = mv$ 推得 $v = p/m$，因此，倘若 m 与 p 同时递增，则 v 保持恒定）。

仍要注意的是，11－12 岁左右会出现一些介于阶段ⅡB 和Ⅲ的过渡期，被试能依靠推理，基于假定的各种不同的力作出计算，预测不完全的上升：比如，下降速度对应小球重量或“压力”的两倍（参见“我对雪橇的压力”），上升只有四分之一的力，等等。这种情况下，重量的“压力”随速度而变化，诸如此类。

至于确定的阶段Ⅲ例子，和其他研究结果一样，动力学层面的新发展，是（儿童能）理解，力不仅在运动中起作用，而且在静止时仍然发挥作用，力是虚拟的（虚力）。“小球由杆子支撑，”一位 14 岁 8 个月的被试说，“它有压力，它永远不会失去压力，因为压力是它的重量，但这个力是有所保留的。如果我们撤走杆子，重力就会释放出来，让小球滑动。”这种情况下，球似乎必须上升到出发点同样的高度，产生了各种假设，例如，“推到高处的过程中，重力产生变化”（14 岁 1 个月），出现了“动量的必要性，它和重力大小一致，方向相反”。

不论方向是否变化，运动本质（重力或动量，等等）是否变化，如果仅靠“有所保留的”力的概念和必要的守恒，被试将无法认识位能和动能，这是因为（除了学校的基础教育之外）本阶段被试只能通过静止状态力的效果守恒，归纳出上述这些观念。在阶段Ⅲ，有关做功的情境，最近接近物理学家所说的能量（除非被试没有自发地观察到能量的转换），我们将在第五章讨论，用一根横向的绳索悬挂连接两个小球，两球在摆荡过程中互为主被动关系：12－14 岁的被试自发地给出的解释（五人预测到了全过程）近似于能量概念，不仅有运动的传递，也有力量的传递和功能转换的传递。不过，本节实验中，被试仅限于承认运动的传递，他们用不同的名称

区分让球下降的力，和球上升时保持的力[①]。

§7. 各方法效果和结论

首先给出使用方法二的 85 名被试的应答结果（问话结束前，没有实际观察，仅做出预测）[②]：

	各阶段					
	Ⅰ	ⅡA	ⅡAB	ⅡB	ⅡB－Ⅲ	Ⅲ
5－6 岁（N＝15）..	11	4	0	0	0	0
7－8 岁（N＝16）..	0	12	4	0	0	0
9－11 岁（N＝15）..	0	1	7	6	1	0
11－12 岁（N＝18）..	0	0	1	3	8	6
13－15 岁（N＝21）..	0	0	0	0	1	20

随着年龄增长，呈现规律的发展。上述被试当中，处于 6 岁，8 岁，9 岁，11 岁，14 岁的各有 10 人。我们从年龄相同的被试中，各取 8－10 人使用方法三（儿童主动操作），各取 10 人使用方法四（圆弧几何练习）进行研究。以下是比较结果：

方法二

	各阶段					
	Ⅰ	Ⅱ	ⅡAB	ⅡB	ⅡB－Ⅲ	Ⅲ
6 岁	6	4	0	0	0	0
8 岁	0	8	2		0	0
9 岁	0	1	6	3	0	0
11 岁	0	0	1	3	6	0
14 岁	0	0	0	0	2	8

首先观察到方法二与方法三相似的连续顺序，发展呈现明显的渐进性，没有不连续性。继而，很明显，我们发现使用方法三的被试略微领先，这是因为，被试不仅能在预测之后观察到效果，而且能在后续不间断地自主操作实验。

① 的确，12－15 岁的被试在反应当中能够区分这些步骤，但很难把这些同他们在学校里学到的知识分开，被试难免会提及他们学过的东西：大气压力，磁力，地球引力，离心力，等等。

② ⅡAB 表示ⅡA 和ⅡB 间的过渡期。ⅡB－Ⅲ也表示过渡期。

方法三（括号里是方法四）

	各阶段					
	Ⅰ	ⅡA	ⅡAB	ⅡB	ⅡB－Ⅲ	Ⅲ
6 岁	3（7）	6（3）	0	0	0	0
8 岁	0	2（7）	7（3）	0	0	0
9 岁	0	0	2（5）	6（5）	0	0
11 岁	0	0	0	0（3）	1（4）	9（3）
14 岁	0	0	0	0	0	10（10）

值得注意的是，除了 11 岁的数据，方法三的应答普遍超越了方法二所达到的最高阶段（比如 9 岁便达到了阶段ⅡB），只是比例有所变化（例如方法三有 6 名被试达到阶段ⅡB，方法二则是 3 名）。相对地，我们发现 11 岁有 9 名被试在方法三达到阶段Ⅲ，而方法二只有 6 名达到了阶段ⅡB－Ⅲ的过渡期，不过，这一年龄的被试在实验中出现如此进步实属正常。简言之，以上比较明确证实了被试所处阶段的实际情况。

至于方法二和这一方法（四）之间的比较，我们用方法四让被试练习圆弧的复现（借助铁丝或图示），来区分长度和曲线等因素，6 岁和 8 岁的结果相当，到了 9 岁，尤其是 11 岁，出现了明显进步，前期被试利用不对称圆弧（与之后使用的轨道类似）练习操作，让他们得以更好地考虑小球运动中的高度因素。而比较方法二和方法四，我们得出了本章的整体结论：一方面，要理解动力学关系，某些几何学手段是必要的：及至 9－10 岁左右，长度守恒和二维、三维坐标系才开始建立，这与阶段ⅡB（根据方法四，这一时期开始了明显的发展）开始的高度和长度分离、协调过程相似。不过，相应地，几何结构化过程可能是出于动力学的需要而形成的：长度守恒与位移运动中物体形状保持固定（indéformabilité）相联结（参见第 27 卷第六章线绳的牵引），高度和长度的协调过程与被试针对力方向的考察共同发展。这与别处的研究结果类似，即，由于经验的、物理的以及反思的抽象过程相互配合，几何学与动力学的发展可能存在着持续的相互作用。

第四章　车厢在斜坡上升或停车所需的力[①]

对任何年龄的被试来说，都应该很明显的是，在斜坡上，向上位移一节车厢，比牵制车厢停在原地需要更多的力。不过，对于上述这个基本的情境，并不是所有人都能在9—10岁前获得正确认识，车厢的运动和它的平衡状态由儿童自行操作，不再由可感知的配重（contrepoids）的运动所决定。由此又一次出现了与重量观念有关的难题。我们已在第二章指出，被试要到很晚才能发现，重量（物体）的运动随动量递增，随速度递减（与 $m = p/v$ 相似）。本章研究的被试认为，停在斜坡上的车厢更重；车厢本身有下降的趋势，但如果向上推它，那么在儿童眼中，下降的向量似乎被抵消了。这一事实需要我们仔细地分析。

§1.　一般方法和结果

使用一条长约70cm，倾斜45°角的轨道。长绳一端拴着一节车厢，另一端（从轨道另一端顶点垂下，悬在空中）装着一只钩子，可以调节配重（金属块或金属环，常被称作“垫圈”）。

我们首先在不提示重物和钩子的条件下询问被试，若要让车厢停在轨道上，是否要费一点力，接着问，若要让车厢上升，是否也要费一点力。之后的问题是，让车厢停在轨道上，比让它向上需要的力更多、更少还是相等。得到应答后，我们会请求被试给出证明（“你能证明你的推论吗？”，等等），一般来说，如果他们用到重物，要么是放在车厢里，要么是（挂在钩子上）充当配重，以下省略。

在此有必要指出，我们准备的问题，最初是昂里克在她的研究中提出的，故而，围绕这一特定难题收集到的事例，在她的著作中已有体现。不过，从因果性角度看，一些应答结果出乎预料，且内容较新，我们将从中选取部分数据用于本章讨论，并

① 合著者：昂朵拉·昂里克－克里斯托菲德（Andruola Henriques-Christophides）。

在此致谢我们这位优秀的科研同事。

因而，下文主要分析（在斜坡上）推动车厢上升，或牵制车厢保持静止，哪边需要更多的力，同时也分析被试用手掂量测重，和他们使用配重之间的复杂关系，被试对配重的使用或许不具备本章针对的有效意义，但也可能具备意义，且大于经由手动测重观察得出的意义。

待上述问题解决后，我们将继续讨论，在斜坡高处和低处分别牵制车厢保持静止，两者是否费同样的力，及其原因；最终，我们将讨论推车向上和拉车向上是否费同样的力。最后一个问题相当有趣，我们会针对水平运动提出同样的问题，控制的变量包括：推拉车厢的是人还是机车头，车厢是不是空的，重物位置是居中，还是靠前或者靠后（参见 §5）。

阶段Ⅰ（5—6 岁，某些情况会到 7 岁甚至更晚），被试并不理解配重和车厢的关联，至于保持车厢静止或让它上升，被试比较两种运动所需的力，只能得出有限的意义，即使亲手验证也仍旧如此。

阶段ⅡA，被试通过观察，理解了配重的作用，根据配重数目不同，能牵制车厢保持静止（一只垫圈）或者让它上升（两只或更多垫圈）。同时，由于未被牵制的车厢有下降趋势，而在上升时，这一趋势被抵消掉，则儿童认为，需要更多的力来牵制车厢不动，尽管观察到的配重数目与之不符，被试仍会坚持动手操作时的感受和看法。

阶段ⅡB，被试能够依靠或多或少的试错，来预测配重的作用，并且承认让车厢上升的力比牵制它更费力，下降趋势在上升过程中得以存续。

§2. 阶 段 Ⅰ

举例如下：

杜夫（5 岁 6 个月） 如果我把车厢放上斜坡会怎样？——“会滑动。”——为什么？——“因为你没拿着它。”——那边呢？——“不会，因为已经在最低处。”——拿着它需要费一点力吗？——“不会。”——让它上升费力呢？——“不费。”——完全不费？——“不费。”——用你的指头牵着它（他照做了）。你手上没用一点力吗？——“没有。”——那是什么让它保持静止？不是你的手吗？——（他想把它挂起来。）——如果我放几枚垫圈呢？——“如果放很多，它就不滑动了。”——放几个？——“全放（五枚）。”——我要松手了。——“也许会滑（动手尝试）；它上升了！”——什么让它保持静止？——“从后边把它挂住。”——我们没这么做。如果我拿走一个垫圈呢（剩下 4 枚）？——“它会下降（动手尝试），它上升了！”——三枚呢？——“还是会上升。”——怎么让它静止？——

"放很多垫圈（他又放了 5 枚），它就静止了。"尝试只用一枚垫圈："啊！它静止了。"——三枚呢？——"它会下降（指向轨道最低处）。"——（动手尝试。）——"它上升了！"——怎么做到的？——"如果放一枚，它不会上升。放三枚就上升了，因为重。"——重的在哪儿？——（指向垫圈。）——那边（一枚垫圈与车厢相平衡），那个（垫圈）更重，还是那个（车厢）更重，还是一样重？——"车厢重。"——现在呢（把车厢拉向高处）？——"它不重了。"——你刚刚还说它重？——"……"——这样（静止）它重吗？——"重。"——这样呢（运动中）？——"不重。"——它的重量怎么了？——"移走了。"——静止时更重，还是上升时更重？——"上升（他拉着它）。不对，它不重。"——这时呢（静止）？——"嗯，重的。"——它在这儿（高处）需要几枚垫圈来拉住它？——"一枚。"——这儿呢（指向最低处）。——"完全不用。"——完全不用？——"不对，要两枚（动手尝试）。它上升了！我如果不放垫圈，它会下降。"——怎么让它不动？——"更多（4 枚，然后是 5 枚）。"一枚垫圈：它做什么了？——"它拉着。"——为什么？——"它重（＝有力）！"——车厢不重吗？——"也重！"——垫圈拉着？——"对，它拉着车厢（手指向高处）。"——车厢不拉吗？——"不拉。"——车厢什么也没做？——"没做。"对于人来说，拉比推车厢更容易。"为什么拉更容易？"——"因为有很多力。"

卡夫（6 岁 2 个月）似乎一看就明白了，让车厢上升比牵制它静止需要更多的力，但之后又说有两点存在模棱两可：车厢在斜坡高处比在最低点更重，两种情况下，配重（垫圈）作用也不同："牵制车厢是否要费一点力？"——"是。"——让它上升呢？——"也要，我让它升到这儿（指向斜坡高处）就需要更多力。"——你能证明自己是对的吗？——"看：需要把手臂举得更高。"——如果你站起来，就不需要抬臂了。那么，是把它拉到这儿（斜坡底部）更费力，还是让它上升一点（轨道靠下的位置）更费力？——"拉到高处更费力。"——这边呢？——"费力较少，因为很低。"——让它上升和拉着它哪个费力？——"上升费力，因为要一直到达高处。"放置一枚垫圈："它会下降（动手尝试）。啊不对，因为有垫圈。"——垫圈起什么作用？——"它很重，车厢就不能动。"——要让车厢上升该怎么做？——"再放一枚垫圈（动手尝试）。可以了。"——为什么会上升？——"因为有两枚垫圈。"——为什么垫圈让它上升？——"因为车厢可以这样上升。"——（我们在他一只手里放车厢，另一只手放两枚垫圈。）——车厢重吗？——"重。"——这样呢（放在轨道上）？——"（运动时）不重了。"——重量变成了什么？——"没那么重了。"——如果我拿着它，它重 1 公斤，你懂这个意思？——"懂。"——如果我松手（它会上升吗）？——"没有，什么也不会发生。"——刚才的 1 公斤重量发生了什么变化？——"变小了。"——车厢还有一点重量吗？——"没有，完全没有。"——好，那么，拿着它和让它上升，哪边需

要更多的力？——“让它上升。”——为什么？——“因为那边有两枚垫圈。”——如果只有一枚？——“它就停在那儿。”——（我们在斜坡中途让它平衡。）车厢和垫圈会把它拉到别的地方吗？——“不会，它们保持静止。”——它们重吗？——“重。”——重量一样吗？——“不一样，那边（垫圈）少一点，那边（车厢）多一点。”——那边（举到最高处）如果我松手，会发生什么？——“它会降到底部。”——那边（最低点）如果我松手，会怎样？——“它会上升。”——为什么？——“因为垫圈会（从另一侧）下降。”——为什么？——“因为它重。”——车厢呢？——“也重。”——谁更重？——“垫圈。”——我们把车厢放在这儿（斜坡底部）。我们说，它重一公斤。——“对。”——那边（高处）也是一公斤？——“不是。”——两公斤？——“不是，3—4 公斤。”——（最高处。）如果我松手？——“它还在原来位置。”——为什么？——“因为垫圈一直很重。”——如果是最低点呢？——“会上升。”——为什么？——“不对，它也停在原来位置。”——为什么？——“因为垫圈很重！”——牵制它停在这儿，和让它上升，那个更费力？——“升到高处费力。”——为什么？——“因为……（他动手尝试。）我试试。对，一样重，我用手指感受到了。”

吕克（7 岁 4 个月） 需要更多的力“让它上升。”——为什么？——“因为如果松手，它会下落（这一观点对‘牵制’也有意义！）。”——你可以动手证明你所说是对的。——（她把金属环放在车厢后面，之后又放在线绳前面，以下省略。）——（悬挂金属环作为配重。）会发生什么？——“会下落。”——为什么？——“它不结实（金属环），也不重。”——再看看。——“它停住了？”——如果我把金属环拿走？——“还是停着（动手尝试），不对，会下落。”——如果我放一枚垫圈会怎样？——“也会停在那儿，因为有垫圈。”——两枚垫圈呢？——“会停着。”——和现在一样？——“会更沉。”——如果我加上第三枚？——“会变得更沉。”——车厢呢？——“不会下落，会停住。”——我松手。（动手尝试。）——“它动了！”——如果我放两枚垫圈？——“它会下降。（动手尝试。）它上升了！”——为什么？——“因为一松手，它就上升了。”——如果用一枚垫圈？——“会停住。（动手尝试。）”——用两枚为什么会上升？——“因为两枚太重了。”——三枚呢？——“会上升，因为（车厢）轻，（垫圈）比较沉。”——一枚垫圈呢？——“会停住。”——两枚？——“上升。”——哪边更费力？牵制它停住还是让它上升？——“停住更费力。”——为什么？——“因为如果拿着它，我们得用力，如果不拿着，它会滑动（下落）。”——但你看，上升也要用力（拉动线绳）：什么时候更费力？——“让它停住。”——让它停住要几枚垫圈？——“一枚。”——上升呢？——“两枚。”——更多了不是吗？——“停住它更费力。”

从牵制或让车厢上升所需力的层面来看，被试的表现不如后文（§3）清晰，他们的观念仍很模糊，面对不同位置移动的重量（车厢）和斜坡另一侧使之平衡或使

之运动的配重（金属环），被试对两者关系的认识始终充满矛盾。不过，如果说被试不理解题目相关数据，让我们的分析变得复杂，那么，不理解这一行为本身则有一定的指导意义，能够启发稍晚的阶段ⅡA的应答，为我们指明重量的意义多重性，或至少是初始阶段的意义双重性。

首先，我们要记得一个可靠的事实，即，方才所说的不理解，在本阶段构成了一个相当普遍的现象，它不是我们所用装置的复杂性所导致的人为结果，其实这一装置非常简易。实际上，我们（在其他研究中）要求被试简单地在桌沿悬停一只金属篮，桌上摆着所有可用来悬停的配件，我们观察到，直至7—8岁左右，被试行为仍显示出他们对重量和配重之间的关联存在系统性的忽视，这一忽视属于日常实践理性应当解决的问题，而不应在人为制造的实验场合解决：比如，6岁11个月的被试把一支铅笔竖在边长几厘米的火柴盒内，用来牵制比它们重很多的金属篮，就好像牵制运动与重量完全无关，而能抛开重量独自发挥作用一样。

我们看到，杜夫认为用五枚、四枚、三枚金属环可以让车厢上升，又重新放置五枚让它停在原地；他被经验误导的成分不多，在问话后期他重新开始操作。6岁的卡夫理解程度看似更好，但他也相信，为了在半高位置达到平衡，车厢会变得更重，垫圈不那么重（他说的看似合理，其实不是），之后他假定高处的车厢会下降，因为垫圈较重，而在最低点，车厢会上升，理由仍然是垫圈较重，但在高处车厢重达3－4公斤，而在最低点则重1公斤。已经7岁4个月的吕克仍然认为，如果一枚金属环让车厢保持平衡，两枚三枚会牵制得更好；之后，看到三枚让车厢上升，他得出结论，两枚会让车厢下降，虽然他已经看到一枚能让车厢平衡。

以上情形中，牵制或使车厢上升所需的力只表现出有限的意义。虽然杜夫（他认为两种运动都不需要力）坚持认为上升的时候车厢不重，而静止的时候重。卡夫似乎给出了正确应答，但他却说车厢向高处运动时变得更重（故而在高处牵制它需要更多的力）；之后他和杜夫一样，坚持认为车厢上升时“不重了”、“没那么重了”。吕克开始也给出了明显正确的应答，但最后却断言，让车厢停住更费力，虽然一枚金属环足以让它停住，两枚才会让它上升。我们将在下一阶段讨论以上奇怪言论的意义所在。

§3.　阶段Ⅰ、Ⅱ过渡期，及阶段ⅡA

首先是过渡期的两个例子：

昂布（7岁0个月）　牵制它更费力，让它上升更费力，还是两边一样费力？——“不一样，上升下降时它会滚动，静止时就一直保持静止。”——费力是多是少还是一样呢？——“一样费力。”——费一样的力？——“对。”——

怎么让它上升？——（他在钩子上放了九枚重物。）——全放吗？——（他在车厢上放了两枚重物。）——我松手了？——“不行，（松手）它会下降。要上升的话，这边要更重。”——牵制费力还是上升费力？——“一样费力。”——如果我们拿走金属环？——“会下降。”——怎么让它保持静止？——（他重新放置九枚重物。）——要拉动它呢？——（他留下六枚。）——（松手：他看车厢仍然上升，他拿走了所有重物，重新放上六枚，拿走，重新放上四枚，最后只留下一枚。）——能走吗？——“它（车厢）会下降。（他惊奇地观察：）它保持不动了。”——如果让它上升呢？——“不是一回事。如果只放一枚，它保持静止，如果放两枚、三枚或者更多，它会上升。”接下来，他承认车厢停在最高处和最低处需要同样的力，推和拉需要同样的力，无论重物在前在后，都需要同样的力“因为总是一边更重，一边比另一边更重”，“因为机车头太重了，车厢也太重了”。

乔特（7 岁 9 个月） 上升和牵制：“同样费力，因为牵制和让它上升都很容易。”——完全一致吗？——“牵制它会更难一点。（动手尝试。）对，牵制它更难一点。”——怎么做？——（他把一枚金属环放到车厢上，取下来，又填进去。）——“它会下降。（动手尝试。）不，它没动，因为钩子上有重物。”——（增加一枚配重。）——“车厢会上升，因为它比车厢重。”——如果没有金属环呢？——“它会下降。（动手尝试。）”——如果有一枚呢？——“它静止不动。”——所以牵制和上升哪边更费力？——“上升费力要少一点，牵制费同样的力。”——在高处和低处分别拉住它呢？——“在最低处拉住它费力更少；它自己就能停住，因为它几乎到底了。”他预测有一枚重物的时候“它在高处和低处都静止不动，因为它在低处会保持静止”。所以在高处更费力是对的？——“对。”两端都用更多重物：你看，在最低处，它需要四枚金属环。在最高处呢？——“也是四枚。”——所以在高处更费力是对的？——“对。”推拉车厢，乔特态度摇摆不定，不过他认为“如果（车厢）重量在最低处，拉更难。如果放在高处，再拉，会更容易”。

第一名被试已经提到了某种基本原则，它能启发阶段ⅡA 的应答：即，无论上升还是下降，车厢都会“滚动”，静止时则保持静止。但他没有得出更进一步的结论，乔特则给出了结论（“牵制它会更难一点”），而和乔特刚开始一样，他拘泥于给出一个审慎的解决方案：两者费力相同。以下是明确进入阶段ⅡA 的例子：

阿尼（6 岁 11 个月）：牵制它还是让它上升更费力？——“我不知道。”——试试看（递线绳）。——“牵制它更费力。”——可以做点什么来确认你是对的，比如用这个？——“我不知道。”——（放一枚金属环。）——“它会下降（动手尝试）。它停在原处。”——为什么？——“因为重量相同。”——如果我多放一枚？——“会前进，因为两枚更重。”——那一枚呢？——“会静止，两枚会下落，然后上升。”——也就是说？——“上升更费力。”——刚刚你说牵制更费力？——“对。”——现在说上升更费力？——“对。”——为什么？——“我不知道。”——

你确定吗？——“不知道。”——垫圈有力吗？——“……”——有重量吗？——“有一点点。”——用一枚垫圈？——“会静止。”——两枚？——“会下落，会前进。”——哪边更费力？——“上升。”——可以说，它比一枚垫圈的时候更费力，对还是错？——“错。”——哪边更有力？——“我有力，不是垫圈！”

考斯（7岁9个月）哪边更费力？——“牵着它静止。”——你觉得对？——“或者是让它上升。”——确定？——“不太确定。”——做点什么来确认你是对的？——“……”——用这个（放一枚金属环）？——“它让车厢停住了。”——（金属环。）——“它上升。（金属环）太重了，所以它上升。”——哪边更费力？——“让它上升更费力。”——你现在确定了吗？——“没有。”——金属环有重量吗？——“有。”——如果把它放在那儿？——“它拉住车厢不动。”——如果放两枚？——“会让车厢上升。”——那么上升和牵制它不动，哪边需要更多重量？——“牵制。”但他认为车厢在高处和低处重量相同。

扎克（8岁7个月）哪边要更多力，让它上升还是牵制它不动？——（他动手尝试。）“牵制。”——比上升需要更多力？——“对，如果不用力，它就会向后滑动。”——让它上升和牵制它所用的力一样吗？——“上升用力更多。”——你确定？——“确定，因为如果你不用力，火车总要下降的。”——你看。（相继做这两个运动。）——“牵制它更用力：如果不拉着它，它也要下降。”他又动摇了两次，我们提议使用金属环：他在车厢上放了四枚，用手操作：“牵制它需要一点力。”——让它上升呢？——“也是一点力。”——哪边费力更多？——“牵制它。”我们拿走重物，在钩子上先放一枚，然后放两枚：需要几枚来牵制它？——“一枚。”——让它上升呢？——“两枚。”——金属环有力吗？——“第二种（情况下）有力。”——第一种呢？——“也有。”——上升还是牵制更有力？——“牵制。”——上升要用几枚？——“两枚。”——牵制呢？——“一枚。”——也就是说？——“上升要用很多力，牵制也要很多力。”他用手指感受了一下，然后又动摇了。“在高处和低处分别牵制呢？”——“在高处它需要更多力，因为如果松手，它会下降。”在推拉问题上他也显出动摇，对于水平移动，他说拉比较容易，上升问题则是推比较容易。

阿童（8岁2个月）预测“让它上升”费更多力，但亲手尝试后又说“牵制它更难”。他在钩子上放置一枚金属环，观察到车厢静止，因为“它有重量”。——怎么做到的？——“它让车厢停下，因为它比车厢重。”——所以哪边需要更多力？——“上升。”——用金属环演示一下。——（他多加了一枚金属环，车厢上升。）“牵制它需要更多的力。”——解释一下。——“我放了另一枚金属环，它（钩子）下降很快，之后我把它取走：下降就慢了。”——你再看看。用一枚金属环，车厢停在原地？——“对。”——再多一枚呢？——“它上升了。”——为什么？——“因为它比车厢重。”——只用一枚为什么静止？——“因为没有车厢重。”——你怎

么认为，哪边更费力，牵制还是让它上升？——“让它静止更费力，因为坡面是倾斜的。”——另一个孩子和我说，上升更费力，因为要两枚金属环才能上升，一枚就能让它静止。他说的对吗？——“我不知道。”——在高处和低处分别牵制车厢，哪边费力更多？——“高处费力更多。”——确定？——“不是很确定……两边一样费力。”——为什么？——“无论高低，用一枚金属环，它就会静止。”——那上升和牵制哪边用力更多？——“上升，因为坡面倾斜。”他对推拉问题不那么确定，但认为车厢后放置重物“更容易拉动”，前置重物则认为“应该把机车头放在后面，因为后面没有那么多重量，不需要推那么远”。相对地，整体重量在任何情况下都保持一致：“它位移的时候重量不变。”

卡特（8岁6个月） 上升和牵制：“上升更费力？——不对。（她动手尝试。）这么放着的时候更费力。”——你确定吗？——“确定。”——放在原地更难？——“对，因为它重。”——上升的时候更重？——“对。”——重量会变？——“会……它在原地更重，因为上升的时候它走得很快；留在原地更重，因为要待在原来的地方。”用一枚金属环：“它会下降。（动手尝试。）它停在原地。”——为什么？——“它（配重）比它（车厢）重。”——（钩子上加一枚重物。）——“它会待在原地。”——如果我再加一枚呢？——“会更重：还是会停在原地。”——（用两枚尝试。）——“太重了。”——只用一枚呢？——“停在原地。”——两枚呢？——“向高处滑动。”——所以停在原地还是升到高处更费力？——“放它停在原地……不对，要费……如果放一枚金属环，会静止，两枚会滑向高处……上升要更多的力。”——如果我在车厢里放一枚重物，需要更多的力吗？以下省略。——“上升更费力。”——确定？——“不对。可以拉动（钩子带动线绳）：放在原地更费力。”四枚在车厢里，六枚在钩子上：“上升更费力。”——确定？——“确定，因为要用四枚拉住它，六枚才能让它上升。”——确定？——（她用手重新掂量两边。）“上升更费力。”在高处或低处停住车厢，“是一回事”之后认为“高处更重，因为（线绳）拉得更低”，接着认为“是一回事，因为如果我们在这儿（高处）取走两枚重物，就和最低处一样了”。水平运动“推的话，不那么重，因为如果拉的话，我们要承受（车厢）全部重量”，之后又因为斜坡和重物位置动摇了几次，最后认为推拉是一样的。

贝雅（8岁7个月）认为牵制和上升“费一样的力，因为车厢轻”。车厢内放置两枚重物，应答仍然相同，之后“让它上升，需要更多的力，因为（比之前）重”，但对于空的车厢（亲手尝试），“需要更多……一样的力让它上升，和牵制一样”。观察钩子上一枚重物（=牵制不动）和三枚重物（=上升），他得出结论“需要一样的力。”——可以说，金属环有一点力，它牵制住了车厢？——“对，就是这样。”——还是说，金属环有重量？——“是一回事。”——对牵制来说是一回事？——“要重量相同才行。”——哪里相同？——“钩子和车厢重

量相同。”——要让它上升呢？——“要放更多重物。”——在哪儿放？——“钩子上。”——（取走钩子上的重物。）上升更费力还是牵制更费力？——“一样费力。”——如果车厢有载重呢？——“那么上升更费力。”在高处或低处牵制：力相同，重量相同。推拉，重物在前在后：有所动摇，之后认为“重量始终相同”。

赛乐（8岁10个月）认为需要更多的力“让它上升。”——为什么？——“因为下降只需要松手。”钩子上一枚金属环（动手尝试）：“它不动了！（惊讶。）它停在原地。”——如果两枚呢？——（上升。）——哪边更费力？——“上升，因为放一枚，它停在原地，两枚就上升。”——你确定？——“确定。”——解释一下。——“因为（他重复前面的话）。”——哪边费力更多？上升还是牵制？——“牵制更费力，因为如果挪动一点，它会……（动手尝试。）牵制它更难？”——需要更多力吗？——“需要。”——拉住它需要几枚金属环？——“两枚（动手尝试）一枚。”——让它上升呢？——“两枚。”——让它下降呢？——“零枚。”——那上升和牵制谁更费力？——“牵制。”——为什么？——“因为上升需要两枚，牵制是一枚。”——什么时候更费力？——“让它上升。”——你怎么知道的？——“……”——你确定知道还是你猜的？——“我猜的。”低处牵制比高处需要更多力，“因为在低处，不需要接触这边（有被拉扯的风险）”，接着认为“高处费力”，之后认为“一样费力”。上升时“比起推，拉不那么难”，机车头“放在前面很重，放在后面会牵制”。重物后置，机车头则要前置，反之亦然，车厢在“两端”之间的中点。

阿东（8岁10个月） 费更多的力“让它上升。”——怎么证明你是对的？——“啊不对，我想说拉住它更费力。”——演示一下。——（动手尝试。）“因为它更重。”——比什么重？——“比它下降时重。”——是没错，上升和牵制哪边重？——“上升重。”——用这个（金属环）呢？——（他把金属环放进车厢。）——那边（钩子）呢？——“啊对，放那边。（放了4枚，然后3枚：一直到1枚，车厢才停止上升。）”——为什么停住了？——“如果有许多枚，它会上升，车厢更轻。挂一枚金属环就够了。”——上升还是牵制费力？——“让它上升。”——确定？——“不对，牵制。”——确定？——“嗯。”——你确定，以下重复问题，以下省略。——“上升。”——你怎么知道？——“因为重物很有力。”在高处牵制重物比在低处更费力，接着认为是反过来，然后认为一样费力，“因为总是同一枚金属环”。重物后置，需要在前边拉，“因为后边更重”，反之亦然。

阿邦（8岁7个月）“让它上升费力更多。”为了让它上升，他自行挂了金属环，观察“它停住了”，因为“两边一样重（即平衡）”，挂两枚金属环则“它会上升，因为两枚金属环比车厢力更大。”——怎么看出来的？——“它们比车厢重。”——所以哪边费力更多？——“上升。”——你确定？——（犹豫了，重新观察放置两枚和一枚的情况。）——重复问题。——“牵着它不动更费力……两边

一回事！”——（重复问题。）——“上升更费力。”牵制在高处或低处：“一回事”，稍后认为不是一回事，没有下结论，此后又重新认为两者相等。推拉问题：先是动摇，然后认为相等。

阿丹（8岁4个月） 上升费力还是牵制费力？——“一回事。”——你确定？——（多次动手尝试，仍未决定。）——能做点什么来确定吗？——“把一枚重物放进去（动手尝试）。能让它上升。”——如果是空的呢？——“我说了我不知道。”钩子上挂一枚和两枚金属环：上升更费力。“在高处或者低处牵制它呢？”——“高处更费力，因为下降路程更长。”——为什么费更多力？——“如果松手，它下降更快。”尝试用金属环：一样费力。推拉问题：“无论推拉，都一样费力。”重物前置或后置：“推更容易，拉更难。”——在中间呢？——“一样费力。”如果重物后置，对于机车头来说“推更难”，如果前置，则“拉更难”。

纳特（8岁5个月） 哪边更费力？——“让它上升更费力，因为你要用力拉。”——你能证明自己是对的吗？——“不对，是反过来，要牵制它不动，必须……（她用线绳尝试。）一样费力。牵制它静止更费力，我觉得。”——确定？——“确定。”使用一枚或两枚金属环：“牵制它静止没那么费力。”——在这儿（高处）和那儿（低处）牵制，哪边更费力，还是一样？——“一样，不对，这边（低处）没那么费力，因为高处走得更快，因为它高。”——你确定？——“不对，一样费力，因为走得一样快。”——你能证明费力一样吗？——“要让车厢下来（她动手尝试），对，一样费力，因为下降是一样的。”

阿劳（9岁2个月） 哪边更费力？——“牵制它。”——牵制它更难？——“对。”——别的孩子给了我相反的回答。——“不过，要让它上升，也要牵制它，不让它下落（下降）才行。”——也就是说？——“牵制更费力。”——你能用这些装置证明自己观点吗？——（他用线绳让车厢下降上升。）“我还是觉得牵制更费力。”——用这些重物试试？——（他在车厢里放入四枚金属环。重新尝试。）“还是牵制更难。”——这样呢（使用配重）？——“上升更费力。”——在高处和低处牵制它，哪边更费力？——“我觉得低处牵制比较容易。”

阿弗（9岁6个月） 使用金属环并观察后，认为“上升需要更多重量”，亲手尝试后认为“牵制它更难。”——你刚才还说？——“对，但是，如果我们这样放（=如果我们松一下手），它会下降，而且不会自动上升”，把它推向高处的过程则不松手。

及至10—11岁，我们有时仍能发现类似的应答：

尼勒（11岁10个月） 牵制它静止，或让它上升，哪边更费力，或者说更难、做功更多？——“牵制。”——确定？——“……”——为什么？——“因为下降时很陡（用手尝试）。如果放它走，它会下落。”——哪边更难？——“牵制它。”在高处和低处哪边更难（单独使用一枚金属环）？——“这边（低处）更难：这

里（低处）比那里（高处）重量更多，因为它在低处，那个（金属环）在高处，对于车厢来说，重量就更多（虽然车厢和配重都不动）。”

蒂亚（11 岁 8 个月）“让它上升没那么费力。”——所以牵制更费力？——“对。”——你能证明你是对的吗？——“因为牵制它静止的时候，它重。让它上升的话，它会滚动，只需推一下。”——能证明吗？——“我不知道。不确定。”——你用这个（金属环）能做点什么？——（她单手尝试。）“我能确定了，我们这么放着它（车厢），它有下降趋势，让它上升的话，它会滚动，只要推一下就好。”放置一枚金属环：“车厢保持静止，因为重量拉着它。”——怎么做到的？——“因为它和车厢重量一样。”——如果我再放一枚呢？——“车厢会上升，因为两枚金属环和钩子比车厢重。”——那究竟是牵制还是上升更费力？——“一样费力。”——哪边需要更多重量？——“上升需要更多重量。”——哪边需要更多力？——“两边一样。”——（重复问题。）——“一样的。”——为什么这么说？——“因为坡面倾斜程度一样。”推拉问题：“拉比推更难”，之后认为“是一样的”。

以上应答乍看有些古怪，其实很容易解释。一方面，被试或多或少（在个体层面存在某些变数）能够理解，根据重量相对守恒，钩子上悬挂的金属环牵制或者拉住了车厢：重量越大，能让它上升，重量偏小，能牵制住它。不过，另一方面，车厢重量并不仅仅由金属环来衡量：它取决于（这也是本阶段应答出乎意料地体现出原创性的另一方面）车厢的静止或运动状态，由于它位于斜坡之上，静止状态同样伴随着下降趋势，在它被拉着上升时，这一趋势则可以忽略不计。换言之，对被试来说，车厢由两组重量或两组力构成：一组是（钩子上）金属环的重量与恒定的车厢重量；另一组是，仍是同样的车厢，它的重量运动或力的运动可以变化，在某些情形下，车厢有下降的趋势，在另一些情形当中却没有：这里出现了新的力，用来牵制车厢；而在上升时，由于车厢不再下降，重量的运动被抵消，车厢变轻了，卡特和蒂亚说得很明确，“上升的时候它走得很快”，“让它上升的话，它会滚动，只需推一下”（实际上，回顾一下第二章的内容就能发现，本阶段被试认为，重量随速度增加而递减，因而在此补充一句，本章被试认为，车厢上升时，它就停止了下降趋势）。

让我们复述一遍以上论述过程，它很复杂，但对于全体被试来说，又很常见。首先强调一个事实，在钩上悬挂金属环的重量，和车厢静止或上升之间，存在某种关联，这一关联经全体儿童观察后都得到了承认，但儿童认为这不足以解决问题。为了让物体移动上升，昂布放置了九枚重物，之后为了牵制它，又放了六枚重物，最后才发现，合适的重量是两枚和一枚，却仅仅得出结论说“不是一回事”。乔特得到了相同的结果，给出了明显荒唐的结论“上升费力要少一点”。考斯也是同样的结论，扎克没考虑使用钩子和金属环，为了证明假定问题里的两组力，他更愿意用手操作车厢，并增加车厢重量；但当我们把金属环挂上钩子，他立刻明白了它们的用途，却仍给出了和乔特相同的推理，即牵制车厢费力更多；之后，我们问他一枚重物和两枚的

区别，他回答说，如果上升需要“很多力”，那么牵制“也要很多力”。阿童也进行了推理，为了证实同样的、全然不合逻辑的结论（让车厢保持静止，仅用一个金属环，费力更多），他分辨说“坡面是倾斜的”，这是对我们前文提到的、需要介入第二组力的明确暗示。卡特一开始否认了动手操作得到的印象，给出了主观的推测，车厢“留在原地更重”，给它一个牵引速度，它似乎会变轻；借由钩子上挂置金属环，她给出了合乎逻辑的答案（上升更费力），但她并不那么肯定，重新用手操作后，得出的结论是相反的；之后再次使用金属环，她重新回到了符合逻辑的答案，但在彻底确认之前，她仍然用手去验证。贝雅坚持认为，车厢空的时候，上升和牵引费力相同；如果加入重物，需要更多力来上升，比较钩子上一枚或三枚重物，他自发地获得了力的概念，他把空车厢拉到底部。赛乐也从一到两枚金属环运动中得出符合逻辑的结论，同时亲手操控（第二组力），最终将两者结合，得出推断，他并不认为结论很明显：“我猜的”。阿尼坚持认为，要考虑的力“是我有力，不是垫圈！”阿尼、阿东、阿邦、阿丹、纳特和阿弗都近乎接受了让车厢上升更费力的结果，但他们的观点变来变去，犹豫不定，如果不把第二组力纳入考虑范围，就没法解释他们的善变，理由在上文已提及。最终，蒂亚给出了前述的理论：“牵制它静止的时候，它重”因为“它有下降趋势，让它上升的话，它会滚动，只要推一下就好”。这正符合我们所说的第二组运动或第二组力的假设。参见阿弗和尼勒，此外，阿劳甚至承认上升过程同样存在下降趋势。

可以看到，本阶段重量观念存在着基本的二重性，符合第二章拟出的公式 $m = p/v$。一方面，重量 m 与动量或此处的牵引力 p 成正相关，但另一方面，它又与运动或速度成负相关：第二章小球快速下降过程中消耗了重量，本章则研究与斜坡和下降趋势方向相反的位移，牵引上升的运动使得重量的运动递减，抵消了下降的向量，让它向牵引方向移动。

至于斜面高处或低处的牵制问题，推或拉的运动何者更容易的问题，以及是一概而论，还是根据车厢载重位置不同而有所变化的问题，对于这些问题，被试相应的回答同样体现了创造性的二重性：一方面，儿童考虑第一组力，即考虑客观的重物时，他会得出结论，认为重物的效果是相同的；另一方面，儿童一旦承认运动变化中的难点，第二组力就以衍生的形式介入其中，这些衍生形式或与斜坡有关，或与其他有利于解释问题的便利条件有关，比如，运动的迅速（rapidité）就是一种关键的便利条件。

不过，倘若我们针对阶段ⅡA 的应答，给出了简单的阐释，人们可能要问，是否不存在另一种更简单的阐释可能：应答是否不应首先取决于动手操作经验，也不应取决于被试对重量的知觉，而应取决于车厢和配重的关系？实际上，我们观察到全体被试都渐渐否认了动手尝试的结果，甚至否认使用金属环得到的结果（参见，阿

尼应答的末尾），相较于牵制车厢在原地静止，被试认为动手让车厢上升（或用手拉动线绳）会让车厢重量变少，这一观念似乎源自他们主观的解读。考虑到被试的年龄，较之可能给出上述观念的前运算阶段年龄，仍需解释被试为何优先偏信他们的动手经验：其实，儿童并不是知觉幻象的受害者，而是受了一种观念引导，即车厢重量随着上升递减，因为下降趋势在上升过程中不复存在。只是，除了动手控制，没有其他方法来验证这一观点，被试只能动手来考察车厢重量和上升、静止之间的关系。简言之，我们不否认，第二组力，它们部分源于运动本身，只能承认，此处长期缺乏客观数据的去中心化过程；这是由于，我们需要一个系统，来从概念上证明第二组力；围绕下降趋势、反方向运动和牵引运动之间的关联，该系统具备相对的协调一致性。

§4. 阶段 ⅡB

本节从一个早熟的案例开始，他仍处于阶段ⅡA 与ⅡB 的过渡期（在他之后是明确的阶段ⅡB 的案例）：

阿菲（7 岁 6 个月） 牵制它静止，费力吗？——“不会，因为它轻。”——只需用一点点力？——“对。”——让它上升呢？——“嗯，要多费点力。”——为什么？——“它重，要么推它，要么让它停下来。如果推它，就会让它上升。如果上升，就会受累，如果原地不动，就不那么累。”——试着证明你是对的。——（他想把金属环放在车轮后面，接着放在轨道高处，接着放在车厢里。）“因为重，它下降得更快，上升得更慢。”——如果我放在这儿（一枚挂在钩子上）？——“火车会下降。”——两枚呢？——“也是一样。”——你试试（他试了一枚）。为什么它静止了？——“因为是同样重，和车厢同样重。”——如果我们再放一枚呢？——“它会上升。”——你刚才说需要费更多力？——“不是，啊对，因为这边（一枚金属环）比车厢重。”——单独一枚还是两枚？——“一枚。”——哪部分重？——“垫圈，因为如果需要一个东西在前面拉，就需要比车厢更多的重量。”——像这样（静止）的话，垫圈也拉着车厢吗？——“没有，是一样的，重量一样。”——有个孩子说，拉着它静止比让它上升需要更多的力，你怎么能证明你是对的？——（他用两只手模拟天平，一只手举着车厢，另一只手举着垫圈。）——哪边更重？——“垫圈。”——但你认为上升需要费更多力？——“对，车厢重，如果你拉着它，你需要费力。如果你让它上升，也要费力，你让它升得更高，就很重。”——刚才我们看到，一枚金属环拉着它静止，两枚让它上升。这意味着什么？——“意味着那边（2 枚）比这边（1 枚）更重。”——也意味着费更多力吗？还是无法得知？——“可以知道。”——怎么知道？——“我没想好。”

高处和低处的重量相等。推拉问题："推更费力，因为拉没那么累。如果重物在前，最好拉它，如果在后，就要推它，因为比起拉它，推它没那么重。"

马赫（8岁3个月） 更费力的是"让它上升，因为上升比牵制它更难"。为了让它上升，他把金属环放在车厢里，尝试用手掂量，接着给出如下论据："如果我们用一根不太结实的线绳，拉住它静止时，线绳不断，拉它上升时，线绳却突然断掉，就说明上升更难。"接着他把金属环挂在钩子上，确认一枚能让它停住，两枚让它上升："放两枚才上升，所以上升更费力。"相对地，牵制它"在高处更费力。"——确定？——"确定，因为如果是在这儿（更低处），它比在高处下降得慢"。动手尝试之后："在低处更费力"之后认为"是一回事"。如果重物后置，"（比起拉它），推它更费力"。——重量呢？——"重量一致。"如果车厢有许多节："拉它更容易"，以下省略。

帕特（9岁0个月）"让它上升更费力。"——为什么？——"因为车厢想要下降。"——上升时更多，还是牵制时更多？——"一样的，因为上升时它重量不变，下降时也是。"——（重复问题。）——"上升更多。"（他把一枚金属环放在钩子上，观察到了平衡，之后放两枚，观察到了上升。）——费力更多的是上升还是牵制？——"上升。我又放了一枚它才上升。"——在高处和低处分别牵制呢？——"完全是一回事：如果在高处能拉住它，在低处也一样。"推拉问题："完全是一回事，因为重量相同。"

阿拉（9岁8个月）"让它上升更费力。"——为什么？——"因为需要拉。"——别的孩子给了我相反的回答。你能用这些（装置）来证明吗？——（他放了一枚金属环。）"拉住不动了，因为这个重。"——要是让它上升呢？——（他放上第二枚。）——你怎么看？——"我觉得我是对的：单独一枚让车厢保持平衡，如果放两枚，就更重，车厢上升。"——在高处和低处分别牵制呢？——"完全是一回事。"推拉问题：重量相等但根据具体情况会认为"这样更方便"。

吉勒（9岁11个月）"上升更费力。"——你可以证明一下。——（使用线绳。）"对，如果保持静止，我们不需要移动，如果要上升就更重。"使用金属环："如果我们需要加一枚重物，那么（费力）不一样。"推拉问题：重量相等，但如果车厢上升时重物前置，"会认为推它更轻，其实（一样）重。"

海特（10岁10个月）"上升多费一点力，因为它有重量，它想下降。"

加勒（10岁4个月） 很快观察到一枚金属环让它平衡：上升和牵制它不动，哪边更费力？——"让它上升更费力。"——这意味着什么？——"意味着需要更多力才能让它上升。"——你怎么看出来的？——"因为那边（1枚）平衡了，要再放一枚才能让它上升。"——在高处和低处牵制它，哪边更费力？——"就是说更重吗？"——你怎么认为？——"在高处牵制更容易。如果把它放到高处，那个（金属环）拉得更用力。如果放在低处，车厢拉得更用力。（他把车厢放在不同

高度。）我现在更确定了：是一回事。”推拉问题：“一回事。对我来说推更容易，但实际上是一样的：重量不会因为物体放在更好的位置就变得更重。”

昂特（10 岁 7 个月）哪边更费力？——“让它上升。”——你确定？——“确定，因为让它保持静止更难。”——你怎么证明？——（他放了一枚金属环。）“有这个拉着，不需要太多力。”他将一枚金属环放进车厢，两枚挂在钩子上，又取走车厢里的那枚：“它上升了。”——你证明了吗？——“证明了，上升需要两枚金属环，牵制是一枚。”——这能说明什么？——“说明让它上升更费力。”——在高处和低处分别牵制呢？——“重量相同。”推拉问题：“需要看看（动手尝试，重物后置）。拉它更难，因为重物在后边，有一点小小的压力。”——如果前置呢？——“那么推它更难。”

处在过渡期的被试阿菲，仅在预测上升比牵制费力时，属于阶段ⅡB，他的论证更多基于运动本身，而非基于重量关系：一方面，他在比较一枚和两枚金属环的重量时产生了混乱，另一方面，由于不能解释上升和牵制运动为何费力不等，他仍处于阶段ⅡA。相对地，在他之后，从马赫到昂特都发现了第二组力的消失，故而将自己与阶段ⅡA 相区分，这得益于第一组力是客观的力。尤其是帕特和海特，指出了上升阶段车厢有（“想要”）下降的趋势，而平衡状态下，这一趋势似乎更强，这是由于在平衡状态下，向高处的牵引力超过了向下的趋势，进而抵消了它。回顾阶段ⅡA，被试阿劳与该阶段其他被试不同，他已承认了上升过程中的下降趋势，但同样只得出了“要牵制它，不让它下落才行”和之后“牵制更费力”的结论，而在本阶段，帕特和海特给出了逆向的推理，推理基础是两个向量的组合，而非两个向量的分离。

需要指出的是，本章与第二章的实验结果之间明显存在差距，这是因为，第二章要到阶段ⅡB 才能形成类似本章 §3（对应阶段ⅡA）所描述的重量和速度的关联。出现这一差距的理由可能是，第二章的研究中，小球在倾斜轨道上的运动路程较长，速度以加速度的形式介入，要么作为和重量相平衡的一项因素，要么作为短暂的上升，与不牵制则下降的方向相对，（由于牵制时）没有可感知的速度：儿童认为车厢上升时重量递减，不是因为速度（虽然速度有时也会提及），而是因为，与下降趋势相反的牵引运动有其被动性，同样，在第二章，悬挂装置牵着小球，在被试看来，同样具有（与动量相对的）某种被动性，表现为重物运动的明显递减。

至于拉动和牵制的比较，阶段ⅡB 和阶段Ⅲ没有区别。不过，倘从量的角度看，接下来的问题可能会在两阶段之间产生一些区别。

§5. 推和拉

直至阶段ⅡA，被试比较车厢沿着斜面上升和在斜面上牵制车厢所需的力时，仍

认为力取决于车厢重量的运动变化，要么存在下降的趋势（牵制时），要么不存在这一趋势（让它上升时），我们同样可以提问，所费的力是否根据推拉而变化，或根据推拉时重物前中后位置的不同而变化。我们有时会提出这类问题，且在 §4 已经发现，问题引发了儿童的不同应答，它们似与重量运动类似的变化有所关联。故而有必要更系统地考察这一问题，因为它不仅与之前的问题有关，也与运动、功等观念的发展有关。阶段ⅡA，被试承认水平面上的弹射和牵引是等价的（同样从 A 移动到 B，弹射移动和逐步推动费力相同），但要在斜面上认识这一等价，则要等到阶段Ⅲ。

我们已经区分了空车厢、重物居中、重物前置和重物后置等四种情形，要么在水平面上（平地）要么在斜面上（山地）操作，车厢要么被人推拉，要么被机车头推拉。因而同样的问话，实际有 16 种情况："推拉费力一样吗？如不一样，哪边更费力？"以下表格展示了 45 名从 5 岁到 12 岁被试观察到的等价（＝费力相同）。由于不是所有被试都通过了所有问题，为方便起见，我们用百分比来表示结果，由于被试人数较少，故而百分比并不表达某种绝对性的值，而只是反映了与被试年龄相应的变化趋势：

推拉所需力相等

	平地				山地			
	空	中间	前置	后置	空	中间	前置	后置
1，人								
5—6 岁	0	80	0	0	0	75	0	0
7—8 岁	53	55	18	16	27	54	27	15
9—11 岁	90	87	55	55	46	55	40	63
11—12 岁	100	100	80	80	70	100	60	80
2，机车头								
5—6 岁	25	25	0	0	0	25	0	0
7—8 岁	42	64	18	35	29	60	21	21
9—11 岁	87	66	62	77	63	50	40	55
11—12 岁	100	87	100	100	66	83	62	50

认为推拉所需力不等的被试，没有体现在表格之中，被试的认识随年龄变化不大，我们只需计算不承认等价的被试百分比便足够了（数值 90 > 10 表示，90% 的被试认为推比拉费力；42 < 58 则表示，58% 的被试认为拉比推费力）：

推拉所需力的不等

	平地			
	空	中间	前置	后置
人 ………	54 > 46	33 > 66	36 < 64	42 < 58
机车头 ………	90 > 10	100 > 0	40 < 60	86 > 14
	山地			
	空	中间	前置	后置
人 ………	46 < 54	50 = 50	45 < 55	42 < 58
机车头 ………	61 > 39	71 > 29	50 = 50	74 > 26

我们首先观察到，及至 11－12 岁，才有 80%－100% 的被试承认水平运动的四种情形下推拉所需力的相等，而斜坡运动显然更少（及至 9－10 岁，已有 90% 被试承认相等，但集中在水平运动的空车厢和重物居中两种情形）。很明显，前面分析过的斜面车厢上升或牵制哪个更费力的应答，属于一个更广泛的应答整体，而应答的整体则从属于作为实验客体的车厢，它的重量在不同操作中呈现出不同的效果。确实，我们发现，5－6 岁的被试中，已有 80% 和 75% 的人认为，由人来推拉、重物居中的车厢推拉费力相等，客体本身的对称让应答变得简单。

至于说，推比拉更费力，被试给出的理由总是在变，只有一点不变，它不太引人注目，即使用机车头时，推总是比拉更费力，但重物前置时，又是个例外（此时被试认为拉更费力），我们接下来将会给出原因。实际上，无论重物在前在后，我们都注意到，几乎所有年龄被试的表现都不如空车厢或重物居中时的应答。我们可将其与另一个关乎重量传递的系统性难点一同考虑，这个难点将一直延续至阶段Ⅲ：即，被试认为，对于超过天平托盘边缘的客体，只有它与天平接触的部分能称出重量。我们承认，被试给出的解释完全是矛盾的（在决定之前往往有数次动摇），参见本章 §3 和 §4。例如阿童（8 岁 2 个月）、赛乐（8 岁 10 个月）、阿丹（8 岁 4 个月）等，对于他们而言，倘若重物前置，从后方推车将更容易，倘若重物后置，从前方拉车将更容易，好像施力者与重物之间拉开距离，就能减少阻力一样。因而阿童认为，对于一个前置重物，“应该把机车头放在后面，因为后面没有那么多重量”，比起相反的论证，阿童的论证（他之前也动摇过）更支持了牵引力。相对地，乔特（7 岁 9 个

月)、阿菲(7 岁 6 个月)、昂特(10 岁 7 个月)等人则给出了相反的应答。阿菲(阶段ⅡB)清楚地说:"如果重物在前,最好拉它;如果在后,就要推它,因为比起拉它,推它没那么重。"昂特则说:"拉它更难,因为重物在后边,有一点小小的压力",而重物前置时"推它更难"。考虑到水平移动和斜坡移动的不同效果,同样出现了矛盾:扎克(8 岁 7 个月)认为水平移动时,拉比较容易,上升时则是推比较容易,卡特(8 岁 6 个月)则认为水平移动"推的话,不那么重,因为如果拉的话,我们要承受(车厢)全部重量"。

我们可以明确得出三个结论。一是,被试解释的多样性说明,直至阶段ⅡB,对所需力的估算仍然部分取决于运动本身,甚至取决于主观的权宜之法/便利办法[1]。二是,及至 9—10 岁,上升或牵制运动所需力的问题基本得到解决(即阶段ⅡB,§4),然而,至少有 45% 的被试尚不承认,自身重 W 的车厢载重 P,它们的总重 $W + P$ 与重物的位置无关。三是,直至阶段Ⅲ,被试才能给出本章难题的演绎性的解决方案。例如,提克(11 岁 1 个月)认为"重物在车厢上,和在这儿(在前或在后)是一样的",他实际给出了直至他这一阶段才能明确获知的一个必要条件,根据这一条件,一个形状不变的实体,它各个部分展现的重量效果是统一的:倘若重物 P 是 W 的一部分,哪怕只有一部分的 P 属于 W,我们依然要把 $W + P$ 作为组合来考虑,这与超出天平托盘边缘的情形是一样的。

① 即用手掂量测重。——中译者注

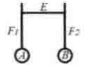
第五章　以线绳相连的两枚摆锤的能量传递[①]

相同质量的两颗小球 A 和 B，分别悬在长度相同的两根线绳 F_1 和 F_2 的底端，F_1 和 F_2 用一根弹力绳 E 横向联结，两颗小球轮流扮演施力和受力的角色，从而区别于第 27 第卷二至四章研究过的移动的简单传递过程[②]。此外，在这个过程中动量（quantité de mouvement，相当于英文 momentum）看起来是不守恒的，只是动能在小球之间来回传递，先从 A 到 B，再从 B 到 A，如此往复，直到摩擦力导致系统完全恢复静止。最终，较之本书迄今分析过的其他情形，传递过程的可见特性显得尤为突出：倘若我们把这种仅靠摩尔移动作为中介的传递[③]视为“外化的”传递，则被试可能只认可这一种传递模式，这是由于弹力绳 E 轮流受到线绳 F_1 和 F_2 牵引而发生了移动。仅当 F_1 从一个特定角度牵动 E 的时候（因为 E 只能部分地描述摆动，而不能描述一颗球被第一颗球撞动之后，又撞上第三颗球这样的平移过程），在 F_1 一侧可以发现摆动，之后它逐渐减弱，而在 E 的另一端，即 F_2 一侧，却开始出现摆荡：被试只有在认识到了可见的外化传递的基础上，才能将无法感知的内化传递，即能量的传递补充进去，才能解释从 EF_1 到 EF_2 再从 EF_2 到 EF_1 的角运动。故而（我们）有必要分析，动能守恒（尤其在上述情形中）和内化传递之间可能存在的关系，以及 AB 两颗球轮流施、受力的关系。

---

① 合著者：雅克·德·拉诺瓦（Jacques de Lannoy）。

② 本章所使用的装置应是如图所示的样子：



——中译者注

③ 即，刚性小球的直接动量传递。——中译者注

§1. 一般方法和结果

首先，要求被试描述装置，然后，实验主试拿着其中一颗小球偏离平衡位置并松开手，要求被试预测并解释接下来会发生什么，尤其是要预测另一颗小球是否会移动及其原因，以及后面会发生的事。之后，我们过渡到第一次观察，被试将观察 *A* 的移动、*B* 的移动和 *A* 的逐渐停止：我们及时地让两颗小球都停下来，被试无从得知球接下来会如何运动，我们要求被试进行预测。必要时，我们会重复第一种形式的观察，让被试给出更好的描述，并重新询问被试的预测和解释。接下来是第二相位期的观察：继续演示实验，直到 *A* 重新移动，而 *B* 停止，从而实现了从 *B* 到 *A* 的反向传递。我们询问被试的描述和解释，接着要求预测接下来发生的事（静止还是持续移动，两球同时静止还是一颗球跟在另一颗后面静止，等等），最终，我们提供两枚不相连的摆锤：小球自行摆动，同之前的相连摆锤系统相比，摆动时间更长，更短，还是一样长，及其原因。最后（或在最初），问题回到重量本身（根据被试自发的表述，来决定何时提出重量问题）：即小球在运动和静止时，重量是否相同。

我们观察到如下发展阶段。阶段ⅠA（4—5 岁），线绳的作用尚不为被试理解（被试观察之后，既看不出传递过程，也看不出拉远小球起到的作用）。阶段ⅠB（5—6 岁，有时 7 岁）被动球 *B* 并未移动。根据观察，被试认识到 *A* → *B* 的传递，并将其归因于线绳在起作用，不过，要确定运动先后的接连顺序，还存在一定的困难；至于 *B* → *A* 的传递，情况则不一样，看到 *A* 再次摆动，被试将其解释为小球“重新获得冲力”，仿佛两颗小球都能不靠另一颗球而独自恢复运动状态。

阶段ⅡA，被试能够预测和解释 *A* → *B* 的传递，但不能预测 *B* → *A* 的传递；不过，一旦观察到 *A* 的重新移动，被试便能用 *B* → *A* 的反向传递予以解释。阶段Ⅱ*B*，第一相位的观察进行 2—3 次，甚至仅仅一次后，被试便能预测 *B* → *A* 的传递，但无法预测这一传递会持续进行。

阶段ⅢA，观察一次之后，被试便能给出预测和解释；阶段ⅢB 的被试则完全不需观察，说明他们可能已经形成了能量（传递）的基本观念。

以下是各阶段分布表，按百分比和年龄段表示（合计 77 名被试）：

§2. 阶 段 Ⅰ

首先是一例阶段ⅠA 的被试：

席勒（5 岁 9 个月） 你看到了什么？——“两颗球。”——还有呢？——“一

根绳。”——如果我把它（A）举高，然后松手，会发生什么？——“它会到这儿（=重新回到B球旁边）。”——那个（B）会怎么样？——“它没变化。”——线绳呢？——“也不变。”——（观察。）——“蓝色球（A）摆动了。”——红色球呢？——“也摆动了。”——和那边（A）一样？——“不一样。”——怎么不一样？——“……”——（第二次观察。）蓝色球怎么了？——“它动得更快。现在是红色球。”——（第三次观察。）——“蓝色球更有力，现在是红色球。”——线绳也动了？——“对。”——它平衡了？——“对。”——（第四次观察。）为什么红色球比蓝色球摆动更用力？——“我不知道。”——（第五次观察。）蓝色球做了什么？——“它动得更快。”——如果我拿走线绳，会发生什么？——“不知道。”——如果我在旁边（独立，不相连）再加上一颗球？——“它会摆动。”——蓝色球会发生什么吗？——“不会。”——为什么？——“哦，会，它会摆动。”——为什么？——“不知道。”

接下来是阶段ⅠB的被试：

帕勒（5岁10个月）　你看到了什么？——“两种颜色的两颗球。”——还有呢？——“线绳。”——如何让小球摆动？——“我们这样（假装推A一下）。”——这样呢（把A举高）？——“它（会）摆动。”——怎么摆？——（操作正确。）——就完了？——“对，之后会停下，它没有力了，就不再动。”——那边（B）会发生什么？——“不发生什么。”——（观察。）——“两颗都摆动了。”——（A）？——“蓝色球摆得更用力。”——（B呢）？——“红色球摆得没那么用力。”——为什么？——“因为那边有两根绳（F_1和F_2），那边一根（E）。”——这根绳（E）会怎么样？——“它牵着其他两根线绳，它有一点摆动。”——（第二次和第三次观察：描述，接着）蓝色球做了什么？——“它关上了（停住了）。两颗球都摆动，蓝色球停下之后，红色球开始动。”——为什么这样？——“因为线绳的缘故，它动了。”——为什么红色球更有力？——“两颗球都摆动，红色球后动。”——（第四次观察：精确描述。）它们怎么做到的？——“我不知道。我猜是绳子。”——绳子怎么了？——“它们推了。”——（我们加上一颗不相连的小球。）——“它会摆动。”——那个（A）呢？——“它不会，它那边没有绳子。”——那个（E）呢？——“它让两颗球动，因为它和它们连在一起。”

卡尔（6岁0个月）　球（A）重量多少？——“2公斤。”——它摆动的时候呢？——“会更重，稍微更重一点。”——如果我放手（A）呢？——“会摆动。”——它（B）呢？——“不会。”——它什么也不做？——“不做。”——那个（E）呢？——“它把它们连在一起。”——如果我松手（A）呢？——“它会摆动。”——怎么做到的？——“因为那个（A），你松手的方式不对……（A）摆动，然后（B）也是。”——怎么做到的？——“因为中间有一根线绳。”——它做什么了？——“绳子摆动，带着球（B）也摆动。”——（第二次观察。）A呢？——“它

摆动。”——（B）呢？——“也摆。”——（B）怎么样？——“它摆得更快。”——（A）呢？——“它停了。”——（B）呢？——“摆动。”——发生了什么？——“（A）摆动，然后（B）摆动（A）停止。”——（B）呢？——“它还在摆动。”——怎么做到的？——“……”——为什么（A）动得更快？——“因为它先开始的。”——（B）呢？——“它在（A）之后摆动。”——为什么在后？——“因为是它（A）先开始的。”——如果我没让它们停止呢？——“（B）还在摆动的时候，（A）已经停了。”——如果我不碰它们呢？——“之后它停得更快（=非常快）。”——（第二相位期。观察 A 的两次相继摆动。）“（A）摆动，（然后）停止，（然后）又摆动。”——（A）怎么摆动？——“先摆动，后停下。”——为什么？——“（B）先停下。”——第二次观察：同样的描述。使用单独一个小球：“要它停下来，时间不会超过一年。”——为什么？——“它会停下好几次。”

我们在三个月后又见到了卡尔，他顺利回想起相继的摆动，但想不起 A 对 B 所做的运动。在使用装置重新做了一次实验后，他对我们的提问给出应答，认为弹力绳 E“连着那边的线绳。摆动了一会儿。”——什么？——“球摆动了一会儿，之后停下。”——线绳呢？——“它们也摆动。”——所有线绳都是？——“只有一条，那条（F_1），那条（E）也是。”——另一颗球，它会摆动吗？——“不会。”——（第一次观察。）——“开始它（A）很有力，然后它让那个（E）动，然后让另一条绳子（B 的 F_2）动，之后停了下来。”——为什么第一颗球先停？——“因为它摆动得已经够多了。”最后一次观察：“它（A）在那儿摆动，它（B）在那儿摆动。”——线绳（E）呢？——“也摆动。如果一颗球动，线绳（F_1 或 F_2）就会动，这会让中间的绳（E）摆动。”重量：球在手里重1公斤。“拴在线绳上多重？”——“稍微多一点，比如说2公斤。”他还说可能重6公斤，且球在下降的滑板车上“更重，因为轮子走得很快”。

珀斯（6岁3个月） 第二次问话，第一次观察：“绳子（E）摆动。”——它怎么让（B）动？——“相连的线绳（A 的 F_1）让红色球（B）摆动。那颗（A）已经开始摆动，它会停下，线绳也会摆动。”

阿铁（6岁1个月）（B）呢？——“它不摆动。”——它怎么拉住蓝色球（A）？——“是绳子（F_1），那边那条；它也被那边的绳（E）拉着，红色球（B）也拉着。”——蓝色球摆动时，红色球会怎样？——“它不动，如果我们没有（用手）让它摆动的话。”——（观察。）——“红色球动了。”——为什么？——“被那边（E）拉着，它让两颗球都动了。”——解释一下。——“红色球（B）摆动。”——立刻动？——“对，蓝色球（A）跟着一起摆动。”——（新的观察。）——“开始红色球动得很慢，之后（两颗球）是一样了。”——再之后呢？——“一样的。”——再之后？——“之后两颗都停下。”——两颗都停？——“不是，（A）它像这样，还要动一会儿。”——（B）呢？——“还要动一会儿。”至此，两球还

处于共同运动，而没有（或只是微弱地）处于交互运动状态，但是，到了第三次观察："蓝色球轻轻摆动时，红色球（*B*）开始动。"——如果我没让球停下来，会怎样？——"蓝色球会继续轻轻摆动，之后会停下。"第二相位期：（观察。）"红色球受什么影响开始摆动？"——"蓝色球推动它，之后蓝色球轻轻摆动，红色球继续动。"——怎么做到的？——"蓝色球（*A*）这样了（放缓），让红色球变得更有力。"——为什么？——"因为那儿有一根线，猛地牵动了红色球。"第八次观察，阿铁仍局限在讨论*A*："它重新摆动。它停下来，之后又继续。"——红色球呢？——"也继续。一直继续，直到它停止。"

赛克（7岁5个月）"不，（*B*）不会摆动。"*A*"再过一小会儿"之后会停下。经过观察，他仍不能立刻发现弹力绳*E*的作用："它完全派不上用场。"他认为第三颗球*C*，即独立球，也会让*B*球摆动。运动仍然是单方向的："那颗（*A*）动了，接着那边开始动，接着（*A*）放缓。"

萨乐（8岁0个月）的认知延迟到很晚，他预测（*B*）"也会摆动。"——为什么？——"因为（*A*）。"——（观察。）——"蓝色球（*A*）摆动，之后红色球也摆动，之后蓝色球停下。"——为什么？——"它没有冲力了。"——红色球呢？——"还有一点。"第二次观察："为什么它又让红色球开始动了？"——"……"——（第三次观察，第一相位：正确的描述。）——怎么做到的？——"……"——你看红色球（*B*），它摆动然后停止，蓝色球摆动，也会停止？——"因为有一条线绳悬着两颗球。"萨乐看似理解，但他接下来的应答表明他还没有理解："如果我没让球停下，会怎样？"——"它会继续摆动，红色球（*B*）会停下来，之后蓝色球（*A*）会稍微继续，然后也会停下。"第四次观察没有增加新的内容。

阶段ⅠA的被试完全不理解线绳的作用。阶段ⅠB的被试并非总能理解*A*对*B*所做的影响（除了萨乐，他这部分的应答达到阶段ⅡA），但在第一次观察后，便能接受*AB*之间的（牵连）运动，并逐渐理解线绳的作用。相对地，即使在完全观察（第二相位期）之后，儿童依然完全不能接受*B*对*A*的反向作用，*AB*仿佛处在彼此独立的主动状态。阶段性变化因而得到了解释，似乎它们取决于被试对冲力的简单理解，无论是获得的冲力（*B*），还是始动的冲力（*A*），被试认为两种冲力都可能导致运动放缓，和短暂的重新激活（参见，阿铁："它重新摆动"）。

至于传递过程中线绳的作用，被试不能预测，但在观察之后能予以承认；卡尔在三个月后完全忘记了线绳的作用，即使用了新的装置也不能预测：他认为会F_1和*E*会动，但F_2和*B*球都不会动。一旦观察到上述事实，被试便会承认传递过程，同时也一定会考虑线绳的作用（参见，巴勒[①]问话末尾），但到目前为止，被试尚未发现运动的接续顺序。帕勒认为，弹力绳E"牵着其他两根线绳，它有一点摆动"，它"让

① 应为"帕勒"。——中译者注

两颗球动”。他还坚持认为，线绳能“推动”（参见，阿铁：*A* 靠线绳“推动了”*B*），这使我们回想起第 27 卷第六章，区分线绳推拉运动，存在着诸多难点。被试在实验之后，承认线绳 *E* 能让 *B* 动，且在第二次问话中能够精准描述顺序，但在描述顺序之前，他们会做出错误的预测。阿铁直到第三次问话（第二相位期）才承认弹力绳 *E*“猛地牵动了红色球”。赛克开始认定“它完全派不上用场”，虽然他已经做过第一次观察，之后，在问话末尾，他认为不靠线绳的运动是可行的。萨乐提到“悬着两颗球”的线绳，但随后忘记了线绳运动的作用。珀斯到了第二次问话才找出准确的顺序。简言之，很明显，在本阶段，儿童要建立有关传递的认知，尚有不少困难，且传递尚处于完全外化的状态。

§3. 阶 段 ⅡA

7—8 岁，伴随着平移的传递（被发现），儿童认知向冲量发展，开始出现了半内化的、有中介的认知形式；我们在本阶段观察到两项新发展：一方面（有时会延迟，但只是个别现象）被试预测了从 *A* 到 *B*、借助弹力绳 *E* 实现的传递，另一方面（也是进入本阶段的标志），被试发现了反向运动，*B* 球能使 *A* 球“重新摆动”，像下文 6 岁 6 个月的帕特所提到的那样。不过，阶段ⅡA 的被试尚不能够预测，他们只能在观察之后进行理解。

帕特（6 岁 6 个月）首先认为小球无论是悬挂还是拿在手上、静止还是摆动，都“一样重”，但在我们重复问题并给出建议的时候，帕特认为小球动起来会略重一点。*B* 球：“它会摆动。”——为什么？——“这儿有一根线绳。”——*B* 会摆动吗？——“也会，因为（*A*）摆动了。”帕特预测了它们运动的停止。第二相位期，观察：“（*A*）先摆动，之后是（*B*），接着（*A*）停止，（*B*）一直摆动；（*A*）也重新开始摆动。”——为什么？——“因为（*B*）仍在摆动：它让（*A*）重新摆动，之后（*B*）停止。”——如果我不用手呢？——“（*A*）会让（*B*）重新摆动。如果（*A*）将要停止，则（*B*）会让（*A*）重新摆动。运动就能持续一段时间。”——不能持续一整晚？——“不能，因为如果能持续整晚，那它们永远也不会停止。”不相连的小球实验：帕特预测到了传递，也认识到线绳的缺位起到的作用，他认为目前这个摆锤运动“永远不会停止”。

富勒（7 岁 0 个月） 小球在高处较轻，拴在线绳末端则更轻，运动中则“更轻”。倘若我们放手“它会让另一颗球动起来。”——为什么？——“因为触动了绳子。”观察：“（*B*）比（*A*）动得快，之后它摆动得相对较慢”，而在运动伊始，（*A*）更快。新的观察：“如果我们没有停下，它会摆动吗？”——“两颗都会摆动。那颗（*A*）让（*B*）摆动，之后（*B*）停止。”——（*A*）呢？——“它已经停了。”

到了第三次观察（第二相位期）："（A）停了，之后重新开始摆动。"——怎么做到的？——"因为球摆动（B 跟在 A 后面摆动），之后又让另一颗摆动。"不相连的球："没有线绳，运动时间更长：球摆动得更好。"

缪斯（7 岁 6 个月）预测 B "会稍稍摆动"。第一次观察："那边（B）也摆动了，（A）停下来，（B）继续摆动。"——为什么？——"因为（A）把冲力给了（B），因为有一根线绳（相连）所以另一颗也摆动。"预测：接连的停止。第二相位观察：描述准确。"因为有一条线绳（E）拉着它们，之后它持续把冲力给（A）。"——能持续吗？——"时间不会很长。"

马特（7 岁 3 个月）认为 E 具备两个作用：将移动从 A 传递给 B，同时它也会制动：A "停下来，线绳让它停下来。"——怎么做到的？——"线绳停止摆动，之后也让小球停止摆动，因为球是由线绳牵着的。"——线绳（E）做了什么？——"它拉着其他绳，它让两根绳停下，从而让球停下。"第二相位期："那颗（A）让（B）摆动，那颗（A）停下，之后继续（=重新开始）摆动，同另一颗一起。"我们把线绳末端递给被试，让他演示 E 的移动："它这么做，然后这样（移动方向分别是 \ 和 /）。"

纳德（7 岁 6 个月）"（B）会摆动。"——为什么？——"因为它们连在一起，如果让其中一颗球摆动，就会让另一颗摆动。"但这不属于阶段ⅡB 的预测，因为在第一次观察过程中，纳德仍然认为"它们同时摆动"以及"它们会在两分钟后同时停下"。第二相位观察："它重新开始摆动，这颗球（A）。"——你之前也是这么想的？——"不是。"——发生了什么？——"这颗球（B）牵动另一颗。"——如果我没让球停下呢？——"那颗球（A）会继续牵动这颗球（B）。"

扎姆（8 岁 4 个月）先是确定然后怀疑 B 的摆动，经过观察："从后面拉那颗球，就会拉动线绳，同时让它（B）摆动。"观察：B 停下"得更晚，因为它还有冲力。"——冲力是哪儿来的？——"从（A）来的。"她预测两颗球很快停下。第二相位观察之后：它怎么做到持续摆动？——"如果（A）停了，（B）摆动，拉动（A），如果（B）停了，（A）摆动，拉动（B）"……"直到两个球都没有冲力为止"，"时间不会长"。不相连的球："如果没有线绳，时间会更长。"

西克（8 岁 2 个月）第二相位期："绿球（A）摆动，然后放缓，红色球（B）重新获得冲力，之后两颗球轮流获得冲力。"——线绳做什么了？——"它把冲力传给小球。"——你能解释吗？——"绿球（A）移动，因为中间的线绳而放缓，之后红色球（B）移动，因为中间的线绳。"——我们来看一下。——"线绳一次向这一侧移动（/），一次向另一侧移动（\），因为小球动了。"——冲力做了什么？——"线绳移动的时候，它把冲力传给小球。"——线绳向一边移动的时候，它做了什么？——"它给出更多冲力。"——解释一下。——"这样的时候（从 B 一侧作 / 移动），它把冲力传给（A），然后这样的时候（从 A 一侧作 \ 移动），它

把冲力传给（*B*）。”

艾洛（8岁4个月）“两颗球都会动。”——为什么？——“因为（*A*）向高处去，而它两个连在一起。”——两颗会一起动吗？——“不会，（*A*）更高，它会牵动另一颗球。”——同时动？——“两颗同时动，因为（*A*）牵动（*B*），两颗速度相同，也会同时停下。”——（观察。）——“（*A*）首先停下，因为它获得了冲力，牵动（*B*），另一颗在（*A*）之后获得冲力。”——（新的观察。）——之后呢？——“（*B*）获得更多冲力，（*A*）获得（*B*）的冲力，之后反过来，（*B*）先获得冲力，之后是（*A*）。”——共有几次？——“差不多持续一天，一百次。”相对地，不相连的小球，“会两颗一起停下”而且很快，因为“冲力在空气里挥发”而不会进入另一颗球。至于重量，“摆动时，重量改变，停下来时，还是会改变。”——摆动时更轻还是更重？——“更重。”——停下来呢？——“冲力在空气里挥发，球变轻了。”

沃布（8岁）预测*A*的不规则轨迹：“（*B*）也动，因为它们连在一起（*E*），但不如蓝色球（*A*）摆动那么厉害。”——（观察。）——“（*A*）摆动，之后它让另一颗也动。”——（第二次观察，红色球停下。）“线绳悬在两球之间，蓝色球（*A*）摆动，红色球（*B*）不太摆动，之后红色球也摆动，带动另一颗球（*A*）再次摆动。”但之后两颗球都会停下“因为（*A*）没有（冲力）了，有力量的流没有了，唉！”

帕赫（9岁2个月）同样的初始应答：*A*更快，以下省略。第二次观察：“（*A*）已经停了，红色球（*B*）又重新推它。”预测会重复十次。

维特（9岁2个月）不认为*B*会摆动，但到了第三次预测，球“拉着另一颗球，这让两颗球动。”——为什么（*A*）重新摆动？——“因为这颗球（*B*）拉动线绳，让另一颗球摆动。”至于线绳*E*，“红色球已经摆动，之后绿球也开始快速摆动，之后红色球停下，然后重新开始动。”——为什么开始快，之后不那么快？——“因为中间有条绳……从一侧摆到另一侧（图示：/—\）。”

柯尔（10岁0个月）很长一段时间都认为*A*优先施动“它给出冲力……红色球（*B*）获得蓝色球（*A*）的全部冲力。蓝色球停止。”第二次观察，如果蓝色球重新摆动，那是因为“它获得了冲力。”——红色球把冲力传给它？——“没有。”至此还是阶段Ⅰ*B*的应答。不过：“它为了获得冲力，做了什么？”——“因为两条线绳把它们连在一起，之后让另一条线绳摆动。红色球（*B*）摆动，之后蓝色球（*A*）停止，之后反过来。”最终，比较当前情形和不相连的球，当前情形“摆动时间较短，因为冲力较少，因为（相连的）球有两颗，有冲力的要么是红色球，要么是蓝色球。而在没有线绳（*E*）的时候，每颗球都有冲力。”

萨克斯（10岁2个月）在第一次观察后仍预测球会停止。第二次观察：“红色球（*B*）重新牵动蓝色球（*A*）。”

乔司（10 岁 5 个月） 同样的应答。第二次观察："（*B*）摆动的时候拉动线绳。"——之后呢？——"（*A*）也会这样（= 重新）摆动。"

布侯（10 岁 10 个月） 相同的应答：怎么做会让（*A*）停下？——"拉动线绳。"——怎么做能让它重新摆动？——"（*B*）摆动，从而让线绳摆动。"

哈格（11 岁 3 个月） 第一次观察："蓝色球摆动的时候，线绳上出现振动，牵动红色球……之后红色球获得线绳全部的振动；蓝色球，它没有什么要做，就停了下来。"——如果我没有让球停下，会怎样？——"那红色球也会并排停下。"第二相位期（第三次观察）：蓝色球重新摆动的时候，哈格笑了："啊，红色球因为蓝色球的冲力而开始摆动，振动出现，这让红色球动起来，之后红色球的振动牵动蓝色球，之后循环这一过程，直到再也没有冲力。"

阿甘（12 岁 11 个月）预测到 *B* 的摆动："这很平常，因为有一根线把（*A*）和（*B*）连在一起。"第一次和第二次观察："（*B*）摆动：它朝反方向动。（*A*）停下来，（*B*）继续摆动一段时间。"——如果我没有让球停下，会怎样？——"那颗（*B*）会继续一段时间，（*A*）仍保持静止。"——（第二相位期的观察。）——"可以说我滞后了，嗨！可能是冲力：红色球（*B*）的冲力让蓝色球（*A*）停下，之后稍晚些时候，红色球（*B*）的冲力让蓝色球（*A*）摆动"，以下省略。

所有被试都没有预测到最初作为被动球的 *B* 对主动球 *A* 的反作用传递。首先给出一个理由，即，通常的移动传递，依靠冲撞、动量或牵引实现，这类传递是单方向的，尤其是出现在这一阶段的、半内化的初始机械传递，更是如此。这使得被试仅能赋予 *A* 球一个初始的施动角色，被试始终相信 *A* 球的施动趋势，例如柯尔最初就是这么认为的，尽管他已经 10 岁了。也许我们还应提出第二个理由。我们假设，在阶段ⅡB，*B* 对 *A* 的反向传递来源于对称的需要，因为被试已经认识了对称性和可逆性：（*A* 或者 *B* 的）自身摆荡运动的对称，以及 *A* 和 *B* 交错摆动的对称（线绳 *E* 处在＞和＜之间的扭转状态）。那么，准确来说，阶段ⅡA 的被试很少注意到交错运动，他们对相位交替的预测也因而延迟。

至于被试以何种方式来解释 *B* 对 *A* 的反向传递，实际上，一旦被试观察到交替运动（*B* 放缓，*A* 重新开始摆动），解释就不成为问题：一旦观察到 *A* 的第二次摆动，被试不会像阶段Ⅰ那样，认为 *A* 单凭自身就能重新获得冲力（柯尔仍在短时间内持类似观点），他们很快发现，这一过程与之前观察到的、从 *A* 到 *B* 的传递相似，从而符合本阶段应有的、对半内化传递过程的认识。换言之，在单向传递过程中，线绳 *E* 是两球的中介，事实证明，它同样可以成为反向传递的中介。

但仍存在第三个问题：为什么 *A* 球（以及之后的 *B* 球）在重新摆动之前会停下来？阶段Ⅰ的被试认为，如果球没有再次摆动，它只是失去了冲力，如果之后能够重新获得冲力，它就只是暂时不动。而在阶段ⅡA，*A* 球再次摆动是受了 *B* 球的影响，因此还要理解中间这段停止。可以将其归因于线绳的制动，或者归因于反制球"牵制"

另一颗球的线绳（参见，被试普遍认为，不相连的球摆动“更久”），但这又针对线绳的扭转提出了新的问题，弹力绳 E 作为两个方向的中介，要么用来传递，要么用来制动（除非传递超过了制动，参见缪斯一例）：例如，马特承认了两种函数，他首先强调了 E 起到了停止作用，之后，对于交替牵引的第二阶段，他很好地给出了 E 移动方向的极限，但没有解释它们的效果。反过来，西克成功给出了 E 的同时性运动模型，它“放缓了（A），让（B）前进”，之后是反向移动，他指出了弹力绳摆动的极限位置，但没有很好地理解细节。维特更清楚地看到线绳摆动的中间位置，并理解了 E 的三种方向与球速之间的关联。

§4. 阶 段 ⅡB

本阶段，被试开始能够预测被动球对初始主动球的反向运动。根据预测时间长短，我们将这一阶段的预测分为几类，有的预测只需一秒，有的则需数次观察（但通常在观察之前，被试已经发现，初始的主动球重新获得了速度），有的预测从第一次观察便开始，但被试并不认为这一过程的持续能够超过一到两次。本阶段被试处于 9—14 岁，有一例 8 岁 10 个月，甚至有一例提前到 7 岁 11 个月：

米克（7 岁 11 个月）“（B）也会摆动。”——为什么？——“因为这颗给了它冲力。”——为什么？——“因为它们连在一起。你把冲力给（A），因为它们在一起，所以（B）也会摆动。”但“如果我们停住其中一颗，另一颗也会停下。”——如果我没有让球停下，会怎样？——“它们会平稳地停住。”——是一个接一个停，还是？——（A 先停）“因为我们让它先摆动。”除了意识到 B“摆动有力”，他前几次观察的应答没有变化。不过，在第四次观察后，米克预测到交互传递，但他认为每颗球只会传递一次：“如果我不让它们停呢？”——“（B）会把冲力给（A），然后停下。”——为什么？——“因为它没有冲力了。”——如果它继续摆动？——“（A）会停下来，（B）会继续。”——准确来说，会反复几次？——“一次。”——只有一次，还是多次？——“一次。”观察（第二相位期）：他仍坚持一到两次。不相连的球：第二颗球“保持不动”，倘若有冲力施加给两颗球，则比相连的球摆动更久“因为它们不需要把冲力给另一颗球。”——相连的球为什么没那么久？——“因为它们总要把冲力传来传去。”重量保持不变，之后又认为摆动时重量增加。

杰普（9 岁 10 个月） B 会同时摆动，但“（A）会持续更久，因为它摆得更快。”——（观察。）——“（A）和线绳一起摆。之后它的冲力变少。（A）的冲力推动（B）。”——如果我没有让球停下，会怎样？——“（B）会继续摆动，它可能会推动（A）。”——之后呢？——“它会停止（如果此处没有判断为无中介停

止，杰普本应属于阶段ⅢB)。”——(新的观察。)——如果我没让球停呢？——“(*B*)会重新推动(*A*)。(*A*)会重新推动(*B*)。”——时间长吗？——“不长，8—10次。”——(第三次观察。)——“因为有那么一段时间，它们在一起，相互传递冲力。”——没有线绳的情况呢？——“时间较短。”——为什么(这边)时间较长？——“因为总有一颗球推动另一颗”，他认为三颗球比两颗球时间更久。

扎布(9岁0个月)　第二次观察：“如果我没让球停下，会怎样？”——“红色球(*B*)会持续摆动，之后是蓝色球(*A*)。”——之后呢？——“红色球会停下。”之后是第二相位期的观察，扎布并不惊奇，而是局限于如下应答：“因为有一条绳”，至于*A*到*B*的传递，她没有提到线绳，她认为冲力有且只有一个，被两颗球轮流获得：“如果我提起线绳会怎样？”——“它们两个会一起(并排)动。”——摆动持续时间一样长吗？——“没有线绳的时候没那么长。”——为什么？——“因为它们两个一起(并排)动，没有线绳的球不会。”——有线绳的时候，有几个冲力？——“一个。”——没有线绳的时候？——“两个。”——有两个冲力的时候摆动不会更久？——“不会，而且时间更短。”

俄勒(9岁8个月)　第一次观察：(*A*)“把冲力给了(*B*)，因为线绳朝相反方向制动了(*A*)”，从而衍生出第二次观察：“(*B*)摆动，并且又一次把冲力传给(*A*)。”

阿塔(9岁8个月)　小球总是重量(属性)相同，它有冲力时“重量少”，悬挂起来时重量多。他预测了*A*到*B*的传递，但没有预测交替传递和相位差。第一次观察：“(*B*)会持续摆动，它会让(*A*)动一点，之后会停下。”至于(*A*)的停止，“是红色球(*B*)让它制动”(依靠线绳)。同时，比较另一组不相连的球，他认为相连的球虽然有*E*的联结，摆荡时间却更短，“*E*让两颗球停住”，他又补充了以下事实：“线绳划开空气，冲力更多。”

阿瞿(9岁6个月)预测道：“两颗球相当于一个钟摆，之后动得越来越慢，两颗会同时停下。”此处仅涉及两球的交叉摆动，尚未提到交替摆动的相位。这一相位将在第一次观察之后得到预测，不过，预测到的交替只有两到三次：“总是反着的，红色球(*B*)越来越小，绿球(*A*)越来越大，之后，又反过来了。”——持续时间长吗？——“不长，没有冲力的时候就会停止。能持续两次。”——如果提供更多冲力呢？——“也许三次。”——怎么做到的？——“绿球(*A*)摆大圈(摆荡)，牵动红色球(*B*)，之后会停下，因为它需要冲力：不然它可以移动得很久。之后红色球把冲力传给绿球，绿球开始摆大圈。”相对地，重量“总是相同，如果小球动得快，重量会减轻，因为(缓慢)更加平衡，但实际是重量不变。”——如果移速快呢？——“会有一种印象，觉得它很轻。”

克雷(11岁5个月)在第一次观察后，先是认为，如果人不让球停下，“小球仍会停止”，但之后又改变主意：“就像(两扇)门板。一颗(球)过来，制造气

流，这阵风带动另一颗球多摆动一阵。”——原因是风吗？——“更可能是线绳吧。”在之后的观察中，他确定有交互传递。

比赫（12岁0个月）第二次观察（*A*停下来直至静止）：“我注意到蓝色球（*A*）停了下来，它的冲力减少，红色球冲力变强。”——如果我没让球停下，会怎样？——“嗯，也许红色球（*B*）会重新牵动蓝色球。”——你说的是“重新”？——“它（*A*）会摆动，是因为红色球牵动它。”

马赫（12岁3个月）本应进入阶段ⅢA，如果她坚信传递过程会持续。第一次观察：“啊，力通过线绳，从一颗球传向另一颗。”——如果我没让球停下，会怎样？——“红色球（*B*）会（重新）把力传给蓝色球（*A*），之后两颗都会停下，因为缺少冲力。”

阿詹（13岁7个月）在第一次观察后预测球会停止。但第二次观察：“（*A*）首先把它的移动传给了（*B*），让（*B*）摆得更有力，之后（*A*）先停下，（*B*）也会停下，（*A*）重新获得力。我没能让（*B*）重新传递冲力，因为这儿有一根绷紧的线绳。”——是因为（*B*）比（*A*）更有力吗？——“（*A*）停止的时候，（*B*）更有力；（*B*）停止的时候，（*A*）更有力。”

侯斯（14岁9个月）第一次观察后：“要么（*B*）会停下，要么（*B*）重新牵动（*A*）。”——你怎么认为？——“我认为（*B*）会停下。说到底，它会重新摆动，但幅度更小。”——你认为最后会怎样？——“它会停下。”

阶段ⅡB仅在少数被试身上得以体现，且未在阶段ⅡA和阶段ⅢA之间建立必要的发展路径，不过，仍需将本阶段单独区分出来，它能让我们了解儿童开始预测*A*牵动*B*、*B*牵动*A*这样交互传递的理由所在。被试米克从阶段ⅡA典型的应答开始：即，只有从*A*到*B*、由线绳牵动的单向运动，无法预测反向的交互传递；但在多次观察之后，他推测出反方向的效果，*A*已经停住时，*B*仍然“摆动有力”，这一事实说明，方才还是被动球的*B*发起了运动。扎普[①]也有着同样的认识过程，但他在第一次观察之后才获得认识。相对地，阿瞿几乎立刻发现了*A*和*B*的交错摆动（说它们“相当于一个钟摆”），并指出互逆的运动方向，这让他认为，小球摆动“总是反着的”，且表现出交替的相位（“又反过来了”，这一表述已经指向了相位）。换言之，此处出现了从（单独一次）摆动，到交错摆动，再到速度交替的运动可逆性的一般化归纳。相对地，阿塔先是认为*A*和*B*的移动不会交错：也许因为在第一次观察当中发现了交错的事实，同时观察到两球速度不断增大的对比，让他开始考虑互反性（他最初预测两球同步移动）。克雷提到了空气运动，但空气流动是由交互传递的趋势造成的，比赫认为存在必要的补偿，他“注意到蓝色球停了下来，红色球冲力变强”。马赫和阿詹认为，“绷紧的线绳”让运动有了两个可能的方向，俄勒则认为原因是弹力绳*E*朝反方向摆

① 应为“杰普”。——中译者注

荡。最终，侯斯很快攻克了这一难题：球要么停下，要么反向移动。

简言之，上述不同情况的被试能够开始预测，似乎是由于对称性的一般化归纳所导致，这一归纳过程，先由摆锤运动，后由（预测或者观察到的）*A* 和 *B* 的交错摆荡所规定，被试一旦认识到 *A* 减速则 *B* 增速，要么会认为这一速度不对称是单向传递导致的结果（这是尚未进入本阶段的被试常见的预测应答），要么会由于摆锤移动传递的双重对称（摆荡和交错），认为两球速度的交替将导致第三种对称，即相位交替的对称，以及 *AB* 两球主被动角色交换的对称。本阶段被试有了新的理解，是受了速度交替的启发，通过检验本阶段被试如何理解横向悬绳 *E* 的作用，可以发现其中理由所在。我们已经额外检验过一定数量的被试，他们在这一问题上表现得相当典型。例如，11 岁 9 个月的威勒，在画出线绳 *E* 的多种倾斜角度之后（他区分出了八种），他注意到，一颗且“只有一颗球摆动的时候，那么线绳的一半也会摆动”。11 岁 11 个月的特哈注意到，“一段时间之后，它会停下，因为线绳完全横着（＝无倾斜角），要么是因为没有力了”。——因为线绳变横，它才停下，还是因为没有力了所以停下？——“因为线绳横着……松开拿球的手，它会停，之后是另一颗球动，直到线绳变横。”他用我们给他的线绳末端进行演示：线绳一端固定在一点，另一端摆荡数次，之后反过来，但要以最小速度越过他所说的“横着”的位置。已经 12 岁 3 个月的阿藏对他的图示给出意见：“（*E* 的）一端移动，另一端不动。”换言之，弹力绳 *E* 在阶段ⅡA 只承担简单的传递或制动功能，而在阶段ⅡB，诚如特哈所言，线绳 *E* 成了变速的手段，这也便于被试理解多种作用的交替：正如我们看到的那样，俄勒在应答中明确提出，“*A* 把冲力给了 *B*，因为线绳朝相反方向制动了”*A* 球，他的结论是，稍后的运动将反过来，由 *B* 作用给 *A*。

§5.　阶段ⅢA（10—12 岁）

本阶段的认识新发展是，最初作为主动球的 *A*，受到最初作为被动球的 *B* 反向牵引，被试能够预测这一牵引（而不仅是在第二相位期的观察后获得认识），这使得被试开始考虑主动与被动角色的相对性，反观阶段Ⅱ，主动球 *A* 或多或少地保持了较长时间的优势，且形成了某种相对稳定的特质。被试可能会在不同的时刻预测到交互性，它所揭示的问题值得我们关注，也就是要弄清，被试从先观察后理解，发展到仅靠预测便能理解的理由。我们将阶段ⅢA 第一次观察后隐约出现了预测，作为阶段划分的标准，同时排除被试在观察后预测两球突然停止的情况（参见 §4 杰普和阿瞿的例子）：

达夫（9 岁 7 个月）开始认为，*B* 会让 *A* 放缓：“它拉着它停在原地，需要更多重量。”——红色球为什么会影响到蓝色球？——“因为这有一条绳（*E*）。球

用它的重量拉动另一颗球。”而在第一次观察后，他发现“蓝色球（A）向前冲，拉动红色球”，面对如下问题“如果我们任由它们继续会怎样？”，他得出结论“红色球（B）会牵动蓝色球（A），之后会停下，之后蓝色球会重新牵动红色球（B）。”——这一过程会持续吗？——“会持续一小会儿，但不能持续一个小时那么久”（一个小时可算作一个慷慨的应答）。

安恩（9 岁 2 个月）第一次观察后：“蓝色球的冲力拉动中间的线绳（E），从而拉动红色球（B）的线绳。”——之后呢？——“它让红色球（B）停下，或是红色球让蓝色球重新摆动？”——然后会怎样？——“也就是说，蓝色球会停非常短的时间，之后重新开始移动，因为红色球稍稍拉动了线绳。”——（第二相位期。）——（安恩指出了不同的相位，最后）：“蓝色球拉动红色球，但没那么用力。”——为什么？——“因为它走到那边（=它朝向 B 球运动），然后又回到了那边，之后向另一个方向拉动。”——如果我只拿一颗球，为什么它会停下？——“总因为它冲力不够。”——如果拿两颗球呢？——“一旦蓝色球没有冲力，红色球会重新给它；一旦红色球没有冲力，蓝色球会重新给它。”在线绳的作用下“它会比没有线绳时（运动）持续更久，因为（A）停下的时候，（B）会重新给它冲力。”至于线绳 E 的作用，安恩准确指出了相位（1）<，（2）<[①]，（3）—，等等，并认为在相位（1）顶点的位置，一颗球开始牵动另一颗球。

阿尼（10 岁 9 个月） 第一次观察：“（A）会重新摆动，因为（B）把冲力给了（A），它会重新摆动。”相连的球，比不相连的球运动持续时间短：“冲力在小球内部丢失，还有少量在线绳内部丢失。”

史达（11 岁 6 个月）“蓝色球（A）拉动线绳，让红色球动。”——它们会一直摆动吗？——“不会，一段时间后，它们会停。”第一次观察：“蓝色球牵动红色球，之后蓝色球停下，之后红色球已经（将会）重新牵动蓝色球。”——如果我没让球停下，会怎样？——“它会重新摆动：它们互相传递一个动力……哦！它们相互拉动。”

蒲伯（11 岁 7 个月）“（A）会摆在前面，（B）会跟在后面。”——能持久吗？——“不长不短吧。”观察：“（A）可能会重新获得（B）的冲力，但只能持续片刻。”

阿葛（11 岁 9 个月）“（A）的力传给（B），但不是全给，因为绳子并不硬，可能会变弯。如果是铁线绳，（力的完全传递）就行得通。”——（第一次观察。）如果我们不让球停呢？——“（B）会停下，它把力传给（A），之后停下。之后（A）时不时地持续把力传给（B）。”但这一过程持续“时间较短，如果球连在一起”而不是各自独立，“线绳牵制了它们”。

① 此处原文可能有误，2 的相位应与 1 的相位相反。——中译者注

玛戈（12 岁 0 个月） *B* 球会动："是自动的，因为有一条线绳连着它。"观察："我觉得，如果你不让球停，蓝色球（*A*）会重新摆动（他演示了 *B* 作用在 *E* 和 *F*1 的运动）。——继续解释："嗯，松开拿着蓝色球的手，它会把红色球带回来，之后会停下。之后红色球会把蓝色球带回来……啊，不，不对，它没法让它保持垂直静止，因为摆动永远不会停。"故而，他只是不承认能量守恒，但仍有疑惑，想要继续尝试（第二次观察）："红色球传给它冲力，之后，经过一段时间，红色球停下。"不相连的球："有线绳的时候，持续时间较长，因为冲力在两球间相互传递。"重量不变。

多夫（12 岁 4 个月） 第一次观察："如果我没让球停下，会怎样？"——"（*A*）会稍稍摆动，之后可能会（重新）把冲力传给（*A*）。我觉得它们做的应该是同一回事。"他认为（该过程会重复）五到六次，不能是七次。不相连的球："有线绳的时候，持续时间较短，不对，要更久，因为总是在传递冲力。"——有线绳的球有几个冲力？——"两个冲力。"——没有线绳呢？——"没有冲力。"总量不变。

拜赫（13 岁 1 个月） 第一次观察："蓝色球有许多冲力，它拉动红色球，之后停下，红色球继续摆动。"——怎么做到的？——"因为红色球获得了蓝色球的冲力。"——如果我没让球停下，会怎样？——"会像开头那样：红色球将会（= 已经）摆动，蓝色球获得红色球的冲力，之后一样。"

居格（14 岁 10 个月） 第一次观察后预测："也许（*B*）的摆动足够有力，它造成了连锁反应，所以会重新开始。"

明确进入阶段Ⅲ（开端是在 10－12 岁，某些过渡期或提早的例子见于 9 岁）的普遍标志是被试发现了完全内化的传递，它无须借助摩尔运动[①] 的中介而存在（参见第 27 卷）。在本章考察中，中介 *E* 实际处于转动状态，一些被试能将完全内化的传递上升到能量的概念，这是阶段ⅢB 应有的情形。不过，从次级阶段ⅢA 开始，已经出现了一种新的应答：（第一次观察）被试注意到主动球 *A* 摆荡放缓，被动球的移动反而递增，线绳 *E* 让摆动的中轴发生改变，也让被试立即承认了可能存在的反向移动，方向是 $B \rightarrow A$，而不再是 $A \rightarrow B$。不过，倘若传递能够保证，从原来的简单移动，发展到可能的反向移动这一过程，它有没有可能事实上（ipso facto）并不处于内化状态？我们将要分析阶段ⅢB 的结果，来重新检验方才提出的难题。

§6.　阶段ⅢB（13－15 岁）

最后观察到的这一阶段，其特征是，能量切实地从"两种冲力"（见 §5 末尾，

---

① 即弹性碰撞。——中译者注

多夫的应答）当中区分出来，这两种冲力都不完整，先从 A 传到 B，再从 B 传到 A，从而保证这一过程的相对守恒。我们通常会从阶段ⅢA 开始发现了这一观念的雏形初现，比如，某些被试希望证明他们的信念正确，根据他们的说法，有线绳 E 的摆锤运动比没有线绳的更持久（参见 9 岁 2 个月的安恩）。但我们谨慎地坚持认为，本阶段的标准应为，被试能够先于一切观察行为（而不像阶段ⅢA，要在第一次观察之后），给出运动现象的完整预测：

哈普（12 岁 8 个月） 在一切观察开始之前："（A）会摆动，移动波及另一颗球；它（A）会停下，（B）重新开始摆动，然后再返回来。"——为什么？——"（A）是因为线绳 E。"——线绳做什么了？——"它把移动传给了（B）。"——怎么传？——"那我不知道。球让线绳动，为了停下，球要把所有的力传给另一颗球，另一颗球再重新传出力。"——为什么要重新传出力？——"因为（A）静止，它能把力吸引过来。"——静止的球怎么把力吸引过来？——"因为它静止，它没那么重，另一颗更重。借助线绳，传递更容易：球越重，力越多。"——球的重量一样吗？——"一样，但如果动了其中一颗，它的重量会变。"——摆动会一直持续？——"不会，空气摩擦让它停下。"——如果没有空气呢？——"会持续摆动，不会停止。虽然移动到最后总会结束，但会持续非常久。"——最后还是会停下？——"对，那些会制动（他指向钩子），线绳会变弯。"不相连的球："我觉得持续时间一样长：两颗球连在一起，效果就像一颗单独不相连的球。"

吉斯（13 岁 4 个月）"另一颗球会被线绳牵动，是强制拉动……（B）会持续摆动，（A）会停下，（B）承受冲力，如果（A）牵动（B），它会停得更早，一颗接着另一颗停。"——之后呢？——"（B）重新牵动（A），（A）会重新开始摆动，之后重复这一过程。"不相连的球："比单独一颗运动持续更久，因为一颗牵着另一颗……我认为它也会制动，但比起相互牵动的球，这边制动效果较弱。"重量会变吗？——"我觉得因为有冲力，它会更重，虽然重量应该始终不变，但牵动的主动球会有更多力。"

毕志（14 岁 0 个月，荷普[①]的同班同学）"（A）会摆动，之后放缓，渐渐把冲力给（B），（B）会比（A）动得快。给冲力是渐渐给，取决于（A）的力。"——力和冲力，是指什么？——"冲力和速度相等，力是小球能传给别的物体的东西。"——它怎么传给（B）的？——"线绳摆动，传递了力。如果线绳（E）摆得更高，就会给出一个较慢的冲力。"——（A）给出冲力？——"对，（B）为了停下，会重新把冲力给（A），它的做法和（A）一样。"——那（A）呢？——"（A）会重新开始摆动，比（B）更有力。"——会越来越有力？——"不会，还是会放缓。"——为什么？——"因为有空气，而且传递过程中，力会流失。"——

① 应为"哈普"。——中译者注

如果没有空气，会永远持续下去吗？——“可能不会。我不知道，会有一个制动，我不清楚原因……它们的重量总会阻碍它们：上升的时候会变轻，下降的时候会更重。”不相连的球：他看了支持和反对的论据，得出结论说，两边耗时“差不多是一样的”。

戴布（15 岁 6 个月）“力会借助水平的线绳，完整地传递。力会相互交换。一般来说，得这样做……传递过程会持续，但不是同时进行。”相连的球“互相帮助，彼此支撑，单独不相连（没有 E）的球没有这个支撑。”

31 名介于 12 到 16 岁的被试中，只有 5 名（本来还有第 6 人，他已经预测到了小球运动交替放缓，但似乎要靠实验观察加强这一信念）无需任何观察，就成功给出了预测。基于实验事实（我们将在下文回顾），不排除下述可能，即，能量传递概念在未进入青春期的阶段ⅢA 已经开始形成；我们首先分析这五六名被试必定给出的预测。

被试预测的难点在于，预测包含三重可逆性：（A 或 B）单独的摆锤运动一来一回（摆荡）的可逆性，A 或 B（以相等的速度交错）短时间摆荡方向相反的可逆性，以及两个交替方向传递（A 牵动 B，之后 B 牵动 A，以下省略）的可逆性。被试很早便认识了单独一个摆锤的简单摆荡，正如第三章所示，根据被试阶段不同，他们对摆荡给出了不同的解释，但即便被试意识到，移动到达高度与出发点高度相等时，冲力会守恒，他们也无法形成补充性的能量观念①。

至于第二种可逆性，即 AB 两球独自摆锤运动方向的短暂交错，约有三分之一的被试从阶段ⅡA 起便预测到这一交错，阶段ⅡB 人数更多（参见，阿瞿），之后到了阶段ⅢA，几乎全体被试都能成功预测这一点。不过，正如我们提过的，重点是理解 AB 两球各自移动的相位差异，这是由于两球交错的原因是中介线绳 E 逐渐扭转，这一交错揭示了 AB 球速随后出现的差异，此外，被试预测到了 AB 的共同摆荡（位移方向相同，且具备同时性），却未能预测两球交替的加速度。不过，被试特哈虽然尚处于阶段Ⅱ，却已经发现了这一因素的重要性，阶段ⅢA 的安恩也明确强调了这点。

最后讨论第三种可逆性：即方向相反的传递的可逆性，先从 A 到 B，再从 B 到 A，之后交替重复这一过程。不过，这第三种互逆，阶段ⅡA 的被试无法预测到它，直到最后一次观察才能获得认识，之后在阶段ⅡB、ⅢA、ⅢB，被试逐渐可以在第一次观察之后，甚至第一次观察之前预测到这一过程，一旦互逆过程得到充分的预测，一个新的传递概念就包含在其中了。在简单的摆锤运动中，下降获得的冲力使得小球重新上升，冲力会在新的下降过程中重新复原，以下省略，对被试来说，这算不得什么难题。AB 方向互逆，A 的线绳 F_1 移动，从 A 传递到弹力绳 E，使得 E 转动或者扭转，于是又一次地，我们只能用移动的传递来解释 A 何以放缓，何以轮到 B

① 此处虽有势能介入，它的意义仅限于度量层面的认知发展。

开始摆荡，而 E 的位置则朝着 F_2 的方向不断靠近。不过，倘若被试提前认为，B 开始运动，获得了递增的速度，从而变得足够有力，能够让 A 重新开始摆动，这便牵涉到一个全新难题的解答，尤其是弹力绳 E 并不强硬，它只能轻轻推动 B 或者拉动 F_2。一旦被试观察到交替过程，就会像阶段ⅡA 那样，把它解释为某种传递；不过，若像阶段ⅢB 那样，被试在一切观察之前预测到了交替，那便意味着，被试承认，传递的本质不是从 A 到 F_1 再到 E 的移动传递（即“外化的”传递），而是：传递必须以“内化的”方式进行，它使得 B 的增速移动成为可能，这一增速与 A 失去的速度相等，之后速度还会回到 A。在小球撞上其他球，让最后一颗球移动，而自己停在原地的实验中，我们面对的是另一个难题：要在形状固定的实体和瞬时结果得到的认知发展这两者之间建立联系。相对地，F_1，E，F_2 的形状并不固定，发展过程既缓慢又渐进，传递在被动受力移动当中显得更有效果，主动施力移动遭到削弱，变得不那么主动。故而，至少有两处疑点：传递穿过形状不固定的实体，实体不能操控移动，反而要受移动的牵引，先是受到被动受力移动的牵引，后又转变为受到主动施力移动的牵引，“主动”和“被动”的角色相互逆转。此处传递的是运动的可能性，而不是运动本身，这是一个全新且重要的认知发展①。即使被试不能使用单义词来指称这种特殊的“流”，那也无关紧要：运算层面的认知重点在于，被试预测到会发生什么，并用全新类型的传递来解释，传递不再是简单地从主动施力移动向被动受力移动传递，而是逆转了主被动的角色。

仍要讨论被试如何发展到这一步。我们已经考察了阶段ⅡB，即预测的开端阶段，此时的预测，可以解释为前两种可逆性或对称性（摆荡和交错）的一般化归纳过程。阶段ⅢA 则更进一步：被试观察到 A 的静止和 B 的增速，便足以想见反方向运动的可能，且运动方向持续交替：我们发现了一些观念，包括“冲力会给出去，再重新给回来”（安恩，等人）或“力在传递”（阿葛），等等，它们与能量概念等同，我们认为，可以确认，被试理解了两球主被动角色交替的关系特性。但是，倘若中介线绳能够传递逆向的运动，那么虽然线绳处于运动状态，我们也很难否认传递具有“内化的”特性，这是因为对被试而言，传递的内容已经超越了可见的相继移动，它由某些无法感知的力量组成，虽然无法感知，但这些力量可以且仅可以通过演绎推理得出。阶段ⅢA 和ⅢB 唯一的不同在于，阶段ⅢA 的被试即使察觉 B 的加速度和 A 的减速度之间有所关联，他们也无法想象上述力量的存在，而阶段ⅢB 的被试能够提前察觉上述所有。

能否说，是传递“内化的”特性导致被试认识了能量和互逆？还是主被动球角色的交替导致了关于两者的认识？首先必须重申两点。第一，第 27 卷第二章提到了移

---

① 有必要重申，动能 $\frac{1}{2}mv^2$ 实际表示 mv 的动量随着能量增加而倍增，能量则包括与时间有关的功，以及与速度有关的力。

动的传递，阶段Ⅲ的被试能够认识 mv 的内化传递，但认识不到能量（$\frac{1}{2}mv^2$），我们不能因此责怪他们，实际在这一点上，17 世纪的笛卡尔学派和莱布尼茨学派同样无法达成共识，后来才发现两派都是对的。第二，在简单的反馈系统中，同样一项元素可能交替作用于主被动的移动，被试不一定会关注外化传递以外的其他事物，而本章研究的难题在于，两种互逆的传导过程穿过同一根中介绳，而它又相当灵活（如果使用硬直的中介绳，难题依然不变，但解决起来可能会多一些便利）。

需要承认，在目前情况下，中介绳始终处于运动状态（即，始终存在一个“外化的”传递因素），被试发现了主被动球角色的交替，从而在移动观念之外，引发了“力量”传递的观念：从而同时得到了有关传递的“内化”阐释，以及与能量观念相对应的认知观念发展。不过，逻辑推理顺序的同时性，并不等同于心理学的同时性，某些概念的联结必须要到阶段ⅢB 才会出现，这是由于所有相关概念都会提前得到演绎。相对地，在阶段ⅢA，达夫说“*A* 会重新牵动 *B*”，安恩说“*B* 让 *A* 重新摆动”，“重新给它冲力”，蒲伯认为“（*A*）可能会重新获得（*B*）的冲力”，莫格[1]指出“*B* 会把 *A* 带回来”，最终居格说“它造成了连锁反应”，基本可以确定，阶段ⅢA 的被试观察静止的中介绳，获得了有关内化传递的认知（参见，第 27 卷第三章，“力”穿过手心里的几枚硬币，或穿过倒扣在泡沫垫上的玻璃杯），“力量”[2]在球之间传递，它有足够的机会与我们称之为“能量”的概念相对应，而到了阶段ⅢB，以上内容都能提前得到预测和分析。

---

① 应为“玛戈”。——中译者注

② 如果我们在同样的实验中，不再向前或者向后，而是向侧面，也就是朝着 *B* 的方向将球 *A* 拉远，那么效果依然令人惊讶，因为线绳 *E* 不再变换着角度绕轴旋转，而是保持在相同的位置，随着其中一颗小球来来回回而变弯，同时牵制自身：不过，在这种情况下，摆动节奏更快，*A* 只能“主动”摆荡 2 到 3 次，随之而来的，是 *B* 的 2 到 3 次明显摆动，两球轮流扮演主动球。可以明显看到，线绳 *E* 牵制自身时，也会拉动 F_1 或 F_2 中的一条，其中一颗小球是主动球，拴着它的线绳 F_1 或 F_2 会在与 *E* 相连的连接点下方，以更大的角度摆荡。不过我们并不理解，倘若没有内化的能量传递，小球何以互换角色，而不是保持各自初始的运动状态，尤其是在数次交换之后，两球缓慢而同步摆荡。不过，本章实验当中，最开始摆荡很快，以我们现有的技术，很难分离出多种相位。

第六章 惯性的反作用[①]

亚里士多德的物理学完全忽略了惯性这一概念，直到伽利略和笛卡尔的年代，人们才意识到，倘若速度改变，则要求另一种力介入，倘若处于匀速直线运动或静止状态，则能自行保持守恒。日常生活中，我们常有类似的启发式经验：乘坐的交通工具起动时，我们会向后倒，而当交通工具停下，我们又会向前倒。为何观察到这一现象的人不能从中提炼出惯性的概念？故而我们有必要基于儿童运算认知的发展，分析研究儿童的应答，运算发展为我们提供了一个极佳的范例，即实体所提供的信息和被试建立物理学观念之间可能存在的关联，至于信息是否正确，是否有所歪曲，则无关大碍，此外，运算发展还提供了一个新的组合范例，即根据不同的方向，将多种移动和各种力组合在一起。

§1. 一般方法和结果

本章研究包括多个步骤，为了避免认知迁移（transferts），最好不要让同一批被试接受所有实验。最简单的实验包括，在儿童脚下拉动一块地毯，并让儿童预测和解释类似的情形，又或者在硬纸箱或在车厢顶部放一个玩偶，之后移动纸箱或车厢，等等。我们设计三个实验：

1）儿童站上地毯，我们拉动地毯，在拉动之前询问将会发生什么，会向哪个方向跌倒（实验助理会用手臂接住儿童，以缓冲跌倒效果）。之后儿童背对研究者，我们重新要求被试预测、观察和解释上述两个问题。实验可重复多次，直到儿童发现其中的规律并能够解释。

2）接着，我们将同样的实验问题稍加修改，用玩偶代替儿童，纸张或纸箱代替地毯。我们要求儿童预测放在不同位置的玩偶如何跌倒并解释，观察（数次），如果

① 合著者：伊莎贝拉·弗吕基格－芝诺（Isabelle Fluckiger-Geneux）。

观察到的事实与预测不符，便要求他们重新解释。

3）之后使用敞篷的小型车厢，称其为“列车”（有轨列车），这次要求儿童放好玩偶，让它在车起动时不能掉下来。但在选择放置地点之前，我们要求儿童回忆在列车或者在机动车辆上的类似场景。如果儿童不能决定，我们会提供几个参考位置，让儿童预测结果。之后是观察和重新解释。

4）通过 1－3 实验的被试可以接受之后 4 和 5 的问话。另有一组人数较多的被试单独接受 4 和 5 的问答。问题 4 旨在预测放在车厢后部的小球会发生什么，车起动，运行过一段路程，再停下来（车厢两侧安插小型标尺，限定了小球的移动空间）。车厢放在轨道上，以确保直线移动。先做两次预测，解释，再观察，重新解释。

5）最后一个问题，将小球放在车厢中部，重新询问被试，车起动时的效果（向后移动）和停车时的效果（向前移动）。之后是观察，要求被试重新解释。

至于本章观察到的认知发展阶段，我们需要区分预测和解释，在地毯实验中，预测和解释几乎总是成对出现，列车实验则并非如此。基于预测，阶段Ⅰ的标志是，被试面对问题 1－2，给出的解答比后续问题的应答要差；阶段Ⅱ表现为，被试可以准确预测问题 1－2 的结果，获得相对的理解（且对于问题 3 普遍有所建树），但面对问题 4 则无法很好地应答。相对地，阶段ⅡA 的被试无法准确预测问题 5，阶段ⅡB 的被试则可以基于问题 4 观察到的事实，简单地做出一般化归纳。阶段ⅡB 仅构成阶段Ⅱ和 3 之间的过渡期，阶段ⅡA 更能代表阶段Ⅱ被试的特性。最终，到了阶段Ⅲ，被试能准确预测问题 4 和 5，开始能够解释相对速度的组合，且能部分理解惯性概念，不过，儿童尚不能通过反省同化（assimilation reflexive），发现静止状态和惯性移动之间的相似性。阶段Ⅰ持续到 7 岁左右，阶段ⅡA 主要分布于 7－8 岁，阶段ⅡB 则是 9－10 岁，被试要到 10－11 岁才能迈入阶段Ⅲ。

§2. 阶 段 Ⅰ

以下是部分典型例子：

阿潘（7 岁 2 个月） 面对地毯实验，他开始的预测看似准确：“我会跌坐在地上”，符合“向后”[①]的应答，但是，背转过身，他仍然给出同样的应答，于是第二次应答变成了“向前”。“(实验)[②]你怎么跌倒的？”——“像这样。”——是你之前认为的那样吗？——“不是。”——为什么像这样跌倒？——“因为用力拉，就会跌倒。”纸张上的玩偶实验：“玩偶会跌倒。”——怎么跌倒？——“(向后)跌

① 我们系统地认为，“向后”意味着跌倒方向与地毯移动方向相反（正确的预测），“向前”意味着跌倒方向与地毯移动方向一致（错误的预测）。

② 括号里的（实验）意为我们做了实验。

坐下来。"——（实验）像这样（玩偶背转过来）？——（指出正确的方向。）——如果我稍稍拉一下玩偶（玩偶仍然背对，让它向前几厘米）？——（他认为向前跌倒。）——你再看看（实验）。是你之前认为的那样吗？——"不是。"——你怎么认为的？——"向前。"——（重新让玩偶面对实验者。）——"它会向前倒（错的应答）。"——为什么？——"因为我们向前推它。"——（实验）和你之前想的一样吗？——"不一样。"——这正常吗？——"不正常。"——它应该怎么样？——"向前倒。"之后，他给出三次错误预测。我们让儿童本人回到地毯上，面对实验者。"会发生什么？"——"向前倒。"——（实验）向前倒？——"不是。"——你认为会向前倒？——"嗯。"——（儿童背对实验者。）现在呢？会怎样？——（认为会朝他背对的方向跌倒：错的应答。）——（实验。）——"我向前倒（以他的视角向前）。"——这么跌倒是对的吗（看他会不会再次认为"正常"）？——"不对。"——现在呢？——（面对实验者）？——"向前（错的应答）。"——（实验）你怎么跌倒的？——"向后。"——如果要向前倒，该怎么做？——"要再靠前一点（他靠近实验者）。"——我们试试看（实验）。你向我这边倒了吗？——"没有。"——如果你这样（背对）呢？——"向后倒（错的应答）。"——如果我拉的话，你会倒向我这边？——"对。"——怎么做到？——"我做不到。"

"现在你在一节车厢里？"——"嗯。"——会不会跌倒好几次？——"会，如果站不稳的话。"——你站着，如果列车动了会怎样？——"我会跌倒。"——怎么跌倒？——"向前。"我们展示车厢，并要被试把玩偶放上去，要求拉车厢的时候它不会跌倒。——"背对着，放这儿（放在车厢前部，脸朝后）。"——它不会跌倒？——"不会，因为它背对着（前方的车厢壁）。"玩偶实验，我们把玩偶放在车厢中间，或放在车厢四分之三的位置，要么朝前（2 次），要么朝后（3 次），然后预测：四次预测都是错的。像这样呢（阿潘选位置，背对着前方的车厢壁）？——"它会保持站立。"——你看一下（实验）。——"没站住。"——找一个它不会跌倒的位置。——（他指的位置是对的，背对着后方的车厢壁，脸朝前。）——为什么？——"因为它能立住（演示了向后移动，然后让车厢壁撑住）。"

被试看似已经懂了，我们过渡到问题 4：将钢珠放在车厢最后，儿童称它为"铅球"："铅球在哪儿？"——"在后方的角落。"——如果我拉动车厢，会发生什么？——"它会向前去。"——什么时候？——"我们让列车动的时候。"——我拉的时候？——"对。"——你看一下（实验）。——"它向后去了。"——什么时候？——"车停的时候（几次观察意见均正确）。"——你能解释吗？——"它被挤压了（铅球被后方车厢壁挤压），车突然停下，铅球动了。"——（重做实验，将平行于车厢壁的标尺稍稍靠拢）拉车的时候小球会怎样？——"滚动。"——什么时候？——"车起动的时候。"——它会立刻滚动？——"对。"——如果我停手呢？——"它会停在那儿（前方车厢壁），因为它被挡住了。"——（实验）

怎么样？——“它向后去了！（之前未料到。）”——它和之前做得一样？——“对。”——为什么？——“因为还是有一点窄（标尺平行于车厢壁，因而指的是移动空间窄）。”我们继续靠拢标尺：“我拉车的时候会怎样？”——“球会立刻滚动。”——（实验。）——“没有。”——为什么没有立刻滚动？——“我不知道。”——为什么我拉着车，它就会滚动？——“因为我们突然停下（=产生摇晃）。”

问题5：球在哪里？——“在中间。”——如果我拉动，它会怎么样？——“立刻滚动。”——向哪儿滚？——“这儿（向前）。”——它还会有别的动作吗？——“会，像这样（向后）。”——这取决于什么？——（阿潘指出，如果小球放在车厢后三分之二的位置，它会向后去，如果放在中间或者靠前，它会向前去。）——为什么你会这么想？——“因为列车也会这么动。”我们做了实验，但是阿潘没有找到解释理由。我们把球放在纸上：阿潘预测向后移动（正确），但是，如果是在地毯上，他就预测向前移动！我们把玩偶和小球都放在纸上。“如果我拉它？”——“玩偶会这样（向前），小球会这样（向后）！”

玛尔（7岁3个月）预测认为，在拉动的地毯上，她会向前跌倒“因为你从那边拉扯”。实验过后，她背转过身，仍然预测向前倒（现在对她而言，是“向后”）。实验过后，她解释说：“因为你把地毯向后拉（向她背后拉），那么我就会向前（面朝的方向）滑倒”，这是正确的观察结论，但随后，纸箱上的玩偶实验，玩偶背对实验者：“它会跌向门的方向（错误），因为你拉向门：它会在那儿跌倒。”继续朝同一个方向拉，阿潘[①]预测玩偶会朝我们拉的方向跌倒（四次），只有一次预测了反方向，还是因为背对的缘故。“拉地毯的时候，你怎么倒的？”——“向后（正确），之后两次朝向门（错误）。”问题3：为让玩偶不跌倒，要把它放在车厢前部还是后部？拉动的时候，“它会向前倒”，因为是朝这个方向拉，以下省略，如果把它放在车厢最后，它会“向前”跌倒。后者在实验中的结果尤为让她惊讶，我们过渡到问题4，她得出结论说，小球会停在车厢最后。但很难分辨这是认知迁移，还是自发得出的观点，尤其是在实验的末尾，她又一次认为，放在车厢最后的玩偶会向前跌倒。

赛尔（7岁0个月）预测向前跌倒：为什么向我跌倒？——“因为你拉它（=朝那个方向拉它）。”——你会向后倒吗？——“随便哪边：两个方向，要么前，要么后。”——（实验。）——“不对，但如果你在那边（相反方向）拉，我会倒向那边（正确：根据事实情况，自发选择了反方向）。”——你转身，如果我拉这边，你会怎么倒？——“向这边（错误=拉动的方向）。”——（实验。）——“不对。如果你在那边拉，我总会向那边（向后）倒。”又尝试一次，他用到了方才发现的规律。问题2（玩偶）：“它向那边倒（正确）。”——背过身呢？——“会向

---

① 有必要重申，动能 $\frac{1}{2}mv^2$ 实际表示 mv 的动量随着能量增加而倍增，能量则包括与时间有关的功，以及与速度有关的力。

这边倒（错误）。”——（实验。）——是你之前认为的那样吗？——“不是。”问题3：他有时预测错误，有时正确，“因为有几次我找不到了（找不到规律）”。问题4：球从出发点开始“会滚，会动”。——（实验。）为什么它停着？——“因为它在这边受到支撑（混淆了方向）。如果放在中间，它就会动。”停车时球会移动，是因为“列车突然停下，让它动了”。问题5：车起动时，球向前去，如果把它挪开2厘米，“它总是朝着距离近的那边去”。

应答事实看起来很明晰。作为本阶段的典型，我们全文（in extenso）引用了阿潘的应答，虽然我们让他做了各种各样的观察，他始终认为跌倒会倒向拉动的方向。一直到了最后，仅有一次（他仍说玩偶会向前跌倒），他得以相信小球会向后移动。相对而言，被试赛尔最接近阶段Ⅱ，经过几次试错，他能够迅速预测地毯上的跌倒“总会”倒向拉动的反方向；他想把这条规律推广到纸面上或车厢上的玩偶，却很快忘掉了规律，又回到了（跌倒）与拉动方向一致的预测。

纵观本阶段六十余条应答，仅对问题1—3而言，无论是观察后给出新的预测，还是一开始就给出观察意见，我们发现，71%预测与拉动方向一致，对应着29%预测“向后”跌倒。预测“向后”的这些应答，一部分是由于刚刚做过的实验（参见，赛尔对问题1的应答），还有一部分是表面看起来正确，比如阿潘最开始的应答（“我会跌坐在地上”），这些应答以人的身体位置为参照中心，而不是以支撑物的移动方向作为其参照。

似乎可以确定，我们记录的应答并非出于偶然（两个方向的应答均为50%左右），倘若被试不理解惯性，则可能给出偶然应答（也无法从实验中获得意识），然而，在地毯实验和纸箱上的玩偶实验（问题1和2）当中，我们发现了某种系统性的应答。面对问题4和5，这一应答形式令人印象深刻（尤其是问题4，而在整个阶段Ⅱ，我们都能发现这类应答），被试认为，球受到车厢牵引，会立刻滚动，并获得一个速度，且球速绝对大于车厢行进速度！在地毯实验中，不涉及平移，要考虑的是跌倒，被试会认为倒向拉动的方向，而不是相反方向，就好像此处存在着移动的传递。传递确实存在，这是由于儿童或玩偶的双足会受到地毯或纸箱的牵引，但这并不是被试所说的，由摩擦力导致局部移动的传递：而是跌倒方向的传递，理论上，被试认为跌倒方向受牵引方向支配，不用说，他们完全不理解惯性，甚至不理解作用和反作用的方向二元性。

在这点上，实验结果令人惊讶，即被试在实体移动方面的意识很差。阿潘，他已有7岁，明确知道有轨列车起动时，会有跌倒的风险，但他却认为会“向前”跌倒，在这一阶段，他的观点具有普遍性，牵引过程不存在惯性，这样的错误观念占了上风，甚至盖过了几乎天天发生、让被试意识到的效果。理由很简单：推拉客体时，运动遵从主动的调节作用，被试得以认识实体的移动方向，认识客体本身，而根据不同

的阻力，费力程度也会有所调节，从而导致传递运动格式过早出现，以及作用于客体的力臂（或是长棍，或是其他作用于客体的工具）移动传递格式过早出现；相对地，倘若运动承受这类结果，却不对它们加以调节，那么，如果运动不出现，出现的只有我们先前提过的、非自愿承受的“激活”（passion），就会导致被试对此缺乏意识，而观念进入意识，其作用在于方便了调节，本章实验中，唯一的调节是为了跌得不那么重……

至于地毯实验对纸箱上的玩偶实验的迁移，它并未触发难点，平均来说，结果也相同（70% 同等阶段的被试能将阶段Ⅰ持续到 9 岁），也有个别超前的例子（10% 左右），但与观察意见相比（20% 左右）仍有差距，似乎玩偶实验的客体化过程导致了一般化的认知转向，认为玩偶会倒向牵引方向。而问题 3 的小车实验则提供了一个明确的事实：应答结果平均较差，我们之前提到过，赛尔彻底忘掉了跌倒规律，虽然他在地毯实验中已经强烈肯定了这一规律（“总会”向后倒）。

§3. 阶段ⅡA 和ⅡB：在问题 1—2 上成功，在问题 4 上失败

跌倒方向问题和移动物（如小球）平移问题之间存在显著的差别，我们接下来将会看到，被试能够正确预测跌倒方向，却完全没有意识到方向问题和平移问题存在相似性。因而需要近距离考察这一情况。首先给出阶段ⅡA 的例子（问题 4 和 5 应答失败），开始的两例尚处于阶段Ⅰ和阶段ⅡA 的过渡期：

塔格（6 岁 3 个月）　开始显出了犹豫（问题 1）：向前还是向后？第一次尝试后：“这正常吗？”——“可能吧，我完全不知道”，但在之后的实验中：“总会向那个方向”（向后），无论正对还是背对。倘若我们向另一个方向拉动地毯：“向那边，因为每次你向那边拉，我总会这么倒，如果你向那边拉（反方向），我都会这么倒（正确）。”玩偶实验（问题 2）则有 6 个正确预测，无论正对还是背对，抑或改变牵引方向，“因为你拉地毯，我就会这么倒；（所以）如果你拉这边，玩偶就倒向那边”。相对地，在列车实验中，他的相对记忆就不够准确，“有几次突然制动，我就后退了几步”，他混淆了起动和停车时两个相反的移动方向。不过，对于问题 3，他给出的多次预测再次变得准确。尤其是，列车起动时，车厢后部的玩偶不会跌倒，“因为它靠边，通常它向那边倒（向后）：那么边上（的车厢壁）就会撑住它。”相对地，如果从玩偶过渡到小球（问题 4），同样放在后部，小球“会这样滚动（向前）。”——如果我让车厢动呢？——“你动，它就会向那边去（向前）。”——如果我停下呢？——“如果突然停下，它会重新向后去。”动手尝试后，

他坚持他的看法，即车厢起动时，小球会向前去：如果事实并非如此，那是“因为你移动时，它不能动，因为有东西牵制它：是这些小栅栏（平行于车厢两侧，完全不会妨碍移动）的缘故。”——如果没有小栅栏会怎样？——“它会向那边去（向前）。”——为什么？——“……”——是什么让它向前去？——“你停下的时候：它动了（它应该从最开始就一直在动……）。”问题 5（球放在中部）：“那边或者那边，我不知道。”——你猜猜？——“我猜会向前去，接着向后回返一小段。”——为什么？——“它会到那边（向前）。就和之前一样（他忘了问题 4 的观察发现），然后回来一点，但不会走到底。”两次实验之后，他给出一连串新的错误预测，我们把球放在四分之三的位置（接近车厢前部），他显出犹豫：“也许是那边，或者那边。”——你能否决定是哪一边？——“那边（向后），和我在地毯上一样？”——它和你一样？——“我猜它会和我一样：你拉的时候，我会向另一边倒。”——为什么？——“没什么牵住我不倒。”然而，虽然塔格在此处获得了类比式的顿悟，但他随即以一次错误的预测结束应答：停车时，球向后倒，列车制动“能让球向前或向后动”。

拉尔（7 岁 8 个月） 问题 1：“我会跌倒。”——向哪边？——“那边（向后）。”——你会倒向我吗？——“不会，因为如果你拉地毯，我会向后倒（正确指出两个相反的方向）。”——（实验）你之前是这么认为的吗？——“对。”——（背对。）——“那边（正确）”，以下省略。问题 2：向后倒。我们换另一方向拉动：预测仍然正确。问题 3：她认为合适的位置是车厢后部“因为它能撑住（向后倒的球）。”——如果把它放在这儿呢（支撑在前方车厢壁）？——“它会倒向这边（又一次向后）。”——列车向哪边行进？——“那边（正确）”，以下省略。我们重新回到纸箱实验，但这一次，她把它和列车的起动与制动做了类比，思路有些混乱。问题 4：小球会向前去！“如果我停下来呢？”——“向后去。”——（实验）和你之前想的一样吗？——“不一样；之前（起动时）它从那儿开始出发（靠后的一小块空间），停车的时候，它又回到那儿了。”

不过，考虑到问题 2 尤其是问题 3 的观察（实验）当中可能存在的认知迁移（参见，塔格发现车上的球和地毯上的他有所相似）①，我们现在援引一些没有通过问题 1—3，直接从问题 4 开始问话的被试：

阿坡（7 岁 9 个月） 问题 4：“小球会向前去。”——为什么？——“因为列车向前行进。”——所以说？——“球和列车同方向行进。”——（实验。）——“列车行进时，球停在原地，列车到达时，球向前去。”——你能给出解释吗？——“不能。”——你怎么认为的？——“我认为球会和列车一同前进。”问题 5：“球放在

① 值得注意的是，平均而言，我们从未发现，被试能从问题1、2的运动观察出发，得出问题4、5的预测：将问题 3—4 和问题 1—2 正误预测分成两组，我们没有找到它们之间明显的统计学（卡方检验使用了叶氏校正法）关联性。但不否认，在个体层面上，仍可能存在某些迁移影响。

哪里？”——“中间。”——如果我拉动车厢？——“它会向这边（向前）。”——为什么？——“……”

阿皮（7岁7个月） 相同的预测。解释观察到的事实，之后是问题5：“是；列车和车速”让球在停车时向前去。球在车起动时向后退，则是“因为它引发一个小的弹跳，车出发得太突然了。”

玛戈（8岁7个月）没有被问及地毯实验，而是直接进入问题3，所有应答均正确：需将玩偶放在车厢最后“因为（起动时）有些摇晃，它不能向后倒。”——如果我停下呢？——“会向前倒。”如果把它放在车厢中部“它会向后倒，并且移动”，以下省略。相对地，问题4当中，小球“会向前滚到底，停车时，它会稍稍向后退一点。”——（实验。）——“它向前了。”——什么时候？——“仅在路途当中，仅在车停时。”——为什么？——“车一下刹住，出现一个快速的摇晃，让小球向前去。”问题5：“球放在哪儿？”——“中间。”——如果我拉动列车？——“它会向前去”，以下省略。

恰在两周（14天）后，我们再次见到玛戈，我们重新发问，就像第一次发问一样。对于新的问话，玛戈难以重复之前的应答：他先是认为，列车“起动时有些摇晃”。——怎么动？——“向后去。”他把玩偶放在后部：列车快要停下的时候呢？——“会向前跌倒。”将玩偶放在中部：车厢起动时“会向后去”。过渡到问题4：“会向前去。”——什么时候？——“列车出发时。”——为什么？——“因为它推动小球，在出发的时候。”——停车时，球会怎样？——“会停在车厢前部。”——你再看看（实验）。——“只在车停的瞬间，小球移动。”——和你刚才想的一样吗？——“不一样。”——那为什么会这样？——“停的时候，它推动小球。”问题5：“停车时，小球向前去。”——为什么？——“它推动小球。”——什么推动小球？——“刹车。”——起动时，它对球做了什么？——“球会停在中部。”（参见，问题4，球在车厢后部！）观察之后，我们询问是否与问题3有相似性：“你站在列车上，和小球在车上一样吗？”——“不一样，因为我能自己站住，球不能，因为球是圆的。”虽然两周前做过多次观察，且在问题3过渡到4以及4过渡到5时，都重新做了观察，玛戈丝毫没有改变他的初始回答。

毕乐（9岁6个月） 问题4：“球会向前去。”——它会立刻离开原先的角落？——“对。”实验：结果相反，不过“停车时，列车推动小球。”问题5（球在中部）：“球会向前滚动。”——（实验）和你之前想的一样吗？——“不一样。”——怎么会这样？——“给了一个冲力，像这样，这样推”（停车时小球运动，类似一颗球被另一颗推动，而另一颗却停了下来）。

伊沃（9岁6个月） 问题4：“（底部的）球会到另一边。”——为什么？——“因为我们随着车轮拉动铅球……它和车轮同时滚动，它不会比车轮先动（！）。”——（实验）发生了什么？——“球停在车厢后部，之后停车时，它

向前去。”——为什么？——“铅（球）没有足够冲力到达另一边。”——冲力是哪儿来的？——“停车时（他转而陈述事实）产生一个摇晃。”问题5：“球会向前去，还会向后回返，最后停在中间。”——（实验）“球向后去，之后停下，然后我们突然停车，球又向前去。”我们回到问题4，伊沃找到了方法来证实他之前的想法：“起动时，产生的风让球停下，而不让它向前（！）之后有一次撞击，让球向前去。”

弗哈（10岁6个月） 问题4：“列车起动时，铅球会向另一边去。”——（实验。）——“突然制动时，球动了，因为它不能抵御撞击。”——为什么？——“因为列车不能像应该停的那样停下。”——为什么起动时也有撞击，但球没有动？——“因为撞得不够突然。”问题5：“铅球和列车一起向前。如果列车向另一个方向，铅球也会向另一个方向。”——（实验。）——（惊讶，之后根据事实重新组织观点）：“撞得不够狠。”

科拉（10岁8个月） 问题4：“球会滚动（向前）。”之后他又动摇了：“球会停在原地，因为有些小的线条（车厢地板纹路）。”——（实验。）——“它向前去了！”——立刻动了？——“没有。到这儿的时候（停车时）动了。”——为什么？——“你转向后方，之后才向前去（他试图证明自己观点）。”——不对，你再看看。我让车向后转了吗？——“没有。”——有什么东西（阻碍）吗？——“有，停车时，球应该会滚动！”问题5：“它向前去”，之后又动摇：“它会停在列车中部。”——（实验）为什么球没有前进？——“它应该会前进的！”

乔司（10岁5个月）的应答需要引述为阶段ⅡA，他看似已处于阶段ⅡB：问题4预测错误，至于问题5：“球会向后去，因为列车向前。”但实际上，乔司认为球会向前，只是不如列车前进速度快：“如果我们跑得很快，其他事物就会抛在后面。同理：车速比球速快，列车有引擎，球没有。”因此（他的回答）尚不涉及阶段Ⅲ才能发现的相对运动，即球相对于车厢后退，相对于轨道则停在原地：此时仅需比较两个方向相同、而不相等的速度，直到下一阶段，才能通过比较，发现上述相对性。

阶段ⅡA的被试，面对问题4、5均告失败，在30名未接受问题1、2问话，且处于阶段Ⅱ的7—12岁儿童当中，九成[①]被试处在7—8岁，一半处在9—10岁，没有11—12岁的案例。以下是阶段ⅡB的例子，可以发现，这些被试能用问题4中观察到的事实来解决问题5，首先是显出迟疑的两例：

弗洛（9岁0个月） 问题4：“球会走到底（=向前）。”——为什么？——“因为我们拉的时候，它这么走（向着拉动方向）。”——（实验。）——“停车的时候，球会动。”问题5：“球会一直走到底。”——立刻动起来？——“不是，先是向后，

① 原文如此。——中译者注

之后向前……先是向前，再向后去。”——（实验。）——“不对！”——为什么？——“我也不知道。”

侯斯（9岁2个月）问题4：“向前去。”——为什么它不停在角落？——“因为它没有被黏住。”——（实验。）——（惊讶。侯斯检查是否有胶水黏着球。）“停车时，球动是很自然的事。但如果车没有停……是什么让它停下？（=牵制它。他凑得更近，观察球。）不对，这儿没有磁铁。”问题5：“它会向前，之后向后。不对，可能先向后去。”——不会立刻向前去？——“不会，因为车停了。”

瓦勒（9岁10个月）问题4：“它会滚动到底，也许停车的时候，它会向后轻微弹跳。”——（实验）“停车时，它会动。”——为什么？——“它没有停在角落，因为它是圆的，所以会滚动。”——但为什么车起动时，它停在原地？——“因为它没有足够的冲力动起来，因为它重。”——如果用更轻的球呢？——“结果还是一样，但应该会走得更远。”问题5：“我认为它会向后去。起动时，它向后去，停车时，向前去。”——为什么？——“会向反方向去。”

卡勒（10岁6个月）问题4：“会移动（指向前方，路线呈Z字形）。”——（实验。）——“是风让它停着（车起动时，球停在角落！）。”问题5：向后“停车时，它向前去。”

米尔（12岁6个月）问题3（车厢里的玩偶）：“列车起动时会发生什么？”——“会向后跌倒。”——如果停车呢？——“向前。”问题4：“它会滚动（向前）。”——（实验。）——“对，这很正常，因为我们向前拉，它应该会停在原地。”问题5：“它会向后去。”——停车时呢？——“有一个小的撞击，它会向前去。”

本阶段还要引用加勒（9岁1个月）的例子，他能立刻在问题1、2上获得成功，但面对问题3（车厢里的玩偶）却失败了。目睹了与预测相反的实验事实，他给出了问题4、5的精准预测，倘若他成功解决了问题3提出的难题，可以说他到达了阶段Ⅲ的门槛。同时，对于问题5，他确认了车厢移动时，小球“会向后去”，车速超过了球速，我们在车厢上放置一座桥：“如果我拉动，你能从桥的另一侧看到球吗（相对于外部的参照物，球有所后退）？”——“能。”——你再看看，看到球后退了吗？——“没有。”——如果我拉得更用力呢？——“看到了，能从桥的另一侧看到球。”——你再看看（重新尝试）。你刚才是这么认为的吗？——“不是。”

我们首先注意到，被试塔格和拉尔成功回答了地毯上跌倒的问题，玛戈两次成功通过了问题3（车厢内跌倒），但对问题4、5，仍然预测车起动时，球会向前去，没有发现客体跌倒的方向和球移动方向之间的相似性（除了塔格，临近应答末尾，他发现了相似性，却仍绕回了错误的预测）。不过，由于我们在两名被试[①]的应答中，

① 即玛戈和米尔。——中译者注

发现了言语性迁移（球不滚动，而是向前或向后“跌倒”，这一表述是从前面人与玩偶跌倒的问题迁移过来），我们只引用了没有通过问题1－2（也没有通过问题3，除了玛戈）的被试。继而，针对这些被试，我们发现，在问题4上，（35名被试中）7－10岁期间，有75%的牵引应答（球与车厢移动方向相同）对应25%的正确预测，到了11－12岁，77%的预测均正确（属于阶段Ⅲ）。

本阶段应答的意义十分明确：被试认为，从车厢移动到球的移动，存在一个简单的传递过程，但他们竟然没有怀疑，相对于支撑物和轨道，球（怎么）可能获得比车更快的速度！被试假定移动传递存在，这是很自然的假定，因为在本阶段，移动传递是唯一能被理解的因果关系形式，被试从线性传递移动和工具性运动当中，获得对它的认识。故而不言而喻，对于被试而言，由于车厢前行，它会把移动传给球：正如阿坡所说“球和列车同方向行进，因为列车向前行进”。由于车厢传递了移动，球在停车时能够有效前进，类似上述的解释在被试看来更加合乎情理：他们认为，很明显，从车起动开始，就会出现同一方向上的移动传递。

故而，真正的难题并非在于理解被试何以会考虑传递过程：实际上只需考察，为何他们无法从实验结果察觉到，（按他们的解释）球应该比车厢速度更快。实际上，倘若车长L的列车花费时间T经过同样长为L的轨道，而在同样长的时间T里，球从车厢后部走到车厢前部，它理应走过$2L$的距离，从而速度是车速的2倍。但是，要这样推理，需要找到车厢外的参照系统（轨道或桌面），为了预测球在车内的移动，还要保持车内参照系统的恒定：不过，要到阶段Ⅲ（10到11－12岁），被试才能获得相对运动（两种参照系统）的观念，这是由于形式运算刚刚形成。而在阶段Ⅱ，儿童仅能参考车厢内部相对静止的环境，推断球的移动，这不成为问题。例如加勒，我们向他展示了车厢上方的一座桥，以其作为外部参照物，他接受了小球实际会向后退。不过，这位被试已经接近阶段Ⅲ的门槛：不过，毫无疑问（a fortiori）他仍属于较低阶段的被试群体。

但仍有几处新的难点：倘若车厢被选作参照物，球比车快，那么，从外部看列车，则车厢完全不会静止。实际上，儿童首先预测机动车的起动，这是从外部看的状态，之后，预测球的移动，却移换了视角，球在车厢内向前去，是从内部看的状态，因为内部参照环境相对静止。故而在两种系统之间不存在协调过程，视点也相互混淆（正如鲁奎[①]研究的儿童绘画空间那样），由于混淆的存在，儿童未能感到他们的认识存在矛盾。

在引述的例子中，仅有一例，乔司，他的应答趋近相对运动，这是因为，观察之后，他发现列车起动时，球明显后退，但他解释的方式却像在说，球没有真的后退；只是，

---

① G. H. 鲁奎，法国学者，著有《一个儿童的素描》，提出儿童绘画四个阶段的内在智力模型假说。——中译者注

他并不认为球保持静止（阶段Ⅲ大多数被试能够认识到这点），而是简单地承认，球前进了（保留了他的初始观点！），但速度比车慢。

被试的认知中存在强大的阻力，他们坚持从起动开始，存在着与车厢同方向的移动传递，为了维护这一观点，一旦观察到本应向前的球没有移动，他们就用如下理由予以辩解：如，缺乏冲力（伊沃，弗哈，瓦勒），空气的相反运动（伊沃和卡勒），有什么东西阻碍（科拉），胶水或者磁铁（侯斯），等等。这样的认知阻力表明一个事实，即阶段ⅡA 的全体被试（前文已给出他们的比例）都忙于在问题 5 上重新预测一个向前的传递，仿佛球从车厢后部位移到中部的事实揭露了他们初始预测的错误，必须加以更正。

至于阶段ⅡB 的被试，他们对问题 4 的应答与阶段ⅡA 无异，且拘泥于把问题 4 观察到的事实迁移到问题 5 的应答，然而他们并不理解这些事实。此外，阶段ⅡB 被试要么用摇晃，要么用两颗球当中，主动球推动被动球后，自己停下的传递过程（参见，毕乐），来解释停车之后，小球为何向前去。

§4. 阶 段 Ⅲ

我们已经数次地发现，8 岁左右的被试，有时能给出问题 4 的正确预测，但在预测之前，先要用列车上的跌倒实验来诱发联想。明确进入阶段Ⅲ（无前期准备，也能正确预测）的例子则要在 10 岁左右才出现：

席勒（7 岁 11 个月，接近 8 岁 0 个月） 列车起动时，“会向后倒”。问题 3：她把玩偶放在车厢前部“因为列车向这个方向开动”。问题 4：“停车时，它会向前去”，但起动时它停在原地。问题 5：“球先是向后，然后停车时，它向前去。”——你怎么知道的？——“因为我在刚才的实验中看到了（问题 4）。”

帕克（8 岁 5 个月） 列车起动时，“我有向后倒的风险。”——列车停下时？——“向前倒。”问题 4：“球在停车时，会向前去。之前一直向后去。”——为什么？——“因为前进时，它被向后抛掷。风（重新）推了它。”——但没有风啊？——“那是因为它重。”问题 5：“球会稍稍向后滚动”，之后，停车时“球会重新向前去。”——为什么向后？——“起动时，它被向后抛掷。”

迪特（9 岁 4 个月） 在问话开始，仍处于阶段ⅡB 和阶段Ⅲ的过渡期：地毯实验应答正确，虽然不太确信，但在车厢内玩偶位移问题（问题 3）上仍有一处错误：他认为放在车厢后部的玩偶，“如果我们拉车，它会跌倒”。相对地，问题 4、5 预测正确，他对惯性和移动传递有良好的直觉：（问题 4）“如果我们突然制动，它会向前去，即使缓慢制动，也是同样。制动之前，它会停在原来的角落。”——为什么列车停下时，球没有停在原来的角落？——“因为制动给了冲力，所以停

车时，它动了：球继续了（车厢的移动）。”——为什么会继续？——“车制动时，球会继续。就像我们（使用交通工具）走得很快，然后制动时，就会动起来。”问题5：正确预测。“倘若我们从另一侧拉，它会朝反方向去。”——请用手指划出球的移动路线。——“像这样（手指未动）：它停在原地，列车前进。”

阿藏（9岁10个月） 问题4：“制动时，它会向前去。”——制动之前呢？——“可能会向前去，可能不会。”——（实验。）——“它黏在车厢后部，列车有速度，它不能向前去（=不能追上列车！）。”——停车时呢？——“车没有速度了，球会前进。”问题5：“球会向后去”，停车时会向前去。“为什么向后去？”——“速度让它向后去：速度太多了，球没有足够的力，足够的平衡，让它停在原地，所以会向后去。”

杰尔（10岁0个月） 问题4：“车停下，它向前去。”——停车之前呢？——“它会一直停在角落。”——为什么？——“牵引力牵制着它，它不能前进，因为列车在前进。”——（实验）为什么起动时，球停在车厢后部？——“就像一股气流，一种压力，牵住它不动。”——停车时呢？——“没有压力了，球就会向前去。”问题5：“球会向后去，之后车停下，它会向前去。”——（实验。）——“起动时，就像（人或玩偶）在车厢里一样（我们没有从这个角度问他），会向后倒，停车时，会向前倒。”——是什么让球向前进？——“是力。”——力是从哪儿来的？——“从你的手上（手让车厢移动）。”——它怎么把力传给球？——“我们拉（车）的时候传出去：（所以）停车时，球有了力。”——但当球在车厢中部，我拉车，是我把力传给球吗？——“对，但如果你向前拉（车），球不能拉一下就前进（=存在传递，但会延迟出现）。”

吉格（11岁1个月） 问题4：“开始，铅球会停在车厢后部，但停车时，它会前进；它会停在后部，直到列车停下。”——为什么？——“因为起动时，列车走得快，球会紧贴在车厢后部。”问题5：“会向后去”，制动时会向前去。——为什么向后去？——“因为列车走得很快，铅球被向后推。”——什么推了它？——“车向前去，铅球留在（他用重音强调了这个词）后方（因而出现了相对运动的开端）。”——为什么停车时它会动？——“是因为冲力。”

赛尔（11岁2个月） 问题4：“起动时，它停在那儿。制动时，它会一直滚动到车厢最前部。”——为什么？——“起动时有一个冲力，列车要前行，那个（球）则要去往相反的方向。”——停车时呢？——“球与列车前行方向相同。”——为什么？——“没有什么让它停下来。”——有什么东西把它往前推？——“是冲力，在停车时出现。”——冲力从哪儿来的？——“从列车来。比如自行车轮受到阻碍的时候，会制造一个冲力：车轮会向前去。”问题5：“球会向后去，停车时，球会

朝另一个方向去。"——用你的手指[①]演示一下。——"球后退，但仍停在原地（相对运动！)。"——为什么向前去？——"是冲力让球动了。"

比乐（11 岁 9 个月） 问题 4：准确的预测。"为什么停车时它动了？"——"因为摇晃。"——哪里摇晃？——"到处都摇晃。"问题 5："它会向后退，之后车停下，它向前去。"——为什么后退？——"因为球几乎始终待在原地，别的东西（车厢地面）在球底下滚动（相对运动！)。"——（实验）"对：球滚动，球底下也有东西在滚动。"——之后呢？——"之后球还在原地。"——你能用手指演示吗？——"车厢前进了，而不是球前进。"——为什么球停在后方？——"因为球没有跟随列车移动。"——没有做同样的移动吗？——"没有，不一样：球相对于轨道停在原地，制动时，球向前去。"

巴赫（11 岁 6 个月） 问题 1："地毯向前去，我向后倒。"——为什么？——"因为脚自动向前去。"——那你为什么会向后倒？——"高处的身体更重。"问题 2："玩偶也会向后倒，和我一样，因为重量在脚掌上，脚滑了（此处重量施加在牵引力作用的点上)，我就晃倒了。"问题 4："和地毯上一样：拉动的时候，会把它晃倒。"问题 5："用你的手指演示一下。"——"它会停在这儿（相对于周边环境，球处于静止)，因为车厢前行，球停在相同位置。和这里（周边环境）相比，球没有动。"——这边（问题 4）为什么球会停在角落？——"起动时，列车前进，球不动；停车时，球向前，取代了车厢。"——取代了？——"不是，没有取代车厢，是这样（手势比画，球接续了车厢先前的前行)。"

迪格（12 岁 6 个月）给出同样的应答："因为车轮突然停下（他之前的详细说法是，四个车轮一起停下)，球继续前进。"

我们首先注意到，两名 8 岁的被试，席勒和帕克，实际处于阶段Ⅱ，他们能把跌倒实验学到的东西用于后续的预测，但并没有真的理解。相对地，阿藏已能比较各种速度：列车前行时，球无法赶超车速，停车时，它承继了列车的移动，从而向前去；反之，面对问题 5，阿藏只能用失去平衡来描述速度。杰尔认为车速起到了反制的效果（他称其为"牵引力"或"压力")，以此解释问题 4 车起动时，球何以保持静止，至于停车时球的前行（问题 5)，他认为原因是略有延迟的力的传递。这类运动学的时空性思考，在吉格那里变得明晰：球不后退，而是在车行进时"停在"车厢后部，这是相对运动的开端。而迪特、赛尔和巴赫用指尖点着小球（阶段Ⅱ的被试在这一问题上毫无建树)，他们能够理解，球看似后退，实际停在原地，而停车时，球前行，是由于传递过来的冲力。比乐最终主动发现，表面上后退的球没有位移，因为"别的东西（车厢地面）在球底下滚动"：换言之，相对于外部参照系统，车厢滚动，而非球滚动；他甚至进一步细化，"球相对于轨道停在原地"，仅在停车时做出真实有

① 手指放在轨道边沿。

效的位移。

故而，我们呈现了各种移动的组合，这是它们第一次与事实相对应：机动车移动时，球保持静止，之后车停下，球将车的移动继续下去。需要注意，虽然相对于车厢内部参照系统，球产生可感知的移动，但相对于外部参照系统，球是静止的，一旦被试开始理解（参见其他研究），力不仅介入移动的情形，也介入平衡的状态，就会发现，即使一个重物是静止的，它也有向下拉扯、伸展的趋势。儿童认识相对速度，常与他们对虚功的理解成对出现，这不是巧合（达朗贝尔[①]曾称其为“虚速度”）。

不过，本阶段被试仍不能理解移动传递的持续和球静止之间的共性，从而不能理解一般形式下的惯性，即速度等于0（即静止）或大于0的匀速移动的惯性。实际上，在我们的实验当中，惯性以两种形式出现：一是停车后，车厢向球传递的运动的守恒，二是车辆行驶中，球的静止的守恒。阶段ⅢA的被试还不能发现这两种现象可以统一，但对两种形式的分别理解开始成形。

运动传递的守恒提出了两个不同的难题：一是传递本身，二是传递的延迟表现。谈到传递本身，它并没有在我们划分的任何阶段显出问题，这是由于全体被试儿童（阶段Ⅰ和阶段Ⅱ）确实认为，车起动时，车把同方向的移动传给球，同时作用于车厢自身（即，使车速加倍）。真正的难题则是，由于理解了相对运动，被试承认，车起动时，球看起来（相对于车厢）会向后退，但实际（相对于外部环境）会停在原地，且仅在停车时，球才能将列车传递过来的移动维持下去：故而此处只需讨论，传递为何有所延迟；杰尔指出，我们拉动列车，“球不能拉一下就前进”，即不能马上前进，得要车停之后，球才能向前进。不过，停车后的传递得到了良好的理解，被试将其视为一种守恒：例如，迪特坚持认为，“因为（制动）给了冲力，所以停车时，它（球）动了”，更确切说“停车时……球继续了（车厢的移动）”。杰尔也认为：“我们拉（车）的时候传出去（车把力传给了球）；（所以）停车时，球有了力。”赛尔则说：“是冲力，在停车时出现”，冲力“从列车而来”。巴赫更断定，“球向前去，取代了车厢”，迪格则说：“车轮突然停下，球继续前进。”

阶段Ⅲ的被试已能隐约预感到运动传递的惯性守恒，但仅在被试认识以下事实，并将事实与守恒相关联的时候才成立，即球看似后退，实际始终保持静止；这是由于，如果球真的后退，则守恒不成立，而必须引入一个新的“冲力”。这并不意味着惯性的两种状态，即移动和静止，能以同样的方法，在被试的认知中彼此同化，被试要理解惯性静止，实际上比理解运动守恒更难，这是因为相对静止的球看似在后退。由此，阶段Ⅲ前几例受试普遍相信，后退真实存在，他们试图用球体外部的原因予以解释。反之，在迪特、吉格、赛尔、巴赫，尤其是比乐看来，球“停在原地”，

① 法国数学家，物理学家。著有《动力学》一书，书中提出达朗贝尔原理，即，对于任意物理系统，所有惯性力或施加的外力，经过符合约束条件的虚位移，所作的虚功的总和等于零。换言之，作用于一个物体的外力与动力的反作用之和等于零。——中译者注

"没有跟随列车移动"，比乐特别指出，这是因为，"在球底下滚动"的车厢"前进了，而不是球前进"。故而，阶段Ⅲ的被试尚未认识的，既不是传递过程中获得的冲力守恒，该守恒仅在停车时显现；也不是球绝对位置的守恒，球相对于车厢内部参照系统后退，而相对于外部参照物，球停在了原地；而是两种守恒的统一，即一般意义上的惯性。不过，被试不理解惯性，这毫不令人惊奇，人们直到伽利略和笛卡尔的时代才得以理解，相对地，阶段Ⅲ的儿童所观察到的大多数现象，在古希腊时期便已有了良好的认识。之所以如此，因为"惯性的力"实际并不是一种力，而是一种人们难以通过它的一般特性来加以设想的守恒，它的特性可以归结为加速度的缺失，确切而言，是所有"力"（$= ma$）的介入的缺失。要解释这一点，需要借助不止一个因果系统：要考察这些系统，弄清构成系统的典型环境，即能使运动保持匀速（零速或非零速）的不变量，此处匀速与加速度相对立。

不过，即使惯性不是一种力，惯性质量（masse inerte）仍是一个受多种力作用的客体，从而以一般方式揭开了作用和反作用的难题。我们将在下文分析这一难题，同时，本章汇集的事实的一般特性，业已陈述在前。

§5. 小　　结

本章事实提供的第一个启示是，相对于工具性运动（传递运动）推拉的惯性，被试要意识到运动自身的惯性，是有一个系统性的延迟。我们已在 §2 提到，由于移动自身主动的调节，传递运动（的观念）充分进入意识，而在惯性效果的认识过程中，调节却来自外部。但奇怪的是，直至 8 岁，仍只有 29% 的应答能指出正确的跌倒方向，哪怕同样的事情每天都可能在有轨列车上发生；71% 的应答只提到了跌倒的趋势，却指错了方向。地毯实验中，正误应答要到 8 岁才能持平（即各占 50%），这里涉及记忆的重新组合，而不是简单地唤起记忆，虽然后者能让追忆稍稍变得容易。

第二个显著的事实是，无论是从运动本身提炼出来的信息，还是从小球实验借鉴过来的信息，它们都很贫乏。不过，受到放置地点（地毯或车厢）位移的牵引，客体会倒向某一边，被试观察跌倒的方向，能便于他们接下来预测车起动和车停时，车上客体的移动方向。确实，球是圆的，而不是一个站立的人形，且地毯实验给出的提示仅适用于起动时刻，不适用于停车时刻：这也是为何我们在地毯问题和车内小球问题之间，加上了列车玩偶问题；但即使被试仅具备最低程度的抽象能力，似乎也能比较跌倒的方向和由此导致的平移方向。不过，倘若车厢上的玩偶问题出现了与地毯实验相似的结果（即直至八岁，正确的应答才达到半数），那么，但凡与球有关的认知信息（我们据此划分相继的各个认知阶段），它们的一般化归纳始终保持在最低程度。理由很明显，是由于被试对于跌倒或位移的移动物体和支撑物之间的

相互作用缺乏理解；特别要注意，面对地毯问题，被试渐渐能够掌握玩偶或人身体的位置（取决于它们转向后方还是前方），但不能很好地掌握地毯和列车的方向（被试有时会相信，之所以有不同的实验结果，是由于列车运动受力方式的唯一区别，在于它被推动还是被拉动）。如此一来，支撑物的位移应该只会导致客体的失衡，跌倒方向仅取决于支撑物的位移，故而，之前的实验对车厢内球的移动不存在认知迁移；被试也许预测到与支撑物的位移同方向的跌倒，正如他们预测认为，球受到牵引，与列车同方向移动，一旦观察事实与预测相反，被试会重新将更多的原因归结于客体，而不是归因于相互作用，于是问题的难点转回到认知的迁移上。

要理解因果性的诸多解释，并追溯它们的发展，首先应当重申一般观察到的事实，这是由于，惯性的发生情形，与相互作用当中任意力的发生情形不同。通常来说，阶段Ⅰ（直至7—8岁）的特征是，被试拥有内在的力量，能为客体准备一套运动模式；同时，某些外在制约因素出现，它们限制并引导内在的力量。阶段Ⅱ（7—8岁至10—11岁）的标志是，被试开始探索客体化关系：内在力量取代了外部承受的力，并将观察到的移动纳入分析；（时空范畴内的）各种力以单线性的方式，即一步一步组合在一起，倘若没有观察到移动，被试便认为运动并不存在，也尚未认识互反性（该阶段，反作用仅包括单向作用的阻力和摩擦力）相对地，阶段Ⅲ出现了虚拟运动，出现了（运动的）互反性和相互作用，同时被试开始理解反方向的反作用。不过，在惯性实验中，被视为反作用、用来解释惯性的现象，并不是地毯或车厢所承载的客体对支撑物以及支撑物的移动产生反向运动（即便这一运动自然存在），而是客体维持在初始静止位置，继而将传递过来的移动维持下去（的趋势）；这是一种内化的守恒趋势，列车前行时，它指向列车移动的反方向，停车时，它指向静止状态的反方向。需要解释的是（即相互运动与当前情形的共性），由地毯或车厢引起的运动趋势并不完全依赖于这些支撑物的移动，而是包括了客体自身的内在趋势，即表现为守恒的趋势。

可以说，上述解释合乎常规图式：阶段Ⅰ，出现运动本身（被试和玩偶的位置）与外部的阻力（失衡和牵引）的混合，阶段Ⅱ，出现完全外在于移动物（速度、冲力、摇晃、风，诸如此类）的一系列运动，只有到了阶段Ⅲ，才出现从动力开始、向静止或移动守恒发展的内在趋势。

我们不需要回顾阶段Ⅰ的应答，它们没有形成问题。相对地，阶段Ⅱ的应答则富有启发性，这是由于一旦观察到与预测相反的事实，即牵引方向与列车行进方向相反，被试（为了解释事实）普遍会引入一个反方向的运动，它并不是动力的反作用，仅仅是一个新的外在的力，它与先前预测的、同列车前进方向相同的牵引力相对；倘若小球得到了动力支持，也与反作用无关，而是由于平衡的不足，或是速度的不足。以下给出一些例子：

莫赫（7岁3个月）问题4："它（车）停下时，它（球）被推动。"问题5："因为车走得快，球像这样被推动（后退）。是它自己推了自己：它不能停在原地。"

侯乐（7岁4个月）问题4："它（车）朝这边走，风从这边（另一边）堵它。"

萨姆（7岁11个月）问题5："列车让球向后去，因为车起动时，球不能牵制自己。列车起动时，把球向后推。"

帕勒（8岁5个月）问题4："它走得快，球停在后方，因为车向前去。"停车时："球向前，因为列车刹住了。"问题5："车起动很快，球向后抛出。"

阿刚（8岁7个月）问题5："车走得快，风让球动（向相反方向），是车速的缘故。"车停后："速度让球向后去，停车时，又让球重新开始（重新开始前进，被试依照错误的预测继续解释！）。"

弗格（9岁1个月）停车时（问题4和5）："球有一点顶到后面的墙壁（意思是，球开始移动时，是在后退！），这让球向前。"

阿坡（9岁6个月）问题4："风与车的前进方向相反，这让球停下"，问题5："风给球冲力（让它后退）。"

还可参见§3的毕乐、伊沃、弗哈、侯斯、瓦勒、卡勒、米尔。

简言之，两种解释（平衡不足和速度不足）都不足以引入反作用，虽然问题5实验中，球的移动确实向着列车前进的反方向：球后退，要么是因为它失去了平衡（参见，萨姆、莫赫、帕勒对问题5的应答），要么是它从列车获得了速度（参见，帕勒对问题4的应答）；要么，球是某个反方向的力，比如风，所作用的客体（侯乐、阿刚，尤其是阿坡），要么，如萨姆所言，是列车本身，先让球不能"牵制自己"，然后把球"向后推"（后一种情形下，列车制造了一个与自身前进方向相反的运动！）。

以上解释都没有涉及反作用的观念，可以在阶段Ⅲ开端[①]发现这些解释（参见阿藏、吉格、杰尔的推论，他们和萨姆观点一致），被试发现球看似后退，位置却守恒，这一难题，在特殊情形下，对应着一般意义上的作用和反作用，被试将列车运动和球的惯性组合在一起，解决了这一难题。

可以认为，在地毯实验当中，被试略为容易得到上述的组合。例如8岁0个月的玛戈[②]（处于阶段Ⅱ与阶段Ⅲ的过渡期）已经认为"我会向前跌倒（正确），因为脚被这样拉动（向后）。"不过，他只解释了跌倒方向，还没有惯性的概念。惯性的概念仅在阶段Ⅲ出现，对于问题1、2也是同样。我们已经给出巴赫（11岁6个月，见

---

① 通常出现在阶段Ⅱ－Ⅲ的过渡期，参见帕克的例子。

② 不是前文引用的8岁7个月的玛戈，前文的玛戈处于阶段ⅡA，且没有接受地毯实验问话。——中译者注

§4）的看法，如果“脚自动向前去”，那是因为“高处的身体更重”。13岁的阿拉也提到：“你向前拉，我的腿向后去。”——为什么？——“因为我的头更重。”但和小球实验应答相比，这还只是些宽泛模糊的说法。总之，被试之所以能认识移动的惯性守恒和位置的惯性守恒，似乎并非依据自己身体（实体）和运动这两方面提供的数据，而是靠着将各种移动和各种力组合在一起；这一认知过程与被试理解作用与反作用的过程也许并不完全一致，即使如此，两者也是相似的。

第七章　球从突然旋转的角铁上坠落的惯性或传递[①]

哈伯瓦克斯（F. Halbwachs）向我们提供了一套装置，能够比较两种性质迥异的同时性移动，其中一种是撞击角铁某一侧的结果，另一种则具有惯性运动的特征，是原本作为运动支撑物的角铁另一侧出现位移的结果。实验中，角铁水平放置，可以绕着中心的垂直轴旋转。一颗红色球 *R* 放在角铁的一端，一颗白色球 *B* 放在另一端。使用一个重物作为锤击物，撞击 *R* 所在的角铁垂直边：由于动量的传递，*R* 被抛向前方，同时，角铁另一侧转动了一个角度，相对于 *B* 有所后退，于是 *B* 垂直坠落：故而，问题在于如何解释 *R* 与 *B* 反作用的不同。

这一看似简单的问题，实际呈现出复杂的多面性。首先，从动量传递的角度看，4—5 岁起，每名被试都能自发理解，如果撞击角铁，就会将一个移动传递给角铁，此外，被试也能理解，位移会导致角铁其中一端所承载的小球坠落。但对于年幼的被试来说，坠落不需要任何条件，坠落的出现，可能会归因于“铁杆”或角铁本身，而不会归因于锤击物的撞击，因为锤击通过中介才发挥了作用。还要考虑有中介的传递（transmission médiate），它能延伸到哪里，是否能影响到角铁的另一端？故而，虽然传递概念的表达已经很丰富，但仍有一些新的事实需要补充。

关键问题在于，如何解释球没有受到动量的作用，却坠了下去。我们已在第六章指出，约至 9—10 岁（阶段ⅡB），被试见到列车摇晃，仍认为车厢中部受到传递作用的球会向列车前进方向、而不是向后行进。而在角铁实验中，更是引入了两个难点：一者是次要难点，即如何描述旋转运动；一者是主要难点，即指出在被试准确或渐进地斟酌传递概念的过程中，*B* 球看似受到与 *R* 球相同的作用，*R* 球却离锤击力更近，从而加强了被试的观点，该观点在年纪很小的被试群体中已经自然出现，即球会受到旋转方向的牵引和弹射：故而被试在观察时，会预测 *B* 与 *R* 相对称地坠落，并试

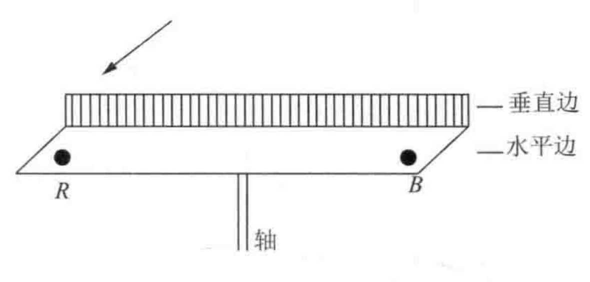
① 合著者：欧迪乐·莫西曼（Odile Mosimann）。

图简单地用强度的观念来解释 B 的坠落。因此，为了理解 B 球底下的角铁为何后退，从而让 B 球失去支撑，必须将多种方向组合在一起，既要考虑 B 球未被牵引，也要考虑看似与旋转方向相反的移动，最后还要考虑 B 球坠落在角铁下方，且落地点垂直于它的出发点。

简言之，本章研究同时涵盖了传递和方向两方面的难题，由于 B 球的惯性让 B 球避开了施加给它的力的作用效果，于是，方向问题便愈发地复杂。

§1. 一般方法和结果

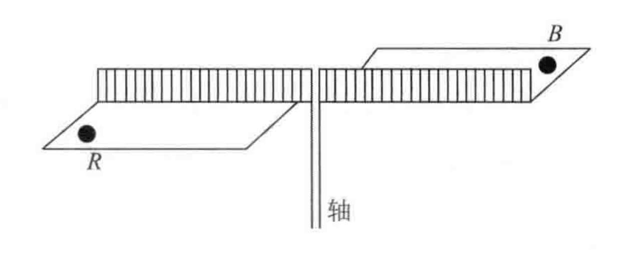
我们首先使用基本形式如下（图示 1）的装置，儿童借由操作来熟悉以下内容：



图示 1　简单对称

角铁，即“铁杆”能够旋转，金属重物（即“锤击物”）以较强的力撞击左侧，造成“铁杆”较明显的旋转（需要准备两个重物，实验当中，可使用一个或两个）。

接着，我们让被试预测，重物从后方撞击角铁时（图示 1 中的箭头），R 和 B 两球的运动轨迹和最终停下的位置，之后要求被试解释单倍或双倍的力撞击的效果，同时改变受力点，让它靠近 R 球，或正对 R 球的后方。经观察，被试要重新解释 R 和 B 坠落的原因，以及两球沿着某些方向移动的理由①。在询问的第二部分，我们要求被试预测并解释球的反作用，这一次要从前方撞击角铁（仍然撞击左侧：以便 R 垂直坠落到“铁杆”下方，而铁杆右端则把 B 抛射出去）。之后是观察和新的预测。



图示 2　轴对称

① 也可一次只用一颗球，从而让实验变得容易些。

最后，在某些情况下，我们提出同样的问题，但要拆开角铁的两半边，以轴对称[①]的方式重新安放（图示 2）：如此一来，受到后方撞击的两球能对称地抛射出去，若受到前方撞击，则两球均能垂直下落。我们将在 §5 给出验证的方法。

实验结果可分为如下阶段。4—6 岁（阶段ⅠA）的被试仅能发现运动的无中介传递，不能认识有中介的传递：锤击使得角铁旋转，角铁让球要么在铁杆上滚动，要么由于角铁的速度而坠落。观察后，（儿童的）阐释也完全不变。在这种情况下，*R* 和 *B* 的坠落毫无差别，被试认为两球都被松开或被抛射出去，丝毫没有认识到角铁会在其中一颗球底下后退。

阶段ⅠB（6—7 岁），几乎与阶段ⅠA 无异，唯一的进步是，被试出现了有中介传递的瞬间直觉（intuition momentanée），同时在观察时，被试开始解释 *R* 与 *B* 轨迹的差异，并将其归因于强度的不同。

阶段ⅡA（7—8 岁，也有延迟的例子），被试能够获得但不能立刻获得半内化的有中介传递的观念，该观念在这一年龄段变得普遍，表现为撞击沿着角铁一路传递。我们仍然观察不到任何一名被试能够用方向的组合来解释 *R* 与 *B* 坠落的不同。换言之，那颗实际没有被抛出的球，仍被认为朝着旋转方向前进，而在此后的阶段，被试得以明确觉察到两球运动的差别；但在阶段ⅡA，被试局限于用强度的等级来解释两球的坠落，他们认为，距离撞击点较远的球受到力的作用较少。

阶段ⅡB，经过一番艰难摸索，开始有了方向组合的认识，儿童有时能理解，在未被抛出的球那一侧，铁杆在球下后退，从而轻易使球落在铁杆下方。但这一理解伴随着伪动力学的几个观点（比如，振动），角铁垂直边的作用尚未得到理解。

阶段ⅢA，过渡期的被试刚开始仍给出了阶段ⅡB 的回答，但稍后即能够顿悟或者渐悟阶段Ⅲ才有的认识。尤其是他们能准确把握垂直边的作用，以及它在未被抛出的球一侧并未发挥作用。最终发展到次级阶段ⅢB（11—12 岁），从预测环节开始，便能给出所有正确的解答。

§2.　阶段ⅠA 与ⅠB

首先是次级阶段ⅠA 的例子：

玛斯（4 岁 11 个月）预测后方撞击会使角铁移动，球却只会沿着水平面“缓行”：“为什么？”——“有许多（长度）空间。这颗球（*R*）会到那儿（*B* 的位置），那颗球（*B*）会到这儿（*R* 的位置）。”——（观察。）“它们会下落，因为你动了那个（指锤击角铁的重物）。”——但你方才说它们交换了位置？——“不是，

① 本章“轴对称”指的是角铁两半边以轴为中心，呈中心对称，而“简单对称”则是一般意义上的平面轴对称。——中译者注

它们会下落，你动了铁杆，它们被两根铁杆（重物和角铁）敲击，因为你撞得太远（太猛）了。”——这颗球（B）呢？——“（它会落）到铁杆的正下方，就像（落到）一座桥（下）。”——为什么？——“它（角铁）像一座房子（球会下降到房子最低处）。”——为什么？——“因为那个（重物）不在那儿（趋近 B）。”——是什么让它（B）下落？——“那个（重物）。”——R 球呢？——“不知道。”——（第二次观察，同样的力。）——“这个（A[1]）自己落到那边，因为那个（R）在这边。”——你能解释吗？——“你撞得太用力了。”——（B）为什么没有像（R）一样走到那边？——“……”——（预测，用双倍的力。）——“它（R）会到那边，更远。”——为什么？——“因为铁杆走得更远，（B）停在那儿。”——（观察。）你看到了？——“嗯，（B）停在原地。”——为什么？——“……”——你不知道？——“不知道。”前方撞击实验：据玛斯预测，角铁或“铁杆”会“像这样后退”，并得出结论，R 球“会到那边（距离和之前一样，但方向相反）。”——那边（B）呢？——“和之前一样（落到铁杆下方）。”——为什么？——“因为那个（重物）必须放在另一边（如果想让 B 球前进，要放在 B 的一侧）。”——（观察。）——“这个（R）停在这儿，那个（B）走得更远！”——（重做一遍。）为什么？——“那颗球（B）在那边（R 的位置），这颗球（R）在这边（B 的位置：他变换了球的位置，似乎不满足于 B 永远停在原地而不动，R 却移动）。”

阿讷（4 岁 11 个月） 后方撞击：预测 R 与 B 对称坠落到前方（平移）。之后：“会转动，会让球移开。”——为什么？——“因为撞击，那个撞了那个，让球移开。”——怎么做到的？——“我猜如果它转动，就会让球转动，球就会这样（R 落到一边端点，轨迹呈 Z 字形）。”——（观察。）B 呢？——“和另一颗球一样。”——为什么会下落？——“因为它走得快。”——为什么落到那儿？——“因为气流把它向后推。”——如果从这边（前方）撞击呢？——“它仍然会像之前一样前进。”——到哪里？——（出发点的位置。）——为什么？——“因为它们总是这样下落。”——什么让它们下落？——“那个（重物）撞击，铁杆转动，球下落。”——（观察。）——“太奇怪了！”——为什么（R）从那边下落？——“因为你刚才撞得轻。”——为什么不在同一个位置？——“因为它弄出气流，球就会这样下落，之后那边转动，另一颗球则是这样下落。”

巴赫（5 岁 3 个月） 后方撞击角铁：他预测 R 和 B 向前坠落，位置对称，像平移一样：“落到那边和那边。”——所以是一回事？——“对。”——是什么让它们下落？——“那个（角铁）。”——怎么做到的？——“它转动。”——是什么让它转动？——“那个（重物）。”——球怎么下落？——“它们在那儿相遇（在中间，即两球相遇点），然后落到那儿（正对着角铁中间）。”——（观察。）和你方

① 应为 R。——中译者注

才说的一样吗？——“一样。”——你再看看！——“我刚刚说落到那儿（两球有间距，和它们出发时一样）。”三次新的观察：之后从前方撞击：“我认为它们会重新落到那里（与撞击方向相反的一边，两球相对称）。”观察：“如果我们重做实验呢？”——“球不会落到同样的位置。”——那会落到哪儿？——（预测和之前相同，但始终与事实不符。）

阿弘（5岁6个月）预测两球向前坠落，但 *R* 比 *B* 更远，因为“铁杆是那么转的”。——为什么球会下落？——“因为动得太猛了（太快了）。”——是什么让球下落？——“我不太清楚。”——你怎么认为的？——“是那个（铁杆）。”——那颗球（*B*）呢？——“这一侧铁杆让它弹跳，那颗球（*R*）是在那一侧。”观察：“这颗球（*B*）不能走得更远了，那颗球（*R*）走得更远。”——为什么？——“铁杆动得太快了（对于 *B* 来说）。”——是什么让 *R* 球下落？——“是那个（角铁）。”——怎么做到的？——“那个（重物）推动那个（角铁），而它让球下落。”前方撞击：“它朝另一个方向去，撞了一下，然后不能再前进了。”——（观察。）——“那颗（*R*）去了那边，那个（角铁）把球运到那边，那颗去了那边，也是角铁运送。像这样动（比画角铁的移动，但把方向弄反了）。”

塔勒（6岁1个月）看到重物让角铁移动，再之前他给出了不充分的预测（即坠落）。后方撞击：“球（*R*）会下落。”——为什么？——“因为球是圆的。”——怎么下落？——“像这样（几乎正对着铁杆下方）。”——是什么让球下落？——“那个（重物）。”——为什么？——“因为杆子（角铁）会向这边来。”——那颗球（*B*）呢？——“什么也没做。它会到那边去（比转动后的角铁略远一些）。”——为什么？——“因为会有一颗球到它的位置上（*R* 取代 *B* 在铁杆上的位置）。”——是什么让它（*B*）下落？——“它不会下落。”——你改变想法了？——“嗯。”——（观察。）——“两颗球都下落了。”——怎么下落的？——“两颗分别下落。”——为什么？——“因为杆子（重物）让那个（角铁）转动。”——什么叫“分别下落”？——“因为是杆子（重物）让它们下落。”——（观察。）为什么这颗刚好落在下方，那颗只能到这儿？——“因为它（*B*）不想到那儿。”——那颗为什么没有停在那儿（下方）？——“因为杆子（铁杆）在那儿（初始位置）。”——（预测，用双倍的力。）——“杆子会到那儿（更远）。”——球（*R*）呢？——“那儿（和之前一样的位置）。”——如果我用力撞击，它还在同样位置吗？——“是。”——那颗（*B*）呢？——“那边（铁杆下方），因为有铅笔印（之前做的标记），也因为它想到那儿。”——（观察。）——为什么（*R*）能到那儿？——“它更有力。”——（*B*）呢？——“它停在那儿，因为它想这样。”——（前方撞击）怎么样？——“它（*R*）还是会回到那儿。”——（*B*）呢？——“到那儿（角铁前方）。”——（观察。）——“没到。”——为什么？——“它们本来想到那儿的。”

柯尔（6岁2个月）后方撞击：“球会下落。”——怎么下落？——“分别下

落。”——为什么？——“因为如果我们转动那个（角铁），球会下落。”——如果我（用重物）撞击铁杆，会发生什么？——“它会转动。”——球会下落？——“不会。”——之后呢？——“之后会下落。”——什么时候？——“转动的时候。”——（观察。）——“你撞了，它便转动，然后球自行下落（因此是三个相位期）。”——为什么（R）到了那边？——“因为它独自滚动。”——为什么（B）没有像（R）一样滚动？——“那个（角铁）让它下落。”——为什么？——“……”——解释一下。——“……”前方撞击，预测：“它将会转动。”——转向哪边？——“这样（正确）。”——球呢？——“它们也转。”——（观察。）——“这颗（R）会到底下，那个（角铁）底下。”——为什么？——“你刚刚撞了它，它转动，然后球掉下来。”——那颗（B）呢？——“那个（角铁）让它下落。”——（重新观察。）——“那个转动，然后那颗（B）在那边滚动。”

以下是阶段ⅠB的例子（即出现了传递概念的短暂雏形）：

菲尔（6岁4个月） 后方撞击，预测：“球会下落。那颗（B）走那边，那颗（R）走那边（两颗球对称，R 在某个方向上行进一段距离，B 则在反方向行进同样的距离，不考虑是否越过角铁边缘）。”——（观察。）——“铁杆旋转，球（R）下落。”——（重新观察）是什么让（B）下落？——“那个（重物）撞击那个（角铁），之后（B）滚动，落到那边。”——为什么这颗（R）情况不一样？——“因为那个（重物）在这里，R 没有滚动，它落下去了。”——（双倍的力，预测。）——“球会滚得更远（R 的距离是 B 的两倍，但 B 也会向前去）。”——为什么（R）更远？——“因为它（重物）在哪儿，这颗（R）也在那儿。”——你确定？——“我确定。”——（前方撞击。）——“它（B）会落到那儿（角铁下方）因为它之前总是落到那儿。”——（R）呢？——“两颗球都会停在（铁杆）上方。”——为什么？——“因为铁杆有这个（边沿）。这颗（B）会下落，那颗（R）不会。”——（观察。）为什么（R）也下落？——“不知道。”——（B）呢？——“……”

迪特（6岁3个月）面对后方撞击和角铁轴对称的情形，先是预测球会沿着角铁滚动，并停在中点，之后“因为旋转装置（carrousel）转动太快，两颗球会下落（下落点正对着角铁边缘开始坠落的位置）。”——（观察。）为什么球不落到铁杆底下？——“这一侧有边沿，这一侧也有边沿。它（重物）撞击时，球会下落。”——为什么球的位置比铁杆远？——“它们没有被牵制，所以就落下去（更远）。”——（前方撞击，角铁始终呈轴对称。）——“这颗走这边，那颗走那边（迪特用手势确认，球会飞越边沿上方）。”——（观察。）——“它们会落到那边（下方）！”——为什么？——“因为它们两颗球同时下落。”——（用双倍的力。）——“它们会弹跳，因为我们用力撞击，球下落的时候，它（角铁）还在继续（运动）。”——是什么让球下落？——“是旋转装置，转起来让球下落。”至于两球在水平面的对称，迪特经过观察，将坠落归因于“旋转装置动得太快”这一事实。B

球停在角铁下方“因为旋转装置太直了（指出发点）”。用两倍的力“球会走得更远，因为我们用力撞击”，B 球落到下方“因为这边（R）比那边（B）有更多的力”。前方撞击时，“两颗球都在这里（铁杆下方，角铁呈轴对称）。”——它们怎么下落？——“它们会回到后方，撞向那边（角铁的垂直边），之后下落”；接着“撞击时，球会下落，之后那个（铁杆）旋转”，“（R）走得更远，另一颗没那么远（错误）。”——如果旋转装置不再继续转动，球怎么能下落得更远？——“其中一颗球坚持更久，因而走得更远。”——这颗和另一颗球不同时吗？——“不同时，这颗碰到这里（边沿），之后两颗球都下落。”经过观察，他发现事实与预测相反，于是总结道：“（重物）撞击时，这颗（R）下落，之后它（角铁）转动一点，另一颗（B）下落（得更远）。”

本阶段回答呈现的第一个特征毋庸置疑，被试认识不到锤击物（重物）与球体之间有中介的、越过角铁边沿的传递。在预测环节，玛斯和巴赫简单地预测球会沿着铁杆“缓行”，经观察后，他们预测若使用双倍的力，R 球会走得更远，“因为铁杆走得更远”，而不是因为球受到有中介的撞击。塔勒预测认为，虽然球会下落，但只是“因为它是圆的”，之后他还提到球在角铁上缓行，两球互换位置，而不会坠落；使用双倍的力，虽然我们强调了用力撞击，（被试仍然预测）角铁会走得更远，而 R 球不会。柯尔同样认为，球会“分别下落”，“因为我们转动”角铁。至于前方撞击，菲尔和阿弘认为，球停在原地，因为有边沿（阻挡）。迪特仍然认为，球会在铁杆上滚动，之后他承认了球的坠落，但给的理由是角铁“动得太快”；他甚至推测，坠落过程会飞越（垂直）边沿的上方。

至于传递方面的观察结果，玛斯很好地认识到锤击物的作用，球“被两根铁杆碰撞”，他把锤击物和角铁这两者视为一个整体，但并未据此认识到有中介的传递；实际上，虽然玛斯补充认为，B 球的坠落是由于重物的缘故，但却不清楚 R 球的坠落原因，第二次观察之后，他指出，“是铁杆（角铁）让它们下落”。塔勒在观察之后，坚持认为两颗球“分别下落”，因为重物“转动了”角铁。柯尔（同样参见阿讷、巴赫、阿弘）指出三个相位期，“你撞了，它（铁杆）便转动，然后球下落”，这仍不是有中介的传递，而是连续的一系列无中介运动。菲尔也给出同样的模型，但补充认为 R 球会走得更远，因为重物在 R 球这边，他确实指出了一个运动，但未必是有中介的运动；相对地，（关于 B 球）他提到重物“撞击那边（角铁），之后（远离撞击点的 B 球）滚动，落到那边”，此处看似出现了有中介传递的短暂雏形，即我们认为的阶段ⅠB 的典型特征。迪特，同样在（轴对称，前方撞击）观察中，指出重物（锤击）加倍的作用：“它们（球）会弹跳，因为我们用力撞击”，不过，该情形中不存在传递，他将坠落原因归结于“旋转装置的转动”；相对地，他之前说“（重物）撞击时，球会下落”，这也许是传递的瞬间直觉；接近问话末尾，迪特（的认识）重新向传递靠近，他提到 R 球一侧“有更多的力”，并坚持认为，球的坠落发生在铁杆旋转之前。不过，

（在他看来）锤击物触发了一个快速的有中介运动，并作用于 *R* 球，他并未打消这一念头，但有所让步，认为“（*R*）球坚持更久，因而走得更远”[①]。

阶段ⅠA，由于传递认识的缺失，自会导致（这也反过来印证了我们的阐释）一个系统性难点的出现，即在简单的对称条件下（图1、图2），被试无法区分力作用于 *R* 球和 *B* 球的不同效果。面对后方撞击，被试的第一组预测认为，角铁垂直边向 *B* 的前方退去，从而推动了 *R* 球（即使被试并不理解，重物产生的撞击贯穿了垂直边）：然而，本阶段的儿童无一能够预测到，*R*、*B* 两球的反作用并不相同。至于观察后的解释，只有菲尔（阶段ⅠB）一人提到，边沿的作用是牵制 *R* 球而非牵制 *B* 球（迪特也有此考虑，但观点有错）。玛斯提到推动装置（重物）“不在那儿（趋近 *B*）”，但他随后补充，是重物引发了 *B* 的坠落，而没有提到 *R*（的坠落原因）；使用双倍的力，他预测 *B* 球仍会停在原地，但不清楚原因；至于前方撞击，他仍然认为 *B* 球和之前一样静止，当他观察到与此相反的结果，便交换了 *B* 球和 *R* 球的位置，来维持他赋予 *B* 球的、假想的、恒定的性质，该性质让 *B* 球只能落到铁杆下方。塔勒的观点局限于，*B* 球“不想”走得更远。柯尔坚持说，铁杆“让它（*B* 球）下落”，仅有 *R* 球独自滚动；至于前方撞击，他区别了两种情况，*R* 球“自行下落”因为角铁“转动”，*B* 球则是角铁“让它下落”。菲尔区分了两种情况，一是 *R* 球“没有滚动，它落下去了”，二是 *R* 球受到重物间接运动影响而滚动，相对于之前的被试，他确实是进步了，可以归入阶段ⅠB。确实，面对前方撞击，菲尔仍然认为，*B* 球停在角铁下方“因为它之前总是落到那儿”，但随后他成了唯一能够理解角铁的垂直边对 *R* 球和“会下落”的 *B* 球起的作用不一样的被试（虽然观察后，他有所退缩、迷茫）。迪特最初看起来明白了轴对称和后方撞击时边沿的作用，他甚至补充说“它（重物）撞击时，球会下落”，即与传递过程相似；不过，面对简单对称和前方撞击，他认为角铁的边沿仍然会抛射两颗小球；相对地，面对后方撞击，他很好地区分了 *R* 球和 *B* 球各自的反作用，参见上文“因为这边（*R*）比那边（*B*）有更多的力”。

以上是对 *R* 球和 *B* 球各自不同的反作用的阐释，其中明显的是，它们仅仅指涉角铁对两颗小球施加的力或正向作用，就好像 *B* 球（经受后方撞击）只是一个强度较低的动作施加的对象，却未想到这一动作具有某种反向作用，会让 *B* 球直接下落，或是因为铁杆的后退让球失去支撑物而下落。不过，该年龄段所有被试都能预测并解释如下内容，放在支撑物上的一个重物，一旦失去了“牵制”，即如果我们用简单的传递动作将支撑物移开，重物就会下落。而支撑物的后退方向不造成影响，同时，在角铁实验中，必须记得，重物的撞击引发了一次旋转，而非一次平移，我们也需要理解，角铁的运动，无论是动量方向上的，还是抛射方向上的，它作用于一颗或两颗小球，都对应着支撑物在后退或撤离方向上的运动，由支撑物施加给第二颗小

① 他错在认为球“走得更久”（假定撞得更用力），其实球走得更远，是因为它被推得更远。

球。继而，倘若阶段ⅠB 的被试相对较好地预测了角铁的运动和位置（在小球放置之前就能观察或预测到，但这并未阻止阶段ⅠA 的被试普遍将其视为一个平移），被试显示了一个不可消除的持续趋势，他们认为，即使两球运动方向相反，铁杆作用于两颗球的方式是相同的：换言之，被试渐渐理解了角铁 *A* 的空间方向和运动学方向，我们称其为弹射方向 *LA*，但尚未理解角铁 *A* 作用于 *B* 球和 *R* 球的动量方向，即 *PBR*，这是因为对于被试来说，*PBR* 只是 *LA* 的简单延伸。继而，倘若 *R* 球确实受到角铁 *A* 的抛射，即 *La*[①] →或＝ *PR*，则动量 *PB* 对于 *B* 球是反向的，表现为撤掉了它的支撑物；*PB* 延长了 *LA*，*PR* 是反向的，*R* 球适时下落。对于我们的被试来说，则正相反，*PB* 和 *PR* 同质，只在强度上有所不同。*R* 球比 *B* 球走得更远，因为角铁对前者作用力更大，且作用力方向始终和 *LA* 方向保持整体一致。

以玛斯为例，他指出 *B* 球的垂直坠落，却只字未提角铁的后退，也不说角铁只是释放了 *B* 球；他坚持认为，是角铁自身让 *B* 球下落，“（角铁）像一座房子”（装有下降电梯的房子！）。塔勒和柯尔则认为，角铁“让它们（球）轮番下落”，方向似乎也同质。到了阶段ⅠB（菲尔和迪特），尚未出现任何进步，*RB* 两球反作用的不同，仅被解释为强度不等（它与有中介传递的初期直觉相关联），或对垂直边的作用认识不足，可见，被试尚不理解方向因素的作用。

§3.　阶段ⅡA（7—8 岁）

在前一阶段，即阶段ⅠB，我们发现，出现了有中介传递的瞬间直觉，但除了 *LA* ＝ *PR* 这唯一的形式，尚未出现弹射方向（*LA*）、动量方向（*PR*）或无动量方向（*PB*，后方撞击）的组合。而在阶段Ⅱ*B*，我们发现，被试明确肯定了有中介的传递，也发现了某些与方向作用有关的瞬间直觉。在这两阶段之间，我们可以讨论过渡性阶段ⅡA，本阶段出现了传递观念的进步，但仍未出现方向的组合：

法布（7 岁 7 个月）　后方撞击，预测两球在角铁两个端点对称下落，之后作为旋转运动的延续，两球向前滚动一段距离：“它转过来，两颗球同时落下。”——为什么？——“铁杆转动，让小球掉下去了……小锤推动铁杆，铁杆转动，球已经掉下去了（＝将会下落）。”经观察，法布没有发现更多内容，除了“球（*B*）刚才不想下落（得更远），于是滚到那边（铁杆底下）”，不过，法布却能理解，如果撞击另一侧，就会得到相反的结果：“这颗（*R*）会落到这里（铁杆底下）另一颗落到那里（*B* 球，更远处）。”相对地，面对前方撞击，预测重新变回了对称下落。经观察，*RB* 两球之间的不同得以更好地解释，不过，是用传递、速度和时

① *La* 疑为 *LA*。——中译者注

序来解释的："（B）落到这里（向前），（R）落得不好，因为它比另一颗球落得更快。"——为什么？——"因为那个（重物）刚才撞击得（比在另一侧撞得）更猛，所以（R）落得更快。这边（B）没撞，所以撞（＝推）得没那么猛。"——为什么？——"因为没有锤击物，所以没撞，铁杆转过来的速度相同，（B）在下方停留更多（更久）；在这里（R）我们立刻撞击，所以（R）落得更快。"——那，是什么让（R）落下去的？——"我们撞铁杆，球已经掉下去了。"

哈勒（7 岁 7 个月）面对后方撞击，他预测小球将会对称落下，并对称地沿着旋转方向前行，因为"铁杆有很多冲力，所以它转得块，会让小球掉下去。"——为什么？——"如果锤击物有很多冲力，它（铁杆）就会有很多冲力，然后小球下落。"他没有预测到 R 和 B 的情况不同，但认为"如果铁杆动得特别猛，小球（R 或 B）会立刻下落，如果不是太猛，球稍后才下落（并且走得更远）。"观察过后，他解释道，B 球停在铁杆下方，"因为没有更强的冲力：撞一下不够用力（不足以碰到 B 球）。"另一方面"假如（R）球（在铁杆上方）停留得更久，它会走得更远。"用双倍的力：（B）停下"因为那颗（R）有锤击物，于是小球更远了。"前方撞击：哈勒重新预测了两边对称的位置，并根据小球在铁杆上方停留的时长，产生一些变量，经观察，他仍维持同样的解释，即一是取决于撞击位置，二是取决于坠落前停在铁杆上方的时长。

赛尔（8 岁 6 个月）面对后方撞击，首先设想，运动产生的气流，牵制小球停在角铁上，之后，我们移动了 R 球后方的重物，他很快表示"后方有重量，小球会落下，因为那个（角铁）会略微振动。"他首先预测 R 球会落到初始位置的对面，之后："铁杆会转动，之后它（R）会落在那边（斜向），至于另一颗球，我确定它会停着（在铁杆上方）；它可能也会停一会儿，之后才下落。"他假定在这种情况下，小球下落点会稍稍越过角铁，之后也保持超出的位置（但不会停在正下方）。要注意，他已能自觉预测到，前方撞击时，小球向角铁旋转的反方向起动。至于观察到 B 球不如 R 球移动得远，他解释认为是因为"之前撞击的位置距（R）比距（B）更近，所以（B）走得没那么远"，但两颗球的下落则基于同一个理由："摆锤撞了过去，小球因此振动。"新的观察："这颗（R），铁杆之前载着它，像这样。"——这颗（B）呢？——"它走另一侧。"——为什么它停在铁杆底下？——"因为铁杆像这样后退。"——那为什么它不能到那边去？——"因为这边（R 的一侧）有更多冲力，那边（B 的一侧）冲力较少，所以……"——为什么冲力较少？——"因为铁杆朝这边转（！但对于铁杆相对于 B 后退的现象，他没有概念）。"前方撞击：他很好地预测了 R 和 B 的位置：为什么（R）落到那边（铁杆底下）？——"因为铁杆这样停下了，球在这里着陆（因此 R 的轨迹略显后退）。"——那么，（B）为什么没有在铁杆底下？——"铁杆有一些振动。"——（观察。）——为什么（B）落在那边？——"摆锤从（铁杆）上方撞击，产生一些振动，因此球落下。"——

（R）球呢？——“一样的，不过是朝另一个方向，摆锤产生了一些振动，它落下来停在那边。”——为什么是那边？——“因为（B）有冲力，（R）没有冲力了，所以它是反着的（背对铁杆端点）。”

鲍尔（8岁8个月）面对后方撞击，预测R和B向前坠落（理由是平移，而不是角铁的旋转），他说：“因为它的重量比那个（角铁）重，那么如果重物让角铁转动，球就会落下。”——演示一下。——“如果（R）（对铁杆的运动）的阻力更多一点，如果它（在铁杆上方）停得更久一点，它就会落到这里；如果（R）的阻力不够多，它就会落到那儿（更远处）”，但这取决于“我们撞得是否用力”，之前的预测假设了一股强力（从而使两颗小球向前），同时也假设，有一股弱力，让（B）落到铁杆下方。——是什么让（R）下落？——“重物撞击铁杆，铁杆动了，小球落下。就好像重物迎面撞向小球。”——（B）呢？——“也是一回事（！）。重物撞在这里，那个（角铁）转动，让小球落下。”——（B）和（R）的情况一样吗？——“略有不同，因为重物在那边（靠近R）。”——（我们把重物放在R的正后方）？——“这边（R）会比那边（B）落得更快。就好像我们直接用手去撞，这边比那边晃得更厉害。”——是在同一个地方吗？——“对。”——（B）呢？——“也差不多。也许两颗球都走得更远一点”，但也许（B）不是这样“因为重物距离（R）更近，就好像我们推着重物。”观察：（R）向前“因为我们从上面撞击”：“重物碰到铁杆，铁杆碰到球，球落下。”但是B落到铁杆下方：“是气流，它稍微牵制了小球。”——为什么落到那儿？——“因为有墙（垂直边），于是阻力更大，于是牵制了球（B）”：我们发现鲍尔完全搞反了方向，按他的说法，角铁边沿后退的时候反而牵制了小球。他对运动学方向理解得很好，对动力学方向和向量方向却完全没有认识：“因为对另一颗球来说，铁杆朝那个方向去，而球（R）也是同一个方向；对于这颗球（B，据他的说法，它去往相反的方向），那个（边沿）牵制了它（就好像B球朝着铁杆运动的方向受到了牵引）。”

吉赫（8岁6个月）预测R球向前、B球向后坠落。——为什么（R）往那边去？——“因为它有冲力，这让它落在了那边。”——怎样的冲力？——“如果我们碰巧把冲力弄得很猛，它（R）就能走得远。”——怎样才猛？——“要用锤击物。”——是什么让（R）下落？——“冲力，它滚动小球。那个（角铁）转得快，于是球就到了那儿。”——球同时下落吗？——“没有，（B）想落下，因为它在转动的那一侧。”——为什么不在同一车？——“因为铁杆的半边像这样转动（↗），还有半边向另一个方向转动（↻）。”我们提出要朝R撞击：“这不一样，因为那个（重物）推动小球，小球立刻下落：也许两颗一起下落。在球的位置撞击，从而将球向前抛射。”——（观察。）——“它俩各朝一个方向位移：（B）朝这边，（R）朝这边。”——但是（B）也被抛出去了？——“对，它也是。”——是什么让（B）抛射出去？——“是锤击物的一击。”——为什么不如那边远？——“它落向前方，

之后被牵制了。”——*R* 呢？——“它也被抛出去了。”——另一边呢？——“我，我不知道。”前方撞击：他搞反了关系。观察：“铁杆向后，小球（*R*）向前，因为铁杆是朝这个方向去。”

这几个阶段ⅡA 的过渡例子很有启发性。在阶段ⅠB 的基础上，被试的进步表现为，关于动量传递的认识，不再局限在不完全的瞬间直觉，虽然在预测初期（鲍尔）和预测之后（法布）都没有成功，但是，被试能明确地肯定有中介的传递；法布认为，重物用力撞击 *R* 的一侧，但事实上它也撞了 *B* 的一侧，即使“没那么猛”，但也横贯了整条铁杆（撞击之后铁杆转动），但她最后又说“立刻撞击”，即依照重物→铁杆→小球这样的传递。鲍尔则很快地解释了有中介传递：“就好像重物迎面撞向小球”或“就好像我们直接用手去撞”。哈勒考虑到了冲力的传递，赛尔考虑了振动。

从上述新的应答（半内化的有中介传递，是阶段ⅡA 的典型特征，它与运算传递的形成相关）引出了第二项进步：即肯定 *R* 和 *B* 在动力学方面的某种差异。这一差异，在阶段ⅠB 已多少被察觉，但由于缺乏传递的清晰概念，给它的解释很少。相对地，到了阶段ⅡA，虽然法布、哈勒和鲍尔想象出 *R* 和 *B* 相对称的情况，但一经观察，他们能够基于传递的事实，给出明确的解释：离撞击越近的球走得越远，而远离锤击物的球则仅受到一次减弱的冲击（法布认为，“撞得没那么猛”，或鲍尔认为，对于 *R* 球来说，“重物在它那边”，“这边比那边晃得更厉害”）。但在这些常规解释以外，也有另外一些动力学的思考。法布认为，锤击物的撞击引发了 *R*（前方撞击）更快的坠落，它出现在 *B* 的坠落之前，*B* 原地垂直下落，且被带得更远，这是因为“它在上方停留更久”（最后这个观点，迪特已在阶段ⅠB 讨论过，不过，是在邻近结尾的时候）。哈勒也这么认为。反过来，鲍尔和赛尔又进一步，指出空气阻力的一般化模型，接着（鲍尔）指出了角铁垂直边的阻力，但这又把我们引至方向的问题。

从第三点来看，实际上，和阶段ⅠB 相比，该阶段被试几乎没有什么进步，倘若进一步分析实验过程，只有鲍尔在之前的概念基础上，补充了非常清晰的、新的论据，用来解释初始的、普遍的方向趋势。我们已经看到，这些趋势假定认为，动量方向，或者说，小球牵引方向，即 *PBR*，延长了角铁的弹射，即 *LA*：由于角铁转动，*R* 会从角铁的一个端点向前坠落，*B* 则从另一个端点向前坠落，两点位置对称，图示如，与法布预测相同（鲍尔甚至在最开始就有了传递概念，图示如）。不过，在阶段ⅡA，虽然对撞击传递有了更为清晰的概念，但在 *R* 球和 *B* 球之间不存在动力学方面的完全等价，*R* 球（在后方撞击中）受到主动锤击物横贯铁杆的力道推动，*B* 球则仅仅受到角铁旋转的对称牵引，从而在铁杆另一端坠落。正如鲍尔明确描述的那样，*B* 球受到铁杆旋转方向上的牵引，*R* 向着一个方向（），*B* 则向着“另一个方向”（）。由于缺乏对惯性的充分理解，上述的牵引观念在阶段ⅡA 自发出现。实际上，我们已在第六章看到，对于阶段ⅡA 的被试来说，放置在移动车厢中部的小

球会沿着车厢运动的方向起动（以两倍的速度！），只有到了阶段ⅡB（9—10岁，甚至普遍延迟到更晚），被试才能逐渐预测小球朝反方向起动。因而，在阶段ⅡA，*B*球很自然地受到角铁旋转方向的牵引，有时还受到前方垂直边的"牵制"，不过，现实情况是，水平支撑面在球底下后退的同时，垂直边也远离了小球！

因而，当鲍尔提到*R*的"方向"和*B*的"另一个方向"，而吉赫说完"铁杆的半边像这样转动，还有半边向另一个方向转动"（箭头同上），又补充道，"两颗球各朝一个方向位移：（*B*）朝这边，（*R*）朝这边"，相较于阶段Ⅰ（哪怕是阶段ⅠB），此处出现了方向的进步。不过，还是相对于角铁旋转方向的进步，而不是球的方向，它只说明，被试稍微理解了旋转的双重维度，即从垂直方向上把角铁分成两半来看待。但我们可以思索，本阶段所引发动力学进步的，也许并不是理解几何结构的微小进步，我们已在讨论半内化的有中介传递开端时，已经强调了动力学的进步，一方面，锤击物更有力的运动越过了垂直边，撞击了*R*，另一方面，这一撞击效果传递到角铁末端，逐渐减弱，作用于*B*。换言之，如果发现旋转过程中，角铁的两半朝相反的方向去，是否能让儿童觉察到，锤击物的运动作用于*R*和*B*的效果是不同的？

我们再一次发现那个持续出现的问题，即几何学理解的进步和动力学理解的进步，二者的关系是相互促进，还是一方优先于另一方？回溯此前的问话，几乎得不到答案：例如，鲍尔在分析旋转之前，便已明确提到有中介传递的观念；其他人也许正相反（如，吉赫的部分应答），但它们作为明确概念出现的顺序，却没有证明任何隐含的蕴涵和推论。相对地，我们很难发现，与角铁转动有关的描述如何带动有中介传递概念的形成，不过我们逐渐意识到，对传递的关注，能帮我们更好地观测角铁运动的几何条件，这些条件是锤击物撞击和小球起动之间的中介。我们将在阶段ⅡB的讨论中，并采取一种更加清晰的形式来阐述本章问题。

§4. 阶 段 ⅡB

邻近9—10岁，我们观察到了两项进步：首先是，从最初的预测开始，就承认了动量的传递，然后是关于动力学方向作用（此处，小球在转动中的惯性问题，或小球的非牵引运动，同第六章平移车厢里的小球相比，问题更难）：

> 阿海（9岁8个月）　后方撞击的预测："如果你撞得猛，铅球（*R*）会从那边远离，因为它从那边被弹了出去。"——（*B*）呢？——"从那边（对称位置，但不那么远）。"——小球怎样下落？——"是靠冲力。"——怎样的冲力？——"从撞向铁杆的重物那里来的。重物的冲力给了铁杆，铁杆弹动了铅球（=小球）。"——为什么（*R*）走这边？——"它不能在那边（后方），因为铁杆从这边过来，重物又在后方。"——是什么让（*B*）下落？——"像这样（铁杆旋转），它

（*B*）已经在铁杆上滑动了（=将会滑动）。”——怎么做到的？——“铁杆稍稍转动，它落下来。”——但为什么是在那边（被试刚刚指向前方）？——“是（*R* 的）反方向，反过来。是那一侧（角铁的左半边）让（*R*）从这边弹出去，另一侧（角铁右半边）让（*B*）从那一侧落下。”——如果我们这样使力（双倍的力）？——“铅球（小球）会从那边走（相同的方向），但会更远。”——可我们没撞在这儿（正对着 *B*）啊？——“因为这边（角铁右半边）和那边（角铁左半边）有相同的力，因为它们连在了一起。”——如果我们对准 *R* 撞过去呢？——“如果力道在那边，球就在这边（对面）走得更远。”——*B* 球呢？——“一般来说在那边（铁杆前方），实际在那边（几乎在正下方）。”观察后，他认为 *B* 最终到达的位置取决于撞击的力，之后他注意到：“一直在同一个地方。”——为什么？——“我们一撞，（*B*）受到撞击就掉下来。”——为什么？——“因为它想（=会）停在同一个地方（铁杆上方），因为它这么重，所以它才掉下来（到那儿）。”——如果它更轻一点呢？——“还是一样。”——是什么让 *R* 往下掉？——“撞铁杆的那一下，球被弹出去。”——*B* 呢？——“它之后才动，因为有一个边沿（他仍和阶段Ⅱ*A* 的被试一样，认为 *B* 会朝着角铁旋转方向移动）。它受到撞击，就动了。”——（*R*）呢？——“它受冲力（传递过来的力）影响，掉了下去，而不是受到撞击。”前方撞击，预测：“这个（*R*）落到脚边（差不多在铁杆下方），同时（*B*）掉到那儿（正确）。”——为什么？——“是逆了（说错了[①]）前方的。”——*R* 是怎么到那边的？——“如果我们从那边撞击，铁杆会这样（后退），球会刚好从那边（反方向）出发，因为它也滑动了（参见，从后方撞击 *B* 球，但这次被试预测了正确的滑动方向）。”——怎么滑的？——“因为那个（重物）撞向了铁杆……撞击让球立刻下落。”——为什么？——“因为铁杆在这里（前方）没有（垂直）边。”——但为什么（*B*）走得更远？——“是铁杆的冲力，重物的冲力施加在铁杆上（重物在另一边：传递观念出现），所以（*B*）没法到那边去（仅仅到了下方）。重物的力更大：所以（*B*）走得更远。”——那这个（*R*）呢？——“两颗球分两次下落，都是由于撞击，（但是）它（*R*）是这样：铁杆动了，（*R*）掉下来。”他补充说，如果垂直边在另一侧（则球向前，撞击正对着垂直边），R 球会从另一侧被弹出去，和初始撞击一样，但位置相对称。

阿当（9 岁 4 个月）先是认为（这是阶段ⅡB 的典型应答，预测到了所有动力学的可能性，其中包括反作用力方向的认识开端）“铁杆不会动，因为有重物（=小球）牵制着它。”——怎么牵制？——“如果那个（锤击物）在重物（小球）上方撞击，就会牵制铁杆。”——怎么牵制？——“重物（锤击物）推它（向前），其他两个重物又推了它（从而回到出发点）。”——为什么铁杆被牵制？——“因

① 此处被试把“逆着”（inverse）说成了 enverse。——中译者注

为有重量，球的重量牵制了它。”——那是怎么牵制的？——“不对，我发现了别的问题：铁杆会动，那如果我们撞得太用力，重物会掉下来，因为没有铁杆（即另一侧的垂直边）牵制它们。”他预测了两球彼此对称的相同坠落。预测（在 *R* 后方）：“摆锤立刻撞向边沿，同时球（*R*）下落，铁杆向前去。”——（*B*）呢？——“因为我们没撞那边，那个不能穿过铁杆（的垂直边）。（后方撞击角铁，第一次观察。）它没像那样（向前）移动，因为有铁杆（垂直边）牵制它，它不能从上方过去（这仍属于阶段ⅡA 的应答）。”——（新的观察。）还有呢？——“它立刻掉下来了……重物（锤击物）让铁杆动了，气流让球下落。”之后又是一次新的观察，他终于有了进步：（*B*）怎么下落的？——“重物让铁杆动，铁杆移开，球落下。”——怎么做到的？——“我觉得，球之前没动（不再认为球朝着角铁旋转方向前进），铁杆向后移动，产生一个振动（回到了动力学！），小球下落。”——怎样产生的振动？——“由重物（锤击物）产生了振动，铁杆把振动传递给了球（*B*）。”——（*R*）呢？——“那边完全是因为有重物在上方，让球掉下来；能推动球的振动并不存在。”前方撞击：他最开始预测两球的移动，但 *B* 球“也许略远，或者距离相等”，但接下来：是什么让（*R*）下落？——“是重物（锤击物）。铁杆（向后）动得很快，于是像这样（比画：铁杆移开，球失去了支撑）。至于另一颗球，它像这样动（旋转方向）。”观察：——为什么（*B*）去了那边？——“铁杆推了它。它不能向后去（因为有垂直边）。”——那为什么它落向前方？——“因为铁杆向前去。”——（*R*）呢？——“因为铁杆向后去，球就落到了下方。”

戛勒（10 岁 6 个月）是什么让 *B* 球下落（他预测 *B* 球略微超出角铁下方）？——“是因为摇晃：在摇晃的作用下，球也落下来了。”——我不是很懂。——“摇晃的时候，铁杆动了，球掉下来，因为它不平衡。”——那（*R*）呢？——“嗯，它也不平衡。”——所以原因是摇晃吗？——“对，是动量。”——是在说 *R*？——“对。”——*B* 也是？——“对。”——动量是什么？——“它在锤击物推铁杆的时候产生；球不平衡了，就掉下来。”——*R* 会到哪儿去？——“会更远，因为摇晃离它更近，锤击物刚好在旁边，于是它走得略远一点。摇晃要花更长的时间到那边（靠近 *B*），强度大大减弱了。”

阿克（10 岁 11 个月）预测 *R* 会向前去“因为我们从上方撞它”，*B* 停在角铁上，靠近端点“因为边沿（在旋转方向上）牵制了它。”经观察：“是因为锤击物，球（*B*）晃动，然后掉下来。”——但为什么是那边？——“这边受到了更猛的撞击（*R*），那边没那么猛，因为锤击物离（*R*）更近。”——（新的观察。）——“因为你撞得很用力，它停在了原地。”

马特（10 岁 6 个月） 一次分析一颗球。*R* 球：“如果撞击太猛，它会受到很大冲击，会被推动。”——是什么让 *R* 球落下？——“结论是角铁。”——那重物呢？——“嗯对，本来应该是锤击物。我认为两者都是，铁杆要能抛射小球，得

靠锤击物。”——（前方撞击。）——“它已经（=将会）朝反方向弹射出去。”——（只讨论 B。）是什么让它下落？——“是摇晃：铁杆动了，别是（不是）球，球会停在原地，然后会掉下来。”马特看似已经理解了，甚至到达了阶段Ⅲ，但经过观察：如果没有边沿阻挡，它会到那边（旋转方向）去吗？——“会，如果没有边沿，它会到另一边去，因为铁杆会朝这边转动，带着球一起。”——这样一来，是什么让球掉下来的？——“是锤击物的一记冲撞。”——那如果有这个（有边沿），原因就不是冲撞了？——“对，原因是边沿。受到重物一击，边沿就会让球掉下来。”

我们首先注意到，到这一阶段，撞击的有中介传递不再成为一项问题，被试认为撞击的效果能影响到整个角铁，这是因为，如阿海所说，角铁远端的半边和近端的半边“有相同的力”，因为“它们连在了一起”。显然，这一普遍的动力学条件阻碍了被试迅速观察发现以下内容——此处不排除观察可能有些盲目——即如果其中一颗球被铁杆的半边推动，另一颗球将会下落，因为角铁的另一半产生了后退，而不是同样推动了另一颗球。实际上，为了能够粗略给出这一阐释，在问话的最后，被试需要遍历所有能设想出来的，有关撞击、冲力、振动的动力学假设，依靠逐步纠错，他们最终形成了两个观念，第一个观念有些复杂，即第二颗球并未受到铁杆后退的牵引，仅仅是因为失去了支撑物而下落。

雷格[①]很好地预测了球受到后方撞击而发生移动，但面对前方撞击，他预测了一个对称的效果，由角铁边沿引起。阿海起初（面对后方撞击）提到锤击物的冲力撞了铁杆，弹动了 R 球。他立刻察觉到，B 球坠落的性质与之不同，他预测 B 球会“滑动”。不过，既然铁杆有冲力，对他来说，B 球与 R 球对称（“逆着”）向铁杆旋转方向滑动，是很自然的事。他仅指出，角铁的两半边并非以相同的方式运动：一半“让球弹出去”，另一半“让球落下”，如我们所见，作为传递性观念的原因，两边的力作用是一样的。而在锤击物直接撞向 R 的情况下，他补充认为，B 差不多落到铁杆下方。观察后也没能发现更重要的东西，除了 R 是由于“撞击”移动，而 B 移动的原因仅仅是横贯角铁传递过来的“冲力”。相对地，面对锤击物的前方撞击，阿海立刻通过他之前的观察进行了归纳，他准确地预测了 R 的坠落；特别是，因为，在他看来，铁杆在撞击效果影响下后退，他对这一后退给出合理的解释：铁杆会向后去，R 球“滑动”（和之前 B 的表现相同），但却是向前。不过，他没有止步于此，又补充了前述的动力学假设：撞击让球立刻下落，以下省略。麻烦在于，仍需解释为何 B 球没有受到（直接）撞击，却比 R 球走得更远：倘真如此，意味着“冲力”比撞击更猛，且“重物的力”在传递到铁杆另一端的过程中有所递增！最终，他放弃了这些区分：“两颗球分两次下落，都是由于撞击”，不过，考虑 R 球时，在球的下方“铁杆动了”，球因为失去

① 该被试未在前文所举的例子中出现。——中译者注

支撑物而下落。

阿当的发现过程也很复杂。他先是预测球从两端对称地下落，之后又注意到 B 的垂直坠落，而 R 受到了锤击物推动，他指出气流让 B 离开原位，这是因为气流给了 B 一个旋转方向上的位移趋势，也因为边沿牵制着 B。经过新的观察，他最终得以理解，铁杆“向后去”，球因而下落。但在这一点上，他和阿海一样，需要补上动力学的假设：球在铁杆上“不动”的时候，仍需要其他因素让它下落：即铁杆下落“产生了振动”，B 落下（R 受到了撞击，而非受到了振动）。最终，又一次和阿海相似，前方撞击的场面让他懂得了角铁后退的意义：“铁杆向后去，球就落到了下方。”即使是马特，他暂时找到了 B 的正确解答，也认为没有边沿的话，B 还会稍稍前进一点。

实际上，此处理解的开端来得如此之迟（且仅仅是一个微弱的开端，要到阶段Ⅲ，这一理解才得到普遍承认），反映出两种难点，一种是几何学或运动学的，另一种是动力学的，每一种都要分两方面看。先是几何学角度，实际上，首先必须理解为何角铁右半边（图示 2）朝着旋转方向前进，同时左半边，它相对于运动的起动线（图示 2 的画线部分）后退，也就是相对于外部参照系统后退，此外，也可认为左半边向前移动。因此（儿童）必须要协调这两个参照系统。其次是运动学角度，正如车厢上（见第六章）的小球放置在中部，会在列车前进的时刻向后去，这仅仅是相对于车厢的运动，而相对于外部参照物，球实际停在原地：在本章的例子中，必须同样理解，（后方撞击中的）B 球，虽然看起来是朝着旋转的反方向移动，实际却停在原地。以下是动力学的难点：一方面，必须认识到角铁对球是没有牵引效果的，它的惯性与旋转导致的运动传递相对立；另一方面，同样需要把握的是，锤击物撞击的动量，即使以位移气流或“振动”产生的递减效果的形式呈现，它也不再介入本章实验。

由此我们又一次看到问题的复杂所在，我们可以思考，这些几何学的难点和挑战，是否引发了动力学的难点和解答，或是否运动是反向的。再有，如前所示，又如所有存在类似问题的情况一样，也许应当承认，此处存在一种关于超越的阐释：一方面，很清楚的是，几何学的认识对理解动力学问题是必要的，因为只有把握了角铁右半边的后退和 B 球停在原地（后方撞击的情况下），才能理解球的惯性，以及球相对于锤击物动量的独立性。但相对地，只有提出了动力学问题，并考虑 B 球相对于 R 球的独立性，被试才能够建构起准确的空间关系，从而赋予那些必要的几何学认识以动力学的解释。这就是为什么，虽然苗头尚弱，方向和向量组合才刚刚开始，儿童将在阶段Ⅱ观念的基础上，建立一个新的综合认识。

§5. 阶段ⅡB（续）：验证垂直边的作用

面对复杂的情况，关键在于找到阶段ⅡB和ⅢA之间分界的标准，最关键的是，要准确阐述动力学元素和几何学元素之间的关系，就要专门分析被试赋予在场的铁杆和垂直边作用的缺位。如此一来，我们就要采用第二种验证方法，一次只考虑一颗球，要么是 *R*（抛射球）要么是 *B*（非抛射球），情况共有以下六种：

1. 左半边后方撞击，*R* 向左去（即朝向垂直边）；
2. 左半边前方撞击，*B* 向左去；
3. 右半边后方撞击，*R* 向右去；
4. 右半边前方撞击，*B* 向右去；
5. 左半边前方撞击，*R* 向右去；
6. 左半边后方撞击，*B* 向右去。

之后，我们重新开始同时考虑两颗球，撞击取在左半边的前方或后方，我们也会思考，如果没有任何边沿，又可能会发生什么。

继而，接受问话的阶段ⅡB的被试也显示了他们显然不太理解垂直边的作用，虽然他们也都承认，是撞击的“有中介”传递促成了小球向前的推动力：故而必须对以下两者有所区分，即被试普遍认识以角铁为中介，锤击物对小球的传递，而在该传递的详细阐释中，存在一些由垂直边造成的效果。如此一来，就要重新检验阶段ⅡB的例子，把传递问题和方向问题分开：

科勒（8岁9个月） 情况1：“那个转了，然后那个推。”——是什么在推？——“锤击物。”——什么推了什么？——“铁杆推，球（向前）下落。”——它可能（向后）落到那边吗？——“不能，因为有边沿。”——那如果没有边沿呢？——“我们推的时候，它（球）可能走这边（向前）或者那边（向后）。”——取决于什么？——“我们像这样转动铁杆，它会到那边，像这样，会到这边（向前或者向后，随着铁杆方向走）。”——如果我从后方撞击没有边沿的这里呢？——“它会这样（随着铁杆前进，之后向后坠落）。”——（观察。）为什么朝那边去？——“因为铁杆朝这边去。”——如果我们撞得更用力呢？——“还会更远。（观察）因为那个（锤击物）特别用力地推了它（推球，借助铁杆的中介）。”情况2：“球也会下落。”——落到哪儿？——“这里（铁杆下方）。”——是什么让它落下？——“锤击物。”——可能到那边（旋转方向）去吗？——“不能，需要在这里（另一侧）安一个边沿。”——如果没有边沿呢？——“它会滑到这边（铁杆旋转方向）。”——为什么不会在铁杆底下？——“因为锤击物更用力地推它（如果没有边沿，就沿着铁杆旋转的方向）。”——解释一下这两边的区别（有边沿的情

况 1 和情况 2）？——“如果有边沿，我们撞（从边沿的一侧），就会把球抛出去，如果（我们撞的这一侧）没边，它就会落到这儿。”——如果我们用力撞，又没有边呢？——“它会朝这边或者那边（旋转方向或反方向）滑动。”——取决于什么？——“取决于我们撞得猛还是不猛。”——（观察。）为什么它到那边去了？——“这个看情况：撞的时候（后方撞击：情况 1），边沿在那边，球不能（向转动的反方向）滑动。如果我们（从前方）撞击，那边（后边）有边沿，球就会下落。”情况 6：“球从那边落下（落到位移之后的铁杆下方）。”——为什么？——“因为边沿不是两侧都有，所以球会落下。”——如果没有边沿呢？——“有边沿会从那边落下，没有边沿的话，也可能从这边（= 可能分别从角铁的两侧）落下。”

佩乐（8 岁 8 个月）　情况 2，预测：“那边（转动的反方向，且相当远），因为这边有另一片（边沿），它干扰小球。”——是什么让球下落？——“如果它撞上那一片（边沿），它会向后弹跳。”——（观察。）你刚才是这么想的吗？——“不完全是：没有铁杆（边沿）干扰，因而它向后坠落。”——如果用力撞击呢？——“还要向后。”——（观察。）为什么始终在铁杆下方？——“因为边沿阻挡了它，让球变慢（！）。”——怎么做到的？——“边沿受到球给它的撞击（从而回到了初始假设）。”

海斯（9 岁 9 个月）　情况 1：“会稍稍把球弹到那边。”——它可能会向后去吗？——“不能，因为有东西（边沿）牵制，还因为铁杆向那一侧转动。”情况 2：“球会立刻从这一侧坠落（和情况 1 近似）。”——为什么？——“那个阻止它通过（边沿）。”——是什么让它下落？——“依然是强力：锤击物会让铁杆到这一侧（反方向），球会下落，因为锤击物让铁杆动的时候，球会给边沿一个反推力，这一下很强，球会被抛射（反弹）出去。”——如果没有边沿呢？——“它会从另一侧（= 旋转方向）下落。”——（观察。）“球落到下面，因为它撞出去的那一下，就好像它刚才一直停在原地，而铁杆移走了。”——球撞过去的一下，你叫它什么？——“锤击物撞过去，产生了相当强的振动，让小球下落。”——但我不明白为什么会在下方？——“没错，我正在思考这个，是由于边沿的缘故，球不会到那边去（旋转方向），边沿阻止它过去……我刚才搞错了，现在我不觉得它落在下面是因为它滑动了：是因为边沿才对！”

阿邵（12 岁）　情况 1：相同的应答。——如果没有边沿呢？——“球可能会从另一侧（转动的反方向）下落。”——从前方撞击也是一样吗？——“对，两侧都有可能让球下落。”——为什么？——“是随机的。”——怎样才会向后去？——“它（将要）像这样滑动（比手势）。”——怎样才会向前？——“依靠锤击物。”——有边沿的话，还靠锤击物吗？——“对。”——那如果没有边呢？——“基本是一样的。”情况 2：球向后去，“锤击物朝铁杆撞击，铁杆转得相当快，之后球掉下来，因为太快了。”——如果没有边沿呢？——“（还是）走这边（旋转方向）但没那

么远了。有边的话，球（在下落前）会有一个助推支撑，这让它走得更远。”——（观察。）为什么（在铁杆底下）？——“因为铁杆动得够快，它马上掉下来了。”——如果用力撞击呢？——“还是一样，因为这一侧有边沿。”——如果完全没有边沿呢？——“会去那边（旋转方向）。”——边沿起到什么作用？——“让它走得更远（回到之前的假设）。”情况6：“从这边（转动的反方向）因为没有边沿让它到那边（另一侧）去。”——（观察。）——“你刚刚朝着边沿撞击，球也立刻落下，铁杆继续转动。”——为什么立刻落下？——“因为没有边沿牵制它。”——如果另一侧有边沿呢？——“球就会落到那边（旋转方向）。”

萨姆（12岁1个月） 情况2：“那边，因为有这条铁杆（边沿）牵制着球，球不能从上方通过。”情况1（重做）：——如果没有边沿呢？——“球可能从任意一侧落下。”——取决于什么？——“随机的（他操作了没有放置球的装置）。不对，从这边（旋转方向）因为锤击物在铁杆后方。”——所以边沿起到什么作用？——“从这一侧（情况1）它什么作用也没有。只有从这边（情况2）它才起到一些作用，也就是牵制球（=不让球朝着旋转方向去）。”——（观察，情况2）为什么不能更远了？——“啊，是因为边沿。”

阿朱（12岁11个月） 情况1：“那边，因为它这么转，然后有边，不能向后落，边沿牵制着球。”“锤击物撞击的方向和小球下落的方向一致，之后（因为）像这样转动，同时那边（情况2）它不能弹射出去（阿朱指出了边沿），它朝反方向转动。”——是否落在下方？——“我不认为可行，因为它走得太快了。”——（观察。）——“对！它落下的原因是撞击和铁杆的晃动。”——为什么在那边？——“正是因为边沿，它不让小球去那边（旋转方向）。”——如果完全没有边沿呢？——“就会去那边（旋转方向）。”——边沿起什么作用？——“阻挡，就像碰到障碍物的反弹（ricochet）。”

卡夫（12岁） 情况1：“那边（向前）。”——如果没有这条边呢？——“也许会去另一侧。边沿牵制小球（不让它去转动的反方向）。”情况2：他预测球会朝旋转反方向坠落，但首先要转45°角。观察：“我搞错了，球立刻下落了。”——为什么？——“因为边沿没有牵制它。”——为什么没有？——“……我不知道。”

以上事例充分地说明了方向组合的困难，这一困难将会持续到阶段ⅡB，某些被试甚至持续到12岁。当然，全体被试都能理解有中介传递的存在：锤击物撞击铁杆或角铁，后者移动、“振动”（海斯）或“晃动”（阿朱），让小球下落。但即使没有边沿，情况也是一样，要么朝着转动的方向（科勒的情况1和2，佩乐的情况6，海斯和阿朱的情况2），要么两个方向都有可能，移动是随机的（阿邵，萨姆）。当然，科勒认为，虽然情况1当中，边沿“抛射”了小球，但它一般的作用首先是“牵制”。对于佩乐和海斯，情况2当中，小球朝着旋转方向前进，之后撞向边沿，又反弹回来，阿朱也支持这种看法（边沿用来“阻挡，就像碰到障碍物的反弹”）。但通常来说，边沿

仅仅能够解释以下事实，即小球不能朝着边沿的方向一直行进，边沿充当了障碍物："那个阻止它通过"（科勒[①]），以下省略。在某些情况下（情况 2），边沿会牵制小球，让它留在铁杆上，也让球"走得更远"（阿邵），但一般来说，它的作用仅限于"不让小球去那边"（阿朱），从而在情况 1（或 3、5）当中把小球牵引向旋转的方向，在情况 2、4、6 当中阻挡了小球。

再者，在解释边沿作用的过程中，困难的出现显然应该归因于被试尚不懂得，情况 2、4、6 当中，球的惯性条件，被试有一种归纳的趋势，把所有情况归纳为一个假设，即借由铁杆作中介，锤击物作用到小球的撞击，发生了有中介的传递。实际上，我们已在第六章讨论过，阶段ⅡB 的被试仍不理解惯性，而要他们预测起动或停下的车厢上位移的小球的运动，必得先观察到小球朝车厢后部运动，预测才能实现。因而，自然地，本阶段被试会这样预测，没有边沿时，球要么朝着旋转方向行进，要么随机向前或向后行进。由此，虽然旋转的铁杆比平移的车厢情况更为复杂，（被试眼中）边沿的作用却仅限于牵制。不理解边沿的意义，以及情况 2、4、6 当中，边沿影响效果的缺位，都不能解释被试何以缺乏对惯性的认识，情况应该反过来，后者才是前两者的原因。

§6. 阶 段 Ⅲ

大约要到 11—12 岁，我们才能发现被试对实验流程有了稳定的认识。但仍需区分阶段ⅡB 与ⅢB 之间的过渡期，即阶段ⅢA，其特征不再是（像阶段ⅡB 那样）接近于正确解释的、对 *B* 球（减弱的摇晃）的动力学解释，而是以摆动为特征，摆动最终导致了一个近似于惯性原理的阐释。以下是三例：

阿季（9 岁 10 个月）立刻回答："有两颗球，一颗转动着坠落（*B*）；另一颗抛出去坠落（*R*）。我们用摆锤撞击，球（*R*）会抛射出去。"——怎么做到的？——"撞击产生一个摇晃，撞击更靠近它（*R*），它会第一个被抛出去。"——（*B*）呢？——"铁杆将会转动，到达那边，它（*B*）会从那边落下（略微向后）。"——（*B*）被抛出去了？——"我觉得它也被抛出去了。之前我以为只有（*R*）会被抛出去，现在我已经懂了，铁杆刚才摇晃了，另一颗球也会下落（由于摇晃的缘故）。"——（观察。）——"摆锤的力道更强（对 *R* 而言），这边（*B*）它不能给这颗球同样的下降速度。"——是什么让它起动？——"都是同样的摇晃，但没那么强。"——但这边（*B*）没有摆锤。——"没有，但它让整条铁杆都晃了，一直到（*B*）。"——（新的观察。）——"也许是转动的力让这颗球一直落

① 应为海斯。——中译者注

到同一个位置（B 落到铁杆下方）。”——但你刚才提到了摇晃？——“啊！它也许就是起动力（！）。”——起动力？——“对，我们用摆锤给铁杆这股力，让它转动。”——是什么让（B）下落？——“是起动让它紧接着下落：这股力让它‘咻地掉到那儿！’”——能说得更清楚些吗？——“是铁杆起动时的速度。”

斯皮（9 岁 9 个月） 只考察 R，后方撞击：“锤击物撞击铁杆，就会用力推球。”——（R 这一侧的前方撞击。）——“也许是一回事，也许能够吸引这一侧（旋转方向）的小球。”——是什么让它下落？——“还是因为它转得太猛烈，给了铁杆一个冲力：快速地转动，如果没有什么从这一侧牵制小球，可能就把球松开了（不再说是把球推下去！）。”——（观察。）——“和前面一次完全不一样，它有这股力；我认为如果后面什么（边沿）也没有，球会向后落。”——（两颗球，前方撞击。）——“（R）会落到那边（正确）另一颗向前（= 角铁下方），它会被铁杆丢出去，会立刻落到下方，因为铁杆动得太快，它没办法留在上方……铁杆起动太快，（B）会立刻下落。”轴对称：——要让 R 和 B 两颗球同时落到角铁下方，该怎么做？——“必须从前方撞击，因为如果从后方撞击，就可能让两颗球弹射出去（正确）。”

阿劳（11 岁 3 个月）预测，由于离心力，（球）会从两个端点起动：如果我们从这儿（R 的后方）撞呢？——“它可能走得更远，因为锤击物直接撞了它。”——（观察）是什么让它（B）落下？——“是锤击物撞击铁杆，铁杆立刻给出反作用，小球停着……它没时间反应，铁杆已经走远了。”——是什么让（R）下落？——“是锤击力。”——B 呢？——“是起动的铁杆，之后球落下，球停住了。”——它落下来，也是出于同样的原因吗？——“不，不是同样的。”——那是不是因为锤击力？——“由于锤击力，球（B）已经从铁杆出发了……因为它没有冲力到达这一侧，因为它有重量，没法和铁杆同时给出反作用。”这是因为，他稍早前说过：“如果我们放置一颗很轻的球，它会留在上方。”之后说：“它没有时间和铁杆同时起动……它无法维持在上方。”

阿季的例子很好，我们看到，一经观察，他就迅速获得了正确的理解：摇晃传递到 B，一路减弱，引发坠落，根据重物撞击力的不同，落地位置也不同，根据 B 下落“一直落在同一个位置”且直接落在角铁下方这一事实，他总结认为，此时唯一的力是一股“起动力”，只与角铁有关。不过，按照他的解释，似乎起动作用主动施加于 B，给球强加了一个制动（“咻地掉到那儿”），但之后的说明显示，其实他看得见两者的区别：角铁获得一个速度而起动，同时球坠落。斯皮从他自己的角度认为，B 会暂时跟随角铁旋转而移动，但马上说明（这是一个进步，引领被试迈向明确的阶段Ⅲ）B“被松开了”而不再像 R 一样“被推下去”。经观察，他完全明白了，之后给出的都是正确的预测和解释。至于阿劳，他稍微有点迷糊，坚持认为如果给 B 更久的时间，或是让它更轻，球就会跟着铁杆起动，但最终的结论“它无法维持在上方”，和阿季

一样，体现了两者的区别。

对于一部分阶段ⅢA 的被试，我们采用 §5 的方法 2 进行问话，他们成功地理解了边沿的作用，但在面对情况 2、4、6 时，仍需要一段时间来摸索：

阿耐（10 岁 4 个月） 情况 1：小球向前“出去”，“是因为冲力。”——如果没有边沿呢？——“因为它向这个方向转，小球将绕轴旋转，然后下落。”——但为什么向后去？——“因为那个（角铁）将从它下方起动，球下落，将会滚到下方。”——（观察，有边沿。）——“有边沿把它抛出去。”情况 2：“它将停在铁杆上，因为有边沿阻碍它下落。”——它会停住？——“啊！不对，我搞错了，它将会向前坠落。”——为什么？——“因为边沿没把它抛出去，它将会直接下落。”——如果之前始终没有边沿呢？——“它仍然会下落，和有边沿是一回事。”——为什么？——“因为它不会从边沿这一侧下落（=不受其牵引），而是从这一侧。”——边沿有什么用？——“目前完全没用。”——（观察。）——“对，铁杆在球底下滑动，球落下。”

阿巴（10 岁 6 个月） 情况 1：“如果我们撞得很猛，如果边沿抖动，球就会下落。”——如果没有边沿呢？——“球可能会从这一侧或那一侧坠落，但我猜会在同一个位置，因为锤击物撞过去是一样的。”情况 2：“球会停在铁杆上方，因为边沿牵制它。”——（观察。）——“铁杆会突然起动，把球留在原地，它抛下了球。”——如果我用力撞击呢？——“还是在同一个地方，铁杆仍然会突然起动，然后抛下球。”——刚刚（情况 1）你对我说，没有边沿和有边沿一样，球会到同一个位置？——“没有，它应该总是到那儿（角铁下方）。”——那边沿有什么用？——“撞击另一侧时（情况 2），它就没什么用，因为铁杆无论如何（=无论有没有边沿）都会抛下球。”情况 3：与情况 1 相同。

相对于阶段ⅡB，我们发现本阶段的被试有了显著进步。情况 1 或 3 当中，边沿的作用是“抛射”小球（阿耐），自此，有中介传递包含了边沿和铁杆这一类中介（除了铁杆，还包括阿巴所说的“边沿抖动”）。没有边沿时，球将从另一侧下落，“将会滚到（铁杆）下方”（阿耐）；至于阿巴，他仍认为朝着无边沿的角铁撞击，可能会导致向前移动，但在观察到情况 2 的效果后，他更正了观点。面对情况 2，理解不再是立刻出现，但仍然出现得很快（阿耐），或在观察时出现（阿巴）：但在这两例中，被试理解认为，边沿毫无作用，这与情况 1 中所提到的传递性相对立。

以下是数例阶段ⅢB 的被试：

厄恩（11 岁 6 个月，方法 1）立刻预测了 B 的情况：“它停在这里（角铁下方），铁杆移开。”至于 R 球“它在（前方）撞击的时候下落。”——（观察。）——“我开始懂了（他太谦虚了，对 R 的判断只出现了“几毫米之内”的差错）：摇晃比铁杆推它推得更快。”——B 呢？——“它没被牵引，只有铁杆被牵引了……它

停在原地，球什么也没做，因为它没被推动：它只是滚动，而那颗（R）被推动了，那个把它弹了出去。”前方撞击：“刚好反过来，不是这颗（B）而是另一颗下落。摇晃不会让这颗球下落，而是那颗将会因为摇晃下落。”轴对称，前方撞击：“两颗球都会落到下面，因为铁杆移开了。”

阿曼（12岁1个月，方法2） 情况1：“撞击铁杆时，锤击物产生一个摇晃，让小球掉落。”——如果没有边沿呢？——“球将会停在那儿（角铁下方），它将从这一侧（旋转的反方向）下落。”——它也会向前去吗？——“不，不会向这边（向前），它将会停在那儿（角铁下方）。”情况2：“铁杆会朝这个方向转动，球会落到那边（角铁下方）。”——为什么？——“没有什么牵制它。”——“如果我撞得很猛呢？”——“还是一回事，铁杆会很快起动，于是又一次，不再有任何东西牵制小球，它将会落到下面。”——边沿起什么作用？——“在这一侧（情况2）起不到任何作用，因为铁杆从这一侧出发。如果是这一侧（另一侧），它可能会牵制小球。”同时考虑两颗球：“在给出锤击物的一击后，铁杆将会移动，之后边沿将会推动球（R），同时另一侧（B），球无法被推动，之后下落。”——为了让两颗球落到底下，需要做什么？——“拿掉所有边沿。”

阿茂（12岁1个月，方法2） 情况1：正确。——是什么让小球下落？——“摇晃，它从锤击物而来；铁杆推动小球。”——怎么推的？——“靠那个（边沿）。”情况2：“这会让那边的铁杆起动，但因为球重，球会倾向于停在原地……铁杆起动移开后，它（球）不能停在原地”就落到底下。——落到哪里？——“那边（底下）或那边（旁边）。”——它能走得更远吗？——“我不这么认为。”——解释一下原因。——“我们撞击，铁杆转动，松开了球：球想要停下，但那个让它掉了下去。”情况6：相同的预测。——如果没有边沿呢？——“我还是认为会像这样（角铁下方）。”——它有什么作用吗？——“如果铁杆像这样（朝另一个方向）转动，它就起到一些作用：边沿让球起动，之后边沿在这里就没什么作用了。”——为什么？——“既碰不到球，又撞不到球。”——“如果像这样呢（情况5）？”——“是边沿把它抛了出去。”

从几何学的角度看，这些被试立刻懂得了（阶段ⅢA的被试则并不总是立刻理解）小球同时相对于角铁和起动线的坠落位置，两个参照系统迅速得到协调，包括铁杆未受锤击物撞击的半边，被试认为它同时前进和后退。另一方面，球的移动，以及未抛射球（B）移动的缺失，相对于角铁的后退，它们获得了正确的设想或预测，因为被试立刻懂得了，后退并未介入（球的运动）。自此，准确的方向组合出现了。

从动力学的角度看，由于角铁后退而被抛射的球，和另一颗未被抛射的球之间有所对立，后者相对于外部参照系统停在原地，落在角铁下方，角铁朝另一侧撤退，两球的这一对立，也在最开始几次预测中得到了把握，尤其是在方法2的情况1中，我们问被试，如果拿掉边沿，可能会发生什么。无论边沿是否缺位，它的作用都不

再成为问题。

这些回答的主要意义，在于理解未抛射小球的惯性作用。我们回想起第四章的阶段Ⅲ，被试最终预测出，放置在车厢中部的小球，在车厢起动时会向后退，而不是前进；此外，他们协调了两种参照系统来进一步说明，“球后退，但仍停在原地”（赛尔，11 岁 2 个月）甚或“车厢前进了，而不是球前进，因为球没有跟随列车移动……它相对于轨道停在原地”（比乐，11 岁 9 个月）。这正是本章当中，该年龄段的被试再次给出的相同阐释，虽然两章的问题情况有很大区别（即旋转，而非位移，以及被抛射的球与另一颗球的对立），而惯性观念的形成，最终让被试对边沿的作用或作用的缺失有了正确的、即时性的解释。的确，在角铁实验当中，我们原本可以考虑，也许导致惯性被发现的，并不是被试对边沿的意义事先有所理解，也许是反过来。不过，比较本章与第六章的结果，它们似乎很好地印证了 §5 提到的建构顺序。反过来，承认了惯性，便相应地假设了两种参照系统的存在，同时它也没有阻止，在动力学解释的需求下，协调本身得以实现。

第八章 吸引力问题，以磁铁为例[①]

我们已经研究了（儿童对因果关系）渐进的理解过程，在众多因果关系当中，只有那些与传递运动、或与质量相等造成的平衡有关的因果关系，能在7岁以前引发部分正确的解释。并从这一年龄段开始，加入了斜面的下降实验。我们立刻发现，这三种情况分别对应着我们熟悉的实验领域，一是自身运动，二是工具性运动，它提供了传递运动最早期的模型，三是与阻力有关的动量因果关系。

因此，研究上述三种情况，在我们看来是有益的，在这些情况下，因果关系和实体可能进行的活动没有关联，我们将分析因果关系如何得到阐释，要么与正在进行的运动相类似，要么相对立。如此一来，磁化过程便成了我们选择的研究领域，这是因为，实体既不会发出、也不会接收到儿童已知的那些吸引力，年幼的被试普遍不懂得如何操作磁铁（若非如此，比较那些对磁铁一无所知的儿童和那些已经见过磁铁的儿童，是有意义的）。的确，一项研究显示，烟的对流穿过了放置燃烧蜡烛的盒子，7—8岁的被试已经提到，火焰“吸引”烟，等等，不过，在这一特定情形中，我们能注意到好几个过渡形式，介于“牵引”、“拉动”、“吸引”运动之间，所谓的吸引总是与机械模型密切相关。相对地，有些儿童提到了更为特定的吸引方式，建立在一个同类去联系它的同类这一趋势的基础上：烟的热量被火焰的热量“吸引了”。这一原则众所周知，弗雷泽[②]（Frazer）曾用略为简化的方式，将其归因于相似概念的组合，用来解释模仿巫术，揭示了可能存在的心理形态学性质的起源，那么，磁铁效果的应答实验也许能在这一问题上给予我们启示（例如阶段Ⅲ出现了一种态度，同我们原本能预测到的相反）。一般来说，我们期待的有关磁铁运动的自发阐释会向我们展示，基于实体本身及其承受的效果，各种区别于自身活动、区别于被试已知实验过程的陌生现象，如何得到了同化和结构化。

① 合著者：莫尼克·肖莱（Monique Chollet）。

② 即詹姆斯·乔治·弗雷泽（James George Frazer），英国社会人类学家，著有《金枝》。该著作中提到，模仿巫术的原则是“相似律”，巫师仅仅通过模仿就能实现任何他想做的事。——中译者注

§1. 一般方法和结果

我们使用两块磁铁，它们的形状是平行六面体，另有许多实验对象，它们的形状、大小、重量、颜色、材料各不相同（诸如：剪刀，橡皮，钉子，方形石块，别针，墙壁，各种合金硬币，玻璃球，木球，软木球，金属球，等等）。提问如下：

1. 我们展示一块磁铁，询问被试是否知道它是什么，儿童使用上述对象，自行操作磁铁，时间或长或短。经过几次尝试后，问题首先是预测："它会吸引这个吗？为什么？"之后是解释："为什么磁铁吸引它？为什么没有吸引它？为什么没有吸引所有对象？"根据应答，我们会给出反例（进一步追问）。

2. 金属球靠近磁铁，儿童观察到磁铁吸引球。我们要求儿童阐释这个吸引力。

3. 改变距离，提问"为什么磁铁没碰到球，球就会动"；当球放的位置比较远时，问"为什么球没有被吸引"。

4. 我们尝试将对象和磁铁之间的关系细化。例如，如果儿童已经把吸引归因于性质 x，我们就提问该性质究竟取决于磁铁本身，取决于对象本身，还是同时取决于这两者（传导性，等等）。

5. 由此引出了传导问题：将磁铁垂直悬挂，我们让儿童观察到一颗金属球靠近磁铁底端，第二颗球持续受到第一颗的吸引，以此类推，直到垂直方向上悬挂了四颗球，但是第五颗球就不再受到牵引，我们提问为什么情况会是这样，如果儿童用到力的概念，我们就提问，第三颗和第二颗球是否有着同样的力，以此类推。

6. 接下来，我们同时使用两块磁铁，让儿童观察磁铁极点的作用。对于某一阶段的被试，将其中一块磁铁相对于另一块转动 180° 就足以完成观察（对于年幼的被试，我们使用轨道上的一节车厢来放置其中一块磁铁，用另一块磁铁让前一块磁铁前进或者后退）。*A* 与 *B* 两块磁铁的负极[①] 都涂成红色 R，正极涂成黑色 N，提问如下：a. 我们把 *A* 拿在手上，推向 *B*，R 极对着 N 极，让儿童预测"会发生什么"和"为什么"，之后进行观察，重新解释；b. 我们转动磁铁 *B*，让 R 极对着 R 极，提出同样的问题；c. 这一次，把磁铁 *B* 推向 *A*，N 极对着 R 极，提出同样的问题；d. 最后是 N 极对着 N 极。

由此观察到三个阶段，阶段Ⅰ，处于 5 到 6 岁，另有几名被试是 7 岁，磁铁引起的运动取决于一种物质，通常被称为"胶水"，它具备所有的能力：无论是吸引还是牵制，当然了，这都是胶水该有的作用，但它"偶尔会推一推"，甚至在斥力出现的情况下会制造"风"或者"吹气"。阶段Ⅱ（7—10 岁）的特征是力或流的介入，远程发挥作用（但效果递减），能贯穿问题 5 当中的球。但到了问题 6，出现两种流，一

① 磁铁一般用南北极来区分，此处皮亚杰使用正负极描述。——中译者注

种是拉动，另一种是推动，方向是绝对的，这便导致在类似情况，如R极排斥R极、吸引N极的一例中，找不到任何解决方法，从而拒斥了所有的解释。最后是阶段Ⅲ（11－13岁），这时，吸引和排斥运动的来源都不再是任何绝对的性质，而是极点之间的组合，这一观点着眼于关系，引出了互反性，以及各种方向组合的尝试。其中还存在一个明显的阶段，被试把方向归因于力的强度差异，例如相等的力互相排斥，不等的力互相吸引。

简言之，无论电磁力对儿童既有的经验来说是否陌生，根据学科史，儿童的理解必定要到很晚才能获得，我们从这三个阶段中发现的主要特征，是我们已在其他研究中展示过的，这些研究关乎各种机械领域，其中，既有的经验会更加直接。

§2. 阶段Ⅰ

直至7－8岁左右（除了1到2例过渡期以外），本阶段观察到的特有应答，是缺乏吸引力的概念，被试把这一概念替换成黏着和焊接（胶水之类），不排除用心理形态学的方法来解释被吸引对象移动的可能。因而在问题5的情况中，被试不会提到传递。儿童仅能基于对象的质性，来解释它是否能被吸引；若是发现了金属更容易被吸引，儿童仍使用心理形态学性质的亲和力来解释：

罗伯（5岁11个月）认为磁铁“会运来所有东西。”——（尝试玻璃球。）——“啊！不对，玻璃就运不过来。”——（硬币。）——“不对，钱总是可以运过来。”——别针呢？——“不行（尝试），哦可以，因为它是用铁做的，我们总能运来铁。”——“运来”是什么意思？——“就是说我们运输某样东西。”——是什么在运？——“磁铁。”——为什么它能运？——“（磁铁）边上有一点胶水，它能黏住。”问题5（悬挂的一串球）：——“因为我们（在第一颗球之后）放第二颗球，它会黏住。”——两颗球一起放，会不会黏住？——“不会。”——如果上面放了磁铁呢？——“会。”——为什么？——“这很难讲。”

薇儿（5岁1个月）“因为它（磁铁）会魔法。”——什么意思？——“意思是它会停住。”问题5：“第一颗球会停在魔法石（＝磁铁）上，第二颗也会停住，因为它想停住，所以做了一样的事。”——第三颗呢？——“它会停住另一颗”，以此类推。——第五颗球为什么停不住？——“因为它放得不好（她又放了一颗）。不对，它停不住。”问题6，车厢被推动：“因为这样弄出了气流。”——从哪儿？——“从那儿（磁铁）。”——如果我转到另一面呢？——“有一端能黏住，还有一端让另一边害怕了。”

利斯（5岁10个月）尝试之后：“是铁让其他的铁黏住了。”问题3（钉子放在远处）：“是超能胶水，因为它走得近了，钉子会跳起来！”问题5：第二颗球

“停住因为胶水的作用也会延伸得略远”，第三颗和第四颗同上，不过第五颗无法停住“因为胶水不能延伸得更远了”。问题6：“胶水让它推动，推动了它（=推动车厢）”，如果出现了吸引力，“胶水有几次会黏在那边，偶尔会推一推”。而没有车厢时，两块磁铁彼此排斥：“就像风一样。它们原本会飞起来，但太重了。之前它们放了胶水，弄出了风，那边也有黏性，于是黏住了。”

阿尔伯（6岁0个月）认识磁铁，但并没有更好地认识到铁的作用：指环被吸引“因为它整个是圆的”，橡皮“不能走，因为它软”，钉子“会走，因为它扎人，会停住（他演示钉子戳皮肤）”，玛瑙“因为它有里面有太多颜色，没法黏住”。总之，磁铁“有黏性，能抓住所有东西”，至少是所有那些“里面也有黏着物”的东西。问题5：一串小球停住“因为那（一部分球）被其他球黏住。”——如果我们拿开磁铁呢？——“不会，只有磁铁在的时候才行。”问题6：“会起动，因为它吹气。”

阿肯（6岁1个月）同样认识磁铁，但他答得更好：“它会抓住金属的东西。”——为什么是金属？——“因为它们是同伴，它们是一样的东西。”放在远处“它们冲向彼此。”——为什么？——“它们有胶水。”——（钉子，放得稍远。）——“它们已经认出了它是同伴”。问题5：同上，不过最后一颗球不能停住，“因为差不多、已经太重了，它会掉下来”。

吉赫（6岁10个月）磁铁“是一块铁，能黏在另一块铁的后面”。它不能吸引石块，“因为它不像铁：松手的时候，它会碎，铁不会碎”。问题3（放在远处）：“那一片，它知道那边有什么东西有黏性：那个吸引它；吸引那一片，它想去那边。”——为什么？——“因为它感到了那边的吸引。”——它怎么感觉到的？——“因为它不得不去那边。”问题5：“胶水吸引它们。”问题6：“如果我们用某一端用得太久，胶水会耗损、消耗得更厉害，另一端则不会这样。如果我们换到另一端，就没那么多耗损，因为我们刚刚开始。但久了之后，又会耗损，就没法再吸引了。”

雅克（7岁2个月）问题5（叠加的一串球）：“因为它们变得有黏性（因为磁铁）。”

妮可（7岁6个月）“我们靠近，它就抓住。”——那个（玻璃）呢。——“如果是玻璃做的，就不会归拢在一起：太重了。”——如果是铁呢？——“就会黏住。”——（问题3：预测。）——“太远了。”——你看看。——“磁铁将会包围着球（吸引力在此表现为某种抓力）。”问题5：“第一颗球受磁铁牵制，它又牵制其他的球。”

区分本阶段和下一阶段最明确的标准是，面对问题5，本阶段被试把传导的原因阐释为某种物质（胶水等）的影响，而不是“贯穿”这一串球的某些力。据此，我们援引两例，他们处在阶段Ⅰ和下一阶段之间的过渡期：

马赫（5岁4个月）预测，吸引力取决于对象的重量：那个（石块）会动吗？——“不会，太重了。”木块：相同的应答。剪刀：“会动，它不重。”——（纸张。）——“会动，它不重（他试了试）。哎！它把别针抓到一旁，却不抓我这张纸！”——为什么？——“因为纸张容易撕裂。”——那个（大金属球）呢。——“那个抓不住，因为太重（尝试，惊讶）……也许因为它是用铁做的。”——意思是？——“可能有黏性。”——那个（纸球）呢？——“那个应该能抓住（尝试）。不行，因为太重了。不对，不重，但是有黏性。”——为什么不能抓住所有东西（尝试过的对象）？——“因为铁会黏住。”问题2：为什么磁铁吸引（提示被试）铁球？——“也许因为它有胶水。”问题3（远处的钉子）：“因为这颗钉子，它看到了！”——看到了什么？——“可能里面有流，所以它前进了。”——所以是流让它追在磁铁后面？——“可能有胶水。”——在哪儿？——“在它俩的里面，可能是。”——（问题5：悬挂的一串球。）——“第二颗和其他的球停在一起，因为里面有流。”——为什么第五颗停不住？——“因为可能胶水不够了，也可能因为第四颗没那么黏。”问题6，极点互斥：“哦！它像个气球。因为那边的端点没黏性，所以抓不住。”——那现在这一侧（的吸引力）呢？——“还是有一点胶水。”

艾利（5岁7个月）磁铁“是某种铁做的东西，会黏住一串球”。谈到被吸引过去的一颗球：“因为它重，让管子（=磁铁）更有力了。”放在远处：“从那边（磁铁）过来，有一点点的流在里面。”问题5：“磁铁黏得很用力，它会进到所有的球里。”——什么进去了？——“一道小小的流，进到所有球里：里面有孔，它就进去了。我感觉有一个球：你看，它跳了（朝向前一颗球）”——第五颗球呢？——“后面就太重了，所以它掉下来。”两块磁铁互相吸引（问题6）：“啊，我感觉到了风（把手指放在两者中间），是气流。”

本阶段的案例多种多样，意义在于向我们展示了7—8岁之前被试经历的难点，他们把吸引力和系统性的趋势，比作机械概念或者黏性物质简单的黏着。这也是为何，在罗伯这个或许是最初始的案例中，他把吸引力简化为运送运动，从而不断混淆是谁“运来”、是谁“被运来”，核心步骤是磁铁“运输”，但这是由于磁铁边沿“有黏性”。薇儿提到了“魔法”但简单地定义为“停住”的能力（她把排斥力“弄出了气流”的实验完全置于泛神论的语境下：“它想停住”或是“还有一端让另一边害怕了”）。利斯开始只提到了胶水，但却是一种“能延伸得更远的”胶水，又或者胶水能够“推动”和“让它推动”（排斥），最终能够“弄出了风”，或是“黏住”。阿尔伯也同样，胶水能够“抓住”或“吹气”。阿肯看似提出了一条和“同类相互吸引”截然不同的原则，却是由于它们“是同伴”，所以“它们冲向”彼此，而且“它们有胶水”。吉赫也提到了胶水，甚至是“胶水吸引它们”，方向由目标决定：“吸引那一片，它想去那边”，就像一个座位吸引一个人过来占座，或者像阿肯所说的“同伴”，彼此吸引。雅克明确提到一个实体“变得有黏性”，妮可最终给了我们定义“黏住”运动的关键：

即，抓住、归拢、牵制、停住，尤其是为了拉动球，“将会包围着球”！

此外，马赫和艾利的过渡期案例，让我们理解了阶段Ⅱ的胶水如何转变为一道“流”：在传导实验（问题5）中，马赫使用了“流”一词，和“胶水”同义，同时流又是问题3（远处运动）的位移原因，虽然提到钉子前进是因为“它看到”它要去哪里，正如在吉赫那里，对象是受到了目标的吸引，但马赫后来又重新把原因归结为“胶水”。艾利所说的“流”是物质化的，能穿过“小孔”，因为“磁铁黏得很用力，它会进到所有的球里”。最终他认为，有黏性的流，化简为“气流”或者“风”，他甚至能感觉得到！

我们并不夸张地认为，对于本阶段被试而言，吸引力存在于与运动本身的模型尽可能相似的衡量过程当中，模型要么是目标决定论的，要么是机械论的，其中也包括对象的黏着。当然，我们能够试着区分不同应答中的几种类型，每种类型所用的词汇实际上是异质的，有些被试提到魔法，有些提到胶水，或是互相吸引的同类材料。但如果“铁吸引铁”的观念在下一阶段更趋常见，可以归为力的某种格式的不同子类别，而这一格式逐渐从原始心理形态学中解放出来，那么阶段Ⅰ的种种阐释，在现实当中，它们过于接近，几乎没有分化：总的原则是，“吸引”介于以下两者之间，一是由目标决定的吸引，二是包括拉动、牵制、固定在内的运动本身。在与吸引力相反的斥力（问题6）实验中，被试没有表现出任何惊讶：胶水要么耗尽了要么不存在（吉赫和马赫），或者胶水“弄出了气流”，以下省略。

在这样的条件下，要解释为什么某些材质的对象而不是另一些受到磁铁吸引，阶段Ⅰ的被试不仅自发指出了对象的材料类属（铁或非铁），还指出了某些对象的特质，是能够加强拉动、牵制、固定等运动。罗伯是唯一的5岁被试，能用材料种类进行推理，并根据它们“运来”的难易度进行阐释（“玻璃就运不过来”，以下省略）。阿尔伯坚持认为橡皮不被吸引“是因为它软”，指环被吸引因为它“圆”，钉子（被吸引）因为有一次表现为“扎人”，玛瑙不被吸引因为“它里面有太多颜色”，等等。重量经常被提及（吉赫提到了坚固性），要么因为一个沉重的对象让磁铁“更用力”（艾利），也就是产生了特殊效果，要么是因为物体过于沉重，产生了对胶水的阻力（如问题5的第五颗球）。实际上，只有一名被试在5岁时就提及材料的类属（我们已谈到，是在机械意义上提及），6—7岁的9名被试中只有4人成功地做到了这一点，8—9岁的10名中有8名做到，10—12岁则全体做到（仍有一名11岁的被试在解释两枚硬币反作用的差异时，依然提到重量）。

我们因而理解了，在传导性问题（问题5）上，本阶段被试仍然不会提到贯穿所有球的一道流或者一股力，已经讨论过的马赫和艾利的过渡期例子除外，这是因为每一颗球都牵制或者说黏着下一颗。不过，每一名被试都理解了，如果没有磁铁牵制这一串球的第一颗，那么所有的球都会下落：但这里的磁铁是作为储存胶水的容器，

或者相继动作的发起者而存在，而不是它的力贯穿了这些实体（这里的贯穿区别于艾利提到的“孔”）。

§3. 阶 段 Ⅱ

我们选择的阶段Ⅱ的确定标准，是力的观念的出现，力指的是磁铁和受吸引对象之间无接触而产生的力，尤其是问题5当中，能够“贯穿”连续小球的力。问题6将给出本阶段的上限，被试开始解释磁极的互相吸引或互斥，认为它们与磁极的组合有关，而不再由绝对的性质所决定。

但不该认为，从阶段Ⅰ到阶段Ⅱ的发展能让整体应答突然发生改变，换言之，不该认为，假设有一种力贯穿实体，足以让被试彻底放弃“气流”或“胶水”之类的模型，或足以让被试发现只有铁能表现出这种传导性：反过来，我们发现一系列的过渡期，典型的阶段Ⅱ出现在7岁，以下先给出两例仍处于过渡期的8岁被试：

弗哈（8岁4个月）仍很接近艾利（§2）的应答：磁铁“这东西黏住金属，黏住了铁”。木球抓不过来“因为木头太滑了”，但是铅球“可以，因为它更硬，更重”，别针“不行，因为它小又细（尝试）。哦！抓过来了，我懂了，因为它是金属的。”——为什么磁铁只能抓住铁？——“因为它的底端是铁做的。”——如果我们有一块磁铁，底端是木头做的，它会抓住木头吗？——“当然了……它会抓住所有木质的东西”。磁铁在远处也起作用“因为它弄出了气流，所以拉了过来。”——什么拉了过来？——“气流。”——从哪儿来的？——“从磁铁来，磁铁的性质是这样。”——我们制造了磁铁，还是我们发现了磁铁？——“我更倾向于是我们发现了它们，它们的性质是这样，在矿里发现的。”——它们有什么特殊之处？——“有一股很强的气流，能拉动物体。”——（我们把钉子放远。）——“如果我们放得太远，气流就到不了物体那边。”——它会黏住磁铁吗？——“不会，是磁铁的气流。如果有胶水，我们会感觉到的（我们感觉不到的“气流”差不多是力的同义词）。”——（问题5：悬挂的一串小球。）——“因为磁铁的气流拉动小球，导致其他的球也跟了上来。气流通过小球的内部，抓住另一颗球：之后一颗接一颗抓上来。”——第五颗呢？——“气流拉不动那颗球，它没有力了。”——是气流还是力？——“两者都是：气流的力。”——如果没有磁铁，行得通吗？——“当然不行，那样就不会有气流，要靠磁铁的气流来牵制。”——（问题6：极点。）——“有一端比另一端的气流少（我们转动方向）。现在我完全不懂了：一端吸引，另一端排斥，这不正常啊。”

阿东（8岁7个月）“要抓住的话，必须是金属”，因为我们让它这么做的。——我们本来也能发明一种抓住木头的东西吗？——“当然可以，只要那

一端（磁铁边沿）是木头做的。”——是什么在吸引？——“它吸气，内部有压力。”——有胶水？——“不是（他笑）……是某种压力：感觉有什么东西在吸引。”——从哪儿来？——“从磁铁内部来。”——（问题5。）——“磁铁牵制了它（第一颗小球），又打穿了别的小球。但之后如果我们增加一定的质量，就没法再吸引了。”——为什么？——“磁铁有很多力，到那边（第一颗小球）力稍少一点，到那边（第二颗小球）更少（以此类推）。最后没有力了：它没法再吸引了。”问题6：“一端比另一端更有力（我们转动其中一枚磁铁）。啊！不对，这两端是相同的：这不简单，我刚才完全没发现。我觉得太棒了。”

阿杭（7岁11个月） 能吸引对象的“是磁铁的能量。磁铁的力抓住、吸引别的东西。”——更小的孩子说是胶水在吸引。——“不是。是一种特殊的胶水在吸引，不是普通胶水：它没有磁化。”——（问题5。）——“磁铁的力总能重复它的黏性，贯穿一颗小球，再黏住其他球。贯穿第一颗球，黏住第二颗：把磁铁的力传递下去（从一颗到另一颗）。”——第五颗呢？——“力到它这里越来越少。”问题6：“我们已经放置了一个前进的力，一个后退的力。我们把磁铁平分，一个力向右，一个力向左。”——如果我们把磁铁从中间切开？——“那就变成一端可用：只有一端有黏性。”

阿豪（7岁10个月）“是用铁做的，就像它有胶水：用特殊的铁做的。”放在远处“就像一道射线，它能吸引”，但如果太远了，“就没有足够的磁铁的力”。问题5：“磁铁的力贯穿第一颗球，一直能贯穿到某一段距离，最后一颗球几乎没有力了。”问题6：他先是认为“两个力在同一侧（在右侧而不在左侧），所以彼此能抓得更紧：这块磁铁的力推动那一块”，待动手操作时，他放弃了上述解释，“力在磁铁的正中间发生一次改变”，这是对的，但仍然是从绝对方向上考虑的。

阿圭（7岁10个月）把吸引力归因为“里面的电流，它能黏住铁，因为电流吸引铁”。远处实验，它“会对铁起作用，铁片就会过来”，但如果距离增加“流走不了那么远”。问题5：“电流已经通过了所有的球，它穿透了第一颗球的内部，然后是第二颗”，以此类推。问题6：“这两端都有力，它们互相吸引，因为它们的流更多，另有两端力量较弱，它们的流少：有力的两端能更好地黏在一起。”漫长的操作之后：“不，它们储流量完全相同，但如果我们弄错了端口，就不能黏在一起了：它们会彼此远离。”——为什么？——“因为在其中一端，电流会渗进去，另一端不会。”

阿桑（8岁0个月） 问题5：“也许磁铁贯穿了所有的铅，从而一直黏到底部。”问题6：“其中一端有胶水，能推动，另一端能拉动。”——为什么这边能推？——“因为有什么我们看不到的东西，它能推动，也就是另一种胶水，它能推动。”

阿皮（8岁4个月）“是力，一种从远处来的东西，它能吸引。”问题5：“磁

铁把力放进第一颗球，第一颗球得到力之后，马上给了第二颗球”，以此类推，“第四颗球没有足够的力来吸引第五颗”。问题6：“这边推动，另一边没有足够的力，所以后退了。”——（我们转了方向。）——“其中一端比另一端更有力，更有力的一端想来这边。”

威乐（8岁2个月）“它只能拉动铁，因为有什么坚固的东西在里面。”问题5：“它向所有小球抛出某种元素，这就是为什么小球被拉住了。”——它抛出了什么？——“它向小球抛出元素。”问题6：“它抛出了某样东西，我们不知道（它是什么）因为它看不见，是一种气流，某种能发力的东西，像一根看不见的手指碰开了塑性炸弹。”——（我们转了方向。）——“这个东西我不懂。”

帕斯（9岁0个月） 问题5：“磁铁磁化了另一颗，然后那颗……那颗。”——“磁化”是什么意思？——“就是拉住它，吸引它。”——那颗呢（第五颗）？——“因为那颗（第四颗）没有给出足够的磁力来拉住它。”但帕斯用一种相当巧妙的方式解释说“一旦磁铁接触球，球就被磁化了”，指出了一条无损耗（除非距离过远）的传播途径，之所以没有损耗“是因为如果磁铁把力给了第一颗球，它将不会有更多的力，球也会下落”。相对地，面对问题6，他声称自己完全没有理解。

米斯（9岁2个月）“它有一个吸引的力。”放在远处“过来得没那么快，但它总还是会过来”，除非“力离得不够近”。问题5：“力吸引了所有其他的球。”——磁铁的力进入了第一颗球？——“对。”——第二颗呢？——“没有全部进入。”——第三颗呢？——“比第二颗更少一点”，以此类推。问题6：“也许有一端会让它向前，另一端让它转向，转向是为了处在正确的方向。”多次动手操作之后：“它们确实有着同样的力……只是有些端口有足够的力，另一些没有，之后它们转向……为了吸引另一端。”

阿克（9岁3个月） 放在远处“整条磁铁的内部有一道流，它从两个端点出来”。问题5：“流会贯穿一颗球，之后再一颗，又一颗”，到第五颗“没有足够的流能通过了”。问题6：“我不明白为什么，一道流让它移开，另一道让另一块磁铁过来。”

阿劳（9岁4个月） 问题5：“力贯穿了所有球”，以下省略。问题6：“力只朝着一个方向，还有另一道力推动另一块磁铁。”

阿离（10岁0个月） 问题5：“磁铁有很多力，这股力进入了铅球，铅球吸引其他的球……但在其他球当中，力总是递减一点，到最后，就拉不住了。”问题6：“它让它后退，因为力都朝着同一个方向（图示如→和→），那边它们互相吸引（图示如→和←）。”尝试确认并放弃：“两块磁铁互相吸引，只能靠其中一端，而不能靠另一端。”阿离已经到了阶段Ⅲ的门槛，但还是退缩了。

克洛（10岁8个月） 问题5：“力一路通过，直到最后一颗球。”——之后呢？——“它没法走得更远了。”问题6：“在某一刻，它会拉动，另一个时刻，它

会推动。”——可能始终保持不变吗？——“不，那不可能。”

阿坦（11 岁 0 个月）“力重新进入球的内部，拉住另一颗，之后又一颗”，以此类推。问题 6：“一端拉动，另一端推动”，之后放弃。

阿麦（12 岁 11 个月） 问题 5：“会贯穿，磁铁的射线重新进入第一颗球”，以下省略。问题 6：“我认为一定有两种流。”之后他发现这个解释对磁铁中点行不通。——为什么磁铁吸引或排斥？——“完全不知道。”

与阶段Ⅰ相比，本阶段被试出现了某种双重考虑，即不再用某种“牵制”物质（外在于磁铁的物质，如“胶水”或“魔法”，或构成磁铁的物质，作为“同伴”，寻找它的同类）来解释吸引力，而是用一种力的流来解释，并设想这股力“贯穿了”问题 5 悬挂的一串小球，在传递运动的场合中，力表现为移动的传递。

从物质到力的演变过程中，仍存在着一些过渡期，这类被试仍提到“胶水”（阿豪，阿桑，等），但已经是“特殊的”胶水（阿豪），而不再是“一般的”（阿朗），因为它“贯穿了”小球，从而具备了力的属性；威乐提到“某种坚固的东西”，又进一步说明这个“元素”被“抛”向了小球，构成了“一种气流”。弗哈认为这股“气流”替代了胶水，因为“我们感觉不到”，还因为力“通过了”小球的内部。其他被试则提到力、流、射线、电流，等等，换言之，这是一种能量，且它的物质化程度越来越低。

自本阶段起，问题 5 的悬挂小球实验不再成为问题：“贯穿”所有小球的力随着距离减弱，它“穿过内部”或者“贯穿”（阿桑）（而不像 §2 的艾利那样，设想球里有“孔”），“打穿了”小球（阿东），“穿透了内部”（阿圭），“把力放进去”（阿皮），等等。此时出现了一种新的传递模式，能让人联想到传递运动模式。但传递运动模式出现得更早：如，一批小球排成一行，另一颗球过来，敲打它们中的第一颗，使得最后一颗球移动，5 岁的被试已能立刻理解，主动球的移动传递给了被动球的最后一颗。但运动的球在撞击后失去了它的移动，这种丧失是以最后一颗被动球的移动作为代偿的。反过来，在磁铁实验中，磁铁保持不动，它磁化了小球，却什么也没失去，被试帕斯敏锐地强调了这一点，并区分了“磁化”的能力和施力者传递给受力者过程中所丢失的机械力。故而，被试承认磁传导的传递，要比承认运动学的传递发生得更晚，这很正常，我们可以自问，7—8 岁的被试是否并未根据以下事实给出解释，即在新出现的运算的可逆性影响下，吸引力被设想为动量的反向力，而不再是动量的间接衍生力（像阶段Ⅰ那样，当时我们找到了介于推、拉、牵引、吸引之间的所有过渡形式）。

这导致了问题 6 的一系列应答，尤其针对磁铁的两极，我们事实上能够确认一组相反的“吸引”和“排斥”，在绝对意义上，它与阶段Ⅰ应答的“半逆转”性质相对立（同时，也对立于我们将在阶段Ⅲ观察到的相对化处理）。实际上，阶段Ⅰ被试给极点的解释，认为磁极分化的理由，主要是材料性质和动作性质的不同，有时归

因于磁极的力，或归因于材料量的递减：如，一端有黏性，另一端“让另一边害怕了”（罗伯[1]），一端的黏性“耗损得更厉害”（吉赫）另一端则耗损较轻，一端取决于“很有力的流”另一端则“没那么有力”（艾利），甚至“胶水有几次会黏在那边，时不时会被推动”（利斯）。有了性质的对立，就不存在互逆了：比如，一端“有黏性”，另一端“吹气”（阿尔伯）。反过来，如果我们观察过渡期的应答（弗哈和阿东），阶段Ⅱ的典型被试能够给出明确的互逆：“一个力向前，一个力后退”（阿朗），一个力“悬挂”一个力“推动”（阿豪），“拉”与“推”（阿桑和阿坦），“让它移开”和“让它过来”（阿克），等等。因此并不排除，被试在解读事实方面的进步，取决于可逆性的种种格式，这些格式规定了7—8岁形成的“具体”运算。

反过来，所谓的具体运算的局限，确切来说，有赖于分类严格的实验数据，尚不能达到命题或形式运算阶段（11—12岁）发展出来的相对化处理，后者可以从假设出发，进行操作。阶段Ⅱ的被试实际上局限于发现磁铁的一端吸引另一块磁铁，另一端排斥另一块磁铁，但他们不能理解两个磁极可能会有两种表现（＋或－），并产生以下组合（＋·＋），（－·－），（－·＋），（＋·－），因为对他们来说，实际参与实验的两块磁铁之间仍不存在组合或者关联，其中仅有一块被认为是主动方，另一块则类似于被动的对象，和任意的金属导体没有两样。为数最多的一批被试发现，被视为主动施力方的磁铁有两个磁极（阿朗，阿豪，等），不过，一旦改变组合方式，他们就会发现，同一个磁极导致了不同的结果，这就让他们完全搞不懂了。

以下援引一例介于阶段Ⅱ和阶段Ⅲ之间的过渡期，面对问题6，被试仍不能给出阶段Ⅲ应有的相对化处理，但他发现了互斥和反过来互相吸引的相似性：

> 科勒（10岁9个月）“如果你把磁铁两端摆错了位置，另一块就会远离。”但在操作之后：“如果你用的是吸附东西的两端，他们没法黏在一起，因为他们不能组合在一起。”——为什么？——“因为有一端拉动，另一端远离。”——哪一端远离？——“如果我们放置另一块磁铁，这两个好的端点会让两块磁铁彼此分开。”——如果我把两个好的端点放在一起呢？——“它们会互相排斥。”——那如果是两个坏的端点？——“它们也会互相排斥。”——所以呢？——“必须把一个好的端点和一个坏的端点放在一起，那样它们就会互相吸引。”——为什么？——“如果是一样的端点，就会互相排斥。”——如果端点不一样呢？——“就会互相吸引。”

这里“好的”和“坏的”端点，在阶段Ⅲ会被阐释为力的不等，或者方向的不等，苛勒特别提到了类型B[2]，即两个不等的端点互相吸引。

---

① 应为“薇儿”。——中译者注

② 三种类型的划分参见阶段Ⅲ（§4）。——中译者注

§4. 阶 段 Ⅲ

在我们观察的最后一个阶段（自 10－11 岁起），被试发现了正极和负极之间各种可能的组合。以下各例当中，全体被试经过或长或短的摸索，都发现了相关定律，他们的解释分为以下三种阐释类型：A. 力或者相等，或者不等，相等的力互相排斥，不等的力互相吸引；B. 与上一类前提相同，不过，不等的力互相吸引，相等的力互相排斥；C. 只有力的方向介入其中。

a. 在发现两极定律的被试中，我们只找到两例类型 A，他们的解释仍处在阶段Ⅱ和阶段Ⅲ的过渡期：

格勒（11 岁 1 个月） R 对着 N，互相吸引[①]，R 对着 R 则不是，这是因为“磁铁由两部分组成，它们黏在一起，如果我们把 R 推向 R，就会推动 R，让它转向，从而变成 N 朝向 R”。操作后：“铁被一道流截断：如果我们从中间截开，我们就会得到两个端点（＝两块性质不同的磁铁）。”他接下来的解释错了：“流都要朝着一个方向去（＝从头到尾完全贯穿）。”如果 R 排斥 R，是因为“这块用所有的能量去推那块的 R”。——但为什么一块会比另一块更有力？——“这是必然的，不这样，它就不会转向了”，为证明这一点，他把两个 R 端靠在一起，突然松手，事实是两端互相远离，他反过来总结道：“你看，其中一块得到了另一块的力，另一块让它转向了！”

卡尔（11 岁 3 个月）“有一端比另一单更有力，它比另一端拉得更猛，有一端是推动的。如果这么做（他用手拿着它们）我们发现有一种起动的力。”——从哪儿来？——“从它们两块来。”他和过渡期的苛勒一样（§3 末尾）注意到“好的”和“坏的”端点，但能够给出一个相对化处理：“我更倾向于认为，没有好的和坏的端点，四个端点都是一样的。”——那为什么会互相排斥？——“每一块磁铁都有一端吸引，另一端不吸引（基于它们各自的力，他很快回过来考虑这一点）。我们把拉动和不拉动的两端对在一起。”——那为什么会互相排斥？——“我得承认我不知道。”关于吸引，“如果我们把两个抛射端放在一起，就会转向，好的端点会转过来。”

b. 该类型的应答构成了阶段Ⅲ绝大多数的案例：

西格（10 岁 9 个月）已经操纵了磁铁，了解到法则，说明如下，提出了一个斥力：“是同样的力，不能（一个）跟着（另一个）动。另一块可以，但不是同样的力。”——为什么不是任意一端吸引任意一端？——“因为其中一个的力不如另

① 这里需要提醒读者，两块磁铁的每一块都有一端是 R，标为红色，另一端是 N，标为黑色。

一个强。比方说两块磁铁的R是同样的力，但不如N有力。两个N也是同样的力。但如果我们把一个N和一个R放在一起，就会有一个比另一个的力少。”——能知道是哪个吗？——（他把极点两两组合，操作了很久，之后把两个R碰在一起，然后突然松手。）“不！它两个分开了！两个端点远离了。”——怎么回事？——“是N的一端（两个N端没有互相接触）阻止了R朝向另一块去，因为它（朝另一个方向）拉远了。”他之后用方位方向来解释，并画出（→←）。（→←）来表示“它们互相排斥”。

帕特（11岁10个月）预测磁铁“彼此靠近”之后摸索着发现“这解释了它们是怎么转向的”。N对着N：“它们不会互相抓紧，因为一块比另一块有更多的力，这就让另一块远离了。”——如果是R对着N呢？——“它们会彼此抓紧，因为它们有同样的力。啊不，我搞错了（他思考了很久）。不，它们的力不一样，N对着N才是同样的力：它们不能互相抓住，这让它们远离了。”——为什么，如果它们有同样的力，其中一个却会远离？——“这取决于我们牵制着哪一个，它就会让另一个远离，因为如果我这么做（他一手拿着一个R极，把两端靠近，然后松手）它们会双双远离（帕特想要证明它们有同样的力，至于不相等，则是针对以下方法而言的：牵制其中一个，而非另一个）。”——如果R对着N呢？——“它们会互相抓紧。”——N对着N呢？——“不会互相抓紧，因为它们有着相同的力。”——如果能互相抓紧，是什么情况？——“R对着N，或者N对着R，因为其中一个比另一个的力要多……有一端力大，另一端力小。”——哪一端力大？——“我们没法知道，因为这取决于我们牵制着哪一端；（我们所能知道的全部内容是）端点并不相同。”——我们能知道它朝哪个方向流通吗？——“不能，它在整块磁铁内流通。没有方向可言。”

阿方（11岁10个月）“一端比另一端更有能量，发起推动的一端比另一端更有能量。”随后，经过操作，他发现两端互相排斥，总结认为：“要想让它们结合在一起，需要有一端更有力，另一端不那么有力。”——如果我们想让它们互斥呢？——“需要用到最有力的两端。”——如果用力最弱的两端呢？——“也会互相排斥。它们的能量相等，没办法互相黏住。”——你是怎么知道的？——“我做实验的时候，是这么起作用的。”

阿菲（12岁10个月）你知道两块磁铁放在一起会发生什么？——“知道，它们不会互相吸引。”——为什么？——“我不知道，但我试过。”N和R：“已经黏住了。我以为它会移开的。”——为什么黏住了？——“因为力不相等。需要有一端的力比另一端更多。”——如果没有相等的力，会发生什么？——“那，它们会走到一起，然后互相黏住。”——如果是N对着N呢？——“那就不行，因为两个N极的力是相等的。”——为什么？——“它们不能互相吸引。”——为什么力相等就不能吸引？——“它是一道流（=朝着一个方向去），如果两边是同样的

力，就没法黏住……如果一端是N，另一端是R，就不是相同的力，那它们就彼此合适。”——什么意思？——“它们互相黏住。”——那是为什么？——（他尝试小球是否在一端比另一端更容易被黏住，之后又在各个端点进行尝试。）“端点也不是很有黏性。”

加夫（13岁11个月）起初预测N和R不会“互相吸引，因为两端有着同样的力”。面对相反的事实，他暂时保留了不相等的假设，并总结道：“由于两端有着相等的力，它们互相吸引”；不过，观察到N对着N的表现后，他回到了第一个观点：“它们不能互相磁化，因为它们有着相同的力。”——那会造成什么？——“它们互相拒斥，两股力不能彼此合并。”——如果N对着R呢？——“N的一端会吸引R，因为R极没有驱动力，R极有一个虚力。”——N对着N呢？——“N的一端排斥另一端，因为它们不能互相吸引。”——为什么？——“因为它们有着相同的力。”——R对着R呢？——“它们不能互相磁化，因为两端有的都是虚力。”

里克（13岁0个月）做出了同样的推理，但是从材料角度讨论的：N和R“是两种不同的材质，所以能彼此接纳，而R与R或N与N不能彼此接纳，因为是同样的材质。但我不太理解为什么它们不能彼此接纳。”——为什么R和N能够彼此接受？——“也许是因为一种材料比另一种更有力。”

阿拉（14岁4个月）起初认为R和N互相吸引，因为它们有着同样的力，N与N或R与R互斥，因为一方比另一方更有力，之后他试图证实，并总结道：“我认为每块磁铁都有一端更有力，R比N更有力。”他重新操作，意在确认两个R极“也许两者有着同样的力，两个N极也是。R极和N极相比，则不存在相等的力。”——那为什么它们互相吸引？——“因为它们没有相等的力，它们两个就会吸引相同的对象。”

在讨论本阶段案例之前，以下还有两例类型C：

阿夸（11岁8个月）惊讶于N与N互相排斥：“啊！我懂了，能量都是从一端出去的，像这样（从一端贯穿到另一端的手势），既然这么有力，它就能推动另一块（他把其中一块磁铁换了一端）。不过，可能会变，因为如果我们牵制那边的（*B*而不是*A*）它也会推动另一块。”他总结认为，力是相等的，但方向相反，即“它们互相抓紧的时候是→ ←，互相排斥的时候是← →。”——要互相抓紧，该怎么做？——“必须一直反着来。”——也就是说？——“得是N和R。”——R和N呢？——“一回事：必须一直按照彼此相反的方向放置。”他把图示改正为，吸引力→ →，斥力→ ←。

阿皮（13岁4个月）解释了相同的观点，认为“磁铁前边有力，后边没有；有一种力吸引，另一种力让物体远离。”他因而认为，对于R与R“这行不通，因为这里有一个前边的力，这里也有一个前边的力”，如果是两个后边的力，也是同样，如果“前”对着“后，就行得通”（图示加以证明）。

相对于阶段Ⅱ，本阶段的第一个新发现，是磁极效果的相对性，这是因为吸引动作和排斥动作不再取决于 R 和 N 当中的某一端，非此即彼（那么，倘若 R 极不再对着 N 极，而对上另一个 R 极，该情况将没有解决方法），而是取决于两极的组合或关联方式。例如，阿离（§3，10 岁）处在阶段Ⅲ的门槛上，他把→和←的方向关联起来，但当他看到动作并不守恒，便放弃了进一步的解释；反过来，帕特（11 岁）看到未料到的结果后，立刻得出结论“这解释了它们是怎么转向的”，从而向着相等与不等的力的组合前进。这也是本阶段被试的共同应答，组合的经验对应着本阶段的命题运算，让被试从最开始便试图寻找各种可行的不同聚合，不仅仅在几个端点之间进行关联（RR，RN，NR，NN），而是假定力的强度和方向能产生各种变量。进而，不等量关系能够发挥某种功用，我们暂不能确认其价值：“我们没法知道（哪一端的力更多），因为这取决于我们牵制着哪一端”，帕特如是说。

在阐释磁极时，这一相对而非绝对主义的特性，在不少案例中引发了结果的互反性。这一互反性，在西格将两个 R 极彼此靠近，并突然松手时被其发现，从而看出两个磁极彼此远离；但帕特也预测到了互反性，他做了同样的实验，意在证明：其一，必须让自己从不完整的操作引发的幻想中解脱出来（“这取决于我们牵制着哪一端”）；其二，无论看起来如何，两个 R 极的力是相等的，这一观点着眼于关系，引出了客观上远离运动的互反性。

让我们回到 A、B、C 三种类型的阐释。类型 A 仅仅展现了阶段Ⅱ和阶段Ⅲ之间的过渡，类型 B 则占了大多数，得承认，这一点既明显，又惊人。实际上，年幼的被试自发的态度（不在或不仅是在磁铁实验领域，而是一般意义上）是承认相似的同类对象彼此吸引，相反的对象互相排斥：此外，10—14 岁的被试当中，明显有大多数能够（不总是从一开始就能，但通常是逐渐能够）获得以下观念，即吸引力源于力的不相等，斥力源于相等。虽然里克的推理用的是材料，而不是力，但他也发现不同的材料很自然地“彼此接纳”，而不是相似的材料，没有找到原因之前，他向着不相等的力的方向展开了探索。

那么，这些占主导地位的观念源自哪里？在不相等的力的案例中，R 极和 N 极“互相抓紧”（帕特），“走到一起”，“彼此合适”，也就是“互相黏住”（阿菲），“彼此合并”（加夫），“彼此接纳”（里克），甚至“因为它们没有相等的力，它们两个就会吸引相同的对象”（阿拉），相对地，R 极与 R 极，N 极与 N 极有着同样的力，却“不能互相抓紧”或“不能互相抓住”（帕特），形成“一道流”朝向同一个方向（阿菲），“不能彼此合并”（加夫），等等。至于起初的回答，提到如果 R 极或 N 极排斥它的同类，那是因为它比对方更有力，如果 R 极吸引 N 极，或反过来吸引，那是因为没有任何一方压过另一方，不过这类前提不能解释“动量”或“吸引力”的方向，因为更有力的一方理应能够吸引，而相等的力则互相抵消，另一方面，承认相等的力互相抵消，

不等的力互相吸引，至少也是解释事实的一种尝试。此外，这种尝试的一般意义在于，相等的力只能彼此竞争，因而互相推开，不等的力彼此补充，因而互相吸引，（有时，如里克所说，“两者是一回事”，即使它们的量有所不等）。这样一来，被试给出的图示箭头不免在图形上过于多变，不过它们仍有总体上的意义。斥力有时用→←标记，两个动量方向相反，又或者用→→标记，动量的方向彼此叠加，移动物互相远离。吸引力有时用→←来标记，两个移动物互相靠近，又或者用→→标记，方向表示其中一个拉动另一个。

相对地，在N极和R极的力不等的一般假设中，即＋和－，或－和＋，推理的运算意义在于（＋）×（＋）＝（－）×（－），以及（＋）×（－）＝（－）×（＋），能让人联想到符号的法则。不等力的解，迟早会显现出模棱两可、未被证实的一面，我们看到某些被试（如西格和其他人）倾向于依靠定位方向获得正确解，在类型C当中尤为突出。在本阶段，符号法则的相似性更加明显，这是由于，正如阿夸自发提到的，只有当两极处在“彼此相反的方向”时，吸引力才会出现（阿皮也提到“前×后”与“前×前”的对立，以下省略）。换言之，与物理学的用法不同，我们用“＋”象征斥力（移动物之间距离递增的方向），用“－”象征吸引力（或距离的递减），我们在阿夸的互反表述中能找到许多用法：（＋）×（＋）＝（＋）；（－）×（－）＝（＋）；（＋）×（－）＝（－），（－）×（＋）＝（－）。

力的组合与向量问题

〔瑞士〕让·皮亚杰 著
付 诗 米 兰 张自然 译
蒋 柯 审校

力的组合与向量问题

法文版 *La Composition des Forces et le Problème des Vecteurs*, Paris: Presses Universitaires de France, 1973.

作　者　Jean Piaget

合作者　J. Bliss, M. Chollet-Levret, C. Dami, P. Mounoud, M. Robert, C. Rossel-Simonet, Vinh-Bang

付　诗 米　兰 张自然　译自法文

蒋　柯　审校

内容提要

本书是皮亚杰《发生认识论研究》的最后一卷（第三十卷），旨在研究儿童对力的概念的认识过程，记录了研究人员为了解儿童对力的认识所采取各种形式的实验及相关结论。

本书中的实验具有两个特点：第一，力量作为一个向量被研究，研究人员研究了两个或多个力量在不同状态（对称或非对称）和不同方向（横向或纵向）下所产生的合力的大小和方向，力量在此作为一个向量被进行加和、抵消和分解；第二，研究人员更加关注力量的因果性，即不仅要求儿童对力量做出预测，同时要求儿童对其预测进行说明，观察儿童对力的认识的变化过程，了解儿童的回答是否遵循某种内部逻辑或者外部变化的哪些因素会导致儿童答案的变化。

每章的具体内容如下：

第一章通过砝码在矩形木板上拉动小木板的实验，让儿童预测、观察多个砝码以不同组合悬挂在绳子上时所产生的拉力，以了解儿童对同一方向的力量的相加性的认识过程。

第二章研究的问题与第一章相似，但采用全新装置，通过预测、观察托盘上的砝码在柔软材料中所产生的下陷程度并通过改变砝码的不同放置方式，以了解儿童对同一方向的力量的相加性的认识过程。

第三章研究的问题与第一章的区别在于，在本章中，力量不再源于自同一方向，相同重量的砝码分别从两侧拉动平台中间的橡皮筋，形成对称平衡，以探索儿童对相反方向力量的相加性的认识过程。

第四章、第五章是对第三章的延伸。在这两章中，为进一步了解儿童对力量认识的发展过程，加入了第三个力。因此，第四章虽采用了与第三章基本相同的装置，但研究人员加入了第三个砝码，以探寻三个纵向力之间的相互作用（三个力也不再总是保持完全对称状态）；第五章则通过让儿童在天平上放置三个砝码，不断探寻砝码平衡法则，以了解儿童对砝码平衡问题的看法。

第六章、第七章是对前面五章内容的完善和补充。不同实验方法、实验材料都

可能对儿童对力量的推断产生影响，从而造成实验差异，因此，在第六章、第七章中，实验人员通过改变实验装置，以探寻形象性装置在研究活动中所起到的作用。即在第六章的实验中，实验人员摒弃了矩形表面，而采用了圆形表面；第七章则采用半圆形表面，并且通过角度变化，我们可以了解儿童对对称和非对称状态下力的方向的认识过程。这两章既是对之前实验的验证，也引发了新的思考。

第八章相较于前面几章更加注重儿童对力的认识的发展过程：儿童做出的预测与最初解释处于何种阶段，在接收到新的信息和经过持久稳定的教育活动后，儿童所作出的解释又能发展到何种水平。

第九章为本书的最后一章，在本章中，研究人员旨在通过橡皮筋、弹弓游戏和穹的游戏，获悉儿童对合力的判断（合力大小、方向、相互作用）及其判断方式。

本书除第九章为万·邦著外，前八章分别由皮亚杰与不同研究人员合著。每章节第一部分为实验方法和结论概述，其余部分为具体例子，即不同年龄段的儿童在相关实验中的反应记录和分析。

付　诗

目　　录

第一章　弹簧上砝码拉力的相加性[①]

动力学领域目前取得的成果似乎表明，在7－8岁至11－12岁这一阶段，也就是具体运算阶段，儿童考虑的唯一力量是推力，其基本特征只存在于运动中，且不能做矢量的组合。但在11－12岁阶段，却出现了由不同方向、强度组合而成的矢量力，矢量力使作用力保持了平衡状态。我们可以通过研究最简单的组合来验证以上假设：让儿童预测悬挂在绳子上的2、3或4个砝码的平衡态，砝码分别以不同方式被悬挂，但不改变牵引的方式。研究这个问题是有意义的，因为如果被试认为砝码挂在长绳或短绳末端的拉力是不一样的话，那么这或许是因为力被视为运动的作用，力以及砝码的不同位置改变了它们的作用。在作用力的效果取决于力矩的情况下，比如涉及杠杆力臂上砝码位置的情况时，这样的直觉是正确的，但如果砝码是垂直悬挂的话，则不再如此。此外，我们还需要了解，当重心的概念还未被被试理解时，他们能否以及如何将各种情况联系起来。

§1.　方法与主要结论

实验材料首先是一块矩形板，在矩形板的一端设有挂钩（*A*），一根橡皮筋（*B*）固定在挂钩上，在矩形板的另一端设有两个滑轮。橡皮筋的一边系在挂钩上，另一边系在一块可移动小木板（C）上。该木板作为参照点，用来评估橡皮筋延伸度。一根或两根尼龙绳（*D*）连接着小木板和滑轮，在尼龙绳的末端悬挂砝码（*E*）。这些圆柱形砝码由黄铜材质组成，各50克。最后，还有一些彩色纸条用来测量橡皮筋在50克、100克、150克以及200克砝码作用下的延伸度。

① 与卡特琳·达米（Catherine Dami）合著。

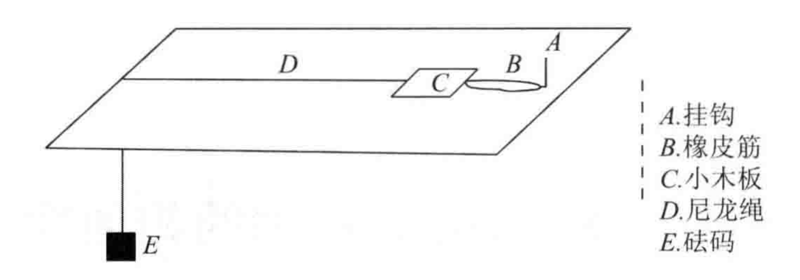


图 1

研究的情况分为三类。情况 A：所有的砝码都垂直悬挂在单独一根尼龙绳上，每个砝码间的纵向间距相等（$A1$）或不等（$A2$），例如，两个砝码相距较近，第三个砝码与之相距较远。情况 B：砝码分别悬挂在两根平行的尼龙绳上，每个砝码间的纵向间距相等（$B1$）或不等（$B2$）。情况 C：一个双臂支架（∧型支架）系在单根尼龙绳上，支架上挂有间距相等（$C1$）或不相等（$C2$）的砝码。问题设置的核心在于，让被试预测相同数量砝码的牵引效果，即，依照 $A1=A2$，$B1=B2$，$C1=C2$ 的组合方式，或者是 $A1=B1=C1$，$A2=B2=C2$ 的组合方式。

实验按照以下方式进行。首先，我们对实验材料进行描述，演示砝码拉动尼龙绳，移动小木板以及拉长橡皮筋的作用力效果，如果我们添加新的砝码，以上效果将会增强。然后，我们会要求被试对我们刚才描述的组合（$A1=A2$ 等或者 $A1=B1$ 等）进行预测，并请被试对预测进行解释。之后，我们进入观察阶段，并请被试给出一个新的解释。要求被试在进入观察阶段之前，对所有组合情况进行预测并给出解释的这种做法是有好处的，以防出现被试在实验过程中学习进度过快的情况。接下来，我们进入更具有一般性的问题：所有砝码的拉力相同吗？一个砝码是否就是一个力，并且不论砝码挂着或者放在桌上，砝码的力是否总是相同的？当整个系统处于休息（平衡）状态时，砝码是否还会施力？橡皮筋是否也具有力，起什么作用？砝码和橡皮筋的力量方向是怎样的？“拉动”和“拉住”的关系是怎样的？等等。

得到的结果如下。在阶段Ⅰ（5—6 岁），被试只是在观察到作用力相等后，才注意到砝码的相加性，并且在进行预测时，被试认为绳子的长度有助于拉动并产生作用力。在阶段Ⅱ（7—8 岁），这时（当砝码位置发生改变时）砝码重量守恒的观念出现了，被试所给出的预测是正确的，而且这些预测是建立在（砝码的）重量严格相加基础之上，但被试并没有思考和解释拉力是“如何”作用的。当（9—10 岁或者 11 岁的）被试被要求对拉力进行解释时，被试会认为由于重力的作用，拉力会随着砝码下降而增加；在预测砝码位置的任务上，被试的预测和砝码的高度有关，而不

是和绳子的长度有关：在这个阶段，砝码的重量相加被认为是物体的固定特性的相加而不是其作用力的叠加，即砝码下降距离的增加。最后，在阶段Ⅲ（被试平均年龄在11－12岁以上），各种组合都能够得到精确的判断。

§2. 阶段Ⅰ（5－7岁）

首先是一些例子：

Oli（5; 5）[1] 正确地预测了情况$A1$（3个砝码）："这样可以拉长（橡皮筋）。——为什么？——因为有砝码"，但当我们增加砝码间的间距时："这样会拉长更多。——为什么？——不知道。——你看（实验）。——这样拉长得更多了。——（他进行检查）。——不，是一样的。——为什么？——不知道。——那么像这样呢？（$A2$：间距不等，但是总长度和$A1$相同）——这样拉力会更大。——（观察。）——啊！不。——为什么它并没有拉长得更多？——不知道，它拉力更大。"（这意味着虽然砝码的作用力有所增强，但还没有达到一个可见的结果）。

Ser（5; 6）$A1$（3个砝码）："砝码拉长了橡皮筋。——像这样（增加砝码的间距）呢？——砝码拉得更长了。——为什么？——不知道。——那么像这样呢（$A2$）？——橡皮筋更长了。——为什么？——我一直不知道。"情况B："这里拉长了（$B1$）。——那么那里呢（$B2$）？——更长了。——为什么？——因为有更多的砝码（其中一个的间距是另一个的两倍）。——如果我们这样（2个相同高度的砝码＝$B1$）或者那样（$A1$，一个砝码在另一个砝码的下面）呢？——这个（$A1$）拉得更长（因为绳子更长）。——你看。——（观察。）——这两个是一样的！——为什么？——不知道。"

Ala（5; 9）$A1$："砝码会拉动，因为砝码很重。——像这样呢（间距稍长一些）？——一样的，或许是因为这里有两根绳子！——那么这样呢（$A2$＝和第二个$A1$相同总长度）？——砝码会拉得更强，因为这根绳子更长（双倍间距）。——看（实验者）。——它没有发生变化，因为总是3个（砝码）。"对$B1$（两个中等间距）和$B2$（一个间距短，一个间距长，但是总长度和$B1$相同）进行对比：它会拉到这里（估计了大概长度）。——（观察。）——不，因为有一根较长的绳子和较短的绳子。对$B1$和$A1$（每根绳子两个砝码）进行对比："这个（拉动更多）。——为什么？——因为有一个挂在了另一个上面（$A1$）"。对比$B1$（4个砝码）和$A1$（同上）："这个（$A1$）拉动更多。——为什么？——它有更多的砝码。——但是这难道不是4和4吗？——不，这个（$A1$）有1，2，3，4，那个（$B1$）有1，

[1] Oli是儿童的名字或代号，括号里面的数字表示年龄：5岁5个月。以下类似。——中译者注

2；1，2。”

Ven（5；11）情况 *A*：“这根绳子更长，这里的拉动较多，那里（短绳）的拉动较少。”

Mar（5；4）情况 *B*：“更重。——为什么？——因为这根绳子短，那根绳子更长。”情况 *C*：“不一样（排成一条直线的砝码更重），因为它更长。” *A*：“砝码不一样。当是长绳时，有更多的砝码。——为什么？——这个长，那个短。”但是“绳子很轻——绳子的重量改变了吗？——没有。”

Gil（5；8）情况 *A*（2 个砝码相距较近，2 个相距较远）：“这两个拉动更多，因为绳子更长。”情况 *C*：“这个（4 个砝码叠放）拉动会更多。那里是 2 和 2，这里是 4 个系在一起。”

Oli（5；11）情况 *A*：“有绳子时，拉动得更多，有绳子时，砝码更重。——那么如果是一根很长的绳子呢？——会更重。”

Giu（6；0）有绳子的话，会拉动得更多“因为绳子很长。——当我们放上砝码的时候，橡皮筋会怎样？——它被拉长。——砝码呢？——它们会发生移动。——砝码不拉动吗？——不，砝码拉动，绳子不拉动。——那么挂钩做什么呢？——完全什么都不做。——橡皮筋呢？——完全什么也不做。——只有砝码拉动吗？——是的。——为什么？——因为砝码有拉力”。

Fra（6；10）情况 *A*1（3 个砝码），同上，但间距更大：“这里（第二个）短很多。——为什么？——砝码之间的绳子很重…不，不那么重。——为什么？——因为这里有一根绳子，这根绳子没砝码那么重。——（观察。）——拉力是一样的，因为总是有 3 个砝码。”在接下来的情况中（*A*2，*B*1 和 *B*2），Fra 仍旧停留在砝码数量相同的这个原因上，但是在情况 *C*（∧型支架）中：“（拉动会）小一点，因为砝码高度降低了（＝支架是倾斜的）。” *B*1（4 个砝码）和 *A*1（4 个砝码）进行对比：“这个（*A*1）降低得更多，更长。——所以呢？——拉动会是一样的，啊！不，这里还应该加上一根绳子（*B*1）。”

Den（7；3）*A*1（间距较大）：“因为您放了一根绳子，（绳子上有）一些间距，砝码会更重，会下降得更多。”Den 在进行观察过后，除了在 *B*1（4 个砝码）和 *A*1（3 个砝码）情况，他认为：“拉动是一样的。——为什么？——这里有 3 和 4 个（砝码），它们在一根绳子上会变得更重”，在其他情况中，砝码数量相等是 Den 作出判断的唯一依据。

我们已经得知，前运算阶段 I 的特点是，该阶段的被试认为，当物体运行位置发生改变时，物体的绝对重量并不守恒。以上事实体现了这样的信息，同时也让我们了解到，在儿童的观念中，重量不是随附于哪些物体之上的，以及重量为什么会在某些情况下发生变化。

Ala 和 Fra 清楚地给出了这种（力的）不可加的第一个原因。在比较了两个平行

悬挂的砝码和两个纵向悬挂的砝码后，Ala 对我们说，垂直悬挂的砝码更重，“因为有一个砝码是挂在另一个砝码上的”，这使人立即想到了两个联合的作用力和两个分开的作用力之间的关系；接下来，Ala 说明了她的观点，当有四个连着的砝码和两组平行的砝码（每组两个砝码）比较时，“这里，有 1，2，3，4 个砝码；那里有 1，2 个砝码（还有 1，2 个砝码）。”换句话说，n 个作用力的共同效果比 n 个并列作用力的效果大，这大概和个体经验有关。经验认为一个完整的作用力比多个单独作用力的总和大。被试 Fra 做出了同样的推理：在确认添加了砝码的绳子还是会“重一点点”后，他修正道：“绳子没砝码那么重”，他得出结论：如果 $F < P$，那么（$3P + F$）<（$3P$），换句话说，3 个砝码（$3P$）以及一个重量小于砝码的物体（F）的出现，会使砝码的总重量减轻。相反，Den 认为绳子的重量起增重作用，但是 Den 不确定，到底是绳子本身还是“空间”起了“增重”作用。

这些事实使我们看到了不可加的第二个原因：在“砝码”牵拉的这种情况中，砝码会因为绳子变长而拉力更大……Ala 十分明确地说道“砝码拉力更大，因为有一根更长的绳子”。Fra 认为“绳子下降得更多（＝绳子起更大的作用）；绳子更长。”Ser 说道：“绳子绷得更紧”，“绳子拉力更大”因为（绳子）变长时，“重量更重”。即使在∧型支架的情况下，Fra 也认为重量在增加，“因为砝码下降了”。在后来的阶段ⅡB，儿童又重新认为位置较低的砝码会施加更大的作用力，因此为了和看似相同的阶段ⅡB 进行对比，我们要试图分析以上这些理由的含义。实际上，区分这两种截然不同的可能性是很重要的：证明砝码的拉力更大的理由或许是因为砝码下降到了更低的位置，也就是砝码的位置更低，它的作用力越大；或者是仅仅因为砝码牵引的作用距离变长了，以证明它的作用力更大了（或者更有效了，等等）。但是，如果第一种回答是对的（如同我们将在 §3 阶段ⅡB 里看到的那样），那么比起作用力本身，第一阶段的回答似乎更关注的是作用力的有效性：一根长棍可以增加推力，一根长绳也能增加拉力。比如当 Ala 在提到一根“更长的绳子”后，她承认在 $B1$ 和 $B2$ 情况下，效果将是一样的，因为在 $B2$ 情况下，“有一根更长的绳子和一根更短的绳子”，她想到这些长度可以相互抵消，却没有考虑到砝码所达到的高度。同样，当 Ser 说到一根长绳“它被拉得更长”时，这表明他只考虑到了绳子长度的作用而并没有考虑到砝码的高度。

事实上，在阶段Ⅰ的 18 个被试中（其中 12 人被进行了仔细的询问），没有人提到（砝码）重量增加与位置下降的关系，但所有人都说到了绳子的长度。只有两个被试使用了高和低的表达，但他们谈及的是拿在手中，与装置进行比较的砝码。

确实，在把卵石浸入水里，使玻璃杯中水面上升的研究中，这个阶段的被试已经形成了这样的观念，即认为卵石在玻璃杯底部时会比在玻璃杯中间时的作用力更大。并且我们发现，从 4 岁起会有一至两个被试会考虑到卵石的重量，似乎在下降的过

程中石头的重量有所增加（大多数被试还局限在石头下降的深度上）。但这些反应和我们之前的假设并不矛盾，因为当涉及的是一个固体浸入到液体中的情况时，一般性的观点是（固体）浸入得越深，其作用力就越大，也就是说随着卵石越靠近玻璃杯底部移动，卵石产生的作用就越强，或者简单地说，就是与卵石深入水中的距离，和卵石的移动距离相关。

在绳子的研究中，似乎推理如下：拉力越大，拉得越远，因此（根据在此阶段所使用的序列性评估策略：更长＝能作用到更远），最长的绳子对应的是最重的砝码，也就是说，因为绳子在长度上超过了另一根绳子，于是在力量上也会超过另一个。但是，由于顺序评估主要体现了作用力本身的形式，并且作用力始终朝向其终点，因此，更长和更重都是以多种形式对应了更有效，这种对应同样也适用于拉力的例子。

§3. 阶段Ⅱ

在其他研究中，我们常常注意到，在7—8岁到10岁这个阶段，被试认为砝码重量守恒（首先仅是其位置发生变化，然后其形状也发生变化），但重量会根据情况不同而作用力不同或者施力不同。另一方面，从7—8岁起，在某些情况下（球体，没有约束的固体等），（被试）会将重力下降归结于其重量，到9—10岁会逐渐推及一般化的（如液体的）情况。对于悬挂的砝码这种情况，我们应对阶段Ⅱ中的两个子阶段ⅡA和ⅡB进行区别：在阶段ⅡA，重量相加性与重量守恒的联系被发现，使被试逐渐认识到在砝码数量相同时，其作用力相同：$A1 = A2 = B1 = B2$等，或使被试能够仅根据绳子的轻微重量（仍然还是严格相加）预测出作用力的不同。但在阶段ⅡB，9—11岁的被试普遍认为，砝码位置越“低”，越能更好地拉动橡皮筋，这似乎又回到了阶段Ⅰ时的反应，但是实际上却有不同：不再是绳子的长度促进拉力，而是重量导致重物的下降这一事实使被试认为砝码位置越“低”，拉力越大。

首先是在阶段ⅡA的回答。我们从介于阶段Ⅰ和ⅡA的两个中间水平的例子开始：

Jac（6；5）*A*1（但绳子更长）：“我不知道。这样的拉动一样多或者更多一点。——（观察。）——这样拉动得更多，并不总是相同，因为总是有3个砝码。——（*A*2）那么这样呢？——拉力相同。——为什么？——因为有3个砝码。——这样呢（*B*1和*B*2：4个砝码）？——拉力相同。——为什么？——绳子没有重量。——这样呢（*B*2和*C*2：4个砝码）？——这两个是一样的。这有4个砝码，那儿也是。——（观察。）——是的，绳子更长了，但是这两个砝码下降（＝拉动）得一样多。”

Cla（7；7）*A*1（间距更大）：“这样拉动得更多。——为什么？——砝码间间距更大。——（观察。）——不，拉力是一样的，还是同样的砝码。”在之后所

有的预测中，Cla 的回答相同。

Kis（7；6） 情况 *A*：“我认为，拉力相同。——位置不会改变什么吗？——不会改变什么。”情况 *C*：“这样拉力相同，因为这里有 2 个和 2 个，共 4 个砝码，那里有 2 个砝码和 2 个砝码。”砝码重叠摆放：“所有的 4 个砝码力量相同，它们总是同样的重量。”

Pie（8；3） *A*1（间距较大），预测如下：“拉力和之前（砝码间距较小）是一样的。——为什么？——因为是同样的砝码，绳子没有重量。”直到结束，Pie 完全没有进行任何观察，始终是同样的反应，“什么都不会改变”。

Cat（7；4） 同样的反应，没有进行任何观察：“绳子没有重量。只有砝码计入重量。”

Phi（8；0） *A*2 和 *A*1：“这样拉动得更多，啊！不，是同样的重量。”间距增加：“和之前一样，还是同样的重量，绳子不算入重量。”在 *B*2 中，由于砝码不对称（因为木板有点倾斜），Phi 有所犹豫，然后仍旧认为拉力是相等的：“没有区别：是 4 个砝码和 4 个砝码。”

这几个例子对于我们来说已经足够，然而为了确保现象具有普遍性，我们又找到了同样是在阶段ⅡA 中的其他 11 个例子，从 6 岁 6 个月到 8 岁 11 个月（三个以上的例子是在 9 岁 1 个月到 9 岁 4 个月之间）。在第二章中，我们研究 5 个以不同方式放置的相同砝码的情况，施加的不再是拉力，而是压力。值得注意的是，我们发现ⅡA 和ⅡB 两个子阶段，一个是从 7 岁到 9 岁半，另一个是从 9 岁 6 个月到 12 岁，也是这种情况。第一个子阶段的特征是简单的相加，例如我们刚刚读到的这些回答，第二个子阶段所显现出来的倒退特征实际上是由于被试错误的力学认识，但仍明显优于阶段Ⅰ的反应。这种回归在压力问题上的表现更加明显。这个问题中（困扰）已不再是绳子的长度问题了，而是在天平托盘上的砝码的问题了，是砝码叠放的高度或者其他一些放置特征。

我们还要注意的是，如果说 Phi 在 *B*2 情况下，因为砝码不对称而有所犹豫的话，那么接下来我们常会看到一些和相加性并不矛盾的原因。在 *C*2 情况中，长绳和短绳周围的物体同样给人一种悬挂不平衡的印象：“木板是歪的”，Phi 首先这样说道，接下来我们在 10 岁 2 个月，11 岁 10 个月等例子中也听到同样的观点，但我们没有纠结于此，因为在这些情况下，它和由绳子的长度提出的假设不具有同样意义。

Jea（9；8） *A*1（与紧凑的 *A*1 相比砝码的间距有所增大）：“这样砝码拉动得更少。——为什么？——因为绳子下降得更多。——这样呢（*A*2）？——还是绳子下降得更多，砝码更低。——（观察。）——拉动是一样的。——为什么？——我不知道，我不能解释。——（*B*1）？——两边拉力一样（2 和 2）。——这样呢（*B*1 大间距）？——砝码拉力更大，砝码下降得更低。——这样呢（*B*2）？——它（指木板上的标记）歪了，砝码不再是同样的高度——看。——（观察。）——笔

直的。砝码还是一样的。——（C1）？——砝码两边是一样的（2和2）。——这个呢（C2）？——它（指木板上的标记）向这边倾斜，因为砝码下降得更低。——（观察。）——是一样的，是一样的砝码。——这样呢（B1和A1，每组4个砝码）？——这里拉动得更多（指A1）。——为什么？——因为位置更低的砝码比其他砝码的拉力更大。——为什么？——因为砝码位置更低。——（观察。）——砝码拉力是一样的！这是同样的砝码。所有砝码的拉力是一样的。”

Ant（9；5） A1（3个砝码，系着或者有间距）：“这个（系着的砝码）拉力不那么强。这很难说。这里（指间隔），这个砝码（第二个）拉动这个（第一个），这个（第三个）拉动这个（第二个），而这里（系着的），它们三个一起拉。——但是这里（指间隔），砝码的拉力都是一样的吗？——这个（较低的砝码）还是比这个（中间的砝码）拉动得更多，比这个（较高的砝码）拉力大很多。”在多次相似的反应后，我们进入到确认阶段：“不，是一样的，因为还是有3个砝码。——它们的拉力都是一样的？——不，这个（较高的）可以拉动，这个（中间的）拉力大一点，这个（较低）拉力更大一点。”我们把3个挂得较高的砝码、1个较低的砝码和1个挂得较高、3个挂得较低的砝码相比较：“不，这不一样。——（确认。）——是的，是一样的——你怎样解释呢？——因为绳子只是产生间隙，而不是使之下降（！），因为总是一样的砝码。”“你知道什么是力吗？——当要我们拉动的时候，我们放一些重的东西，我们就有力了。——那么砝码是一种力吗？——有一定作用力（＝相互作用），是的。——做什么的力？——拉的（力）。——那么它什么时候停止呢？——砝码不再能够拉动的时候。——它们总是施加力吗？——不，它们保存着，但是不会持续地施力（往下）拉！它保存着！——在桌上的砝码有力吗？——暂时没有，但是如果我们把它悬挂着（就有了力）。——（在木板上的砝码）有力吗？——不，它不起作用，它什么都没做。——那么橡皮筋存在力吗？——是的，当砝码拉动，橡皮筋拉住时（存在力量）。——这两种力是同样的方向吗？——不，相反方向（画箭头←→）。”

Dan（9；5） 同样的反应：“在高处的砝码重量更轻，绳子能更好地支撑它。——这两个呢？——（在高处的砝码）比（在低处的砝码）更轻一点”，在观察后：“我不知道，或许是因为每边有相同数量的砝码。”相反，当砝码在桌上时，“砝码的力量不同，比起挂着（的砝码），（在桌上的）砝码的重力较少。”我们发现书本上关于重力的解释丝毫没有影响Dan自身的想法。

Mic（9；10）“砝码是挂着的，因此更重：首先因为有其他的砝码挂在后面，所以比起（分开的砝码）它更重。”

Nic（10；8） 对于A1（3个砝码分别一个悬挂在另一个上面）和A2，Nic认为A2的砝码“会下降得更多”，不太是“因为砝码数量相同”，而更是“因为每个砝码会拉动另一个砝码。——但是在下面的砝码拉力会更大或者拉力相同吗？——

是的，（在下面的砝码拉力）更大”。

Bau（10；10） 最初似乎认为 $A1$ 和 $A2$ 不可相加：“这里（$A1$）只有一个砝码，这 3 个是分开的；（$A2$）有 3 个砝码，它会下降得更多。”但是他确认到“砝码体积相同”“重量相同”，但是“即使重量相同，在低处的砝码拉力更大”。在桌上的砝码没有力，但悬挂静止的砝码“是有力（的），否则木板（定位木板）会上升”。当我们问他运动中的砝码和橡皮筋的方向是怎样的时，Bau 回答说“橡皮筋朝下拉，砝码拉动橡皮筋”，但他没有提到橡皮筋也拉住砝码。

Pat（10；2） 对于 $B1$（4 个砝码，其中两个紧紧挂住，另外两个有间距），Pat 说道“（它们）将不会不平衡，因为砝码高度不一样。”

Pra（11；10） 关于 $A1$ 和 $A2$，Pra 在相等和不相等之间犹豫，因为“我们没有添加重量，绳子不重，所以……”，“它拉动更多，它下降得（更低）。——它下降得更多，拉动得更多？——是的。——所有的砝码拉力一样大或者某个拉力更大？——“这个（较低的砝码）拉动这个，这个拉动……”，诸如此类。“砝码是一种力吗？——不是，因为当我们把它放着的时候，它什么都不做。只有当它挂着的时候……（才是一种力）”。

Evi（11；10） 砝码在 $A2$ 的拉力比在 $A1$ 大“因为每个砝码间的间距更大”。$A1$（2 个砝码较紧，2 个较远）：“这个拉力更大。——为什么？——因为它比其他的砝码更远，更重，这个更轻，因为它的距离更近。”但绝对重量不变：“是的，（砝码）同样的大小，因此同样的重量。”因为“有距离，砝码下降得更远，砝码拉力更大”。此外 Evi 说，下降时拉动的砝码“有力，是因为它产生作用力”，然而在静止状态，砝码没有力“因为砝码什么都不做。”

Rub（12；6） 虽然年纪较大，但关于情况 $B2$ 他还是说道“砝码下降得更低，因为砝码是分开的。——为什么？——砝码间的空间产生重量。不管怎样，砝码下降得更远”。平放的砝码不是一种力量：“它静止不动，什么都不做”，但是挂着的砝码有“拉力”。在观察之后：“拉力是一样的，因为砝码的重量是相同的。不管我们如何置砝码，砝码重量不会改变。”

Vul（12；4） 也说道：“（在低处砝码）拉力更大，因为位置更低。——重量变化了吗？——没有，还是同样的重量。”——但哪一个“拉力更大呢？”——观察。——“不，砝码并不比之前拉力大，砝码力量相同。”

从阶段ⅡA 到阶段ⅡB 的过程具有普遍性意义。我们想到 7—8 岁的被试在物体位置发生变化时，认识到了重量守恒。其原因无疑是一种形式化的加法运算，它使得使量化计算转变为质性运算（于是，这是一种新的同一性运算：不增，不减＝±0）。因此，在当前的实验中，7—8 岁的被试不再像阶段Ⅰ那样在绳子的长度上去寻找拉力不一样的原因，绳子的长度在被试看来只是用来测量拉力作用力和假设力量（常常是肌肉力量）的顺序化的测量手段。7—8 岁的被试关注的是物体不会变化

的属性——重量，并预测（拉力）相等，因为在每次比较中，砝码数量相同，每个砝码重量相同。所以，7－8 岁的被试的反应十分一致。

在这样的情况下，如何解释儿童在 9－10 岁时出现的这种相当普遍的倒退现象呢？初看起来这种倒退是把我们带回到了没有相加性的阶段Ⅰ。在对这些新的被试与阶段ⅡA 中的被试进行比较后，第一个引人注目的事实是，对于被试而言，在 A1、*A*2 或 *B*1、*B*2 情况中，3 或 4 个砝码的拉力相等，这是不言而喻的，但（在观察之前甚至在第一次确认时）这对于他们而言并不是一个结论性的前提甚至都不算是一个前提。另一方面，实际上，Jea、Ant 等被试认为“砝码总是一样的”，甚至那个认为在高处的砝码“轻”，在低处的砝码“重”的 Evi 也明确说道“砝码大小相同，因此重量相同”；Bau 也说道，从这个方面来看，砝码“体积是一样的”。但是相同的砝码对他们而言并不够，因为相同的砝码也会根据情况不同而“拉力”不同。这就是为什么 Jea，虽然不怀疑砝码是相同的，但在第一次观察到拉力相同时说道：“我无法解释”，Dan 说道：“这或许是因为有相同数量的砝码”，似乎这是一个并不明显的原因。换句话说，被试对砝码重量和其作用力进行了区别。

总之，相对于阶段ⅡA，阶段ⅡB 的新特点是被试坚信砝码相同，但被试不满足于此，此后他们需要探索砝码如何拉动以及砝码为什么能够拉动。在这个新的角度下，阶段Ⅱ的第二个新特点也出现了：（被试）开始逐步发现砝码重量在下降过程中的作用，换句话说就是砝码方向朝下的必然性。①

一个过于简单的看法是，这个压力或者拉力只存在于运动过程中，事实上我们对阶段ⅡB 解释里的两个集中因素进行了区分：一个是上面砝码对下面砝码产生的累积作用力，另一个是随着砝码下降而增加的重力。

两个因素中的第一个让我们回忆起另一个“中介”传递特征的例子，与我们在这里所看到的密切相关：通过静止的中间球 *B*1 和 *B*2，主动球 *A* 实现了对被动球 *C* 的运动间接传递。在阶段Ⅱ的儿童，（与阶段Ⅰ相反）此时已经承认力量或者冲击力会通过 *B* 实现传递，尽管在这种条件下中介 *B* 没有进行位移运动（被试几乎无法察觉到位移，因为位移不存在），儿童通常将其总结为累积传递，例如“冲击力”使小球撞击下一个小球，直到后者可以移动。这和我们在 Ant、Nic 和 Pra 身上看到的机制相同：在下面的砝码“比在中间的砝码拉力大一点，比最上面的砝码拉力大很多”（Ant），“每个砝码会拉动另一个”，但在下面的砝码会拉动得更多（Nic），“这个拉动这个”等，但是砝码逐渐下降（Pra）以及明显的非相加性（“3 个分开的砝码”比 3 个构成整体的砝码拉力更大）（Bau）也是出于同样的原因。

即便这样，我们还需要了解为什么以上推理并不适用（或较少适用）于悬挂在

① 第二十九卷第二章体现了阶段ⅡB 儿童的普遍想法，根据这样的想法，小球在下降过程中重量会有所增加，方向会朝向推力方向（类似这个实验，方向会朝向拉力方向）。但不同的是，小球有时随着速度变化而重量减轻（此实验不涉及）。

绳上或相互靠近的砝码的情况，由此出现了第二个因素，随着（砝码）下降，（拉）力会增加。被试 Ant 向我们指出了第二个因素与第一个因素间的关系，她说悬挂静止的砝码会继续拉动，但“不能产生力量 ”，这意味着砝码在下降时，产生力量，一旦停下，则只保持力量。如果是这样，那么纵向间距大的砝码会比间距较小的砝码拉力更大，因为间距越大，砝码越靠近底端，同时这样也增加了前一个砝码的作用力。这个阶段的观点优于阶段 I 的观点，在阶段 I 中，仅仅是绳子的“长度”促进了拉力，拉力与砝码高度或砝码重力下降没有关系，而阶段 ⅡB，解释却明确地涉及了砝码的高度 :“绳子下降得更多了”，“砝码更低了”，“在下面的砝码比其他砝码拉动得更多”（Jea）。当发现事实与预测相悖时，Ant 特别受启发 : 绳子仅是“产生间距”，但并不使砝码“下降得更低”，也不增加拉力，这两个变量也和 Ant 的预测相关。对于 Dan，从拉动较少的角度来看，在低处的砝码“不重”，对于 Nic 和 Bau，在低处的砝码拉动得更多，等等。只有 Evi 说到了“距离”，但他也想到了向下的不同情况。

在这方面应指出的是，当我们问被试橡皮筋是否也有力量，力量朝向哪个方向时，他们通常只想到了朝下的单一方向 :“橡皮筋被向下拉动，砝码拉动橡皮筋”，Bau 这样说道（其他被试在这一点上也是这样回答的），但是在阶段Ⅲ，橡皮筋则能“拉住”（砝码）。

因此，我们看到，虽然有阶段 ⅡA 的虚假解决方案（les pseudo-solutions）（其正确性仅在于简化了“如何”的问题），阶段Ⅱ的被试还是没有认识到力的相加性，但是他们认识到重量不同于其作用力，是物体的不变属性。实际上，对于移动中的推力或拉力，牵引力是不能这样相加的。比如，一个放在桌上的砝码没有力量，因为“它什么都没做”（Ant），他忘记了砝码有压力，但是悬挂的砝码则“保持”力量，因为砝码在橡皮筋上进行拉动，但砝码“不会继续施力”，因为它不移动。即使了解了重力，Dan 也认为与桌上的砝码相比，地面对悬挂在绳上砝码的引力“更大”，在后一种情况中，位置越低，更是如此，砝码在下降过程中获得了力量。Rub 也谈到了“重力”，但他没有其他理由，只是一直说“在砝码间的距离产生了重力”，这涉及纵向间距，所以会下降。

无须多言的是，按照阶段 ⅡB 的被试的解释，如果他们是正确的，砝码的作用力随高度的变化而变化，那么他们所构想的绝会不是引力与距离的平方成反比这个定律，被试只是将他们的一般性观念，即没有移动就没有力的观念，应用于当前情况中（在通过静止媒介的进行水平力传递的例子中特别明显）。这就是为什么 11－12 岁的被试的解释发生了根本性的变化，这也是我们将要介绍的。

§4. 阶段Ⅲ：拉力的相加

首先是一些例子：

Arp（10；4） 所有情况："都是一样的，因为重量相同。——砝码分开（等情况）不会改变什么吗？——完全不会。"砝码进行拉动，"橡皮筋拉住小木板，小木板拉住绳子和砝码。——另一个方向呢？——砝码拉动绳子等物体。——砝码什么时候会停止拉动呢？——砝码会一直拉动"。

Pas（11；10） *A*1 和 *A*2："和之前相同，还是 3 个砝码。——但当砝码下降到更低位置的时候，拉力不会更大吗？——不，我不这么认为，不。不管怎样，砝码还是一样的。——在这些砝码中，会有一个砝码比其他砝码拉动得更多吗？——砝码是一样的，它们的拉力也是一样的。——为什么？——这三个砝码的重量相同，因此力量相同。——你指的是什么？——拉力相同。"于是我们把两个砝码并列放置，然后把每个砝码间的间距调到很大，被试在做出错误预测后可以把这视为一个提示；Pas 思考了很久，然后说道："我错了：这个拉力大些。——为什么？——我这么认为，但我说不出原因。"我们把两个并列的砝码放到了绳子的较低处："这两个砝码拉动得更多，它们两个在下面。——所以？——这里是两个分开的砝码，那里两个砝码合在一起，在绳子下面，这样拉力更大"，等等。经过几次类似的回答之后，被试不再做出更多的假设："是一样的，在绳子下面还是同样的砝码……砝码的拉力是一样的。""那么在桌上的砝码呢？——是的，桌上的砝码也有力，因为它压在桌上。"

Dur（11；4） *A*2："这和之前（*A*1）是一样的：是同样的砝码，（因此）不会改变什么。——但当砝码下降到很低呢？——还是一样的拉力。——为什么？——因为绳子的长度并没有发生改变。"在一根长绳上，两个砝码，一个砝码挂在另一个砝码上，而另外两个砝码分开悬挂："（拉力）相同。绳子不产生拉力。"*C*1 和 *A*1（4 个砝码）："什么都不改变，还是同样的力量。"将两个砝码悬挂在绳子上，最后一个砝码位于绳子末端，置于桌上："有两个砝码真正产生重量，因为另一个砝码压在桌上（没有拉动）。"Dur 还停留在移动产生的力量上，因为"因为以地面作参考，砝码没有移动，因此砝码没有力量"。但是，当我们回到悬挂的砝码的情况时，他经受住了下面的问题："最后一个（砝码）不（比前两个砝码）拉动得更多，但它会拉动前两个砝码吗？——它不需要拉动前面的砝码，因为前面的砝码已经在下降了。"

Ald（12；8） *A*1 和 *A*2："是一样的。准确地说，由于绳子的重量，这个更重一点。——在这 3 个砝码中，它们的拉力一样大是还是有一个砝码的拉力更大

一些？——所有砝码的拉力一样。——为什么？——砝码是同样的大小，同样的重量，因此它们拉力相同。——（$C1$ 和 $C2$，4 个砝码）？——准确地说除了（∧形）杆的情况，拉力是一样的。——在桌上的砝码有力量吗？——有，砝码对地面也同样有力。”所有砝码在橡皮筋上拉力相同。

Ban（12；4）$A1$ 和 $A2$：“拉力会有不同吗？——不会，是同样的砝码。——所以？——因为砝码是同样的重量，所以会以相同的力量进行拉动。”

Pat（12；2）同样的反应：“当砝码下降到更低位置时，拉力会更大吗？——我不这样认为。还是同样的重量。15 克砝码和 3 个分开的 5 克砝码，依旧是 15 克！——这些砝码拉力相同或者三个砝码中某个砝码拉力较大？——位置最低的那个砝码拉动绳子。——在橡皮筋上呢？——拉力是一样的。如果是相同的砝码，不管它们的位置靠近或者分开，拉力都是一样的。”

Teu（12；9）$A1$ 和 $A2$：“我们能提前知道砝码的拉力大小吗？——是的，我们能够知道：是一样的！——为什么？——同样的砝码，因此不会下降得更低。——但是这个砝码（$A1$）比那个砝码（$A2$）下降得更低，那么它的拉力会更大吗？——不，是同样的砝码。——如果砝码位置下降，拉力不会改变吗？——我认为不会！”“悬挂在绳子上或置于桌上的砝码重量会改变吗？——不会。”但移动的力量仍然存在：“如果我们把砝码放在柔软的雪中，我们会看到什么？——砝码可能会下陷一点。——那么这也存在力量？——如果只是把砝码放在雪中，没有力量，但当砝码快要在雪中形成一个小洞时，砝码是有力量的。”与之相反，悬挂在绳上静止的砝码却仍然“有拉力”。力量的方向：“当我们放置好砝码后，橡皮筋的方向将会朝下”，但“当橡皮筋被绷紧时，橡皮筋两端会被（相反的力）拉住”。

Gol（12；11）A1 和 $A2$：“是一样的。——为什么？——因为所有砝码是一样的。——如果砝码位置变得更低，不会改变什么吗？——不会。”“悬挂在绳上或置于桌上的砝码，它们的力量相同吗？——这里砝码压在桌上，不会拉动。——力量相同吗？——力量相同。——为什么？——因为砝码压在桌上。”

Léo（13；3）“这里砝码距离较远，那里砝码距离很近，但拉力是一样的。——放在桌上的砝码呢？——我不知道。无论砝码挂在绳上或置于桌上，但是是同样的砝码，具有同样的力。——但是这里的砝码有拉力，那么放在桌上的砝码呢？——砝码放在那里，什么都不做，但它还是存在力。”力的方向：砝码的力“进行拉动，那里（橡皮筋）拉住”。

在此出现了一个将以上反应和在阶段ⅡB 的反应明显区分开来的转折，三个较隐晦或部分明确的原因似乎能够解释这个转折。第一个原因是砝码功能的统一，被试的回答同时展现了重物的下降以及重物对橡皮筋的拉动，下降和拉动已构成一个整体而同一的过程，而并不再是两个分离的动作。在阶段Ⅱ中，重量已被认为是砝

码下降的原因（但在阶段Ⅰ，被试认为砝码只是因为没被拉住而下降）；只有在阶段ⅡB，砝码下降被被试分别予以考虑，砝码在绳子上、在橡筋上的拉力组成了一组合力，这组合力的大小不仅取决于砝码本身下降的趋势，也与砝码下降的过程有关，因此，当砝码下降到更低位置时，拉动效果更明显。相反，阶段Ⅲ中的被试认为，砝码下降和拉动砝码属于同一过程，因为砝码是被系住的，因此不管砝码从哪里拉，高度是多少，效果都是一样的。比如，当 Dur 说第三个挂着的砝码“不需要拉动”前一个砝码，“因为前一个砝码已经开始下降了”时，这表明下降和拉动是不可分离的，每个砝码能够独立地拉动，只是因为砝码下降，因此逐一增加砝码（1 + 1 + 1）时，第三个砝码不改变第二个砝码的拉力是可能的。

第二个原因是对前一个原因的补充：每个砝码的作用力会通过其他物体内部间接传递给橡皮筋，而不是依靠其他物体的运动进行传递，因此会存在下降度和高度位置的变化。我们记得在运动传递实验（第十七卷）中，阶段Ⅱ和阶段Ⅲ的区别是，在阶段Ⅱ，传递已被认为是一种内部力量（一种穿越小球的力量），条件是中间媒介移动较少，几乎不移动，而在阶段Ⅲ，以上被认为与位移无关。在当前这个略有修改的实验中，我们还是能发现一些相同的东西，阶段ⅡB 的被试认为位置最低的砝码对前一个砝码的拉力更大，前一个砝码的拉力比位置最低的砝码的拉力小一些（我们已在 §3 中看到），等等。在阶段Ⅲ，累积的作用力因为下降高度的原因消失了，间接的拉动也变成了纯内部的移动。因此 Pat 这样说道：最后一个砝码在绳子上的拉力最大，但是在橡皮筋上，“拉力相同”，因为其作用力通过中间媒介施力，并没有累积的改变。Pat 同样也说道，“砝码紧贴或分开，拉力相同”，他暗指了力的均匀传递。

第三个原因和前两个原因有关，因此可能是最全面的：对于这些被试而言，即使没有运动，力量仍然能够继续存在并起作用，所以不管悬挂的砝码处于怎样的位置，拉力都是相同的，同时，通过中介媒介纯粹内部的方式传递力量也是可能的。在这些条件下，自然只考虑增加的砝码。问题仍然十分模糊，虽然某些被试已承认在桌上的砝码拥有相同的力（Pas、Ald、Gol 和 Léo），但另外一些孩子，比如 Dur 和 Teu，却不这么认为，因为在桌上砝码的作用力被它的阻力抵消了。和悬挂的砝码不同的是，（在桌上的砝码）不论它们下降的路线如何，也不论它们最终的位置高度如何，即使砝码静止不动，被试也认为能够继续拉动。另一方面，在静止状态下，这种持续作用力会和反向力量体系同时存在（如同我们在其他研究中看到的那样）：在阶段ⅡB，根据拉动砝码的力量的方向，橡皮筋力量被认为方向向下，阶段Ⅲ的被试清楚地明白了（参见 Lev）如果砝码向下运动，橡皮筋则朝相反方向拉动。[①]

---

① 意思的是，Teu 仅将这种方向的对立限定在平衡状态时，他还没有意识到橡皮筋在松弛过程中已经拉住了砝码。

第二章　砝码的组合[①]

这一章研究的问题和第一章的问题相似，但是我们将使用一个新的装置，把砝码放在一个托盘上，砝码的重量通过支撑托盘的小棍在柔软材料中的下陷程度得以测量。在这种情况下，问题是要了解以不同方式放置的砝码是否会产生相同的下陷深度，砝码在高度和宽度上（超出托盘宽度）的间距是否会改变其压力。

§1.　方法与主要结论

所使用的装置是一种信件秤，托盘固定在一根直立的小棍上（一根管子使小棍一直位于托盘中间），小棍的下陷深度根据砝码的重量不同而有所变化，这在人造泡沫或海绵上十分明显（如图 2）。使用的 5 个砝码（每面为 2.5 平方厘米的立方体）被放成一纵列（在砝码的其中一面安装了金属接片，使之能够连接其他砝码）或砝码仍放置在托盘中间，但每个砝码在高度上存在间距（如图 3）；或如同插图 4 放置，但砝码会稍超出托盘一点。砝码的金属接头重量很轻，3.5 厘米长，金属接头其中一端一直固定在砝码上（避免儿童以此认为砝码重量不同）。

儿童仔细探索装置后，需要回答以下问题：

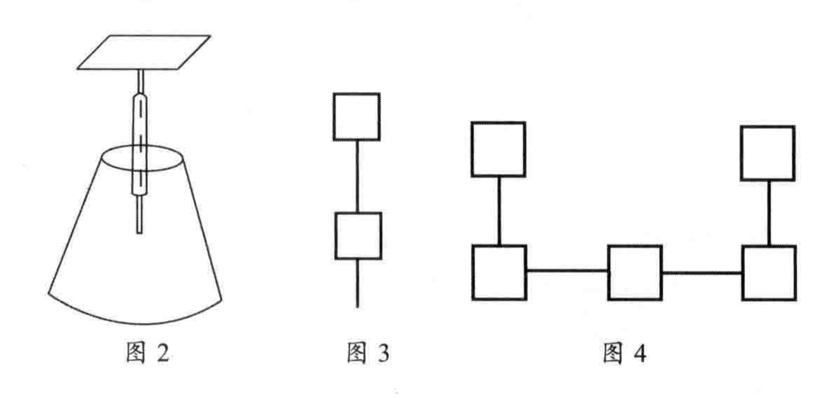


图 2　　图 3　　图 4

① 与科莱特 · 罗塞尔 - 西蒙莱（Colette Rossel-Simonet）合著。

1. 为了解被试能否预测并明白小棍下陷的深度与砝码的数量有关，砝码被一个接一个地放置在托盘上。最后，5 个砝码被叠放成相互紧贴的一列，置于托盘中间，砝码上的金属接头被任意地朝向侧面的四个方向。

2. 5 个砝码被重新排成一列，但是砝码间存在间距（如图 3），我们需要了解的是，这种情况下，砝码的重量和下陷深度是否与砝码被相邻叠放时相同以及为什么，如果答案是肯定的，我们还需询问被试砝码间的间距是否起作用。我们尚未有对此进行确认。

3. 砝码横向放置（如图 4）时问题相同，但我们还需了解如果砝码稍超出托盘，其重量是否（还和之前）相同。

4. 在对问题 3 进行观察后，我们将砝码连接成串，需要了解的是砝码串被纵向或者横向放置（在后一种情况中，串的长度远远超过托盘边缘）时，其重量是否相同。

在阶段ⅠA（4—5 岁），被试还不能量化下陷深度，也就是说，他们只是知道 3 或 5 个砝码比 1 或 2 个砝码更重，但他们还不能预测到 3 或 5 个砝码会比 1 或 2 个砝码导致的标记改变更明显。

在阶段ⅠB 中，效果的序列化表征已经形成，但是由于砝码重量不守恒，因此没有严格遵循重量相加的原理。儿童对砝码重量的评估根据问题 1、2 或 3 中的不同摆放方式，或因为砝码串被横向或纵向摆放而有所变化。

与之相反，阶段ⅡA（7—8 岁）的特点是砝码重量守恒和严格相加，砝码的重量与其放置方式无关，砝码保持不变则效果相同。

如同在其他研究里观察到的一样，在阶段ⅡB（9—10 岁），我们注意到了一个明显的后退：例如，即使砝码保持不变，砝码的效果也会随其高度等发生变化而变化。其原因在于被试在力学概念方面有所进步，更在于被试已能够建立起砝码与物体下降（高处的砝码朝下运动）之间的联系或力与速度等之间的联系，（但是还没有建立起关于力的相加性的补偿性协调）。（见第十四卷第二章）

最后，在阶段Ⅲ，砝码重量严格相加又重新出现，但由于在阶段ⅡA 取得的根本进步，此后砝码的效果一直与砝码体积相关。

§2.　阶段ⅠA 和ⅠB（直到 7 岁）

被我们归为阶段ⅠA 的被试并没有觉察到可能会现的问题，并且即使在问题 1 中，他们也没有建立起托盘上砝码数量的增加与小棍插入泡沫的深度之间的对应关系，因此他们没能发现在高度或者宽度上存在间距的一列砝码与一列（无间距）的砝码重量不一致的原因。

Gil（4；7）预测到小棍会“向下插入（海绵）”，他也预测当移开砝码后，托

盘会上升，因为“小棍会提起（托盘）。——然后呢？——然后它向下插入（海绵）。”但在经过观察后，当接连添加砝码时，Gil继续说道：“小棍会向下插入（海绵）”，并指出下陷深度相同。对于问题2，Gil理所当然地认为小棍“会向下插入（海绵）。——和之前一样？——是的。——小棍不会下降得更少或更多？——小棍会像（之前）这样下降。”

Bos（5；1）“小棍下陷，形成一个洞”，但Bos用力按下而不是让砝码自己下降。后面砝码的下降深度是随意的。问题2：“那么如果我这样放，会发生什么呢？——（他又按了下，然后预测道）：像这样（中间高度）。——你是怎么知道的呢？——因为我之前见过。——这和之前一样还是不一样呢？——和之前是一样的。”问题3：“和之前一样。”但砝码串竖放时比横放时，小棍插入（进海绵）得更多“因为小棍像这样下降。——那横放时呢？——不这样下降，因为（这种情况下）它不是很特别重。”

And（5；2）认为当砝码连续放置时，小棍“下降得同样多。——为什么？——因为有砝码。——为什么？——因为它们重。（问题2）：和之前一样。——你怎么知道的呢？——因为我看见了”。问题3：“和之前一样。——超出的砝码会造成什么影响吗？——它什么都不影响，它不压（托盘）。——那么小棍还是会下降吗？——不。”

Bar（5；2）“如果我把我的手放在托盘上呢？——小棍会插入到海绵里。——如果我把砝码放在托盘上呢？——它同样是会插入。——直到哪里？——直到那（下面）。——（观察。）——它和你想的一样吗？——不，不太一样。——为什么？——因为它不够重。——那么再放一个砝码呢？——它还是会插入。——那么5个砝码呢？——同样会插入，因为它们重。——直到哪里？——和之前一样（指向四分之一处，位置和问题2时观察到的一样）。——为什么？——因为它不够重。”其他摆放方式：“和之前一样。”因此，这里出现了关于砝码重量的序列化，但没有出现效果的序列化。

被试的回答中缺乏对小棍插入深度的量化，因此，在问题1中，增加砝码是没有意义的。在问题2和问题3中同样如此，被试并不知道会有问题：砝码总是在那里，小棍保持不变“小棍下降得一样多，因为有砝码”并且“砝码很重”（And）。

我们接下来会发现，一部分介于阶段IA和阶段IB间的被试虽然能预测到当砝码逐渐增加时，小棍会下降得越来越深，但在面对问题2，有时是问题3时，由于仍旧是相同的砝码，因此他们不认为插入深度会有任何变化。

Olg（5；3）“如果我放一个砝码呢？——小棍会形成一个洞。——放第二个呢？——小棍会下降得更深。——第三个呢？——依旧更深”，等等。问题2：“小棍会降到下面。——和之前一样还是和之前不一样？——和之前一样。——为什么？——因为砝码在上面（=在托盘上）。”问题3：同样的反应。

Ala（6；4）第二个砝码："小棍会插入得更深（等）。——为什么？——因为我们放了更多的砝码。"问题2："和之前一样。——（问题3）：小棍会形成一个洞。——和之前一样还是不一样？——和之前一样。——超出的砝码呢？——它会减轻重量。——为什么？——因为如果我们像之前那样放置砝码，它会产生重量，而像这样，没有重量。"最后两个回答就显示了阶段IB的特征。

Vel（7；2）问题1：同样的反应。问题2："小棍会下降。——直到哪里？——那里。——和之前一样还是不一样呢？——和之前一样。——为什么？——和之前一样，放的同样的砝码。——（问题3。）——直到这里。还是同样的砝码。——我们任意放置砝码，小棍下降的深度还是同样深吗？——有几次会下降得更低，有几次会更高。——你怎么知道的呢？——砝码缺少一些地方（她指向了图3中较高的两个砝码间的位置。）——那么这样呢（放在一起）？——如果砝码一个在另一个上面，这样会更重。——那么这样呢（超出）？——会不那么重。——为什么？——因为超出的两个砝码不那么重。——为什么？——只有一个在天平上。——如果我把这把砝码串竖放或者横放呢？——当我们笔直放（竖直放）的时候，砝码串会不那么重。——为什么？——当砝码串躺着的时候，会更重一些。"于是Vel在砝码放置方式的问题上进入了阶段IB。

当增加砝码时，被试承认了砝码（重量）的可加性。在问题2、3中，因为"砝码相同"（质量相同），因此对于被试而言，砝码整体重量相同是一个显而易见的事实。所以，Olg、Ala和Vel最初（对自己的预测）相当确定，但当他们在问题3中注意到边缘的砝码超出了托盘时，或当他们开始对此关注时（Vel甚至注意到了高处的两个砝码间的间隙），被试们便进入到了不可加的阶段IB，在阶段IB，我们会看到被试的回答变得更加成体系。

以下是在阶段IB的一些例子：

Isa（4；5）问题1：越来越低。问题2："小棍会下降得更低一些，因为我觉得这样会很重。——和之前一样吗？——不一样。"问题3："和之前不一样，因为这样会很重。这不一样，这里有1、2（两个较高的砝码）和1、2、3（三个较低的砝码）。"

Van（5；0）问题1：跳过。问题2："和之前不一样，因为有了这个（竖放的金属接头，金属接头不再是横放的），砝码更重了。——为什么？——因为当我们把金属接头（放进连接孔里，而不是像问题1里那样放在边上）时，小棍会更重。——砝码间的间隙会使砝码更轻吗？——不，砝码很重。——（问题3）：小棍不会下降得很多。——为什么？——这样（横放）砝码不那么重。像这样（横放）的话，砝码不那么重，我们把砝码摆成一条（竖直方向的）线的话，砝码会重很多。——为什么？——因为金属接头不是横放的（＝如同问题3那样横向放置），它们是这样的（如同问题2那样竖直放置）。——但是超出托盘的那部分砝

码会产生什么影响吗？——超出托盘的砝码，没有重量。我在家有同样的玩具。”砝码串：“如果我们像这样放砝码串或者像这样放，小棍下降是一样的吗？——不，(竖直放置时)小棍会下降得更多。(横向放置时)砝码串不那么重。——什么时候小棍会下降得更低？——如果我们让它长时间地保持这样(！)——那么它什么时候会变得更低呢？——当它很长的时候(做出竖直的手势)。”

Gar (5; 1) 问题2：“小棍会完全下到下面。——和之前一样？——不，砝码现在更重。——为什么现在砝码更重？——因为它们系在一起。——哪里更重？——上面(的砝码)。——为什么它们更重？——因为砝码总是更重。(做出一些砝码在另一些砝码之上的动作。)——那么砝码间的间隙呢？一个孩子给我讲间隙会使砝码更轻。——或许。——别人知道吗？——或许是Chantal，因为当我跑的时候，她跑得更快。——(问题3)：和之前不一样，如果我们把它们摆成这样(侧面重叠)，砝码会更重。横向或者纵向的砝码串：“或许是相同的，因为砝码串不重。——像这样(竖直)是一样的吗？——如果这样竖直放置会使砝码串增重的话，那么(砝码串)就会更重……(但)正常来说，砝码串并不重”。

Reb (5; 3) 随着砝码增加，(小棍)逐渐下降。在叠放的情况中，第一个砝码“下降得更多。——为什么？——因为我们放了一个砝码在另一个砝码上面。”问题2：“小棍和之前一样会下降吗？——不会。——为什么？——因为我们留了些间隙。——间隙有什么作用吗？——间隙使小棍下降。——为什么？——我不知道。”问题3：不一样，“因为这里，砝码串接触少一点，那里砝码串接触很多，它一直碰到中间。”

Mic (6; 0) 问题2：“小棍几乎下降到底部了。——不太确定？——是的。我们把金属接头像这样(同问题1)放置，小棍不会下降到底部；像这样(同问题2)，小棍会一直下降到底部：我们把它们放直(砝码间的金属接头竖直摆放)，(砝码)会更高更重。——进一步解释一下呢？——当我们这样放置金属接头(同问题1)时，小棍不能插入(海绵)，现在这样(问题2)，(小棍)可以插入(海绵)并且更重。——一个孩子给我说砝码间的空隙使砝码不那么重。——不是那样的。我们只需试一试就会知道。——(问题3。)——这样会更重：这里有3个(砝码)，那里有2个(砝码)。——为什么这样会更重？——因为砝码是被固定住的。——这难道和第一次不是一样的吗？——不一样。——这样更重？——是的。——因为砝码是被固定住的？——是的，但是我不是很确定。——那么超出托盘的砝码呢？——砝码使小棍下降，(超出的)那一小部分砝码，差不多被这样放置(位于在托盘边上)，小棍下降。——一个孩子给我说，下降都是一样的，因为都是同样的砝码？——这是不对的。——为什么？——因为当有多个砝码的时候，它们会使小棍一直下降到最底部。——但是他说都是一样的砝码和一样的小棍？——这是不对的，因为它(小棍)一次下降到这里，一次下降到那里。”

Dom（6；2）问题1：跳过"因为我们放了更多的砝码"。问题2："和之前不一样，因为砝码现在更重。——为什么？——因为我们把金属接头放进连接孔里，这样砝码更重。——（问题3。）——比之前更重，因为在金属接头上，我们放了2个砝码，有3个砝码在下面，这样很重。——超出托盘的砝码施加压力吗？——它们不施加压力，它们使（小棍）下降得少一些：直到中间位置。"

Ste（6；7）问题1："还是一点"，等等。问题2："因为砝码不是一个在另一个上面，这样砝码不再是它原有的重量。——这样砝码更重，更轻或者是一样的？——更轻，因为总是有小棍，小棍使得砝码更轻，因为有间隙。——你是如何知道的？——更轻是因为这个砝码没有在那个砝码上面（没有前一个对后一个的作用力）。——（问题3。）——重量更重。——为什么？——因为有更多的砝码。——比之前更多？——不，是一样的，但是这里的砝码更多（3个在低处的砝码），这里的砝码更少（2个在高处的砝码）。——你的一个朋友说超出托盘的砝码使砝码的重量更轻。——是的，因为中间砝码重量更重，超出托盘的砝码不那么重。——所以当砝码超出托盘的时候，砝码的重量更轻了？——不，砝码还是会下降，因为砝码是挨着的。"

Ric（6；9）到达了阶段Ⅱ（关于问题2）："和之前一样，因为我们已经放上了所有的砝码，现在小棍（也）会下降到那里。"问题3："它（小棍）不会像之前那样下降，因为这个（超出托盘的砝码）没有放在（托盘）上面，砝码不会像之前那样重。——但是它还是有一部分在托盘上？——因为这里（超出部分），它能够施加压力，那里不行。它会比以前少施加压力一点。——如果我们把所有的砝码都放到托盘上呢？——会更重。——你是如何知道的？——我在手上感受过。——如果我像这样重新放置砝码呢？（问题3）——我不知道；不一样，会更轻。"竖直的砝码串"会更重。——那么像这样呢？（横向放置砝码串。）——不那么重，比起立着的砝码串，重量会更轻。——砝码超出托盘的部分重吗？——它像这样施加重力（↓）。——它会使小棍下降吗？——是的。它会产生影响，使小棍下降一点。——在砝码上的那部分砝码呢？——和以前不一样，我们把它们立着放的时候，砝码就不一样了。"

5－6岁这个阶段的被试普遍认为砝码的重量不相加，这与阶段ⅡB完全不同，观察这一现象并了解其原因是非常重要的，因此我们增加了这些例子。

普遍的原因和我们在其他研究里已了解的原因一样：对于这个阶段的被试，当物体的位置或功能性状态发生变化（运动或者静止，受到碰撞或者发生碰撞）时，物体的绝对重量不会守恒，形状也不会发生改变。所以，如果砝码 A 和 B 分别发生变化，它们的总和 $A + B$ 也可能会有各种变化。变化类型如下：

1. 最简单的变化仅与砝码的分配有关：Isa 认为，1，2（个砝码）和1，2，3（个砝码）与5（个砝码）重量不一样；Mic、Dom 和 Ste 也这样认为。

2. 然后是砝码的连接方式：Van 认为，与问题 1 中金属接头被任意地朝向各个方向相比，当金属接头被放入连接孔时，连接砝码的金属接头会更重。Gar 也这样认为，金属接头被放入小孔中，砝码彼此相连，砝码的重量也因此而增加。Don 也这样解释道。Mic 明确表示当砝码被固定住时，砝码更重。砝码的连接方式（影响因素 2）或许与砝码的放置方向（影响因素 4）以及砝码的放置位置（叠放使砝码更长，影响因素有 5）之间暗含某种联系。

3. 砝码间的间距也是该连接方式的影响因素之一，Ste 认为，砝码间的间距会阻碍连续性的作用力，从而造成（砝码的）重量减轻。Gar 同意这种想法，认为这是可能的（Gar 猜想他的朋友 Chantal 是这样认为的，因为她能够在跑步中战胜了他）。

4. 一个更常见的因素是间距的方向：对于 Van 而言，竖置砝码能增加砝码的重量，但是他没能对此进行解释。Mic 持相同的意见，但同样没能给出理由。Ric 也是这样认为，但他在高处的砝码比低处的砝码更重这一现象中找到了原因。

5. 这使我们想到被试提到的两个动力性因素中的其中一个因素：叠放。出于一个砝码在另一个砝码之上产生的直接作用力，“（叠放后）砝码总是会更重”（Gar）。Ste 也对此表示认可（当砝码“一个在另一个之上”时，重量会增加），但是除了这三名被试（Ric 包括在内）以外，这种想法并不常见。

6. 另一个更常见的动力性因素（上一个因素或许只是个例）是当砝码或砝码串超出托盘时，（砝码或砝码串中）没有物体支撑的那一部分的重量会减少有时甚至会被忽略：Dom 和 Ric 在这一点上尤为明显。

7. 除了这些空间因素外，我们还在某些情况下观察到了时间的作用力：Van 认为，“如果我们把砝码长时间放在金属接头上”，砝码的作用力会更大。

8. 最后，需要注意的是，这在前面的每个例子中已经有相当明显的表现，即砝码重量的不可加在砝码重量趋向零的情况中，达到了对等！对于 Gar 而言，砝码串横放或竖置时，重量是“一样的”，“因为它不重”，然而当砝码在高处时，则有可能出现由于两种不同摆放位置，（砝码）重量不一致的情况。但是，因为“一般而言，砝码串并不重”，这个问题便失去了意义。

总体而言，如同我们已经看到的，在这个阶段，不可加与物体的“本身重量”或与物体不同属性（根据自身作用力不同）有关，与“关系重量”无关，例如，我们将会在阶段ⅡB 中看到，物体的重量不变，但物体的作用力会根据物体间的关系发生变化。（儿童）在第（5）种变化中展现出的对作用力进行累加与在第（1）、（2）种变化中所展现出的对组合和连接的作用力效果进行严格区分，都预示着一个更高阶段的到来。

§3. 阶段ⅡA（7—8岁）

这个阶段探究的是在砝码不变的情况下，砝码的简单相加。以下是一些例子，首先是一个过渡性的例子：

Tia（6；6） 问题1："砝码会下降得更低"，等等。问题2："砝码会下降很多，因为砝码很重。——比以前重还是比以前轻？——比以前重一点点。——为什么？——因为所有的这些东西（金属接头），砝码会更重。——这里以前没有这些东西吗？——是的。——这是一样的还是不一样的呢？——一样的，也是很多砝码。之前，所有的砝码在这里，现在所有的砝码又在这里。——（问题3。）——和之前一样，相同的重量，又是所有的砝码。——超出托盘的砝码什么都不做吗？——是的。——一个孩子给我说超出托盘的砝码使重量更轻？——这是不对的，还是同样的重量，因为砝码向下推，砝码把金属接头向下推。——和之前一样吗？——砝码总是下降得一样多，因为所有砝码现在的重量和之前是一样的。"竖着的和横着的砝码串是一样的重量，"因为（砝码的）重量没有发生改变，砝码串的重量也不会改变。——超出托盘（的砝码）什么也不做吗？——是的，因为所有砝码粘在一起，它们一起推动所有东西。"

Pas（7；1） 问题1：跳过。问题2（采用最初的方法，但会在实验中增加问题1中所没有的金属接头）："砝码会更重一点，但不会重很多。——砝码间的间距呢？——总是一样的，我们把砝码间距增大，砝码重量也是一样的。——（问题3。）——是数量相同的砝码，重量也相同。"

Dom（7；2） 问题2：同样的方法，同样的反应。问题3："是一样的，因为是相同的数量。——砝码分开不会造成任何影响吗（指的是超出的部分）？——不会造成任何影响。"

Jou（7；7） 问题1："更重"，等等。问题2（我们又加上了金属接头）："砝码之前相互挨着，而现在没有"，但是"还和以前一样重，因为金属接头不重"。问题3："完全一样"。

Gla（7；8） 问题3："是一样的，因为我们没有增加砝码。——砝码不直立（做出高度的姿势）会造成什么影响吗？——不会。"

Tri（8；5） 问题2："和之前一样。——为什么？——（他计算了一下。）——因为总是有同样的4个金属接头和5个砝码。——砝码间的间距呢？——还是一样的，因为我们放的是相同的金属接头——（问题3。）——小棍下降得一样多，因为总是5个砝码，4个金属接头。——砝码间的间距会产生什么影响吗？——不会，除非我们加入另外的砝码。——（问题3。）——一样的。——你如何解释这个呢（超

出的部分）？——因为（它）在托盘外面？这一块（和砝码的其他部分）是一起的，它还是一个砝码。——但是超出的部分呢？——还是同样的重量，同样的砝码。”

Dim（8；6）问题2和3：“砝码放置得不一样，但（重量）还是一样的。”

Hug（8；7）问题2和3：“如果我们放上所有的金属接头和砝码，重量是一样的；如果我们把它们提起，重量会变轻。——一些孩子给我说在托盘外的砝码不如（在托盘里的砝码）重。——呃！是的，它们（在托盘里的砝码）更重。”砝码串：两种位置的重量是一样的。“即使在（托盘）外面的部分重量也是一样的？——如果砝码串被折叠，至少和托盘的宽度一样长”，或者说如果我们把它对折成两条，没有哪个部分超出托盘（重量都一样）。

Ani（8；0）问题2：“和之前一样，因为砝码的数量相同。——（问题3。）——重量是一样的。——当砝码超出（托盘）时呢？——（小棍）不会下降得更低，因为（砝码）重量是一样的。”

Jac（8；4）同样的反应。竖直或横向的直尺：同样的反应。“砝码串在（托盘）外的一端重吗？——是的，因为砝码串很重。整串是一块整体。”

Béa（8；11）同样的反应。不管怎样放置，砝码串的重量相同，“因为每一部分的重量是一样的”。

Pat（9；2）问题2：“和之前一样，因为全部砝码都在这里，和之前一样，除了放置方式不同以外。——不同放置方式不会造成任何影响吗？——不会。”问题3：同样的反应，“砝码串超出（托盘）的部分呢？——超出的部分似乎和（托盘）里面的部分一样，因为托盘内的部分拉动托盘外的部分。砝码串很重，因为它是个整体。”

Gil（9；1）同样的反应，“因为我们什么也没拿走，什么也没有增加”。

Fer（9；4）超出的部分：“同样的重量，因为（砝码）即使在托盘外，也仍旧有重量。”砝码串：同上“因为一直都是一样的砝码，没有增加其他的东西。”

这个在具体运算阶段的初期关于力的可加和重量守恒（个别对象的形式无变化）的探索，我们并没有要求（被试）作出大量的解释。但有两点值得我们注意：儿童借助数字量化［“相同的数量”（Par、Gil 等）；“相同的克数”（Ani 等）］或数量相加［“没有减去，也没有增加任何东西”（Gia、Gil 等）］作出判断；以及儿童解释超出托盘的砝码的重量守恒方式。在后一点上，Tia 从 6 岁 6 个月起说道“全部贴在一起的”，Tri 说道“（超出托盘的）部分和（被托盘支撑的部分）是在一起的”，Jac 说“是一个整块”，Pat 说道“是个整体”，Fer 说“一直都是（＝还是）（相同的）砝码串，并没有其他的”。因此，超出的部分和被支撑的部分是一个统一整体，对此，一个论据就足以用来解释不变和简单的可加原则。我们将会在阶段Ⅲ看到，除了考虑动态的“怎样”，一个新增加的因素是重量和对应的体积之间的关系。Hug 对于砝码串的解释也指向于此，但是仅停留在长度（单个的或“对折的”）或者表面积折损方面，还没有

涉及第三方面。

§4. 阶段 ⅡB

如果之前的反应（ⅡA）是相当清楚的，那么相反在9—11岁这一阶段，我们会观察到儿童的反应会出现明显而频繁的倒退，常常表现为犹豫不决，他们会说出一些和阶段Ⅰ相似的话，但是其中的意义或许截然不同并且我们也提出了一个问题，和阶段Ⅲ的反应一样，这些反应初看起来似乎只是ⅡA阶段反应的重复。以下便是在中间阶段ⅡB中的一些例子，我们会看到明显的倒退。

Dea（9；6）问题1：正确。问题2："砝码会更重。——为什么？——因为不是一个砝码在另一个砝码上（金属接头）。"问题3："更重一点点。——为什么？——因为两边都重。"他指向超出托盘的砝码，似乎侧面有一个力量使砝码相互靠近（Dea指出了力量方向），Dea对横向砝码的回答与他在问题2中对纵向砝码的回答是一样的。

Mir（9；6）不太确定地表示，在问题2中砝码会"轻一点，因为（砝码间）有间距，而之前所有的砝码是贴在一起的"，"如果所有的砝码都贴在一起，会更重"，对于问题3，"不那么重，因为（砝码）在外面"，这似乎是阶段ⅠB的直接残留。但是当砝码串竖立时，他明确说道，如果超出的部分是一样的，"那么砝码串会处于平衡状态，所有部分都重"，即使竖立，砝码串也会施加同样的重量："竖立时也是一样的，因为砝码的重量是一样的。"

Bur（9；7）对于问题1，预测到由于海绵的阻力，砝码不能使小棍下降到海绵底部："（当我们增加砝码时）海绵会变硬，因为有太多的海绵在一起了。"问题2："不会更深，因为都是同样的、带有金属接头的砝码"，但是在问题3中，砝码会变得轻一点，"因为（砝码）超出了托盘。——重量不会减轻？——不会，超出部分和其他部分是连在一起的"。对于砝码串在托盘上的情况，Bur的推理相同，但当我们用一块纸板扩大信件秤的托盘时，他首先认为重量依旧会更轻，"因为纸板在边上会更轻"，然后他说道："不，我太蠢了，它们是同样的重量。"

Art（10；0）问题2：同样的重量。问题3："砝码会超出托盘，会变得更轻。"竖直或者横向的直尺，是"一样的，因为是相同的长度和相同的重量"。我们又回到了问题3，Art坚持认为重量改变了，因为如果砝码"在托盘外，砝码会落下"：似乎被支撑物支撑住的砝码的作用力和自由落下的砝码的作用力不一样。

Max（10；1）认为两个砝码比一个砝码更重一些，"因为有间距。——间距会怎么样呢？——间距也很重（参考很久之前的回答：Pas'间距有点重'），但没有砝码重"。但Max补充说道，重叠的砝码会增加累积效果：对于问题3，"问题

3会比之前（问题1）更重，因为（尽头的砝码）会更重，如果第二个砝码在第一个砝码之上，砝码的推力会更大。”竖直的直尺会更重：“那么当你称体重的时候呢？——是的，竖直的时候所有的东西都下降”，然后，他承认重量是一样的。

Nie（10；3）如同Bur，也在问题1中提到了海绵的阻力：对于问题3，他在更轻（因为有部分直尺超出了托盘）和更重（直尺两边都超出了托盘，直尺两边叠放了2个砝码）之间犹豫。竖直的直尺“会更重：整个直尺都产生作用力”。

Lin（10；6）相反则认为“竖直放置时重量会更轻。——那么这样呢（位置3）？——会更重因为它们是歪着放的”。Lin对于直尺的反应是一样的，之后他也认为重量相同。

Cec（10；10）也提到了海绵的阻力，并且对于问题2和问题3他承认道，“和之前是一样的，因为总是5个砝码”。超出托盘的砝码“在托盘外的部分不会产生任何影响，因为它们被中间的砝码拉着”。对于砝码串也有同样的反应：“但是我认为，（开始时）如果我们把它们直着放（竖直放置），重量会不那么重。——为什么？——因为那里（托盘底部表面）只有一小部分支撑。”

Gou（11；9） 叠放的砝码会“更重，因为这一个（砝码）会使另一个（砝码）下降，而这一个（砝码）又会使另一个（砝码）下降（等等，Gou指出所有作用力都是从高处开始），因此重量会更重。——解释一下。——砝码使金属接头按压另一个（砝码）”。“在高处的砝码使在低处的砝码下降。”

Sar（11；10） 问题2：分开的砝码“每次（位置）高一点，（重量）就会轻一点。——解释一下。——金属接头使砝码位置更高，因此重量更轻。”

Pas（11；3）谈到了海绵的阻力并且承认到在问题2中“砝码会重一点点”，因为“在砝码间有很小的间距（空间）”并且“间距会按压（砝码）表面（砝码向上的一面）”。问题3：超出托盘的部分不会造成影响，“因为它有拉力，它会拉着中间的砝码”。

Ber（12；0）对于问题1，说道海绵“会被压紧，所以小棍会比之前插入得浅一些（相对更少）”。问题2：“还是同样的砝码，但是位置更高，我不知道，或许压力更大。”问题3，砝码超出托盘“或许是一样的，砝码总是一样的，并没有被拿走”。但是对于砝码串：“当它立着的时候，有重量，它会施加更多的力，因为全部重量都在上面（托盘上）。砝码串横放时，重量会轻一些，因为它失去了一些重量：砝码串保持不变，但是施力更少。——一个物体可能会重量相同，但是力量不同吗？——啊！是的，我认为会的。”

Jim（12；0）也说道“海绵会有一点阻力”。问题2“还是一样的重量”。问题3，反应“几乎”一样，“因为砝码在两边。这如同一个天平：如果在一边有更多的砝码，那么这边会下降得更多。——托盘上的空间会起作用吗？——是的，它起作用，如果其中一边的重量更重，它不会下降得一样多。”——对于砝码串有同

样的反应：超出托盘的砝码会“在空中”，“因为重量会被拉长，会更轻，重量会趋向这边，而不是趋向中间”。

Gui（12；10） 对于问题 2，“如果使用相同的砝码，小棍仍旧会下降。——但是和之前摆放得不一样。——没有什么影响。——确定？——我确定”。问题 3：“5 个砝码在一起（问题 1）和这样（问题 3）或者这样（问题 2）是一样的。”但是对于砝码串，“竖直放置会比在下面（横放）更轻。——为什么？——因为横放，重量是完全分散的”。

阶段ⅡB 的部分反应初看起来似乎又退回到了阶段ⅠB，但将这些反应与阶段ⅠB的反应进行对比后，我们会注意到其在基本观点上的区别。在阶段ⅠB，当物体位置发生变化时，物体的重量并不会守恒，5 个砝码的整体重量与被视为单独个体的 5 个砝码依次相加的重量总和是不相同的：相反，砝码重量还会根据不同的组合方式以及不同的连接方式而发生变化。在阶段ⅡB，力的可加不再是问题（在阶段ⅡA 并非如此），这时的问题在于砝码的作用力如何施加，因为托盘把推力传递给小棍，使小棍深入海绵，因此换句话说，问题与推力和托盘的作用有关。

首先我们需要回顾两个事实。第一，只有 9—10 岁的儿童普遍认为重量的作用力是重力下降的原因。第二，圆形木托盘在 1—4 个支撑物上保持平衡的实验中，只有 10 岁的被试分析了重量因素（除非被试刚刚才被问过超出支撑物的砝码串下降的问题）以及由支撑物位置变化而导致的作用力变化。

然而，我们注意到，之前对这些因素进行分析的回答中，似乎砝码在托盘上的位置会改变其作用力，位置因素也同样被被试所考虑，此后托盘起着隐性，时而也显性的作用，砝码的效果被认为与托盘的作用有关：在 Dea 看来，在问题 3 中，两端的砝码是使砝码相互靠近的力量来源（问题 2 中纵向分开放置砝码，效果也类似）；Mir 认为，超出托盘的砝码或许能自我保持平衡；Bur 认为，被纸板暂时扩大了面积的托盘，“边上会更轻一些”；Lin 的观点是，“歪着放的砝码”，即占据托盘的整个宽度的砝码，会起更大作用，Cec 也提到了类似观点。Jim 将托盘和一个（完整的，而不是在其中的一边的）天平作了清晰地比较，认为一个放在边上的砝码和在中间的砝码的作用不一样；Gui 的反应同 Lin，与 Jim 的观点相同。

从托盘的作用或者从砝码在托盘上的分布情况中可知，被试认为超出托盘的砝码减弱了其作用效果，这不再与阶段ⅠB（认为超出托盘的砝码失去了它的全部重量）相同了：砝码只是失去了它的一部分作用力。Art 和 Jim 认为被固定住的砝码有一种与“下落”（Art），“悬空”（Jim）时的砝码不一样的力量，Ber 也说到，尽管没被固定住的砝码“不会飞走”，但是它也没有“搁”在托盘上，因此，它会“失去”（一部分作用力）。

除了托盘因素，被试也从运动中的推力因素出发，假设了一系列其他动态效果。

有些被试认为竖置的砝码串的作用力小于横放的直尺（Lin、Cec 和 Gui），这与托盘的作用有关，而有些人却认为其作用力效果是相反的，这却与砝码本身重量的推动运动有关：Max 认为，叠放的砝码的作用力会累加，在高处的（砝码）作用力大于在低处的（砝码），“在高处，整个砝码串都会起作用”；Ber 认为，“这样会有更大的压力”，“会给更多的力量”，而且，（砝码的作用力）还与托盘有关。

此外，Max 和 Pas 关于空间间距的想法，尤其是他们多次主动提出的海绵阻力的想法，都与压力动力学有关。

§5. 阶 段 Ⅲ

阶段ⅡA 的被试承认由于重量严格相加，情景 1、2、3 的效果相同。阶段ⅡB 的被试认为，试图从压力和重量的角度分析可能导致向下运动的动态因素是更加复杂的问题。因此出现了一系列看起来十分奇怪的假设，但实际上这些假设与被试想要进行解释的心情，却又缺乏足够的关于力的组成的观念的现实情况有关。阶段Ⅲ是一个又回到（力的）可加的阶段，它是否也是阶段ⅡA 反应的一个简单重复，或者说是倒退呢，或者相反，被试是否会找到一些新的论据使得这种回归合理化？

Lip（10；0） 问题 2：“一样的，因为砝码数量是一样的。”问题 3：“总是一样的数量——你的一个朋友给我说，超出托盘的部分会使减轻砝码的重量？——不，砝码没有着地，还是一样的重量。”直尺：同上“因为砝码串的全部重量都在托盘上”。

Geo（10；9） 问题 2：同样的反应。问题 3：“总是一样的。——（超出托盘的部分呢）？——不，砝码还在上面，因此它还能施加重量。”砝码串：“一样的重量。——你如何解释呢？——砝码串是同样的大小，（因此）具有同样的重量。”

Yve（11；9） 问题 2：和之前一样。“你的一个朋友给我说，两个砝码间的空气会使砝码更重。——不，当什么都没有的时候，空气已经向下压（小棍）了，当我们放上一个砝码后，空气不会再向下压了。——（问题 3。）——还是一样的，因为是同样的体积。——当砝码超出托盘的时候呢？——它还是会向下压。——重量不会减轻吗？——不会——为什么？——因为是……是同样的体积！”砝码串：同样的反应。

Rol（11；0） 问题 2 和 4：“小棍还是会和以前一样插入。——超出的托盘的部分呢？——不，在中间的砝码会拉住它们。——（两种摆放方式的砝码串。）——这不会改变任何。——那么砝码串两端呢？——不，因为重量是根据体积算的。”

Tin（12；3）“即使我们不像之前那样摆放，重量也依旧是一样的。”问题 3：“和之前一样。——为什么？——是同样的体积。——在你看来，体积是什么？——

是重量和数量。”

Ton（12；0）同样的反应：超出的部分是“被固定住的，这还是一样的”。砝码串：“重量不会改变。——重点在哪里？——砝码串总是完整的。”

我们来分析一下这一阶段被试的回答（需要注意的是被试从这个年纪起开始有体积守恒的观念）：砝码的位置或砝码串的位置并不重要，重要的是物体的“整个重量”（Lip），因此会出现“从整体上看”（Ton）“大小相同”（Geo）以及“体积相同（Yve）”的表述。因为被试认为“重量与体积相关”（Rol），以至于他们会说出重量“是一种体积”（Yve）。显然，体积被（儿童）当作对物体的一种测量因素，也是导致物体朝下运动的因素，因此在ⅡB 阶段显性的回答中也存在某些隐性的动力学因素。前一阶段中的复杂问题在这一阶段中消失不见，因为在这一阶段中，动力性因素开始和一个新的恒量相关，砝码的相加问题此后就和三个彼此相连的守恒量有关（物质数量）=（重量）=（体积），并且 10－12 岁阶段关于有形重量不变（这给重量的体积一个新的意义）的发现也支撑了这点。

但体积和重量间可能存在的关系还有待研究，这种关系使重量能够持续地起作用。这是我们在阶段ⅡB 没有意识到的。当前的方法自然不足以回答这个问题，但之前的一系列实验结果在这方面是有借鉴意义的。首先①，这个阶段形成的体积守恒观念是由密度观念构成的，密度观念则通过质点格式被解释为一些“紧密性”或在 $p1+1$，$p2+4$，高或低的元素（在ⅡB 的子阶段，不同密度只是意味着物体是否是“实心”的，在ⅡA 的子阶段，密度的不同则源于物体的质性特征）。第二点是质点格式在阶段Ⅲ的一般化：因此在阶段ⅡA，当被试在问题 3，尤其是问题 4（砝码串）中把超出托盘的部分和还“贴”在砝码的部分联系起来时，物体各部分的相互关系已经隐约可见。

但是“贴在一起”的概念只涉及物体肉眼可见的大“块”物体，不同紧密程度的微粒的模式却产生了一种更加高级的内聚力，这点在第十八卷第六章的三角形木板重量内部的同质分布中显得尤为明显（确切地说这是发生在阶段Ⅲ，但在阶段ⅡB 时，重量还只与我们设计的装置的外显特征相关，这些特征都是外周性的和表面的，还没有与体积相联系）。因此，我们能够理解的是，在目前的研究中，重力作用的动力性相加只出现在物理体积守恒的阶段Ⅲ：实际上，只有在这种条件下，重量和相应体积之间的约束关系，和质点表征，都很少包含不同紧密程度的观念，正是这种观念使得重量的作用力与物体形状和位置变化无关了（当然除去了重量和空间变量组合的情况，比如力矩、压力等组合的情况）。

---

① 参见皮亚杰与英海尔德：《儿童对物理量的建构和发展——守恒和原子论》（第二版），德拉豪。

第三章　反向力的相加性[①]

在这一章我们要研究的问题同第一章的问题相同，但是根本区别在于：相同重量的砝码分别从两侧牵拉平台中间的橡皮筋，形成彼此相对的对称性平衡。这样会让儿童的判断更容易，因为关于对称的平衡或者由于砝码的不对等而造成的不对称情况中的不平衡的直觉等，是发育较早的。尽管很容易，这个设计的目标是让我们再次看到第一章中描述过的反应，即由砝码不同的分布而造成的最初的不可加，继而是与（7—8岁）逻辑-数学运算的开端密切相关的相加性，关系到非平衡动力性特征的后继问题（9—10岁）被延迟，直到力的加法及向量的加法出现，这时的加法不再只是基础的或准数学的相加了。这就是我们要探索的，但会伴有一般化趋势和对称直觉的干扰。

§1.　方法与主要结论

我们向被试展示了一个矩形平板，在矩形平板的两条短边中间装有滑轮。在平板中间有一个标记牌，两根方向相反的尼龙绳系在了标记牌上，而尼龙绳的另一端则连接着悬挂在滑轮 A 和 B 下的圆柱形砝码。

最初的问题是，在 A 或 B 的一侧悬挂一个砝码，并且提问如果我们放开标志牌（之前是固定的）会发生什么。之后，我们让被试观察（装置的）启动，并要求其作出解释。在年龄小的被试当中，我们可以通过在相反的边上添加一个砝码来使导入性问题趋于完整，或者是2对1，但是在同一高度。随之而来的主要问题如下：

问题1. 我们在 A 上悬挂两个间距相近的砝码，在 B 上悬挂两个相等的砝码，但是间隔较远（如图5所示）。我们让被试描述情况并且提问，如果我们把标志牌松开会发生什么：标志牌会滑动吗？朝哪个方向？为什么？

---

① 与马德龙·罗伯特（Madelon Robert）合著。

问题 2. 我们在 A 上悬挂三个砝码，在 B 上悬挂 1 个，但两边绳子的整体长度相等（长度可以被清楚地观察到，如图 6）。同样的问题，如果失败，观察并且解释。

问题 3. 三个砝码被指定呈垂直状态放在 A 上，呈水平状态放在 B 上，但 B 的高度与 A 位于低处的砝码的高度相同（如图 7）。我们让被试描述、预测和解释，然后重新观察和解释。

问题 4. 我们指定 a ,b ,c 三个垂直串联的砝码。并提问这些砝码的"功效"是什么，是否都会有同样的"拉力"，或者一个比另一个拉力更大，为什么。

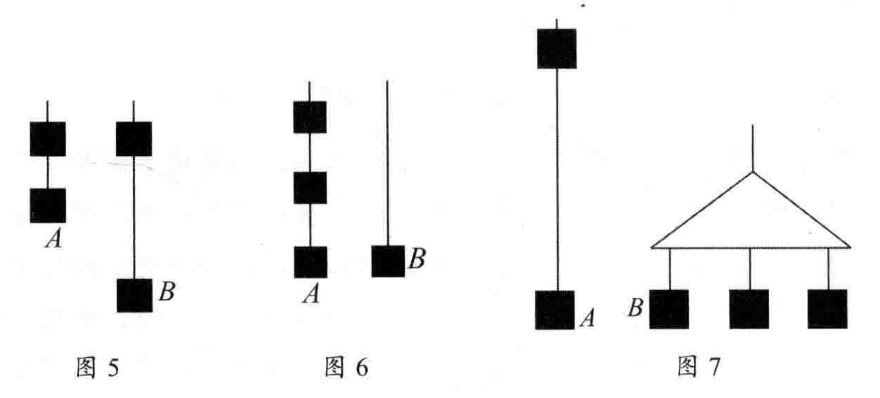


图 5　　图 6　　图 7

得到的答案分属四个不同的层次，5—6 岁（阶段 Ⅰ），问题 2 和初始问题通常能被解决，问题 1 和 3 则不能，因为自身运动相关的朴素力学还未能被详尽地分析：更长的绳子可使得拉力更大，等等。从 7—8 岁开始（阶段 ⅡA），与所有其他考量相对，砝码的数量可加占据优势，（儿童）甚至能应对问题 4 中的陷阱；然而在 9—10 岁（阶段 ⅡB），建立在阶段 ⅡA 的重量守恒的基础之上的可加在错误的动力学观念的影响下变得更复杂，但比阶段 Ⅰ 的可加更精炼，阶段 Ⅰ 的可加基于的首要观点是在一系列砝码呈垂直状态的情况下（问题 4），它们之间是以一种累加传递的方式相互拉动，并且作用于与之相对的砝码：因此，高处的砝码不会以同样的力拉动低处的砝码，等等，由此得来类似于阶段 Ⅰ 的不可加。最后在阶段 Ⅲ（11—12 岁），被试重拾可加，但不再只是砝码的相加，而是力的相加。

§2. 阶 段 Ⅰ

例子如下：

Fra（5; 3）"如果我松开（仅一个砝码）？——会下降。——哪里？——这里（砝码一侧）。——为什么？——因为您松开了（用过去代替将来，通过对事实的想象当做已经完成的事实）。——像这样（两个在同一高度相对的两个砝码）？——……——会怎么样？——掉在地上。——哪里？——这里（在 B 边我们加了一个砝码且不让另一边升高）。——（观察。）——保持在原位。——为

什么？——是它保持着（滑轮）。——多少？——……——如果我们在这里添加（在 *B* 线上加两个砝码）。——会下降到这里（*B*）。——为什么？——因为这里更重。——如果我重新放一个在这里（*A* 和 *B* 两侧一样放 2 个砝码，且高度相同），如果我松开会发生什么？——……——你能说出来吗？——都会下降。——两边？——这里（*A*）。——为什么？——因为它更重（我们添加砝码的一侧）。——哪里更重？——两边。——确定？——这里更重（*B*）。——（问题 1。）——会这样开始（*B* 边）。——为什么？——因为这里没有东西了。——（观察。）——保持在原位。——为什么？——因为它（*A*）会拉紧它（*B*）。——为什么它会拉紧。——不知道。——那么如果我这样放（3 个砝码挂在 *A* 侧）。——这里会下降（*A*）因为更重。——问题 2（3 个在 *A* 侧，紧挨在一起，2 个在 *B* 侧，间距大）？——不会下降。——为什么？——这个铁质的东西是一回事（不确定）。——（观察。）——它向更重的一边移动。”问题 3：同上。（重复。）

Hel（6；0） 仅一个砝码：“如果我松开？——……——（观察。）——向这边滑动。——为什么？——因为这边放了圆圈（圆柱体砝码）。——（问题 1。）——如果我松开呢？——……——会滑动？——……——能猜到吗？——不能。——依据作用，他说会滑动又不会滑。——（问题 2）？——会滑动，因为这里是 3 个，这里是 2 个。——（问题 3）？——会向这边滑动（*A*）。——为什么？——因为更重。——这里呢（*B*）？——轻。——为什么？——……——你能猜得到吗？——不能。——这里（*A*）三个砝码同样拉动？——有一个拉动更多。——哪一个？——这个（高处的）。——这个（低处的）。——很多，像另一个一样。”

Flo（6；3）对于问题 1，在两个观点间犹豫，“因为这里（*B*）和这里（*A*）重，所以不会移动”，“这里（*B*）有绳子拉动，而这里（*A*）没有”，就好像绳子会加重砝码。问题 2：“这里（*A*）比那里（*B*）重。——所以呢？——这里（*A*）会拉动绳子因为它比这里（*B*）更重。这里（*B*）会下降。”问题 3：“（*A*）拉动更多，因为有绳子，（*B*）没有绳子，所以不会到同一高度。（*A*）会到更低的位置。——这会怎么样？——不会是同样的大小。”根据材料的质量已经指定了砝码（“大小”，还不是运算意义上的体积），他立刻改变了想法，预言“将会保持在原位因为大小相同：3 和 3”，这是阶段ⅡA 的一种答案；但是他又说 *A* 上“第三个（低处的）的位置最低，它会拉动更多，第一个拉动得少因为它位置最高”，然而在 B 上“它们拉动相同的东西，因为绳子没有延长”。

Pat（7；9） 问题 1：“（*B*）上间距更大，（*A*）上间距更小，它会下降（*B*），因为它比另一个下垂得更多一点。”问题 2：“无论如何（*A*）比（*B*）更重。”问题 3：“（*A*）更高，（*B*）更宽。从宽度上看，它更重，所以下垂的更多一点。”

在这些回答中，我们看到了（儿童）关于对称的早熟直觉，但需要注意的是，比起解释（砝码）相等情况时的稳定状态，这种关于对称的早熟直觉，更多地出现在了（砝

码）不等时的下降情况的解释中。Fra 预测到了在只有 1 个砝码时以及在 2 对 1 的情况中（初级问题），砝码会下降。但是她也预测到了在 1 对 1 和 2 对 2 情况中砝码高度相同并且注意到了刚刚添加了砝码的一侧，仿佛添加了 1 个砝码这个事实本身比砝码的平衡性更为重要。同样地，所有被试重新依据观察到的不对称马上解决了问题 2（3 对 2）（除了 Fra 起初可能忘记了计算并且仅仅估量了绳子的长度）。

对于问题 1 和 3，存在因为位置不对称的错误答案，但伴随着一种比客观考量更接近自身运动的明显的力学观念。因此 Fra 在指出砝码具有某种能力的同时也指出绳子也有拉动的能力，好像在使用绳子移动重物时更容易一样，即把力的不平等加在叠加的砝码上（“因为位于更高处所以拉动更多”，等等）。在 Pat 看来，同样地，砝码的力取决于它“悬挂”的方式，这个观点很主观，以致于它让砝码“相隔”最远或者相反“在宽度上”的相隔最远，因此“可能这种悬挂会更多一点”：“悬挂”仅仅意味着准备好了下降。

§3. 阶段 ⅡA

例子如下：

Ver（6; 0） 问题 1：“有一根绳子：不是一样长，在这更短（*A*）。——那么如果我松开会发生什么？——什么也不会发生。——你怎么知道的？——这里有两个铅锤，那里有两个铅锤，两者相对，所以保持在原位。——（问题 2。）——那里您有 3 个铅锤，这里您有两个，如果我们松开，它会向这个方向运动（3）。——（问题 3。）——如果我们松开，会保持不动。——为什么？——不知道。这里有 3 个砝码，那里也是。”——3 个悬挂的砝码：“它们是一样的。——为什么？——它们三个都很重。”

Por（7; 8） 问题 1：“相同的砝码。——它们怎么样？——（*B*）上间距很大，在（*A*）上间距很小。——所以呢？——一回事。——为什么？——间距不会改变什么。——需要 3 个砝码才能拉动更多。——一个小女孩跟我说（*B*）更重。——她认为（*B*）更重是因为间距更大。——（问题 2。）——它下降（*A*），因为有 3 个砝码而（*B*）上有两个。——（问题 3。）——（*A*）有高度差，（*B*）是平行的。——发生了什么？——什么也没有，是一回事。总是有 3 个砝码。——这（纵向上），有一个拉动更多吗？——拉动同样的东西。各处都是一厘米（应该是千克，他将砝码单位与长度单位混淆了），拉动同样的东西。”

Xav（8; 6） 问题 1 和 2：同样的反应。问题 3：“会保持在原位，因为是砝码起作用而不在于怎么放置它们。”

Eme（7; 3） 问题 1：“这里是系着（*A*），这里（*B*）是挂着。——那么如果

我松开会发生什么？——什么也不会。——你怎么知道？——是同样的砝码，因为这里有 2 个铅锤，那里也是 2 个铅锤。——（问题 2）？——会下降，因为这里只有两个，那里有 3 个，它拉动更多。——（问题 3。）——同样的砝码。这里是系着，那里也是。这里（*A*）是矩形，那里是小半圆形。不会移动！可能是这（*B*）。不，我不确定。不会动是因为砝码相同：这里有 3 个，那里也是。”但是他在面对问题 4（垂直排列）时又犹豫了：“这三个又相同的砝码，但是 1 个（高处）拉动，它拉动另外两个，它更重。——那第三个呢？——更轻，因为它不拉动（在它的下方）。”Eme 在逐渐走向阶段ⅡB。

这些被试按照我们所引导的进行描述，砝码之间的位置差别在他们的预测过程中完全不被考虑，它们只被看作数量上的相等。我们在第二章中的阶段ⅡA 发现一点源于设备对称的进步表现（从 6 岁开始的某些情况中），但是这并不确定。[参考第一章第 3 节已经描述过的 Jac（6；5）]。

§4. 阶 段 ⅡB

我们刚刚看到属于阶段ⅡA 的 Eme 最后为何考虑了起初被他忽视的动力元素，并且逐渐走向阶段ⅡB。接下来的第一个被试更快地显示出了相似的转折点，然而从第二个被试开始，我们从一开始便发现阶段ⅡB 的常见反应：

Mic（8；7） 问题 1：“它们是一回事。——什么？——砝码。——将会发生什么？——不，这里（*B*）会下降更多。——为什么？——因为更长，所以更重。——（问题 2。）——这里有 3 个，那里有 2 个。——（问题 3。）——它们系的方式不同。这里下降更多（*B*），因为更重。——为什么？——因为更重。——为什么？——*B* 上的各处拉动作用相同。”实际上，在纵向上：“第一个拉动的最少。——第二个呢？——比第三个拉动作用更小。——第三个呢？——它拉动作用最大因为高处有两个（在上面）。——它们有没有相同的砝码？——同样重的东西。”

Zan（8；11） 问题 1：“那个（*B*，远处的砝码）比这个（*A*，近处的）重。——它们之间有相同点吗？——完全没有。——所以呢？——会从这里（*B*）开始。——为什么？——这里更重一点。——什么使这里更重？——高度。——（问题2。）——这两个是一回事（砝码2和3的高度）。——所以呢？——这里拉力更大，这里有 3 个，那里有 2 个。——（问题 3。）——那里（水平方向上）更宽，这里（*A*）更窄。——所以呢？——这里拉力更大（垂直方向）。”他的犹豫不决是因为同样是三个砝码却纵向排列或者承认“这个（低处）拉动更多”。

Gio（9；11） 问题 1：“这里它们（砝码）分开了，这样重量就更轻，这里它

们（砝码）在一起，重量就更重”，这似乎又回到了阶段Ⅰ。但对于 3 个砝码竖置的情况，“在高处的砝码会拉动中间的砝码，最后一个砝码的拉力小于另外两个砝码。前两个砝码的拉力相同，最后一个砝码的拉力较小，因为下面没有东西拉动它”。

Bri（10；1）问题 1：“这边多一个重的砝码。这边会更重因为它比另一边更紧。这边比另一边更重（参考 Zan）。—什么使它更重。—如果这边下降更多，太长了！”然而，在问题 3 中：“还是这边（*B*）最重，因为它们高度相同，这边更重如果一个在高处，一个在中间，一个在低处。”观察之后：“都是相同的砝码，同样是 3 个砝码……它们都是从低处拉动相同的东西。没有哪一个的推力（！）更大。”

Lil（11；4）问题 1：她首先考虑了绳子的重量，然后她观察到绳子重量可以忽略不急，又寻思到“如果绳子是一样的，每边是同样的重量吗？——如果砝码放在一起或分开放，没有区别吗？你怎么认为？——没有。”对于问题 2，Lil 边说“一边有 2 个砝码，一边有 3 个砝码”，边观察到“高度相同（总高度）”，并总结道：“会是一回事。——为什么？——就好像这里有一个砝码（指出在 B 上高处和低处之间只有 2 个砝码）。因为它们有间距，就好像有一个砝码（插入的空间是有重量的）。——砝码相同。——（观察。）——不，这里更重（A）。——这是你之前说过的。——不。——你之前是否猜到了？——不。”问题 3：合理的一般化。

Cer（11；9）问题 1：“它们相同，有相同的砝码。——如果我松开会发生什么？——这边会倾斜，因为还是更重。——为什么？——因为两个砝码之间的间距（他明确地说明了 Lil 的想法）。——这个间距有什么影响？——我不懂怎么解释。——（问题 2。）——它们几乎是一回事，但是这边（*A* = 3 个砝码）更重。——什么是相同的？——同样的高度。——如果我松开呢？——这边会倾斜，因为稍微更重一点。这里（*A*）有 3 个砝码，这里（*B*）只有两个。这里有间距但这里（*A*）多一个：多出的砝码更重。——（问题 3。）——还是一回事，因为如果我们用砝码拉动，绳子有力：砝码有力，弓架有砝码，所以作用相同。——这 3 个砝码（*A* 上，垂直方向上的）作用相同？——不，这个（低处）比中部的拉动大，中部的比高处的拉动大。——为什么？——因为低处的有力，因为它在低处。——那个呢（高处的）？——它拉动更多，因为它被低处拉动，它上面的砝码拉动，所以有更多的力。”

和第一章一样，我们的问题在于区分阶段ⅡB 和阶段Ⅰ的答案，起初，我们可以相信 5—6 岁和 9—10 岁孩子的反应具有某种连续性，而阶段ⅡA 不过是其中的一个短暂的例外，并且也只是某些特殊被试的反应。通过统计分布可以看到，第一种反应的数量很多，我们会在下一章节呈现这些内容，并呈现类型ⅡA 中 7—8 岁的被试的描述，在本章和第一章中，其中有 75% 的被试显示出了个别性的随机选择。这个

现象还需要有质性的分析。

阶段Ⅰ和ⅡB之间可验证的第一个区别是在后者中，前一个阶段中没有重量守恒的出现：例如，对于垂直方向的砝码，Mic 说它们是“相等重量的物体”，尽管位于低处的对高处的拉动作用更大。对于动力学的因素，我们惊奇地发现，在第一章的阶段ⅡB 中用到了在阶段ⅡA 中缺失的机械论观念（除了处于中间水平的 Eme 是个例外）：即，垂直方向上顺序排列的砝码的累积作用力，和明显不同于在阶段Ⅰ中涉及的绳子长度的简单因素，以及或高或低的悬挂因素（它悬挂着）等。一般情况下，最低处的砝码作用最大，因为它拉动着另外两个（Mic 和 Zan），但也可以反过来（Gio），因为低处的砝码“不被任何东西从下方拉动”，这种评估是针对所承受的作用而非施加的作用。在这两种情况中原则是相同的：即 3 个砝码的作用不是简单的以 $F1 + F2 + F3$ 的形式相加，而是还要受到 $F1F2$ 和 $F2F3$ 相互作用的影响，因为每一个砝码都会对前一个或后一个砝码产生作用，而不仅仅是对托盘给予的反向力 F' 产生作用。在观察过程中，被试回归到简单相加，因为就像 Bri 所说，“它们都从底部拉动同样的东西；任何一个都不应该继续推动”，也就是说对与之相邻的物体上作用更多。

他添加了一个新奇的观点（在第一章的阶段ⅡB 中提到过）就是“两个砝码之间的间距”（Cer）本身起到和一个砝码相同的作用，在这一点上，Lil 提出了一种对等性法则(3 个砝码)=(2 个砝码＋ 1 个两者间的间距)。从中我们看到两种可能的解释：要么是空中的砝码（在这一章没有提到，但在第一章中的阶段ⅡB 中提到了），要么像我们所分析的，这个空间被儿童看作砝码对另一个砝码进行牵拉运动的中介。

§5. 阶 段 Ⅲ

这里是一个介于阶段ⅡB 和阶段Ⅲ的中间阶段例子：

Pel（11；3） 问题 1：“两个砝码是相同的吗。——所以呢？——将会从这一侧拉动更多一点（*B*：有间距的）。——为什么？——……——那么它们是不同的吗？——不同，它拉动更多。——为什么？——它会在同样的位置，因为是相同的砝码。”问题 2：回答正确。问题 3：“这里是长度上，那里是宽度上（高度）。——哪方面是相同的？——那个（单个砝码）拥有和所有其他的相同的砝码。——当我松开的时候呢？——保持不动。不，它更多的拉动这里（垂直方向），因为更重。——为什么？——在我看来好像是。——（观察。）——同样的砝码。——那些（垂直方向）中一个比另一个拉动更多吗？——不，同样的力量……不，那个（低处）拉动更多一点。——那个呢（中间）？——比第一个多，比最后一个少……它们都拉动一点点。”

以下是完全进入阶段Ⅲ的例子：

Rut（9；8）问题1："会从两侧拉动，标志牌会保持不动（在中间）。——为什么？——因为两个砝码力量相同。——问题2。——那里（*A*）更重因为多一个砝码。——有相等之处吗？——同样的高度。——两者之间的空间没有任何作用吗？——没有，这里有2个砝码，共同构成1个整体的重量，那里（*A*）有3个，如果我们拿掉一个的话，就和这里有相同的砝码（因此这里更重因为我们没有拿掉一个）。——问题3。——这里的砝码是在宽度上，那里的砝码是在高度上。两个砝码（所有的）是相等的，因为所有这些（从一边或是另一边）构成一个重量。——高度还是宽度？——没有区别，总是同样的重量。——这些（垂直方向）的拉动作用相同？——它们构成一个整体（它们三个），它们拉动（每一个）同样的东西。——为什么？——三个用力相同。"

Rip（11；4）问题1："是完全一样的，两个都有重量（*A* 和 *B*），是同样的砝码。——问题2。——这里有3个，这里有2个。——中间的间距不算吗？——不，我认为不，就如同是它们挂在一起。——（问题3）？——它们两个是一回事，就好像是它们挂在一起。——为什么？——因为有3个砝码，3个是相同的。——那些呢（垂直方向），它们起什么作用，它们推动还是拉动？——这个推动，这个拉动，这两个，这个从一边推动（下降）……不，它只是拉动。——一回事？——都是一回事，因为这些和另一些重量相同。"

Sal（12；1）问题1："无论是隔开还是靠近，都是同样的砝码。——（问题3）？——两者都有3个砝码，会是一回事。——那么那些呢（垂直方向），一个比另一个拉动更多？——不，所有三个是同样的砝码。"

同在 §4 中提出区分阶段ⅡB 和阶段Ⅰ的问题相同，尽管论述中所用的语言类似，现在同样适合找出这些回答和阶段ⅡA 中回答之间的不同之处，因为这两个阶段都重新回到只考虑砝码的数量而不考虑其空间分布特征。

在这方面让人吃惊的第一个特点是依据年龄的频率分布，这明显地反映出被试小组之间的非连续性。下面是通过整合第一和第三章或者第一、第二和第三章的结果并依据年龄划分被试后得出的百分比：

	第一、三章				第一、二、三章			
	Ⅰ	ⅡA	ⅡB	Ⅲ	Ⅰ	ⅡA	ⅡB	Ⅲ
4－6 岁	77	22	0	0	86	13	0	0
7－8 岁	10	75	15	0	11	78	11	0
9－10 岁	0	0	80	20	0	13	73	13
11－12 岁	0	0	31	69	0	0	39	61

实际上，我们在悬挂砝码的情况中（第一章和第三章）观察到，7－8 岁儿童（ⅡA）中 75% 具备了力的可加，在 9－10 岁（Ⅲ）的儿童中减少至 20%，在 11－12 岁的儿童

中升至（69%），7－8岁和11－12岁以及9－10岁（ⅡB）中不可加是80%。如果我们把增加的砝码堆在一起（章节Ⅱ），结果是相同的但不够清晰，两三个9岁的被试属于ⅡA类型（这必是悬挂砝码的情况）且很容易进入接下来的阶段Ⅲ而不经过阶段ⅠB。

对于垂直方向顺序排列的砝码的描述，我们发现，除了在中间情况的Pel有犹豫之外，其他人都返回到了“力”（Pel，Rut）或者“效果”（Rut）的简单叠加，因为所有成分直接排列，没有像阶段ⅡB中有间隔叠加的影响：如Rut所说“构成了一个整体”。

第四章　三个纵向力的相互作用[①]

在一个滑轮系统中，当两个外力 A 和 A' 作用于位于滑轮中间的第三力 B 时，会出现三个问题，这对于阐释因果性发展的全过程具有普遍意义。第一，由于该情况下不再是完全对称的状态，如同当只有两个保持平衡的力 A 和 A' 时，我们会发现，在不同的阶段，力 B 起到与其他两个力相同的作用，因此，三个力扮演的角色既是主动的又是被动的，换句话说，它们之间是以同样的方式同时牵引或被牵引着。然而，这里有一个根本性问题，因为在评估中忽略了相互作用的情况下，因果性思维需首先倾向于赋予物体以某种绝对的“能力”，并形成了仅仅在物理学领域有效的效能因果性的形式，因其无法形成线性的形式。第二，依据不同的发展水平，我们将可以研究，一种形式能否保持不变是否取决于它是以运动的形式还是平衡的形式存在，换句话讲，在特殊的情形下，当系统保持静止时，力是否继续起到“牵拉”作用：然而，关键问题也在这里，因为如果因果性只存在于力的方向和强度的构成上，那么，显而易见的是，静止系统中的力将被设想为只包含方向，而不再有与其在动态情况下同样的强度，那么静止状态下的运动问题将不会被明确解答。第三，我们可以自问，在一般情况下，因果性的形式化进程，是否仅仅被看作连续性状态之间的中介，还是有恒常性在起作用：然而，在本章要研究的系统中，砝码 B 被构想为一个完全被动的元素，进而不再有力的表达，或是不再以力的方式表达，比起在移动的情况下，在静止的状态中，因果性将会具备另一种性质，即无论哪种情形都包含与连续性事件间的关联一样的同时性相互作用。准确地说，因果性还没有到达运算的水平（在针对对象进行运算的意义上，而不是前运算的动作），运算是对状态和相对性的转换的衡量，相对性转换即是构成、方向和强度等；因果性是虚拟物理世界和现实物理世界之间的中介，同样，主体的习得性运算在命题的或形式化构成的层面上，是实在性理论和可能性理论之间的中介。如果，在我们所选用的如此简单的情形下，因果性的使用只是在最后一个运算水平（11—12 岁）出现，这将是在刚指出的意义下

① 与乔·布利斯（Joan Bliss）合著。

的一个重要指标。

§1. 方法与主要结论

我们使用两个可移动的滑轮（水平方向），放置在垂直平面上，使用一根钓鱼线和约二十个重量相等的砝码（50 克），砝码的两端都有挂钩，以便能够相继连接。

儿童从对装置的探索开始，即将线置于滑轮上，首先要思考如果把一个砝码放置在其中一端会发生什么，需要做些什么"才能使线不掉落"（实用的问题），不断调整直到砝码 A 和 A' 平衡（在预测的指导下）。实现平衡后，实验者请求被试用手指在线的中间进行度量（在放置砝码 B 之前），以便更好地理解砝码 A 和 A' 的作用。

三个在垂直方向上的砝码。

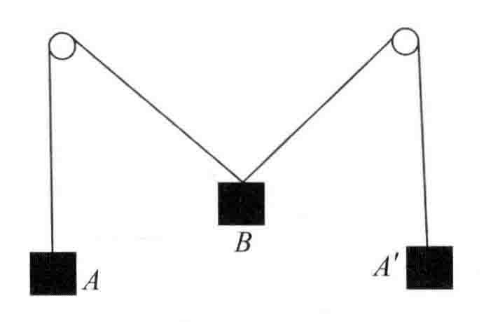


图 8

接下来，儿童要对在线中间悬挂一个或几个砝码会发生什么进行预测（线被砝码 A 和 A' 牵拉着），并且要证实预测。我们尤其要预测砝码 B 是否以及在何处将会停下来，"它为什么会停下来？"，"为什么会停在这个地方？"，等等，比较之后提出同样的问题，结合一些组合，例如 $A = 1$，$B = 1$，$A' = 1$，或者 2，1，2 或 2，2，2，等。

在第三部分，要求儿童预测在 A 和 A' 放置数量不断增加的、数量相等的和不等的砝码时会发生什么。平衡预测等，及线上添加了大量砝码或数量不等的砝码时线的水平性的预估，尤其关键的是要明确砝码 A、A' 和 B 各自的作用，可能需借助绘图来明确运动的方向。

按前述，需要观察的阶段分为三个。阶段 I（4—6 岁）的特征是，缺少对砝码的量化认识，运动的交互性，以及当达到平衡态时系统应该静止不动，所有的活动都停止，平衡态是无法被解释的，只能通过活动的中止来描述。至于被观察的活动，都是以上升或者下降的形式表现出来的，在拉动、拉和拉紧之间没有鲜明的区别（然而，线的拉紧这一说法从 4—5 岁起会时而出现）。这一阶段一个重要的特征是儿童相信（存在于五分之四的被试中），如果增加足够多的砝码 A 和 A'，那么 B 将会上

升至连接滑轮的水平线以上，线将会呈现出三角形屋顶的形状。

在阶段Ⅱ（大约7—9、10岁）将会看到有砝码的量化，“拉动”及“拉紧”等运动的精细化加工，整个解释最终要返回到寻求重力与其相对立的活动之间的折中。但该活动继续相互抵消至静止状态，好像砝码一旦静止就不再起牵引作用一样（它们会有“拉动”，但不会“拉紧”）。尤其是在重力和运动之间没有一点关联，同一个滑轮无法既拉又拉紧。代表砝码间相互运动的示意图一般情况下只会标明同一方向的箭头。

阶段Ⅲ（11—12岁及10岁人群中的半数情况），因为发现了平衡状态下运动的持续性，以及静止只是这些状态的相互抵消而不是消失，儿童获得了相互运动中互反作用的观念。由此得出力在各自方向（双向箭头）上的构成始于动态和静态的同质性，换句话说，始于真实和虚拟运动的联结。

§2. 阶 段 Ⅰ

这类反应的几个例子。

Pat（4；6）“这是一根绳子和一些滑轮。——如果在上面挂个东西？——会移动。——怎样移动？——我不知道。——（放上砝码 A 牵拉这另一端。）——会下降。——绳子会怎样？——像一个正方形。——之前没有砝码的时候呢？——像动物一样。——如果放一个砝码 A'——……——看。——像一个正方形。”压住中间或者放上 B，不会有反应；但是如果放上 A'，Pat 预测 B 会（上升），但也认为会和 A' 一样。

Pit（4；6）如果在线上挂上砝码 A：“线会因为放了很重的挂钩而被拉紧。——如果我松一些呢？——要让线升起来。——怎样做才能让线不上升呢？——需要放上（A'）。——为什么？——为了放松。——（放上它。）——线松了，因为两侧很重。——把你的手指放在中间。——两个（砝码）上升。——为什么？——因为按压了。——如果放上砝码（B 同 A 和 A' 一样权重为 1）？——会掉落（到地上），因为放了砝码在中间；它会迅速地旋转，然后掉落：因为很大很重。——看。——没掉下来。——为什么？——因为（A 和 A'）很重，如果把它们拿掉，就会掉落。——（把滑轮分开一点。）——会发生什么？——（A 和 A'）移动了。——为什么？——因为放了 B（$B=1$，我们从没碰触过它）。——为什么上升了？——因为 B 很重。——如果放两个呢？——B 会掉到地上。线快到头了（＝完全打开了）。——这样一来（$B=1$，A 和 $A'=2$ 比 2）。——线会被拉紧，因为这两个东西太重了。——这个呢（A 和 $A'=3$）？——会像这样拉紧（纵向的）。——如果我放很多呢？——还会更紧（做出屋顶形状的样子）。——看（先

放4，然后放5，再放6)。——拉紧到一半。——还可以再拉紧吗？——可以的，像这样（房顶)。”

Hel（4；9）“如果我们在线的末端放一个砝码？——它会滑动。——为什么？——因为是悬挂着的。——为了阻止它滑动要做什么？——拉动。——我们可不可以放上某物而不拉动呢？——可以的，一个玩具（她放了一个很轻的徽章之后 A 掉落了)。——A' 太小了。——你可以选用其他东西？——（她挂了另一个物品，非常轻)。”A 和 $A'=2$ 比3“由此产生更小的 V。——如果放上4呢？——直到这（水平线)。——如果更多呢？——线会升得越来越高（处于高于水平线几厘米的位置)。——你可以跟我说为什么？——……”

Mor（5；0）在1，1，1情况下（$A=1$，$B=1$，$A'=1$)：“为什么中间的那个没有更低呢？——不知道。——如果我在每一侧都放很多呢？——它会始终保持在那里。——（放上3，1，3。)——它（B）上升了一点点。——为什么？——是线使它上升的。——它们呢（A 和 A'）？——它们是3，位置会更低。——为什么？——不知道。我们这样做（向低处牵拉它们)。——如果我放很多呢？——它会上升（水平姿态)。——如果我继续放呢？——升得更高。——中间的这个（B）会在哪里呢？——（位于水平线之上几厘米处。)——更高。——那些呢（A 和 A'）？——它们什么作用都没有，我不知道。”

Bal（5；8）在0，0，1的情况中：“线将升起来（掉落下来)。——怎样做才能使它不掉落？——在那儿拉动它（在滑轮上)。——或者是？——粘上。——再或者？——拉住它。——或者如果你想离开？——放上足够重的东西。——为什么？——因为很重。——那么在另一侧放什么呢？——很重的东西。——多重？——比这个更重。——同样的事情，更重或更轻？——更重。除去这个就没有多重，它会在底处。”在1，0，1的情形下：“如果按压会发生什么呢？——会这样（比画V型线)，（A 和 A'）会上升。——这样做吧。看，上升了。——v或V型线的形式是一回事吗？——不是，如果按的很用力，线会是这样（V)。——如果放上这个（$B=1$)。——将几乎不会滚动（下降，会形成一个加宽的)。——为什么会成为这样？——因为很重。——为什么会停在那里？——如果真的很重，那会完全展开。——但为什么会停在那里？——对于这个高度来说足够重。——（放上 $B=2$)。——中间更低（较之以前)。两侧更高。——为什么停在那里？——这边（B）和那边（$A+A'$，因此 $1=1+1$）一样重，如果滑轮更轻松的转动，那将会更低。——如果我放更多在这里（A 和 A'）？——会重新上升（B)，且从两侧拉住更长的线。——如果放7或8呢？——各处都会变平面。——线会到达哪里？——无论如何也不会高于那儿（水平线)。——（放10，2，10。)——为什么不能都变成平面？——因为这两侧足够重（B)。这里（A 和 A'）更重……因为 B 没有 A 和 A' 重（A 和 A'：推翻了这个问题)。”

Ber（6; 0） 在0，0，1的情况中，对于拉紧线和用手拉着线的另一端来说，没有更多的发现了："您从另一端拉。"放另一个砝码（1，0，1）："这样太重，但就这样互相牵拉着。"用手指给线施压时："会呈现屋顶形状（倒置的），因为手指的按压，线下降了。——如果我放这个（*B*：那么1，1，1）？——会过重了，它（*B*）不会掉落。——那会怎么样呢？——像屋顶一样。——像这样（1，2，1)？——这样会掉落的（*B*）。两侧会变更轻，中间会更重。——(试一试。)——是的，这样太重了。——这样呢（2，2，2）？——这会是一回事。——（试一试。）——现在侧边更重了，因为两侧过重而使中间上升了。——这样呢（3，2，3）？——会到底部（边侧）。——在中间的呢？——会变更小"，等等。Ber预计（对于4，2，4；5，2，5，等情况。）"会上升更多"，并且指出最后会在高于水平线几厘米的位置。

一个月之后我们再见到Ber，他只剩下一点需要学习的内容。在1，0，1的情形下，我们让她按压线："你的手在做什么？——手的作用跟砝码一样，在牵拉。——砝码对绳子做了同样的事情？——是的，线是笔直的。——它们拉着绳子？——没有，因为它们不动。——如果我放上这个呢（1个*B*砝码，构成1，1，1的情形）？——它（*B*）会下降至这里（看上去低很多）。——那它们呢（*A*和*A′*）？——它们会保持原样。它们不会动。——（试验一下。）——它们也动了！——为什么砝码（*B*）下降了？——因为很重。——这两个（*A*和*A′*）做什么了？——它们很重，没有动。——像这样呢（1，2，1）？——它（*B*）会下降一点到这里，它们会上升一点。——（试验一下。）——它们下降了（*B*）。——为什么？——因为很重。——它们呢（*A*和*A′*）？——重新上升了。——它们不重吗？——但它们不是两个（*A*除外，*A′*除外）。"

Bul（6; 11） 在1，0，1的情况下："依然保持在同样的位置，因为这边和那边是同样的砝码。"我们让他用手指按压线："上升了（*A*和*A′*）。——为什么？——因为手指更重。——如果放一个砝码，会起到同样的效果吗？——是的，需要更重一点，因为这两个很重。——像这样（1，1，1）？——它会停留在高处，因为不够重。——看。——但还是下降了。——因为滑轮转动了。"为了预估1，1，1的情况，他提供了一幅示意图，上面有一根笔直的线，中间悬挂着*B*。要求他用箭头指出是"怎样牵拉的"。于是他在*A*和*A′*标出了指向滑轮方向的箭头。试验过后，第二幅示意图中显示，*A*和*A′*向低处和*B*处运动，箭头指向高处，就如同*B*的趋势是将线重新拉直成像在1，0，1的情形下一样。在2，2，2的情况下，同样的示意图，他自发地将在2个*B*的位置上指向高处的箭头转向低处。

Rap（6; 6） 在1，0，1的情况下："因为需要同样的砝码，因为两侧有同样的砝码，所有他们可以像这样保持静止。——我们放这些砝码的时候，他们做了什么？——是的，他们拉紧了。——当机器移动和不动的时候他们做了同样的事

情吗？——是的（犹豫）。当铅锤不动时，什么都不动。”我们让他画下来。“画给我看砝码是怎样拉紧线的？——（正确的示意图。）——是 A 拉紧的，因为它是在 A' 之后被放上去的。——像这样（1，1，1）。会发生什么呢？——什么也没有。啊，对了，B 会下降一点点。——（试一下。）——因为三个铅锤带有使线下降的力，所以它上升了。——为什么停止了？——是 B 使它停下来的。——为什么？——他们使一切停止了。（示意图：每一个砝码作用于线向低处运动。）当它们停止下降时，便不再运动”，因为他们使用来“拉紧线的”。“你可以告诉我为什么停下来吗？——不能。——砝码做了什么？——它们拉紧线。——这意味着什么？——当我们拉线时，用力拉紧，会变得笔直。”

从不能预知什么会上升或下降的 Pat，到谈论起 A，B，$A' = 1$，0，1 是同样的砝码的 Rap，阶段Ⅰ的被试都存在砝码量化的系统性或有序性缺失的现象。例如，Hel 在 0，0，1 的情形中，需要拉紧一个 50 克的砝码时，在线的另一端放了一个重约 5 克的徽章。Bul，在相同的情况下，想在 A 处放一个“无论如何要更重”的东西。Ber，在第一个问题时，为了达到想要的效果，他总是用“太重”来表达足够重的意思，在第二个问题时，他认为由两个砝码（50 克）构成的 B 比 A 和 A' 重，因为“它们不是两个”，每个都被视为孤立的！ Rap 在谈论 1，0，1 情形下相同的砝码时，说是 A 拉紧的，“因为是在 A' 之后被放上去的”，这种想法说的是砝码的作用由其进入实验的时间先后顺序决定的。

Rap 这种很有启发性的观点明显地展现出了在这一程度的另一个特征，但对于他而言并不特殊：理解相互作用的困难；把它们（滑轮系统）每一个元素作为单独的活动部分来看待，一个是主动的而另一个是被动的（因为甚至在 1，0，1 的情形中，Rap 断言 A 比 A' 拉动的多）。换句话说，一个砝码作用于其他，产生牵拉，但不会存在真正的相互作用。这一点发现是很有意义的，那就是 Rap 认为砝码对线起到的作用要多于它对其他砝码起到的作用，而这就是他经常表现出来的态度。另一方面，在示意图中，砝码的作用往往是单方面的：它作用于另一个事物（或者作用于线），但它却并不是另一个事物作用的对象。当我们增加了中线 B 的砝码时，就是它来决定一切，$A + A'$ 是被动的。如果改变后者，那么结果刚好相反，但是我们从来没有看到过实际的相互作用的出现。

这一阶段的第三个一般性特征，有可能形成对第二个一般性特征的解释，那就是力只存在于运动状态中。Ber 是我们在解释这一观点时遇到的典型情况：当砝码移动的时候，它会“拉动”绳子，但之后它便因“不再移动”而不再拉动。在 1，1，1 的情况下，砝码 B 下降了（从水平线 1，0，1 起）因为它很“重”（从运动学的意义上看），但是砝码 $A + A'$ 什么都没有做，因为“它们不动”，且如果他们始终很重，那意味着有一个目前还没有表现出来的力，该力可以使它们保持静止，Rap 也是这样说的。在这一点上，值得注意的是，如果我们问这些被试平衡状态的原因或者在指

定位置停止的原因，他们不会把原因归于其他的砝码，但就像 Bal 说的“对于这个高度足够重了”；或者是含糊不清的归因，从运动方面来说：“如果真的很重，它会完全展开”，对于这样的问题：“为什么会停在这里？”他们还会归因于滑轮转动情况不佳等（参见 Bal 的回答）。

显然，由于对砝码的量化和相互作用性的错误观念，尤其是对于在静止状态依然起作用的力的错误理解，被试对所有问题的应答证实了错觉的存在，其中的一些是十分统一且根深蒂固的。至于在 0，0，1 情况下拉紧线的方式，许多被试不会想到力的抵消，或者当他们考虑到时也想要更重以便确保可以拉住（从而忘了拉紧砝码的相互作用），或者甚至是更轻：Fra［(4；6)，没有引用］很明确的这样说，Hel，就像我们之前看到的，放 5－10 克来拉紧 50。

在 $A=1$，$B=1$ 且 $A'=1$ 的情况下，好几个被试预言线会保持水平，而不考虑 B 的作用（例如 Bul），预言 B 会下降一点点或者认为 A 和 A' 是不会动的，或是回归到同一观点的被试预测会上升，却认为起有效作用的只有 B，就好像 A 和 A' 对它没有牵拉作用。

相互作用性缺失的最显著表现是对 $A=A'$ 和 $A>B$ 两种情形的通常反应（大约十分之八的被试），在后一种情形中，砝码 B 被认为上升至连接着滑轮的水平线之上（不承认超越水平线的被试则认为线的水平度对于 $A=A'=4$ 的情况下达到 7 或 8，在 $B=2$ 的情况下，达到 100 克！）也就是说，如果 A 和 A' 是主动性的，就算 B 是 100 克，它也会因为太过被动而导致连接着它的线形成“屋顶”的形状，B 都会位于屋顶的最高处。由此我们看出这一水平的三个普遍特征对应了哪一种在各自方向上力的构成的概念的缺失。

§3. 阶段 Ⅱ

平均年龄 7－8 岁的被试懂得了砝码的量化，表现为物体的重量守恒，但只有在当它们改变位置而不改变形式的时候（要到 9－10 岁时，才会有在形式变化中的重量守恒）。在平衡问题中，阶段Ⅱ表现出了重量守恒的观念，体现为在物体的位置上的守恒；它“给予了”或者“具有重量”，或者不产生力；以及不同距离的（时间的）或方向的力的合成。现在，让我们来考察被试对三种砝码的构成的做何反应是很有趣的：

Mid（7；10）情境 $A=1$，$B=0$，$A'=1$（1，0，1）：“Mid 预测 A 和 A' 在同一高度保持平衡，且线保持笔直（水平方向）。——为什么？——拉动。——哪一个？——画出装置，用一个再向上的箭头 A，另一个为 A'，两个箭头在水平线段的中间相遇。——它们从两侧牵拉？——是的。——一起？——是的。”情境

1，1，1：Mid预言"B会下垂一点点。——它们呢（A和A'）？——它们上升一点。——（B）将会停下来吗？——是的，停在这里（水平线下方几厘米处）。——为什么？——不够重，不能更低了。——（试验。）——那（A和A'）为什么停下来？——这取决于是否很重。——它们为什么上升了？——当我们在这里放了砝码（B），会使其他的上升（画两个向上的箭头，从A和A'到滑轮处，两个向下的箭头，从滑轮处到B）。——停止呢？——它们停止上升（A和A'）和下降（B）。——它们停止的时候仍然在牵拉（A和A'）？——没有。——中间呢（B）？——没有。——它们什么时候像你画的那样牵拉？——当它们还没有停止的时候。——它们在停止的位置继续拉动（A和A'）。——但它们不向下牵拉？——一点点。——都是吗？——它们具有重量。"情境3，1，3：正确的预测。4，1，4："它还会上升（B）。——线会变成平面吗？——是的。——做什么？——再放（侧边）。——中间的砝码做什么？——什么也不做，会是笔直的。——那中间的砝码做什么？——什么也不做，保持在原处。——它拉动吗？——它可以牵拉，但不下降。——它有重量吗？——没有。——在手里它有砝码吗？——有。——在线上呢？——它有重量，但是它不能下降因为有砝码（A和A'）。"因此，它"可以"牵拉，但是不能成功。

Hou（7；1） 0，0，1：为了让它牵拉必须"在另一侧放同样的东西"。1，0，1："因为具有重量所以拉动两侧（示意图显示从中间出发的箭头）。——怎么拉动？——从中间出发。——像这样（1，1，1）？——这边将向低处（B）牵拉，那边上升一点（A和A'）。——将会停在哪里？——在同样的高度。——（试验。）——不行，因为两侧有太多的砝码。这里需要加倍（B）。——（摆放1，2，1。）——不行，这个会更低（B）。——你知道平衡是什么吗？——如果它在地上或是单独拉动，那就是平衡状态。——这动了？——是的，它不会再动了。它们可以固定住因为它们有砝码。我必须牵拉才能使它下降。——这些呢？——它们拉动。——怎么？——这些（B）朝向低处拉动，拉动这两个（A和A'）使它们不再下降"……"那呢（A和A'）？——没有拉动，松动了（线）。——区别是什么？——是相反的：（A和A'）牵拉是因为有向下的砝码，（B）保持着。"3，1，3："它上升至那个位置（平行线附近）。——如果我们在这里（A和A'）放很多那么它会变成笔直的吗？——不会，它（B）仍然会下降一点。——如果再放呢？——不再起作用了。"

Nat（7；7） 同样的反应和正确的预测。对于1，2，1的情况，Nat亲自试验后："这两个砝码（B）对绳子起到什么作用？——它们使绳子上升（＝A和A'的绳子）。——这两个呢（A和A'）？——它们上升并且固定住绳子。——它们在动和不动的时候起着相同的作用？——（没能理解。）——它们现在还在起作用吗？——没有。——但如果我们把它们拿掉呢？——绳子会掉下来。"情境2，2，

2："为什么（*B*）上升了？——因为（*A* 和 *A'*）牵拉了绳子。——其他的呢？——它们上升了，什么也没有做，它们只固定住绳子。"对于6，2，6："绳子将会是直的。——（试验。）——不，倾斜了一点点。——如果我们继续添加，会变直吗？——会……不会。——（6，1，6）：砝码（*B*）做什么？——它支撑着绳子，使它下降一点点。——那两个呢（*A* 和 *A'*）？——它们使绳子上升。"

Nic（7；9）在1，1，1的情况中取得了进步，即 *B*"使绳子松动"且"松动，意味着拉动"，以至于 *A* 和 *A'*"在向下拉动"且 *B*"也在向下拉动"。但在停止时它们不再拉动，它们"固定着"，因为"固定，意味着停在原处，而拉动意味着拿取某物，要向后面移动"。结果，当"有拉动中间（*B*）的砝码时，装置会停止，但到一个既定的时刻，因为两个砝码（*A* 和 *A'*）固定，它就不能再下降"。对于 *n*，2，*n*："绳子会是直的：它们（*B*）尝试着拉动，但是却不能完成。"

Béa（8；8）同样区分了固定和拉动。砝码"从两侧拉动，但'停止时'它们拉动线吗？——不。——它们做什么？——它们停在原位。——它们什么时候拉动？——上升和下降的时候。"*A* 和 *A'*："它们固定绳子不让它掉落……（*B*）固定在中间。*n*，2，*n* 的情况，绳子会是直的。——但中间的两个不再有重量？——不。——砝码失去重量了，为什么会这样？——线保持笔直不动。"

Bau（8；1）的用词更精炼：所有的线都"拉动"，但在2，1，2情况中（没有经过1，1，1的阶段）"绳子下降了（*A* 和 *A'*），（*B*）上升了。——为什么停止了？——因为没有能量了，不能再下降了。——为什么？——因为重量不足。但这不是因为砝码改变了，而是因为它们没有能量了，没有足够的力量下降到更低处。——带有增力的砝码要做什么？——（增力）使它变更重。"因此，砝码没有增力会更轻，这一点使 Bau 对 *n*，2，*n* 的情况产生了犹豫："会像这样把线拉直，因为它们（*B*）将会不够重。——如果它们不丢失到重量，那么绳子会变为笔直的吗？——有可能不会，因为始终会存在有一点重的重量。"

Vua（8；0）对于 *A*，*B*，*A'* = 1，2，1 的情况，Vua 说 *B*"在下降时使其他的上升"，"另外两个（*A* 和 *A'*）也有重量，它们可以拉紧。——它们不拉动？——也拉动。——它们可以同时做这两件事？——是的。"但随后很快说道："那些（*B*）也拉紧吗？——不，它们拉动。——它们不能拉紧？——不能。——它们呢（*A* 和 *A'*）？——拉紧和固定同时进行。——那为什么停下来？——……——为什么（*B*）不能下降到更低处？——因为其他的拉紧。其他的在一开始不能拉紧，因为那时它们（*B*）有下降的增力。——现在呢？——它们仍然很重，所以拉紧。——增力是什么？——是为了运动的更快（运动的力量）。——这样呢（2，2，2）？——其他的（*B*）上升，其他（*A* 和 *A'*）下降。——为什么？——因为它们（*B*）拉紧。——两侧的呢？——它们拉动。——那些呢（*B*）？——它们拉紧并拉动。——为什么不能再升高？——因为它们（*A* 和 *A'*）在拉紧。不，它们没能

下降，因为中间的那些砝码也在试图下降（Vua 在接近关于平衡的解释）。——那么为什么停下来？——……——如果我们在边侧（A 和 A'）加很多？——会升到很高处（水平位置）且其他的不再动。”

Dam（9；11）也很接近平衡的概念（对于 2，2，2 的情况）：“它们越上升（A 和 A'），对于（B）来说显得越重，它们无法再托起（B）。——你解释了多少？——在中间拉动更轻松：我们不需要两个力，因为砝码是从两侧拉动。——从边侧？——它们一边拉动一个。在中间，它需要拉动两次。”注意从（同时）两侧拉动到“拉动两次”的过渡。从 8，2，8 得出：“它们（B）无法再拉动。”

Alt（9；0）通过区分拉动和拉紧来解释平衡：“拉动绳子，结束时，拉紧绳子。——但是当绳子不再动，它们仍然拉动吗？——它们拉紧绳子，不拉动。动则拉动，不动则拉紧。——为什么刚好停在那里（1，1，1）？——因为它轻于两个砝码。它只有运动到那里的增力。”增力是再次成为运动的力量。Alt 所做相关的示意图很值得注意：运动中箭头指出了绳子的两个方向上的相互作用，停止时，箭头都指向低处。

Cla（10；5）解释停止：“因为砝码（AA'）适合它（适合 B）。——如果我在这里添加呢（B）？——中间会更重，（AA'）没有力量使它们上升。——为什么？——因为它没有那么重。——为什么停在这里（B）？——它已经消耗了力量，所以它不能让（AA'）再次上升，因为它们太重了。——如果我在边侧添加呢？——两侧会掉落，中间会上升。——为什么？——掉下去的（AA'）会用它们自己的力量把中部抬起来。——为什么会停下来？——因为它们没有力量了。——为什么没有力量了？——因为它们都消耗了。”

所有这些被试是站在砝码的量化角度看问题。例如在 0，0，1 和 1，0，1 的情境中，与阶段 I 的孩子们相反，他们都认为很显而易见的是两个砝码如果（仅仅是如果）是相等的，那么它们会在同样的高度保持平衡。他们也都相信在不改变形状的情况下的物体重量守恒：例如，Dam 详细指出，在上升时，砝码 AA' 比砝码 B 更重，他不想承认重量实际上被改变了（Béa 说在 n，2，n 的情况中，$2B$ 不再有分量，但一定程度上它们的重量失效了。在同样的情况下，Mid 说 B 失去了重量，但在手中时始终是有的）。只是由于砝码不再以对称的方式悬挂，且在 1，0，1 的情形下，它们到达的 B 或 AA' 的高度引发了新的问题，阶段 II 的被试在这些问题上依然缺少对互反力的相互作用，因此，依然不能理解相互作用，这是阶段 I 的主要特征。

实际上，问题在于解释为什么（两边的）重量在对称状态下不一样，这些被试找寻解答的方式和（我）同梅尔（Maier）所做的关于阶段 II 研究中观察到的方法十分相似，在这一阶段，孩子们会自相矛盾地说“重量没有改变但拉力减小了”，或者根据位置来说“它位置越高重量越大”，等等。在当前情况下，由于钓鱼线的存在，在“拉动”和“拉紧”之间的转换，这是在阶段 I 中几乎完全缺失的概念，却在 4 岁 6 个月时

开始出现；正如在 Nic（7；9）对平衡的解释，平衡时砝码不再拉动，但是依然在拉紧。所有这些解释的法则都归于参照了位置运动，例如，当一个砝码拉动时，其他的则拉紧，拉动者的效果是通过另一个砝码位置变化来体现的。但是，对这些问题的更简洁的解释方式是完全取消相互性，将相互作用还原为通过制动系统来实现的，单方面的运动减缓或停止。按照这样的法则，砝码不能同时既拉动又拉紧，只有 Vua（8；0）作出了最接近承认这种可能性的解释，但立刻又收回了。

另一种更高级的解释方式（和 Vua 一样的年龄小的人大约从 8 岁 0 个月开始）是把区别于重力的砝码的力称为“增力”（Bau，Vua，Alt 和 Cla），这种方式取代了另一种解释，即力“耗竭了”（Cla），或是因为被其他砝码拉动而不能生产力的效果。如果这种区分为可能的补偿性的出现铺平了道路（参见阶段Ⅲ中 Kun 的例子，第 4 节），它不会返回到阶段Ⅱ，用更具说服力的语言表明砝码可以“拉紧”或者“拉动”，因为“增力”不是用来消除拉动的。

然而，这个概念形成的意义，也就是整个阶段Ⅱ最重要的意义，即是我们所揭示的那样，处于具体运算阶段的智慧的被试要建构力的概念，只能在力通过运动而表现出来的状态：在静止状态，砝码不起任何作用，特别是不再具备拉动的能力，最多是起到固定的作用，且不总是拉紧（关于这一区别，参见 Nat 的观点：“它们什么作用都没有，只是固定着绳子。”）我们已经增加了例子，因为就像我们在本章引言中所说，在静止状态下力的构想能力的缺乏对于因果性的演变是非常具有启发意义的。Mid、Alt 等人的示意图在这方面是很有说服力的，在运动和静止的状态，箭头的指向是完全不一样的:“当它动时，拉动;不动时，拉紧”，Alt 对情况的总结也是如此，我们在不同的被试身上找到了不同形式但实质相同的观点。

因此，在这种概念下，平衡是无法被解释的，运动中力的因果性具有另一种意义，如果这些力有可能达到平衡。在这些被试看来，实际上，平衡并非是潜在过程相互抵消的结果：平衡只是运动的结束，在这一状态下，如 Alt 所说，砝码“只有到达该处的增力”;又或者，在这一状态下，像 Mid 所说，砝码 *B*“可以拉动，但不能下降”，也就是说，它只是可以尝试拉动，但并未成功。因此，从那时开始，在有运动的时候，当“它下降时”，“拉动”、“拉住”、“拉紧”等运动总是具有某种能力，且几乎都是自发性的和有目的性的（例如：增力“是为了运动的更快速”，Vua 说；“它们为了不掉落而固定住”，Béa 说，等），这绝不是在运算性合成的意义上所形成的合力。

§4. 阶段Ⅲ

接近 11－12 岁时，不同砝码之间的行动变为相互性的，它们可以保持静止状态，平衡状态表现为力的抵消，并考虑到了力的方向。以下是几个开始于阶段Ⅱ和阶段

Ⅲ中间情况的例子：

Sas（10；5） 1，1，1：“它（*B*）会下降到这里。——为什么它将会停止这里？——这个砝码（*B*）因为重，所以会行进一定的距离：就如同在一个天平上，它行进不了太远。到了某一时刻，砝码会因为过重（对于距离而言）而停下来。”Sas 详述道：“中间的部分牵扯两侧的绳子。因为过重而下降。”*A* 和 *A′* 也在“拉动”。他并没有区分“拉动”和“拉”。3，1，3：同样的解释。“它们是一起运动吗？——是的，同时运动，就像一个动作。砝码使 *B* 绳下降，两侧同时重新上升。”对于很多 *AA′* 来说“它们从两侧下降，但是中间通常有一个砝码，即使有时候是非常小的一个，也会引起下降。——为什么是它停下来，而不是绳子呈现笔直状？——砝码运动到极限，不能再运动了。”

Gui（10；2） 1，1，1：“它们从下方拉动。它们在下方从两侧拉动，为此拉紧。它拉动整条绳子直到中部。——怎么？——它们拉动各处。——各处？——是的，它们都拉动。中部拉动，拉动整条绳子。——为什么会停止？——边侧拉紧。它们之间相互拉动。——之后停止了？——是的，保持不动。——那么这种情况（1，2，1）呢？——边侧上升了，中部下降了。——那么两侧（*AA′*）也拉动吗？——是的，都在拉动。——中间部分做什么？——它拉动两个其他的。——那么其他的呢？——也在拉动。——为什么会停止？——因为都在拉动。——怎样？——都在下方拉动。——当静止的时候，砝码在做什么？——保持不动。——为什么？——它在拉动其他的，因为都在拉动。中间的砝码需要拉动两侧，它们 *AA′* 必须要拉动这个 *B*。——当停止时，也在拉动吗？——是的，它们拉动相同的东西，因为是同样的砝码。——如果我们在两侧放置很多砝码呢？——会使中间上升，但它还是有一点砝码，所以绳子不会变为笔直。”

Gou（10；5） 1，1，1：“它们（*AA′*）同时拉动两条绳子”并且“拉紧（*B*）”。“中间的砝码呢？——它也拉动，但是它导致拉紧。——停止时，砝码还会拉动吗？——是的，它们相互之间拉动，因为是同样的砝码（与动态时相比）。”2，2，2：同样的反应：“它们拉动还是拉紧？——它们既拉动又拉紧。”

Kun（12；3） 1，0，1：“它们相互拉紧。一个拉动，另一个被拉动。——在停止的时候呢？——两个都被拉动。”1，1，1：“我不明白（注意到本次事件）：砝码（*B*）低于两侧。我不明白它（*B*）怎么可以拉动。——为什么会停止？——它们因为已经到了极限而无法再进行了。在某一点（某时刻），侧边比中间更重。（之后）中部比两侧承受更多的砝码，因为它使它们上升了。”“与另一个相比，砝码改变了。如果有重量，那么是一回事，但是两者之间是不同的。——那么静止的时候发生什么？——砝码是相等的。”2，1，2：“（*AA′*）会下降一点再上升。会出现静止是因为无法再升高：中间的砝码阻碍了绳子呈水平状。——侧边的砝码会产生影响吗？——当然，砝码有五个：不存在方向（单一的方向；示意图中只

显示了双向箭头：↔）。”“如果我们拿掉一个，就如同在一个单词中拿掉一个字母。——这种情况的特征是什么？——是协调的状态。”“动态和静态机器之间的区别是什么？——当它动的时候，有一个动力砝码，我敢说，是它使整个机器动起来。中部有一个比起侧边的砝码更大的砝码（我们刚刚改动了 *B*）。——那么停止的时候呢？——中间（*B*）的力量一直在拉动，但不再被发现。中间的砝码具有更大的力（在 *B* 下降的过程中），它使中间的力消失了（抵消）。”当侧边有很多砝码时，砝码 *B* 保持着它的力，“但是在不断减弱”。

在阶段Ⅲ，我们看到了正确的因果性运算，通过这些例子，首先要理解的问题是，为什么这个因果性运算只有在形式运算水平才出现，而不是始于 7—8 岁时的具体运算水平。

第一个新发现是上文明确提出的对于相互作用的理解，例如，砝码在每一个被拉动的同时也在拉动，在被拉紧的同时，也在拉紧（此外，拉动与拉紧的区别正逐渐消失，而“拉动”的意义得以保留，参考 Sas 和 Gui；或者是“拉动”与“被拉动”，Kun）。所有的对立面在主动和被动的作用中消失，因为每个砝码同时起到所有的作用，正如 Kun 的断言和示意图所示，“不再有方向”作为唯一的方向。但是，相互作用关系，即“同时”存在倍增的联系，是具体运算水平的主要特征：实际运动的或抵抗或模仿，每个方面都在推动和拉紧对方，每个方面都可以模仿另一方，等等。不存在任何理解的困难。那么，为什么需要等到 11—12 岁时才理解同时悬挂在一根绳子上的三个砝码彼此之间相互拉动呢？

原因可能是在从一种状态转入另一种状态的运动（转变）中，一方比另一方看起来更占优势。被试 Kun，从理性上不能一下子就理解为什么一个处于“低处”砝码可以抬起另外两个砝码，我们用最具启发性的方式向他揭示了为什么这种非相互性会引起向下的运动，以及为什么非相互性向完全的相互作用的过渡时，依赖于运动状态和静止状态的关联一致。他说，运动状态大体上是以力的翻转为特征：起初不够重的砝码 *B* 会比另外两个砝码获取“更多的重量”，并且使它们上升。但是这只涉及相关联的重量（“与另一个相比重量改变了”），且只是“动作重量”（他这样富于想象力地创造一个新词），而在停止时发生了抵消。因此，是平衡的比较和动态的砝码使 Kun 理解了拉动运动的相互性，他用恰当的表达描述了此种相互作用（与构成词的字母以及“和谐”状态相比较，“不再有方向”）。

这一阶段的第二个新发现的决定性因素可能是，当运动停止时，在表面的静止下，潜藏着同动态时一样的动作，运动仍在继续：“它们在拉动同样的东西，因为是同样的砝码”，Gui 和 Gou 这样说道；“拉动一直存在但是没有被看见”，Kun 说道。换句话说，在运动和静止之间没有区别，过程都是一样的，唯一的区别在于，当它们互相抵消时是不可观察的。这一相同点，即理解相互作用的条件，或许需要形式运算的介入。

很显然，这不仅仅是因为涉及不可观察的过程：从5—6岁起，儿童会面对比表面静止实则运动的砝码情况同样复杂的运动。这并不是因为从此以后状态和转变变得相似，状态是转变的原因和结果：这种差别开始于具体运算和原始守恒的出现。新出现的内容更加深入，并且是由潜在方向和现实方向的倒置。在具体运算中，这种状态同时构成转变的起点和终点，但是这种转换并不包括以下形式：黏土的小球被捏成香肠状的长条或被压成饼状，在儿童具备形式化思维之前，就有可能实现这种转换的运算。在上一种情况下，黏土作为团型或者是香肠的长条形状都成为所有可能的现实集合，但是种情况只与几何推理有关，与物理推理无关。在因果性领域，当客体不再简单地服从被试的精神指令，而是成为能够完成自己转换的算子，我们将会看到类似的方向的倒置。在阶段Ⅱ，当砝码运动时，它们能“拉动”、“拉紧”，之后它们什么都不再做，在等待服从作用于它们的新的外部运动时，它们处于先前动作后继的静止状态。在阶段Ⅲ则相反，状态由运动整体构成，与它们通过运动表现出的性质相同：在这种情况下，运动可以说明静止状态，但相对地，静止状态的性质也能够说明运动中不可分割的联系，即归属于协调系统的永久性和产生性之间的联系。因果性不再由单一的产生性动作构成，它不具有永久性，只能体现暂时性的、不合理的能力，以及，单一的永久性也不能有任何产出，不过再次使状态和转换从属于一个整体系统，这个系统包含了潜在的和现实的（过程）的整合，它赋予了潜在（过程）同现实性质相同的物理实在。把平衡与潜在过程相联系，或者把能量生成与潜在能量的概念相联系，这就是该种解释模型的常见的历史性例子。这是我们在阶段Ⅲ几乎看不到的，例如，Kun引用相互运动的“和谐”，并用“看不见的”动作介入来证实它。该系统的“外表”特征不仅仅在于对不可观察的效果的假设（相比于具体运算），而是在于转换或者可见状态与结合了现实性与潜在性的整体系统的隶属关系。

该系统的法则由什么构成呢？首先，我们把平衡概念看作是所有运动的结果：它停下来，Gui说道，“是因为它们拉动所有”，这个观点十分新颖，因为在阶段Ⅱ，平衡是源于砝码完全停止拉动。对照现实性与潜在性的新颖联合体，通过这种对照可以清晰地揭示其问题所在：平衡，就像它在阶段Ⅲ所设想的，是现实和潜在运动的复合体，而在阶段Ⅱ，它两者皆不是，唯一的事实是可见的静止。

其次，我们发现，对于砝码的平衡，Sas和Kun称之为“到了极限就无法继续运动”，这又一次说明停止不是运动的终止，而是因为每个砝码都到了无法逾越的临界点。最大点确定了，这便是源自相对形式互相抵消的第三个重要观点：在下降的最后阶段，Kun说道，侧边的砝码取消了上升的中部的砝码，这种取消并非真正的取消，因为Kun详述道中部的力量一直在起作用但是不可见。因此，抵消解释了最大化以及“动作重量”向静止但继续拉动着的砝码的转化。

正如我们刚刚看到的，与在阶段Ⅱ引入的简单的被拉动和抵抗相反，这个全新的平衡理论使这一阶段的动作相互性意义下的相互作用理论成为可能。实际上，通常被称为“牛顿第三定理”的作用力和反作用力对等原则是潜在和现实构成的范例，它构成了因果性运算的特征：没有此对等，一个放在桌子上的砝码会穿过桌子，或者被抛至屋顶，两个潜在的运动实际上被抵消了，但对于解释永久性十分必要。一颗石子在吸引地面的同时也在被地面吸引，如果没有两个力的同时性和对等性，观察到的结果将截然不同。在阶段Ⅲ用来解释砝码运动的完全相互性理论认为（5个砝码2，1，2，“如果拿掉一个，就好比在单词中拿掉一个字母”），尽管在被试的思维中，观察到的结果是现实力的构成（尽管“这看不见”），但其中的每个力都包含潜在的过程和运动，它们可能通过改变系统成为真正的力。

实际上，最后开始成为可运算的因果性主要表现为力在各自方向上的构成，其开端是模糊的强度构成。对于方向而言，进步时显而易见的：在阶段Ⅱ几乎所有箭头都朝着同一方向，然而在阶段Ⅲ它们却标记着反作用（如Kun所说，在临界点不再有方向）。至于强度，是以砝码B和AA'达到的高度为标记，因此或多或少会有误差。但是，在Sas的说法中，我们几乎看不到高度上的“差距”和介入平衡局面的高度“差距”之间的比较，换句话说就是砝码的价值与不同的牵引造成的移动之间有了更准确的构成。

总之，阶段Ⅲ现实性和潜在性之间的联结使开始于11－12岁的正确的运算性构成成为可能，由于儿童具备了四元模式（作用和反作用，每个作用朝两个方向），均衡性和相对性的模式。

第五章　水平三砝码的平衡[①]

正如我们刚刚看到的，平衡问题是因果性的关键，首先，从普遍意义上讲，是因为借助它可以研究被试是如何看待转换和状态之间的关系的，其次是因为它提出了潜在的和现实的做功构成中力的方向问题。整个因果性就是基于潜在与现实的关系问题。因此有必要详细地，从因果性的角度，分析被试关于天平上砝码的平衡问题的看法，尽管（儿童）需要通过很多次的探索才能发现这个装置的平衡法则。但是仅仅使用两个砝码，我们恐怕会遗漏隐含的原理。因此，我们设计了三个砝码的均衡关系，同上一章中一样，装置安置在水平状态而非垂直状态。

§1.　方法与主要结论

研究使用的装置是一块正方形平板，置于椅子上，平板的三边上安置了滑轮，每个滑轮上放置长度相等的渔线，砝码悬挂在渔线上。三条线的末端汇集在平板上的一点，另一端悬挂在外部，并用环扣挂上砝码。为了体现力的较量，我们在三条线的联结处固定了一根火柴。

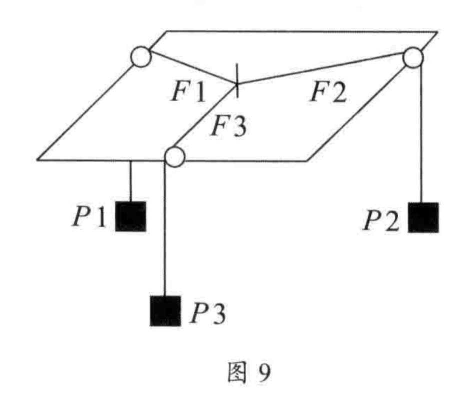


图 9

① 与皮埃尔 · 穆努（Pierre Mounoud）合著。

我们让儿童直接面对三个相等力的组合（绳 1）：

（1）在让其描述过装置后，要求其解释为什么火柴 A 位于这个位置，为什么绳子这样摆放，根据砝码和它们的位置，绳子是否还可能按其他方式摆放。

（2）通过用手牵拉绳子相交的点，我们移动火柴的位置来改变整个布局，并向儿童提问，（a）如果松手，火柴是否会停留在新的位置（在尝试前或尝试后分别做出判断）以及为什么火柴会重新回到原来的位置。

（3）之后，让儿童预测并验证 A 的移动，A 代表了组成部分之一位置变化的情况（为了简化对称，我们通常避免移动 $P3$，儿童位于椅子对面）。观察之后，提问怎样在不拿掉重物的情况下回到原始的布局。

（4）在二种组合方式变化之后提出同样的问题。

（5）在三种组合方式发生不同变化后提出同样问题。为了突出方向，我们需借助细小并着色的杆子。

很多其他的问题可能将会被提出来，但我们首先关注的是这些问题。需要注意的是，当我们把重点放在砝码上的时候，我们已经有意避免了力的方向的问题，这是为了研究它们什么时候以及以什么形式由被试自己提出。

观察水平如下。在阶段Ⅰ（5 岁和 1 或 2 名 6 岁儿童），被试只能预测出在一侧添加一个砝码可以把火柴拉向砝码一侧（问题 3），在观察后马上能够理解。阶段ⅡA（6 岁半到 7 岁，和 1 或 2 名 8 岁和 9 岁的儿童），被试解决了问题 3，但是没能说出问题 4 的解决方法（两个近处的砝码沿着它们构成的角的中位线牵拉火柴的移动）。在阶段ⅡB 仔细观察最后一种情况（8－9 岁，5－7 岁中早熟的，10－12 岁中晚熟的），这个问题被解决了，但是三个不平等砝码的问题没有被解决（问题 5）。在阶段Ⅲ（11－12 岁），这个问题被解决了。

在 30 个被试中，各种情况分布如下（每个年龄所占百分比）：

	5－6 岁	6 1/2－7 岁	8－9 岁	10－12 岁
Ⅰ……	75	12	0	0
ⅡA……	12	50	28	0
ⅡB……	12	37	71	66
Ⅲ……	0	0	0	33

随着年龄有一个清晰的演变过程，三个阶段截然不同，阶段Ⅱ的 A、B 情况接近。

§2. 阶段Ⅰ（5－6 岁）

举例如下：

San（5；1）“火柴在哪里？——这里。——它可以在别处吗？——如果放

上绳子是可以的。——如果我拉这里（*F*3），然后松开，火柴会怎样？——……——它会留在我拉动的地方，还是回到原来的位置？——会留在拉动的地方。——会停在这儿？——不，它会重新回到原来的位置。——为什么？——因为我们松开了。——砝码对火柴做了什么吗？——没有。——如果我在这里加一个砝码（*P*2），会发生什么？——……——它会待在中间吗？——会。——它不会移动？——会，它会移动。——怎么移动？——向前，像这样（在*F*3延长的部分与*P*3相反的方向）。——你看（演示）。——它动了。——为什么？——……——我们做了什么？——我们加了一个了重物。——如果我再加一个重物在这呢？（*P*3）——它会这样移动（朝向*P*1）。——为什么？——不知道。——如果我在这里和那里（*P*2和*P*3）都放一个重物呢，它会去哪里？——不知道。——但你记得放一个重物在这（*P*2），它移动到了那里（朝向*P*2）。——它会先移动到那里（*P*2）再到那里（*P*3）。——一先一后？——是的。——你看（演示）。——它去那里了（中间）。——为什么？——因为我们放了重物。——为什么情况不是这样（朝着*P*2）和这样（朝着*P*3）？——不是。——如果我再在这里（*P*1）和那里（*P*3）加上一个重物呢？——它会去那里（*P*1和*P*2之间），然后去那里（*P*3的方向）。——为什么？——……"

Sou（5；5）"如果我拉动这根绳子然后松开它，火柴会待在这里还是回到它原来的位置？——它会回到它原来的位置，因为当我们拉动再松开绳子，它会回到原来的位置。——你看（演示）。——是的。——它为什么会回来？——因为火柴太重了。——如果我在这里（*P*2）加一个重物，绳子会移动吗？——不会。——你看（演示）。——是的，因为这两个重物（＝*P*2）太重了。——为了让它回到中间要怎么做？——需要把它取下来。——（取了下来）。——如果我在这里（*P*3）加上一个重物？——它朝着这里（*P*3）移动。——为什么？——因为这里（*P*3）拉动着火柴。——如果我放在这里呢（*P*2）？——同样拉动，火柴会到这里（*P*2）。——如果我加在这里和那里呢（*P*2和*P*3）？——大概会掉下来，因为会过重也会移动一点（指出绳子会先向*P*1、*P*2移动再向*P*1移动）。——火柴呢？——它会在这里掉落（*P*3）。"我们做了上述的内容并记录绳子的移动；我们取下添加的砝码并提问如果我们重新把它们放在*P*2、*P*3处火柴会去哪里？他答道："火柴会到这里（*P*1）。——你看（演示）。——这里会拉动。——如果我在（*P*1）放上一个重物，火柴会去哪里？——像这样（沿着*P*1）。——它会去它原来的地方？——不会。——看（演示）。——它去那里了（中间）。——为什么？——因为我们还在这里（*P*1）放了重物。——如果我放3个重物在（*P*1和*P*3）呢？——它会接近这里（*P*3）。"

Der（5；6）"火柴在哪里？——在中间。——为什么？——因为不在这里它就不起作用。——如果我拉动这里（几厘米长的*F*3），然后再松开，会怎么

样？——它是有弹性的，所以会上升（展示弹动）。——它会待在这里，还是回到原来的位置？——它会待在这里（我们拉动的地方）。”——（演示），我们拉动 *F*3 然后松开：“为什么动了？——是 *F*3 影响的。——怎么影响？——……——重物做了什么吗？——它们产生了重量，导致了上升和下降。如果我们不放开 *P*3，它们（*P*1 和 *P*2）会下降。——它们对火柴有什么影响吗？——它们拉紧了它并且也增加了重量。——如果我在这里（*P*2）加一个砝码，会怎么样？——会下降。——火柴呢？——它会到另一角。——哪里？——那里或者那里（模糊的指示）。——你可以准确地指出位置吗？——那里（在 *F*3 的延长线上但方向相反），之后是那里（*P*1 的方向）。——为什么？——因为如果您放一个重物在这里（*P*1 方向）火柴会去那里，如果您放在这里（*P*2），火柴会去那里（*P*2 方向）。——准确的路线？——那里（*P*2）。——如果我再放一个砝码在这里和那里（*P*2 和 *P*3）？——它会去那里（*P*1 和 *P*2 之间），因为绳子会这样（重新升至 *P*1 和 *P*2 中间）。——火柴呢？——它将会去那里（*P*2）。”

Man（6；0）“定位器必须放在中间，否则无法进行。如果我再加一个重物在这里（*P*3）？——那会太重了（= *F*3 会延伸）。——定位器会移动吗？——不会。——看（演示）。——它动了。它本应该在中间，但是它离开了。——当我拿掉重物的时候呢？——它重新回到原来的位置（进行了实验）。——如果我放两个重物在这里（*P*2）呢？——它会朝这个方向（*P*2）移动。——为什么？——重物在拉动。——我们放上它。——现在呢（静止），定位器仍在被拉动吗？——没有。——其他的重物在拉动定位器吗？——没有。——为什么它在那里？——……——（我们一条一条地拉动绳子。）——如果我们松开，它会去哪里？——到中间。——（我们松开。）——为什么他没到中间了？——因为您松开了重物（*P*2 上的）。——这有什么影响？——重物拉动了定位器。”两个重物在 *P*2 和 *P*3：“会怎么样？——不知道。——会拉动它吗？——这里（指出两者的正中间位置）。——（我们拉动一根绳子。）——如果我松开，它将会去哪里？——中间（平板的中间而不是 *P*2 和 *P*3 的中间）。——（我们做了实验，观察后又重新开始。）——它会去哪里？——那里（朝向 *P*3）。——你记得它原来在哪里吗？——记得（指出在两者之间）。——现在我拿掉两个重物（添加在 *P*2 和 *P*3 处的），它会去哪里？——这里。（这次指出的是在两个中间！）”

这两个被试的特征是不能预测出当我在一个方向上添加一个砝码，火柴会因此朝此方向被拉动。这种反应会伴随 4—6 岁儿童对于砝码的理解，这通常也出现在两个砝码同时出现的情况中：砝码是一种多功能的力，但是没有确定的方向。

事实是对于第二个问题，即我们松开暂时拉动的绳子时，火柴会不会回到原来的位置，大部分被试认为会回到原点，而 San（起初）和 Dar 认为不会，就好像砝码不会重建开始时的情形。但是表示肯定的被试不总是考虑到砝码：Sou 认为是绳子回

到原位，Man 仅仅表明定位器“应该位于中间”，如果我们在一边加上一个砝码，它在中间也不会移动。

对于第三个问题，我们发现被试在开始时都无法预测出火柴将会朝我们添加砝码的方向被拉动，除了 San，其他人都能在观察这个实验后很快理解这个训练的意义，并且把从中收获的信息运用到后面的环节中。事实上，我们可以自问，对于这个年龄段的被试来说，三个砝码的情况是否使该问题复杂化。当然是，那么是在哪种意义上呢？三个砝码没有让他们忘记一个砝码有拉动的能力，因为一旦让他们观察实验，他们马上会这样推理（“它拉动火柴”，Son[①] 和 Man 说道）：更因为在缺失量化衡量时，他们认为砝码引起所有运动：推压（如同因为人们把砝码浸入杯中，杯中水的水位线会上升一样）、推动（一个重的球状物对抗另一个），拉紧、拉动，等等。因此在 $P2$ 添加的砝码向相反方向推动火柴，推向 $P3$，再推向 $P1$ 是不可能的（正如 Dar 在承认向他的方向牵引之前所说的），甚至没有理由让火柴移动：Son[②] 说，实际上，火柴太重了，这并不意味着他给予了它与悬挂着的重物同样的重量，而是使它被拉紧，这是砝码具有的多重属性之一。对于 Man 来说，如果添加一个重物在 $P3$，“定位器”不会移动：然而她清楚地看到绳子会延长（变得“过长”——很长），随后她说重物在拉，但这并不是火柴移动的理由，火柴“应该位于中间”并待在那里。

我们还记载了 Man 有趣的反应，她认为如果我们调整两者间的绳子，添加上去的砝码的牵引力就不能够持续：当我们松开它们时（我们没碰触砝码，$P2$ 比其他的要更重），她认为火柴将会回到中央，就如同绳子一旦被 $P2$ 牵拉过后回到原处一样，该运动将不再会发生。

对于第四个问题的反应（添加的两个相同的砝码，第一个在 P 的一端，第二个在另一端）都是很有教育意义的。对于一个放在 $P2$，一个放在 $P3$ 的砝码，San 认为火柴会接连地从一端移动到另一端，如果我们像所有被试一样承认砝码只在动态时起作用，在静止时不拉动，那么 San 的想法就不是荒谬的：在这种情况下，只有它们一个接一个地先后作用，两个砝码的运动才是清晰可见的，因为它们同时发生运动则使合力不可见。其他的被试认为，火柴要么朝着两个砝码中的一个运动，要么朝着另一个运动，并不考虑运动的两面性。同样的情况也发生在 Sou 身上，他猜想如果我们添加砝码，所有的绳子都会移动。这是所观察到的第三种解决方案，他指出了一个不同于所添加砝码的方向。Dar 认为在 $P2$ 和 $P3$ 添加砝码，方向不会只是两者之一，他指出会在两者之间，因为他估计所有的绳子都会动，然后又回归到单一的 $P2$ 的方向。

最后需要补充说明的是，所有被试都无法回答第一个问题（解释原始状态），或

① 此处 Son 应为 Sou。——中译者注

② 此处 Son 应为 Sou。——中译者注

者是对（牵引绳子）的火柴的简单描述等，没有人能够理解通过在 $P1$，$P2$ 和 $P3$ 添加同样的砝码，我们可以让火柴回到在中央的原始状态（在对 Sou 的提问结束时）。从另一个方面说，这显然是由于缺少了重量的量化认识。

§3. 阶段ⅡA（7—8 岁）

正如我们所看到的，阶段ⅡA 的水平是成功且快速地回答出问题 3（添加一个砝码），但不能答出问题 4（在两个不同的方向添加两个等量的砝码）。平均年龄是 7 岁。下面是始于 5—6 岁的中间情况的例子：

Ala（5；2）"火柴在哪里？——中间。——为什么？——因为有 3 个东西，我们必须这样摆放。——火柴可以在别处吗？——可以。"问题 2："是的，火柴返回来，因为我们把它松开了。——（示例。）——是的，它像之前一样返回了。——为什么？——因为它很重（展示 $P3$）。"问题 3："如果我在 $P2$ 添加一个砝码？——它会回到那儿（但没有准确指出地点，手势模糊）。""如果我再放一个在那儿（$P3$）？——它会移动，会回到这里（$P3$ 处的滑轮）。——为什么？——因为一个砝码被固定在那里。——如果我把砝码放在 $P2$ 呢？——火柴会这样回来（$P2$）。——为什么？——因为我们拉着另一个（$P2$），并移动了这个小的重物。"问题 4："如果我在这里和这里添加（$P2$ 和 $P3$）？——火柴会保持这样（在平板的中部）。——为什么？——因为有两个重物。——添加了东西吗？——不，如果我们移动了，就是的。——你看（示例）。——它（$P3$）使它（$P2$）上升了。——如果我在（$P1$ 和 $P2$）添加呢？——火柴会像之前一样，像这样（$P2$ 和 $P3$ 之间）或者像这样（$P1$和$P3$之间）。——为什么？——因为那里（$P1$）牵动了。——（$P3$）做什么吗？——没有。——为什么（$P1$）牵动了？——因为它更重（它们都一样重！）。——如果我放第三个呢（$P2$ 处）？——它会保持这样……但是 $P2$ 会拉动火柴，火柴会回到中间，因为三点上（$P1$，$P2$ 和 $P3$）有两个重物。"问题 5（在 $P1$ 处加 1 个重物，$P2$ 处加 2 个，$P3$ 处加 3 个）："$P3$ 会加强拉动。——其他的呢？——它们不在拉动。——所以呢？——火柴会去那里（朝向 $P3$）。——你看（示例）。——不（它指出路线和绳子 $F1$ 和 $F2$ 的缩紧情况）。——像这样（在 $P1$ 加 4 个重物，在 $P2$ 处加 3 个，在 $P3$ 处加 1 个）？——$P1$ 会使火柴返回（指出一个近处笔直的方向）。——为什么？——因为有四个。——不会这样运动吗？（$P4$）。——是的，是这样（接受建议）。"

Cor（6；0） 问题 2："火柴会保持不动（在我们牵拉的位置）"，在实验后，"如果我们松开，火柴会回来。"问题 3，在 $P2$ 处加 1："火柴会在这里（在 $P2$ 旁边，与 $P2$ 有间隔）……不，火柴会在这里（指向 $P2$ 方向）。——为什么？——

因为它很重。”进一步延伸。问题4（在P2加1，在P3加1）：“火柴会留在原位。——如果只在P2加1呢？——火柴会在这里（P2的方向）。——如果在P3呢？——这里（P3的方向）。——如果在P2和P3加1呢？——火柴会留在原位。——为什么？——比如，如果有一个人（男孩）在这里拉我（左侧），另一个在这边拉我（右侧），我会留在中间。——你看（示例）。——火柴移动了。”在P1和P3处各加1时：“火柴会移动（大致位于中线的位置）。——如果在各处都加1个重物呢？——火柴会留在中间……也可能会看到在这里，这里或这里（3点）——所以呢？——火柴一定会在中间，因为三点会拉紧，会很重。”问题5，在P3处+1，+2，+3，“我不知道。朝向P3方向。”

Jos（6；6） 问题3（在P2+1）：“会更重，向这里移动一点（朝向P2）。”问题4（在P2+1，在P3+1）：“火柴会向P2移动或向P3移动，但我不知道会表现出哪一种。——你认为呢？——我认为是向P2移动。——为什么？——火柴会先向P2再向P3移动，所以路线是先向这里（P2）再向这里（P3）。——你看（示例）。——火柴移动到了这里，因为重物牵拉了（共同）。——它们现在还在牵拉吗？——没有。——如果我再添加呢？——火柴会一直移动至边缘这里（中线）。——现在像这样呢（P1+1，P3+1）？——火柴会被这里牵拉（P1）。——为什么？——因为它已经位于P3，轮流来看，它会向P1移动。”问题5（P1处+1，P2处+2，P3处+3）？：“火柴会这样移动（朝向P3），因为那里有更多重物。”“在P1处+4，P2处+3，P3处+1呢？——火柴会移动到这里（P1）因为之前这里有过重物，等等，所以这次会向（P1）移动。”

Man（7；4） 问题1和2：火柴不会在别处，如果我们先拉动再松开绳子“火柴会因为这里（P3）有砝码而返回”。如果我们在P2+1“火柴会向这边移动一点（朝向P2），因为有更多的砝码”，即使其他的也会“拉动一点”。为了让火柴回到中间“需要止住它。——我们可以做别的吗？——在这里和这里（P1和P3）+1，在各处做同样的事情，火柴会回到中间”。但是在P2和P3+1时（问题4），Man预测：“火柴会朝向P2移动。——为什么？——……（犹豫）它会留在（平板）中间……它会从两侧移动，这里（P2）或者这里（P3）。——它会移动到这里（P1）？——不会，砝码较少。——如果继续添加呢（在P2和P3）？——同样的砝码。——所以呢？——它会在（平板）中间。——你看（演示）。如同你所认为呢？——不，它大概是到两点之间，因为是同样的砝码。——如果我继续添加（在P2和P3）？——它会再向这里移动。——然后呢？——一直到这里……不，因为（P1）必须到齿轮（滑轮）的位置。——（P2和P3）做什么呢？——它们牵拉。——P1呢？——不会。”问题5，在P1+1，P2+4，P3+3：“火柴会朝（P2）移动，因为有更多的砝码。——其他的呢？——也会为了止住火柴而拉动一点。——你看（演示）。——会从两侧牵拉一点。——P1呢？——也会拉动

一点点。”

Oli（7；6）问题3（在 $P2+1$）：“将会从这一侧牵拉，因为很重。”问题4（在 $P1$ 和 $P2+1$）：“火柴会保持在这里（在 A ＝平板的中间），因为两个是相等的。——如果（在 $P1$ 和 $P2+2$）？——会保持在这里。它们会拉动，但是火柴会保持不动，因为砝码是相等的。——你看（演示）。——变成笔直的了（$F2$ 和 $F3$ 有间隔）。——为什么？——因为这里（$P1$）没有足够的砝码继续作用。”问题5，在 $P3+1$，$P1+2$，$P3+3$，“火柴朝 $P2$ 移动一点，也朝 $P1$ 移动一点。”形成朝向 $P2$ 的直线型路径（带有一点小间隔），然后向 $P1$ 方向转弯（图标），因此，两个部分形成 90° 角。

Cat（8；0）问题4：火柴保持在中间，“它不会移动吗？——不会，只会被两侧的绳子拉动。”

Pas（9；4）问题3：“它会从这边移动过来，像这样，因为更重。——（在 $P2+1$，$P3+1$：问题4)？——它会移动，不，它会保持不动。——为什么？——因为这里（$P1$）没有重物。——如果我在各处都添加呢？——它也会保持不动。——如果我只在（$P2$ 和 $P3$）添加1个呢？——它会保持不动，因为只有一个没有重物。——你看（演示）。——它移动过来了，因为在（$P1$）没有重物，其他的更重。——为什么不朝（$P2$）或（$P3$）移动呢？——因为这里（$P1$）没有重物，很轻。”对于问题5，它接近分离，但是最重的重物“拉动”并且“使其他的移动”，然而这些重物“使它过来”。

这一阶段的显著进步是，此后，在我们装置的情境下，砝码只是拉动的作用，而不再是推开的作用：通过预测立刻解决了问题3，孩子们很好地预测出如果我们在一侧添加1个砝码，火柴将会被拉向该方向。在两个砝码添加到 P 的情况中（问题4），被试很容易明白它们从不同的方向产生两个拉力，这使它们能够从质量方面解决力的平行四边形法则这一基础问题。但是因为缺乏对方向的考虑，尽管它们知道在添加一个力的情况下把方向考虑进去，他们开始认为火柴不会移动，小Cor提出一个具体的解释就是当她自己被两个男生拉动，一个从左侧拉，另一个在右侧拉，她会保持不动。这是不考虑方向的情况（因为两个运动的P和火柴不是形成直线而是形成一定的角度），这种解释也出现在Cat（8；0）身上，他认为只有绳子动，而火柴不会动，在Pas（9；4）被询问时，他对未变的砝码的解释颇为矛盾。

在问题4中，当被试理解火柴会移动时，他就会产生选择方面的问题，而不是构成方面的问题，就好像比布里丹更加决断一样：火柴会向一边或另一边移动，而不是鉴于两个砝码而同时运动。或者是有选择性的，是随意的，又或者是探究，但不是妥协，而是调解性的，孩子借助于短暂的或是时空性的连续：在6岁0个月的Jos看来，火柴先朝着一个砝码运动，再朝着另一个运动。在7岁6个月的Oli看来，只有一个路径，但会转弯，经过平板的中间，向第一个砝码移动，再从这里向第二个

移动。

不能形成合力是这个发展阶段的力观念的主要特征：力只存在于运动中（被试所看到的以一种令人震惊的方式称之为“动力重量”），因此，除非砝码以可见的方式拉动火柴，否则什么都不会做（参见 Ala 和 Man）。在两个砝码运动形成的合力中，两个拉动都不可见，因为在同时性运动的过程中存在动力平衡：这好像它们处于静态平衡，因为“什么也不做”。甚至在这种情况下，在 *P*1 和 *P*3 ＋ 1 处，会观察到火柴会沿着角的中位线移动，而不是朝向 *P*1，Ala 的结论是 *P*1 拉动了，他假设因此而 *P*1 加重了，然而他清楚地知道添加了同样多的砝码。

§4. 阶段ⅡB（8—10 岁）

这个阶段的主要任务是，对于构成角度的两个相等力的合力，形成简单的解决方案（中位线方向）：

Jac（5；5） 问题 1：“为什么火柴位于这里？——不知道。——为了让它移动到其他地方需要做什么？——需要推动这里（*P*2）一点”，拉动 *F*1，等等。问题 2：火柴返回到“中间”。问题 3（在 *P*1+1）：“像这样拉动（笔直的方向），因为更重。”问题 4（在 *P*1 和 *P*2+1）：“不知道……火柴会移动到这里（中线）。——为什么？——因为这里更重，那里也是。——那么是怎样拉动？——这里（中线）因为两个绳子拉动。”问题 5（在 *P*1+1，在 *P*2+2，在 *P*3+3）：再一次“像这样（中线）”（在 *P*2 和 *P*3 中间）。——你看（演示）。这是你所认为的？——不是，像这样移动（斜的），因为这里有更多（*P*3）”，然后做一般化推论。

Cla（6；0） 问题 3：“一直到这里（中线方向），因为是（*P*2）将会拉动，它会有更多的砝码。——那么（在 *P*2 和 *P*3+1：问题 4）？——会像这样（中线），因为两侧有砝码。——为什么？——因为是两个而不是一个。——如果我们再添加呢？——直到这里（相同的方向，更远）。”问题 5（在 *P*3+3，在其他位置+2 和+1）：“火柴会到这里（*P*3）因为有更多的砝码。”

Tho（7；0） 问题 3：“火柴会朝这边运动一点（*P*1 ＝笔直），因为有两个（砝码），会拉动，让两条绳子前移（*F*2 和 *F*3）。——如果我们在（*P*2）和（*P*3）加一个重物”（问题 4）：“这两条绳子（*F*2 和 *F*3）会拉动，所以会前移一点（*F*1 被朝着平板的中心拉动：正中间）。——火柴呢？——也向前（中线）。——为了让火柴返回到中间要做什么？——再在这里（*P*1）加（一个砝码），因为我们把三个都放上，火柴会在中间。”问题 5：“朝这边一点（待定）。——是哪里？——这里一点或者那里一点（在最重的砝码周围，但是是向一边或者另一边）。”

Bar（8；10） 问题 3：“朝这个方向移动一点点（笔直的），因为更重。——

那么（在 P1 和 P3+1：问题 4）？——我认为火柴会像这样移动（中线）。——为什么？——因为两个砝码是一样的。”他正确地指出了两条线 F1 和 F3 的方向，以及 F2 的延长。问题 5（+1，+2，+3）：他指出两条绳子的中线与+2 和+3 相符，实验之后他说“这个砝码（+2）比那个轻（+3），但也会拉动。”但对于在 P1+4，P2+2，P1+1，他预言朝向 P1 的方向，“因为更重”，好像 P2 和 P1 不起作用。

Dor（9；3）问题 3：“仍会拉紧绳子，之后它们从这边转弯。——火柴呢？——火柴会来这里（正中的）。——如果我在（在 P1 和 P3 加 1：问题 4）？——像这样（中线）。——为什么？——因为会拉动绳子（F2）向下移动。——但为什么会这样？——因为（F2）拉紧（F3），（F3）拉紧（F1）。”Dor 明白相互性，但是对于问题 5，他预言的方向是最重的砝码的方向。“其他的做什么呢？——它们会试着拉紧火柴。——P1（+1，而在 P2+3，P3+1）做什么呢？——它试着拉紧火柴。——P3 呢？——它轻，它试着拉紧，但是作用小。”

Pro（10；3）问题 3：笔直的“因为砝码越多，压力越大”。问题 4：“绳子会被拉紧而变得笔直（在两个砝码之间），火柴会在这里（中线）。——为什么？——因为在（P2）和（P3）会有砝码，在（P1）砝码较少。——但是（P1）也拉动？——一点点，会让火柴保持稳定。”但尽管有这些论证，问题 5 会再次导致短暂的连续：在 P1+3，在 P2+2，在 P3+4“火柴会朝（P4）移动一点，而不是这里（P1 和 P3 之间）。——怎样？——火柴先从（P3）前移，再向这里一点。”

Dra（10；9）问题 4：立刻解决“因为是两个滑轮中央到平板边缘”，所以是中线。对于问题 5，同样的解决方法（+2 和+3 的中线），之后“不对，火柴会像这样过来，从这边（笔直的：+3），不对，火柴会位于中间（平板的），因为 3+3 = +1+2。——你看（演示）。——不对，火柴不会完全移动到中央。——为什么？——因为这两个砝码（+2 和+3）比这个砝码（+1）更多。——这些重物起什么作用呢？它们拉动吗？——这两个（+2 和+3）是的。——另一个呢（+1）？——它被拉动。”

我们看到，对于问题 3 儿童可以立刻得出答案。从 8 岁的孩子开始，这个答案由砝码的等量来论证，在 Dor 看来，是由它们之间暂时性的相互作用来论证。但是，只要我们对同一个被试提问，当三个力不相等时会怎样。我们会重新看到关于重量的前运算观念之间的巨大差异，这些观念在阶段ⅡA 适用于问题 2，并且在这一阶段，在问题 3 的答案中被排除。例如 Pro，在 10 岁时，使用了时间相继性的策略，最重的砝码先运动，之后是第二重的砝码运动。Dra，同样是 10 岁，否定“拉动”和“被拉动”之间的相互性，如同我们在第四章中所见到的呈垂直状态的三个砝码。Bar 和其他很多被试都预测问题 3 的中线位置是源于相等性，这样的预测是有道理的。当有三个砝码时，或者好像仍然涉及中位线，又或者好像只有最重的砝码把火柴拉向

自己：在第一种情况下，一个砝码不被认为能够拉动；在第二种情况下，两个砝码都被认为是在做无效运动。简而言之，为了重新看到不可见拉动下的砝码的非运动性，拉动的非相互性，甚至是在不同作用下的运动的时间相继性等这些观念，即同时性向历时性的倒退，只需要从两个相等的砝码过渡到三个不相等的砝码。

§5. 阶段Ⅲ（11—12岁）以及结论

关于三个不相等砝码的问题5依据先前的原则被解决了：

Myr（11；4） 问题4："火柴会来这里（中线），因为两个加倍的重物。——所以呢？——因为它们下降，所以返回"，等等。问题5：在P1+1，P2+3，P3+2，"那会这样？——（在P3旁边），不再是这样（在P2附近，在P2和P3之间两次）。——为什么？——因为那里（P2）没有砝码，所以向后拉动。——如果我们在各处放上3个重物呢？——它会还在中间，因为每一边的砝码相等，所以不会移动。——它们会对火柴起什么作用？——拉动火柴。——这个时候（静止）它（P3）拉动？——是的，另外两个也拉动。它们保持在原位。"

Wen（12；0） 问题2："它们用同样的力拉动所有，所以火柴必须留在原位。"问题3："我看了这里（在增加的两个砝码中间），并且把这部分分成了两部分；火柴总是接近中间（中位线），中部有更多的砝码（=两边最大的牵引力）。"问题5（在P1+3，P2+1，P3+2）："火柴会这样移动（在P1和P3之间，但靠近P1），因为那里有最多的砝码。——不在中间？——不。——你看（演示）。——是的。——砝码起什么作用？——它们引导火柴，它们拉动和制动：这里（P1）拉动，这里（P2）制动，这里（P3）制动且拉动。——P1不制动吗？——不。——什么？——另外两个。——所有都制动和拉动？——是的。"

Zan（13；5） 问题2（我们向P2方向拉动火柴）："火柴重新回到中间，因为（P1）在那里拉动，（P3）也是。""如果我们把火柴放在这里呢（面向P3），这个砝码会拉动。当它们找到对称轴时，它们会停止拉动，因为火柴在中间。"问题4："这个拉动这儿，那个拉动那儿，它们用的力和速度是相同的。"因为是朝中线方向。问题5（在P2+4，P3+2，P1+1）："（P2）会从它所在的一侧拉动，（P3）也会，（P1）几乎不会"，所以位置会靠近P2。

在看到如此明白的答案时，令我们惊讶的是，一直要到11—12岁，孩子才能在问题4中获得基本的形式的和质性的认识，71%的8—9岁的被试和一定数量先前的被试会发现中位线原理。需要我们实验的结论性问题是通过找出阶段Ⅲ与前两个阶段的关系来解释做这项测评的意义。

因果性发展的首要问题可能是力的方向问题和方向的构成，阶段Ⅲ的实验结果

证实了这一点，因为只有通过最后的力的合成问题，被试才理解了装置，包括最初的平衡状态。

运动构成的最简单方式是在移动物体的直线构成，该移动物体会推动另一个物体呈直线运动或者向相反方向拉动它：从 5 岁半开始，我们也会发现能够明白在球的推动力和处于被动的球的阻力中重量的作用。在问题 3 中，情况则有所不同，因为只是部分装置呈直线（增加的砝码呈直线拉动火柴，而在之前抵抗它们和火柴构成的角的两侧顶端的砝码的阻力）：因此，在阶段Ⅰ（5 岁），被试对火柴将要朝向的方向不确定，砝码有可能会拉动、拉住、拖动或推开（火柴）。那么只有在阶段ⅡA 中，增加的砝码产生的拉动是类似于直线构成的。

从可见的同一点分离的两个相等砝码的构成问题出现了，如同问题 4 中所呈现的，特殊的力的平行四边形的质性构成情况。就算在同一个方向拉动它们，而不考虑强度，我们也认为他的发现会更晚：所以，8 岁的儿童和早熟的 5 岁半到 6－7 岁的儿童，我们会发现同上一个问题的解决方法十分接近的解决方法（仅添加一个砝码的效果）。为什么会存在这种相对的便利？——仅仅是因为立刻理解了一个砝码的运动，两个分离砝码的运动类似于反向力的抵消形成的对称（在加入运算性相互作用前，已经存在运算前的对称，感知—运动性的，以及直观的等）。实际上，答不出问题 4 的阶段ⅡA 的被试，很少能够答出火柴只会朝向两个相等的砝码中间的方向运动：有人认为它是从一个方向运动到另一个方向（Jos），大部分的被试则认为火柴会留在原位，像一个小女孩左右两侧被同样力的男生拉动一样（Cor）。换句话说，阶段ⅡA 的儿童差不多已经解决了这个问题（其中欠缺的重要一步却有非常重要的意义），他们解释了直线性的构成，就好像两个砝码和火柴构成了一条直线，而忽视了构成的角度。从阶段ⅡA 到阶段ⅡB 的过程在于取代中点的中位线，也是从角度或类似直线到绝对直线：这与我们对一个球撞击另一个时会轻轻敲打一点而不是猛烈的撞击的预测的差别几乎相同。

但尽管在阶段ⅡB 和ⅡA 中实现了建构性的一般化，我们发现被试能够解决问题 4，而关于力的方向，只要涉及强度（不等的三个砝码），他们会重新表明出非构成的前运算姿态：只要运动停止了，力就会消失；砝码运动之间或拉动和退回之间相互作用的缺失；以及，甚至是所有构成中必要的同时性取代了时间相继性。那么怎么解释问题 5 的解决方法，即带有强度的力的平行四边形法则比单方向的构成强烈得多，因为只有 33% 的 10－12 岁的被试能够回答这个问题（相比于 71% 8－9 岁的被试能够回答问题 4）？

只要没有对称（具体运算阶段唯一的收获，是在问题 4 中，儿童形成了两个相等力的基本呈直线构成），我们便处于一个崭新的情况中：需要构成的力既要被当做每一个都是单独的也要被看作是同时性的（否则我们不能发现合力）而不是相继性的（否则构成本身是不可能的）。换句话说，构成问题与运动问题或潜在的动作十分

接近，是独立的，因为这种构成形成了一种平衡的状态，这解释了为什么只有形式运算阶段的被试才能理解这个问题。

这正是我们为了测试阶段Ⅲ的反应而进行的观察。例如，被试 Zan 说，“当砝码找到轴线，它们就会停止”：这个惊人的形式化的（思考）不再是针对客体的操作，也不是实际的肌肉动作；它指的是围绕平衡状态的彼此转换，在静止时，它们是潜在的动作。在转换和状态之间存在同质性，状态中因此包含于转换中同样多的动力性过程。因此，Myr 承认，在静止状态，砝码既拉动又制动，不论重量大小。总而言之，因果性涉及永久性的相互作用，以及大大超过在阶段ⅡB 中被试从直线构成中得出的相互作用。方向和强度的构成需要这样一个系统的存在，甚至是在阶段Ⅲ中 11－13 岁的几个被试所涉及的简单形式下也是如此。

第六章　圆形表面上力的分解[①]

对于该问题，力的组成的诸多研究部分地（且有意地）与之相似，但是即便如此，不同研究也因问题提出所使用的方法特别是使用的材料的不同而存在差异。然而，这一点又是非常必要的，因为如果不对变量做出改变，我们可能永远不会知道形象性装置在主体的研究活动成功与否中所起到的作用。因此，第五章研究了方形水平板上力的组成，而本章则在部分相同的问题基础上，改变实验装置，使用圆形表面（圆形表面的四周装有轨道与可移动的滑轮，以悬挂砝码）：然而，还没有什么可以证明我们的小被试们根据形象对称性所做出的平衡预测在方形表面或圆形表面上是否相同，也无法证明两个力的合力与第三个力平衡时，所预测的两个力之间的角度在两种装置下是否具有相同的价值：如果两种装置的结论一致，那么这将是一个对（前一个实验）结论的印证；但如果结论不一致，将引出有关可能差异的新问题。

§1.　方法与主要结论

准备一个直径 40 厘米的木质圆形平板，边缘上配有轨道，三个可移动的滑轮能在轨道上滑动。在圆形中央有一个金属圆环，金属圆环上固定了几根可以在滑轮下悬挂砝码的尼龙绳。在预测阶段，圆环被一个通过垂直穿过圆形木板的插销固定住，在验证阶段，我们拿掉插销，圆环由此根据砝码的组合而发生移动或停留在原位置。砝码由 50 或 100 克的圆柱组成，砝码上设有挂钩，它们可以相互串联或挂在细绳上。

问题涉及力的大小和方向：

问题 I ——儿童面对一个已经挂好的、以一个砝码形式而存在的固定的力 $F1$，我们给他展示第二根细绳和所有砝码，问他应该做些什么才能在移除固定住圆环的插销后，圆环保持不动。这里同时涉及相反的力的方向与大小。

---

① 与莫妮克·肖莱－勒韦尔（Monique Chollet-Levert）合著。

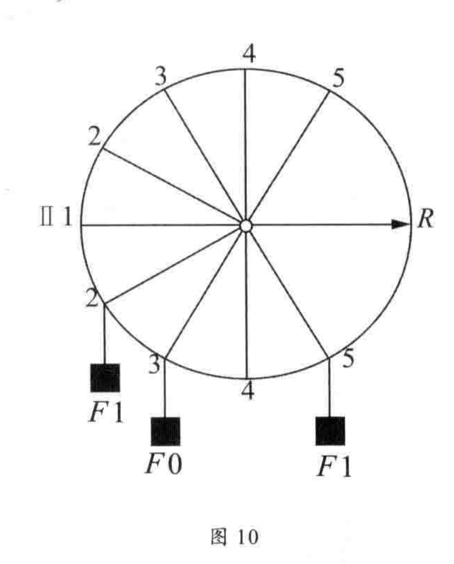


图 10

问题Ⅱ——已给出合力 R 的反作用力[①] 的方向，在以下情况中找到力的大小：

问题Ⅱ1 ——与合力 R 相对，$F1$ 和 $F2$ 分别挂在一条细线上，但两条细线相邻且平行，(90) 悬挂两个砝码与 $3+3$ 相等。所以合力在 $R=2F=6$ 的条件下，整个装置保持平衡。

问题Ⅱ2 ——砝码 $F1$ 和 $F2$ 重量依旧相等（均为 3），但两个砝码的牵引线分别与 R 的反方向延长线分开约 45°，R 的大小为 4。

问题Ⅱ3 － 5 ——相同装置下，两个砝码牵引线分开 60°（问题Ⅱ3：所以 $R=F1=F2=3$）、90°（问题Ⅱ4）和 120°（问题Ⅱ5）（如图）。

在每种情况下，我们提出以下问题：

a）当我们移除固定圆环的插销时，圆环会维持在木板中心吗？为什么？在实验验证后，我们询问 b）我们怎么做可以在移除中心插销后令圆环保持不动；随后，验证，为什么圆环移动或静止。

我们知道在所有情况下，R 的大小都与 $F1$ 和 $F2$ 在其反方向延长线上的投影之和相等：例如问题Ⅱ4，这个投影之和为 0，那么圆环只有在 $R=0$ 情况下保持不动。

问题Ⅲ ——砝码 $F1$ 和 $F2$ 的位置固定（分别置于 60° 和 90°），但其重量不相等，通过让圆环保持位置不变而寻找合力 R 的方向。

重量分别为（问题Ⅲ1）$F1=F2$;（问题Ⅲ2）$F1>F2$; 及（问题Ⅲ3）$F1<F2$。

我们发现，在问题Ⅱ中，儿童寻找合力（R）的大小取决于砝码 $F1$ 和 $F2$ 的方向，而在问题Ⅲ中，寻找合力的方向取决于砝码 $F1$ 和 $F2$ 的大小，相等或不等。但是，

---

① 合力为 R，用 R' 表示与它的反作用力。为了简化问题，我们在简单合力 R 的基础上，将其反作用力如此标记。

物理学上，这涉及同样问题，因为回答问题Ⅲ需要寻找 $F1$ 和 $F2$ 组成的平行四边形的对角线的方向，而问题 3 涉及的平行四边形是一个菱形（问题Ⅱ1 和问题Ⅱ4 中的对角线是不存在），问题的答案同样回到了判别从木板中心出发的对角线上（该对角线与 $F1$ 和 $F2$ 在其方向上投影之和相等）。

可是，尽管我们研究的问题在物理或逻辑 - 数学上是相同的，它们在形象或直觉形式上所呈现的方式是不同的。在问题Ⅲ中，5—12 岁的被试对力的平行四边形没有任何概念，他们能够做的是通过砝码的不等量来进行判断，不相等的砝码对应着对角线方向的改变，或至少对应着 $F1$ 与 $F2$ 方向组成的半对角线（semi-diagonale）并与其重合，以及始终是远离角平分线的。在问题Ⅱ中，并没有什么因素去引导被试考虑到方向固定的对角线或角平分线，被试只能用他们自己的方式来解释 $F1$ 和 $F2$ 的方向改变造成了合力 R 的变化。因此，两类问题间的直觉或形象关系很少。于是，我们需要检验的问题是儿童回答问题的变化是否遵循某种内部逻辑（因为事实上这里涉及的变换结构是相同的），或者外部变化的多个因素会导致儿童答案的变化。

事实上，尽管在方向问题上有些许的提前（见第 7 节末尾），我们仍然观察到两种相对平行的变化。在力的大小问题上，阶段Ⅰ会持续到约 7 岁，儿童对包括问题Ⅱ1 内的所有回答都是失败的，力的加法是错误的（即便问题Ⅰ有关基本的反作用力比较简单，但有时仍因为方向而导致回答错误）。在阶段Ⅱ（7—10 岁），被试有关问题Ⅱ1 的答案是正确的，但是问题Ⅱ2—Ⅱ5 是错误的，他们不能理解为什么方向不同的力（在注意到角度差异以后）不能在数量上相加。阶段Ⅲ对应 10—12 岁的儿童，这时被试可以结合力的方向与大小而答对问题。在简单的方向问题上，阶段Ⅰ的被试不能正确回答问题Ⅲ1 中 $F1=F2$ 的情况，不论合力如何，不仅仅是角平分线的情况。阶段Ⅰ（个别例子从 6 岁起，但普遍从 7 岁起）被试能答对问题Ⅲ1，但答错问题Ⅲ2—3，从阶段Ⅲ10—12 岁起，被试则可以答对所有问题。因此，除了在阶段Ⅱ初期有少量差异、阶段Ⅲ更少量的差异外，问题 2 和问题 3 的两类回答有相当显著的一致性。

§2.　阶段Ⅰ：力的大小问题

以下有几个例子，我们从两个仅涉及引论问题Ⅰ的例子开始（简单的反作用力）[①]：

Van（5；5）对于方向相反的两根细线 $F1$ 与 $F2$，$F1=3$："需要在这（$F2$）放多少砝码能保持静止？——3 或 4。——放 4 个砝码的话圆环会保持在中央吗？——不知道，嗯，不会保持。——会掉在哪？——这里（$F1$ 即 3 个砝码那

① 对于问题 1，我们将要求儿童所放置的与 $F1$ 相反的力称为 $F2$。

边）。——（尝试。）——为什么掉在那边？——不知道。——如果我们放 5 个砝码呢？——不知道。——（放 3 个砝码）？——会掉到那边（*F*2，我们刚刚放置砝码的那边）。——看：圆环静止。为什么会这样？——不知道。”

Ema（5；4） 问题Ⅰ：*F*1 上悬挂 3 个砝码，一根细线朝前：“如果你将砝码放在这里（1 个在 *F*2），圆环会静止吗？——会。——看。它去哪了？——这里（*F*1 一侧）。——如果我把这 4 个砝码放上去，它会保持不动吗？——会。——看（向 *F*2 一侧移动）。为什么会这样呢？——因为细线。——如果我把这 3 个砝码放上去，它会保持不动吗？——不会。——看。为什么它停在中央？——不知道。——如果我把 4 个砝码放在这边（*F*1），把 3 个砝码放在那边（*F*2），它会保持不动吗？——会。——看。为什么动了？——不知道。”

Liv（6；1） 问题Ⅰ：她将 6 个砝码放在 *F*2，而 *F*1 侧只放 3 个砝码，没有考虑到力的方向，然后经过反复试验，最终在 *F*2 放了 3 个砝码，方向与 *F*1 相对。

问题Ⅱ1（$F1 = F2 = 3$）：立即将滑轮放在对面，但在 *R* 上放 3 个砝码。试验：“(圆环）没有停在中央，因为这两条细线太紧了：这边更重。——那该怎么办？——在这边再放两个砝码（$R = 5$）使这边更重。——你确定吗？——(最终放了 6 个，试验成功)。”——(问题Ⅱ2)：“我觉得它会待在中央因为 3 加 3 等于 6。——（尝试。）——因为之前它们离得近，现在它们分开了。——这又会怎样？——它没怎么帮忙拉圆环。(移除 1 个砝码，又移除 1 个：成功)。”[①] 问题Ⅱ3：相同的反应。问题Ⅱ4：放了 3 个砝码，3 个砝码和 3 个砝码，然后经过试验移除 1 个砝码，又移除 1 个砝码，然后“那我们放零个，使得这儿的重量为零，因为这两个（*F*）在中央”。问题Ⅱ5：“它会去那边（*R*）。——然后？——（她自发地将砝码放在 *R* 对面，没有检验）。”

Lil（6；3） 问题Ⅰ（与 $F1 = 3$ 方向相反的力）：“不会停在那，没有任何东西拉住它（于是她将 *F*2 的细线不是放在 *F*1 正对面，而是成 150° 的地方），必须要放些砝码（放了 4 个砝码）。——为什么放 4 个？——不，这太重了：2，不，3，要让这两个一样才能停在那。——(尝试。)——嗯！它去了这边（*F*1 一侧）。——要在这边放两个（*F*2 一侧），我不知道。——（尝试。）——它总是去这边（*F*1 一侧，于是她改变了细线的方向）：两个必须在同样的位置（即相反）像这样在一条线上。”

问题Ⅱ1，$F1 = F2 = 3$ 个砝码（细线平行且相邻）：她在 *F*1*F*2 对面将 3 个砝码放在滑轮上。“为什么放 3 个？——因为之前在直线上放了 3 个它就停在中

---

① 我们在一个半月后对 Liv 重新进行实验。对于问题Ⅱ1，她犹豫了很长时间，然后放了 6 个砝码“因为 3 加 3 等于 6”。然而，对于问题Ⅱ2，她没有预料到平衡“因为这边不是很紧，这里（*R*）一边就有 6 个砝码，而那边（*F*1 和 *F*2）分别有 3 个砝码”：她提前预估到 $F1 = F2 = R = 3$ 下的平衡。对于力的方向的问题（见第 5 节中 Liv 部分），她还是只能在问题Ⅲ1 给出正确答案。而问题Ⅲ2，她指出了角平分线的反方向，后来指出 *F*1 的反方向，错过了正确的位置，也没有在那里停下来。

央。——（尝试。）——因为这边（$F1F2$）砝码更多了。必须要放6个砝码。——（问题Ⅱ2）：如果我把中心插销拿走，圆环会去哪儿？——这边（$F2$）。——（尝试。）——（她从R上移除3个砝码，于是$R = F1 = F2$，试验。）——应该在这边放4个（在R上，试验：成功）。——为什么能保持不动？——不知道。——（问题Ⅱ3）：圆环去哪儿（$F1 = F2 = 3$，$R = 4$）？——这边（R）因为这边更多。——要做什么呢？——（将$F1 = F2 = R1$，试验并反复尝试：放弃。）——（问题Ⅱ4：垂直的R）。圆环去哪儿？——这边（R）因为线（$F1F2$）是直的。——（试验并反复尝试直至$R = 1$。）——马上就可以了！——（我们建议$R = 0$。）为什么现在能保持不动？——因为之前线是直的而另一条细线（R）不在这条线上。”

Cat（6；6）问题Ⅰ：她认为需要3根线来拉住$F1$，将100g砝码放在$F1$（$=100g$）90°和180°位置，但她一放在那就预料到圆环会掉下来；于是她增加了第四条线（四条线呈十字状），观察装置保持不动“因为这边不再重了”。经过三观察，她得出结论：“和之前一样重。”当我们只用两根细绳时，她可以很好地预料到直线上$F1 = F2$下的平衡，以及当$F2$不在$F1$延长线上或$F2 \gtrless F1$时圆环会下落。我们进展到问题Ⅱ1，$F1$和$F2$上有3个砝码（相连接）：她放了5个砝码：“为什么？——因为这里比其他重：每边有三个砝码，如果把所有的砝码放在另一边（R），要放6个。——那你想放几个砝码？——5个。——看。——（尝试。）——因为这两个（$F1+F2 = 3+3$）在一块儿，于是它们拉得更多，而那边（$R = 5$）只有一个，因此它拉得少。——那要怎么做呢？——往这边放更多（她在R上放了10个砝码）。——圆环会待在中央吗？——不会，因为小插销有点倾斜（=她看到固定圆环的中心插销在$R = 10$的作用下有些倾斜）。——那么该怎么做呢？——（她拿掉2个砝码，R上还剩8个砝码。）——你放了几个砝码啊？——8个。——那这边呢？——6个。——圆环会保持在中央吗？——会，因为这边和那边一样，能相同地拉。——（尝试。）——这边比那边更重（在R上放6个砝码）。——（问题Ⅱ2：3和3呈45°）？——它会待在中央。啊，不！（她在R上放了3个砝码，与$F1$和$F2$相同。）——（尝试。）——它去了那边（R相反方向）。我想重新放（在R上放了4个砝码，观察到平衡）。——如果放5个砝码会怎样？——会去那边（R）。——（问题Ⅱ3：$F1 = F2 = 3$且$R = 4$）？——它会去那边（R）：如果松开这边更重而那边（R对面）什么都没有（所以她认为$F1$和$F2$的合力为零！）——它会去那边（R所在方向）因为那边更重，而这里和这里（$F1$和$F2$）更轻。——该怎么做呢？——取下砝码，全部……不，2个。——为什么不是全部砝码呢？——因为让这边是零的话圆环会去那边（$F1$、$F2$一侧）。那边（$F1$和$F2$）会下降，圆环会去那边，但如果我（在B）上放2个砝码，圆环会待在中央。——（问题Ⅱ4：$F1F2 = 3 = R$的垂直线上）？——它会这么走（靠近R）因为对面什么都没有。——（R上全部取下，自发地。）——可这边（$F1$和

*F*2）重吗？——但是它会待在中央因为两个同样重，所以会待在中央。——（问题Ⅱ5）？——（她先在 *R* 上加了 1 个砝码。）——不，零。——（尝试。）——总是去那边。（*R* 一侧，她将滑轮移到另一侧。）因为它要在中央。"

Mar（6；5） 问题Ⅰ：他预料到 *F*1 = *F*2 力的大小相等情况下的平衡，但没有考虑到力的方向（相差 150° 而非 180°），然后他发现在"它们在一条直线"的时候保持不动，但不能说出为什么以及 *F*1 = *F*2。问题Ⅱ1：同样他一开始没有想到方向问题，然后当他将 *R* 放在 *F*1 + *F*2 对面，他在每条绳上放了 3 个砝码："砝码是怎样的？——这边（*F*1 *F*2 = 6 而 *R* = 3）更重。——圆环去哪里？——不知道。"他不能找到，向他提议 6 = 6。——"为什么保持不动？——因为刚才有重的砝码和一般重的。——多少呢？——（他做了一些计算，直到明白了 3 + 3 = 6 的相等性。）——有 6 个砝码，这里是 6 个。"

Lov（7；9） 即便他的年龄更大（而她在方向问题处于阶段Ⅱ，见 §5），他反复试验了几次才发现问题Ⅰ中相等且方向相反的砝码。对于问题Ⅱ1，他想"那边（*R*）更多砝码使圆环留在中央"，但他放了 4 个砝码而 *F*1+*F*2 共 6 个砝码。观察："因为那边有 6 个，这边有 4 个。"问题Ⅱ2，他留了 6 个砝码，看着圆环向 *R* 移动，他放了 3 个砝码"使得每边都有一样的东西"，因为 *F*1 和 *F*2 各有 3 个砝码，等等。

Rap（7；0） 同样是 7 岁，也没能在问题Ⅰ中把两个相等的砝码放置在相反的方向（最终放在约 130°）："我认为会保持不动，因为它在拉两条细线。"随后因为 *F*1 上放置的 3 个砝码"可能是 3 个" *F*′，但最终放了 2 个砝码："我觉得就这样吧（所以 *F*′ = 2）。那边有 3 个砝码，对，我觉得这是对的。——（尝试。）——因为它们不够重"，等等。

在问题Ⅰ和问题Ⅱ1 中，我们观察到了显著的效应。对于阶段Ⅰ，我们可以认为自 4—5 岁起，或者更早一点，被试已经有能力预料到，想要让一个固体保持不动，只要在它对面放一个相同的重量就可以了。（有的被试能够）超出之前列表的规则，以及能够预测可能的中间点，这些反应都是早熟的表现，可能是因为这些被试有过玩跷跷板的经验。但在一些特殊的例子中，在圆形平面上，*F*1 和 *F*2 被细线拉拽（无论在任何方向上），我们发现直到将近 7 岁（可以参见 §4 中 Béa 的例子，他处于的中间阶段），被试都没有表现出在方向、甚至有时是砝码重量上稳定地遵循了相等性法则。

对于问题Ⅱ1 的回答，一方面，见证了力的相等的非必要性。虽然 Liv 从相等性观点出发（*R* 上放了 3 个砝码，像其他力 *F* 一样），但他认为这是错的，随后对应 6 个砝码放了 5 个砝码。Cat 也有相同的做法，对应 6 个砝码放了 5 个砝码后，改为 10 个，随后改为 8 个，最终放了 6 个砝码。Lil 放了 3 个砝码（对应 6 个砝码），因为在问题Ⅰ中，数字 3（对应了 3 个砝码）成功了。另一方面，被试的反应也显示出了力的

不可加。对 Liv 而言，两个“紧贴着”的砝码比一个相同质量的单独的砝码更重。对 Cat 而言，“两个在一起拉得更多”，“单独一个拉得更少”，因此导致了 10 ＝ 6，但是，她却很好地表达出 3 和 3 相加结果为 6。在我们向他展示 6 个砝码对着 6 个砝码的时候，Mar 认为砝码维持不动的原因是“有重的砝码、也有一般重的砝码”（在计算 6 加 6 之前），等等；然而，Cat（和其他被试一样）非常清楚 3 ＋ 3 ＝ 6，她明确地表达出：砝码的力的不可加不是一种数字上的不可加，而是因为在 3 个砝码上用一根细线再加 3 个砝码的两个动作和用单独一个细线拉 6 个砝码的动作并不等价，即便 3 ＋ 3 和 6 在彼此对应（通过圆环的同一条直径方向）。因此，对这一批被试而言，他们所面临的问题和第一章中的问题是相似的，一根长的细线牵引的砝码比短的细线所牵引的砝码重，等等：一个物体的重量不是恒定的，如果它的位置或动态状况被改变，这就不会有力的相加性，比如阶段Ⅱ（§3）的情况，与守恒的发端相关。

对于问题Ⅱ4，Cat 一下就解决了问题，其他被试也很快理解了问题。

§3.　阶段Ⅰ：力的方向问题

本节将涉及（力的）互反问题：两个力相互的方向呈 60°－90°，寻找它们合力的反作用力 R，与这两个力保持平衡：

Ema（5；4）　问题Ⅲ1（*F*1 ＝ *F*2 ＝ 3）：“如果我移除中心插销，圆环会去哪里？——它会待在中间。——为什么？——因为这有 3 个砝码（在 *F*1 及 *F*2 上，没有考虑到反作用力）。——（尝试。）——为什么它没有待在那？——……——（问题Ⅲ2：*F*1 ＞ *F*2）：它会停留在那里吗？——不会。——它去哪里？——（指向角平分线。）——看。——（尝试。）——这里。——为什么？——不知道。——（问题Ⅲ1：重复。）：圆环去哪儿？——这里（角平分线）。——或者是那边（*F*1）？——对。”

Van（5；5）　我们在 §2 看了他对反作用力的预测问题做出的反应，接下来是关于力的方向的预测问题。我们在 45° 一个位置上的两条细线上放 3 个砝码，“要在哪里放下才能使它不动？——这里（90°）。——会保持不动吗？——不知道。——那如果我在这条细线（*F*′）上什么都不放呢？——（圆环）会离开。——去哪儿？——（指向 *F*′ 的反方向。）——有可能从这边离开吗（130°）——不知道。——（在 *F* 和 *F*′ 各放 3 个砝码，两者呈 90°。）——会离开这里（两者之间）。——怎么会这样（一个与另一个相对）？——不知道。”问题Ⅲ1：“它会离开。——到哪里？——可能是这里（*F*1），因为那里有绳子拉着。——那这边呢（*F*2）？——我想它会去那边（角平分线）。——为什么？——不知道。有可能是这里（*F*1），也可能它（*F*2）过来，我不知道。”问题Ⅲ2（*F*1 ＝ 6，*F*2 ＝ 3）：

"它会去那边（大致在 $F1$ 的反方向）。——（尝试。）——为什么会这样呢？——因为这边（$F1$）更沉，所以到了这边。——我刚才没看清它怎么离开的，再重复一遍。——可能它会去那边（与 $F2$ 成 30°，与 $F1$ 或 $F1$ 反作用力无关）。也可能在这一侧（与 $F1$ 成 30°）。——更可能在哪一边？——我认为不会在这里（$F1$ 反方向）。——为什么？——只有一个地方。——哪里？——我不知道。——找一找。——这里某个地方（$F1$ 与 $F2$ 之间）因为细线在拉圆环。"但是无法进行进一步精确的回答。

Lil（6；3） 在问题Ⅲ1（$F1 = F2$），认为圆环会走向"这边（$F1$ 侧细线）。——为什么这边？——从这边（$F1$）过去。——那么想维持圆环在中心，应该拉哪里呢？——这里（角平分线）。——为什么？——因为这样才能维持不动。——你怎么知道的？——……——只需要拉这里还是这里（$F1$ 或 $F2$ 的反方向）？——对，还有这里（$F2$ 的反方向）。——哪一边更有可能？——那边（角平分线）因为那边更有可能维持不动（由此处于阶段Ⅱ的边界）。——（问题Ⅲ2：$F1 > F2$）：圆环去哪里？——这里（$F2$）因为那边（$F1$）更重，圆环会到这一边（$F2$），这边（$F2$）不重。——那么当这边不重的时候会怎么样？——圆环会去这边。在这边（$F1$）更重的时候，圆环去那边（$F2$），这边（$F2$）重的时候去那边（$F1$）。——为什么？——圆环来这里（$F2$）因为那边重（$F1$）。啊！它到那边（$F1$）因为那边小（$F2$）而这边大。真的啊！原来不是同样的长度：那边（$F1$）细线短而那边（$F2$）细线长。——（将 4 个砝码挂在 $F1$ 上，2 个砝码挂在 $F2$ 上）。——圆环去哪里？——这里（$F2$ 上侧）因为这边更重。——怎么做才能让圆环保持在中间？——（Lil 没有将 R 放在 $F1$ 和 $F2$ 之间，而是放在 $F2$ 靠上一点的位置。）——为什么是这里？——因为这里（$F2$）更重。不，应该放在这里（R 在 $F1$ 的反方向）。——为什么？——不，这里（平分线）。——会保持不动吗？——不知道。"

从力的方向上来看，阶段Ⅰ的被试并没有解答问题Ⅲ1（$F1 = F2$），因此我们最好先明确从哪一个回答开始考察，我们可以将其视为这一阶段的开始。然而，我们在 Ema（问题Ⅲ2）、Van（问题Ⅲ1）和 Lil 的例子中发现了这种趋势，他们足够早熟，根据 $F1$ 与 $F2$ 的角平分线，他们可以预测圆环的移动，甚至（Lil）有可能通过一个与角平分线方向相反的砝码，保持 $F1$ 和 $F2$ 固定不动。这看似是一个正确的回答，但是比阶段Ⅰ第一个问题（§2 中两个相反的力）更加引发我们的好奇，在问题Ⅲ2 中，Lil 既没有意识到砝码重量相同，也没有注意到力的方向，Lil 最初预测圆环会向 $F2$ 移动是因为（$F1$ 的）砝码"不重"。

因此，我们必须承认，在问题Ⅲ1 中儿童给出早于预期的正确回答是由于图形对称性（比如 5 岁起，儿童不再受"中心"法则的影响），而不是由于力的方向或大小的合成。在这种情况下，采用的标准应该是那些具有必然性的标准。在阶段Ⅰ，每

一个被试对角平分线或其反作用力的选择都是非必然性的：对于 Ema，圆环沿角平分线移动，但也可以向 $F1$ 方向移动；对于 Van，可选答案为 M，$F1$ 或 $F2$ “我不知道”；对于 Lil，对角平分线的偏好是因为“这样更可能保持不动”，但无法给出原因。在阶段Ⅱ，情况则正相反（以及 6 岁起的个别例子），被试认为除了角平分线的反方向以外没有其他的可能性，并给出了解释：圆环只能根据所选择的角度，向一侧或另一侧移动。

§4.　阶段Ⅱ：力的大小问题

（我们）首先了解几个例子，从一个中间阶段的例子开始：

Béa（7；0）　问题Ⅰ（$F1 = 3$）：“这里也要放 3 个砝码（$F2$，但考虑到方向）。”观察到试验失败后，她想要添加第三条细线，随后想要“（在 $F2$）增加一个砝码。——你确定这样圆环可以保持在中间不动吗？——不（她调整了方向）。我们可以放在这边，这样它就在正对面（迟疑随后尝试）。如果在那边（一边）圆环不能保持在中间，因为那边（$F1$）在拉着圆环移动。如果在对面，两边都不能向另一侧拉圆环。”问题Ⅱ1（$F1 = F2 = 3+3$ 相连）：“这里有 3 个砝码，这里有 3 个，这样加起来 6 个砝码（她将 6 个砝码放在 R 位置，但没有考虑到方向，尽管她刚刚回答了问题Ⅰ）。对（会好的），就好像有（在 $F1+F2$）一个挂着 6 个砝码的滑轮：我们可以移除（$F2$）的砝码，将它放在这里（$F1$）。如果再放一个砝码在这里（R 位置将有 7 个砝码），情况就不好了。”她将 R 推到 $F1+F2$ 对面，但在 $F1$ 的延长线上而非 $F2$ 的（尽管 $F1$ 与 $F2$ 平行且相近）。“这个不可以因为它在 $F1$ 正对面，$F1$ 有 3 个砝码，我（在 R）放 3 个砝码因为它在 $F1$ 对面，有 3 个砝码。——那这个呢（$F2$）？——但 $F2$ 并不是完全在对面（然而在 R 放了 6 个砝码）。——你为什么又放了 3 个砝码？——因为不放的话，这里不够。——（尝试。）——对的。”问题Ⅱ2（$F1 = F2 = 3$ 在 30°）：“圆环会去那边（R）。——为什么？——那边（$F1$）有 3 个砝码而那（$F2$）3 个砝码，那边有 6 个砝码，那边太多砝码了，所以圆环到这边。”（换句话说，正确的预测得到不可加的印证，而力的相加性在问题Ⅱ1 中基本得到正确的理解。）因此她从 R 取下 3 个砝码“从而使得它们相等，圆环保持在中间”。随后反复尝试直到 $R = 4$ 时，但对试验的成功非常震惊。问题Ⅱ3，相同的反应。

Fer（7；6）　对于问题Ⅰ，立即在反方向放相等的砝码“使得细绳是直的，圆环保持在中间”。问题Ⅱ1（$F1 = F2 = 3+3$），立即放 6 个砝码：“放 3 个砝码不对吗？——要在两侧放相等的砝码，不然圆环会到这边（$F1+F2$）。”——（问题Ⅱ2）：首先认为 $6 = 3+3$ 时保持不动，随后“这边（R），这边更重”（没有找到原因），并尝试 $R = 3$，经过反复试验后成功。（问题Ⅱ3）：他主动从 R 取下一个

砝码。（问题Ⅱ4 中 $F1 = F2 = R = 3$）："圆环将保持不动因为对面有两个"（一个与另一个：$F1$ 与 $F2$）。当他观察到圆环向 R 移动，他首先推测 $F1$ 与 $F2$"没有完全在直线上"，他将它们排成直线："不，这里（R）要变得更重。"他从 R 取下几个砝码，最终 $R = 0$。问题Ⅱ5：他首先在 R 上放一个砝码，经观察后，将砝码放在反方向。

Dan（7；7） 问题Ⅰ："我把这个（细线）放在（$F1$）对面，然后我拿 3 个砝码（正确）。——为什么在对面？——不然圆环慢慢移到那边。——那为什么放 3 个砝码？——必须有相等的砝码。"问题Ⅱ1：他立即在 R 放了 6 个砝码"因为这里（$F1+F2$）3 加 3 等于 6"。问题Ⅱ2：他起初希望分开 $F1$ 与 $F2$"因为那里（$F1R$ 和 $F2R$ 角度）比那里（$F1F2$ 角度）分开的角度更大。——那会怎样呢？——啊不，这样依旧可以，因为这两个（$F1F2$）各在一侧，圆环保持在中间。——（尝试。）——但是……（R）有更多砝码！这边比那边两个更重！要把两边都放 6 个砝码或者都放 3 个砝码。——（再次尝试。）——啊！我明白了。因为这边（$F1F2$ 角度）角度小一些而那边（$F1R$ 和 $F2R$ 角度）角度大一些，（他在 R 上放了 4 个砝码，在 $F1$ 和 $F2$ 上各放 3 个砝码：尝试。）这下好了。——（问题Ⅱ3。）——需要移走一个砝码：像这样，这有 3 加 3 加 3（几经犹豫后成功）。——（问题Ⅱ4。）——我知道要做些什么：移走（R）全部砝码。——（尝试成功。问题Ⅱ5）？——圆环会往这边移动（正确）。我想将这个滑轮放在对面（成功）"。

Fra（7，11） 问题Ⅰ：他在对面放了相等的砝码。"为什么不放在这里（偏离）？——因为那样放圆环会过去，要让两边竖直从而使圆环保持在中间。——（问题Ⅱ1）？——要在这边放和对面两个相等的砝码，那边是 6 个砝码。圆环停留在中间（砝码相等的情况下）。——（尝试。）——我也不知道（他调整 R 仿佛它没有完全处于正中间，随后移走 2 个砝码：成功）。——（问题Ⅱ3）？——圆环会去那边（R）因为它们比之前分开的角度更大。——这样有什么结果呢？——这边（从一侧）拉圆环因为它们是分开的（他又从 R 移走一个砝码：成功）。——（问题Ⅱ4）？——要增加第 4 条细线或者这里再移走一个砝码（R：他移走一个砝码随后移走全部砝码）。圆环会保持不动应为这边（$F1$）和那边（$F2$）有相等的砝码并且它们是在一条直线的。——（问题Ⅱ5。）——圆环去那边（R）。我完全不知道。啊！可以把它放在一侧（R 反方向）。"

Pas（8；0） 问题Ⅰ：相等的砝码并且"在对面相同位置"。问题Ⅱ1："要放 6 个砝码，和这边（$F1$ 和 $F2$）一样。——为什么？——因为这边（$F1$ 和 $F2$）相当于一条细线挂了 6 个砝码！——（问题Ⅱ2。）——（同上。）——因为总需要相等的砝码。——（尝试。）——这边（R）更重，那边（$F1$ 和 $F2$）分开了，使得细线减少（=砝码减少），那边轻一些。——（尝试直至成功。）——

（问题Ⅱ3。）——圆环会下降到那边（R）因为更重一些（成功）。——（问题Ⅱ4）？——圆环会去那边（R，移走2个砝码）。——为什么是2个砝码？——不，要移走所有的，因为两边都在拉（F1在F2对面）。——（问题Ⅱ5）？——要在这边放一个砝码（立即指向R相反处）。"

Tho（8；2）问题Ⅰ：正确地判断出反方向相等重量的砝码。"为什么？——因为如果转过来的话不可以……（必须）要完全在一条直线。"但在问题Ⅱ1，他将R＝F1＋F2，"因为和那边是相等的砝码"，但他承认方向不太重要，只要令R在平板中部，与F1＋F2相反即可："如果超过（平面）中间的位置，将会拉动砝码，因为它们在同一侧。"问题Ⅱ2：他预测到平衡关系"因为总是有相等的砝码，只有每个力拉动彼此，这两个（F）才不会一起拉，而是保持在中间不动，因为它们在圆环的同一边，而那半边只有它（R）一个"。随后他预测到系统由于R而不平衡，继而又恢复平衡，最后令R＝F1＝F2（＝3）并且R＝F1＋F2。观察后，我们过渡到问题Ⅱ3，他将R上的砝码移走直至成功。对于问题Ⅱ4，他继续移走R上砝码，随后移走所有砝码"因为对面有两个砝码拉着，圆环停在中间：如果在这里（R）放一个砝码，（这一侧）将拉走圆环。"对于问题Ⅱ5，他预测到系统的平衡"因为两个砝码在（R）同一侧……啊，不，应该从滑轮（F1和F2）移走砝码。——我们不能通过其他方式令圆环不动？——没有别的方法，只能移走砝码"。

Tié（8；2）问题Ⅰ："相等的砝码且在一条直线。——（问题Ⅱ1。）——（预测平衡关系）因为它们到（R）的距离相同。——（尝试。）——那边（R）更重（他再次检验，回到阶段Ⅰ的力的不可加）。那边（R）更重因为有六个砝码，而那边（F1F2）有3加3个"。对于问题Ⅱ4，他只从R移走一个砝码，经过观测："这不正常，圆环应该停在中间。"

Fav（9；1）问题Ⅱ1："为了让它们保持平衡，必须在一条直线上。——那砝码呢？——（R）3个，不，要双倍6个，使得这边6个和那边6个相等。——那放3个砝码可以吗？——可能吧。——（他进行尝试。）——不，（这里重量少了）。——（问题Ⅱ2。）——（预测到系统不平衡）因为一侧有6个砝码，另一侧3＋3个砝码。"（尝试F1＝F2＝R＝3）："圆环来这边因为那边一条与另一条比这个（R）靠得更近。"移走R一个砝码。问题Ⅲ3：预测系统不平衡，再次移走一个砝码。问题Ⅲ4：预测系统不平衡，随后尝试一个一个移除R的砝码。问题Ⅲ5：预测系统不平衡"因为需要让（R相较于F）相对"。

Coi（9；6）问题Ⅱ1：将R＝F1＋F2并"在同一条线上"。问题Ⅱ2：预测系统平衡，随后预测系统不平衡，认为错误的方向（F1＋F2）更重，因为"两条细线分开，而那边只有一个"。尝试后："那边（F1F2）分开，并且那边突然拉动"。问题Ⅲ3：预测平衡，随后不平衡，方向正确"因为那边（R）砝码在一起，

而那边分别在两侧”。问题Ⅱ4：瞬间令 $R=0$：“保持和那边（$F1$ 和 $F2$）相同的砝码”。问题Ⅱ5：放到对面。

Cla（9；10）在力的方向上处于阶段Ⅱ（§5，但她的一个反应显现出阶段Ⅲ）力的大小上处于阶段Ⅲ（参见 §6）。

Ros（10；6） 问题Ⅱ1：将 $R=F1+F2$：“就好像一条线的一头有两个砝码。”问题Ⅱ2：预测系统平衡“因为两边有相等的砝码”，随后预测不平衡，但方向判断错误，想在 R 上增加一个砝码。尝试后移除 R 上一个砝码直至 $R=4$。问题Ⅲ3：立即预测系统不平衡，移除 R 上一个砝码：“三个部分相同。”问题Ⅱ4，同样的理解，最终使得 $R=0$。最后做出的概括处于阶段Ⅲ的临界点：“取决于滑轮的位置：不需要砝码相同，这并不重要，取决于滑轮放在哪里。”

Cel（12；0）在力的方向上达到阶段Ⅲ，力的大小上仍处于阶段Ⅱ。问题Ⅱ1：正确。问题Ⅱ2：“和之前一样：这边（$F1$ 和 $F2$）始终和那边（R）有相等的砝码。——（尝试）。——啊，应该减少砝码的，之前它们在一起，当它们分开时，重量减少。”问题Ⅱ4：想要在 R 上增加一个砝码，与问题Ⅱ5相同，经过多次反复尝试后，最终问题Ⅱ4使得 $R=0$，问题Ⅱ5翻转 R。

所有这些被试都立即解决了问题Ⅰ和问题Ⅱ1（除了 Béa 的中间阶段例子）：当 $F1$、$F2$ 重量相等，方向相反，且在一条直线上时，两个力可以使系统保持平衡。显而易见，问题Ⅱ2 中 $F1$ 与 $F2$ 分开角度时，他们无法将这里的力的相加性原则运用其中（阶段Ⅱ初期的力的相加性请参见第一章）。但是，我们的研究目的是发现如何解释这些与预测相反的现象，因此，力的分离是问题关键。在 Béa 和 Fer 的例子中，相较于阶段Ⅰ，出现了短暂的不可加，认为 6 比 3 + 3 大。Béa 和 Fer 说：“那边有 3 + 3 而那边有 6 个砝码，有很多砝码”，“(6) 更重。”同样，Tié 也在尝试后说 6 比 3 + 3“更重”。然而，Pas 在几次观察后认为 3 + 3 由于“分开”而“更轻”；Cel 同样认为“当它们分开时，重量减少”。因此，这就是有关角度的作用的直觉开端。一些被试在对问题Ⅱ2 做出平衡的预测后，在由于角度而产生不可加影响下，判断系统不平衡，但方向却是错误的：分开的力更重（Coi 和 Ros）。最终，发展最快的被试，如 Dan 自 7 岁 7 个月，可以解释与预期 $F1+F2=R$ 相反的现象，明确地认识到角度，而不仅仅认识到 $F1$ 与 $F2$ 的形态分离：$F1$ 与 $F2$ 更轻，因为 $F1R$ 或 $F2R$ 的角度比 $F1$ 与 $F2$ 之间的角度“更开”。同样，Tho 思考时也结合了力的不可加（“在一起”和“不在一起”）与圆盘两侧，表达出角度的概念。Fav 与 Dan 观点相同，认识到角度问题。但他们更多地是通过观察或对实验运作的理解（参见 Ros 的概括），而非出于对现象的解释。虽然如此，我们还是在一些被试那里发现了他们倾向于用“一起拉”、“拉动彼此”等概念替代空间上的相邻或分离（参考 8 岁整的 Tho），趋向于力的方向的分解。我们将在第八章 §3 继续讨论这一问题。

另一方面，一旦观察问题Ⅱ2 中的现象，被试可以将结论迁移到问题Ⅱ3，但在

问题Ⅱ4 中 $F1$ 与 $F2$ 相对时则无法做到。仅 Dan 和 Coi 两人立即预测出 $R=0$，这可能与对力的角度效应、至少是力的方向的初期理解相关。

总而言之，在我们所考察的这一阶段，被试在初始预测时严格遵守力的相加性原则，当现实与之相反时，我们观察到被试重新回到力的不可加，随着他们有关角度效应直觉的不断积累，最终得以印证，以细线“分离”、随后“分开”的形式。只有阶段Ⅱ初期，被试才隐约意识到角度效应，也就是说通过对现象或试验进展的观察，他们发现了这一项规律，但他们却无法像阶段Ⅲ的例子那样做出合理解释。还需要注意的是，(我们）在阶段Ⅱ所观察到的现象，有多少与其他研究中观察到的现象一致，即那些通过其他设备开展的研究，比如（第七章中）用橡皮筋来显示砝码的不平衡状态的研究。

§5. 阶段Ⅱ：力的方向问题

正如我们在第三章所看到的，在解释问题Ⅱ1（$F1=F2$ 且紧密排列）之前，也就是回答阶段Ⅱ力的大小问题之前，被试似乎可以解答问题Ⅲ1（$F1=F2$）。

Liv（6; 1）　问题Ⅲ1：“圆环去哪里？——像这样（角平分线）。——为什么？——这边（$F1$）和那边（$F2$）都在拉。——那怎么令它们保持不动呢？——（立即将砝码放到角平分线反方向。）——这样。这边（$F1$）、那边（$F2$）和那边（R）都在拉，圆环能维持在中间。”（问题Ⅲ2）：“圆环去哪里？——那边（$F1$）因为那边更重。——但（$F2$）不会妨碍吗？——不，不会妨碍的。——你确定吗？——确定。——你要拉住哪里使它们保持不动？——那边（$F2$ 的反方向）。这里，能帮助它（$F2$）。——为什么？——如果拿走这里的砝码（R 在 $F2$ 反方向），这里（$F1$）要拉住所有的。——那里更好呢？——可能是这边。（犹豫过后选择了大致在 $F1$ 对面的位置。）——总之，你将（砝码）放到这里的对面？——是的。——那另一边（$F2$）不会拉圆环吗？——不会，因为这里（$F1$）拉住的比那边多，那边（$F2+R$ 在 $F1$ 反方向）也拉。——（增大差值。）——这里（$F1$）在拉，因为更重。——那么需要拉住哪里使它们保持不动？——这里（$F2$ 对面）。那里能帮助拉圆环。——为什么？——（现在选择 $F1$ 对面。）——你确定吗？——确定（看起来如此！）。——（问题Ⅲ3。）——圆环去那边（$F2$）因为更重。——所以要怎么做？——（她在 $F1$ 对面放一个砝码。）——那边。那边能帮助它（$F1$）。——为什么？——这里（$F2$ 对面）也能起到很大帮助。——哪里帮助的更多？——这两个！”，等等。我们增大 $F2$，她将砝码放在 $F1$：“是的，我非常确定。”

Cat（6; 6）　问题Ⅲ1：“圆环会去那边（角平分线）因为如果松开装置，圆环

不能去那里（F1）或那里（F2）。——那为了使它们保持不动？——那边（平分线反方向）。——那这样（偏离）呢？——不，因为圆环会去那边。要拉住这里（R中间）。——（问题Ⅲ2）？——圆环会去那里（F1）因为它太重了。——怎么令它不动呢？”——这里（角平分线的反方向）。——“F1＞F2没影响吗？——没有。——（我们将F1增加至：9+3）？——圆环去这边（角平分线）。——你拉哪边？——那边（它的反方向）因为如果我拉那边（介于F1和M之间），会妨碍圆环。——怎么妨碍了？——（同一侧）有3个砝码。——那会怎样？——要把砝码放在这里（F1反方向）因为可以帮助它（F2）一些。”问题Ⅲ3：她将砝码放在F2对面“因为能帮助它（F1）”。同上。对于F2＝9且F1＝3：将砝码放在F2对面“可以帮助它（F1）将圆环拉倒中间”，随后选择角平分线，“因为可以帮助它（F2）一些（F2＝9！）”。

Mar（6；5） 问题Ⅲ1：立即选择角平分线，拒绝相反的建议。问题Ⅲ2（F1＝4且F2＝2）：“这里（F1）在拉圆环，因为这里的砝码更多。——应该把滑轮放在哪里？——（先放在F1附近，随后放在相反的位置。）——因为这里（F1）更重，要放在相同的地方（＝相同，随后相反！）——（问题Ⅲ3：F2＝4且F1＝2）：相同的反应（对F2）。”

以下几位被试在力的大小问题上已经进入阶段Ⅱ，首先是处于中间阶段的Béa的例子：

Béa（7；0） 问题Ⅲ1：预测圆环离开中央，将砝码放在相反位置因为F1和F2“不可以同时向两侧移动，需要两个圆环”。问题Ⅲ2：预测圆环向F1移动，将砝码放在角平分线的反方向，随后F1的反方向“因为这两个（F1和F2）有更多的砝码”。然而，对于问题Ⅲ3（F2＞F1），她将砝码放在F1对面“因为这个太小，另一个有很多砝码”，随后她将砝码放在角平分线的反方向，“这样更好，这里离两个都很近”（参考当我们扩大重量差时的情况：9和3）。

Fer（7；6） 问题Ⅲ1：选择角平分线“因为要让它与（不存在F反作用力时圆环移动的方向）成一条直线。否则不可以”。问题Ⅲ2：他将砝码放在F1对面（＞F2）“因为它会更多地拉圆环”。当增加F1重量，他给出相同反应“因为如果我把它放在这里（角平分线），这边（F1）拉圆环”。对于F2＞F1（问题Ⅲ3），相同反应：砝码在F2对面，否则“如果我把它放在这里（中央），圆环会去那边（F2）”。

Dan（7；7） 问题Ⅲ1：“只要拉住中间（＝与角平分线相反），否则圆环从一侧移动到另一侧。——但是为什么是中间？——为了让两边拉相同的东西。”（问题Ⅲ2）：首先选择F1的延长线（＞F2），随后修改：“不，往这边（F2）一点。”但这种正确的直觉（介于F1延长线与角平分线延长线之间）并没有延续至F1与F2质量差增大的情况变化下：“然而现在这边（F1）重了很多？——对，但这取

决于它们的重量（因此 R 上的力与 $F1+F2$ 的合力大小不相等）。”不过，对于问题Ⅲ3（$F2>F1$），他选择角平分线的反方向，随后增加 $F2$ 重量时，不断向 $F2$ 的反方向接近，因此显示被试处于阶段Ⅲ的边界。

Lov（7；9）问题Ⅲ1：“圆环去哪里？——那边（角平分线）因为这两个砝码相等。——要让它们维持不动呢？——（他正确地将砝码放在了 R 位置。）——如果我拉这边（F 的一侧）圆环会移动（所以要放在中线的反方向）。”——（问题Ⅲ2）：他预测到圆环离开 $F1$ 侧，将反作用力放在了 $F2$ 延长线上“使得这里（$F2$）保持在原位”。当我们增加 $F1$ 砝码，他将 R 放在 $F1$ 延长线“否则圆环会去这边（$F1$）或那边（$F2$），这样它能保持在（左侧）中央”。我们回到问题Ⅲ1：再次选择角平分线反方向。问题Ⅲ3：他选择 $F2$ 延长线（$>F1$），当我们增大 $F2$ 与 $F1$ 角度或增加 $F2$ 重量时，被试的选择不变：“那如果我们在这里（$F2$）放更多砝码呢？——我移动一点（向角平分线的反方向）。——如果这里非常非常重呢？——我拉住那里（$F2$ 对面）。”

Fra（7；11）问题Ⅲ1：“圆环去哪里？——那边（角平分线）。——不是往这边一点吗？——不，在中间。——那么为了让它保持不动？——这里（相反方向）。——为什么？——因为有 2 条细线所以要拉住这里。——（问题Ⅲ2。）——圆环去这里（向 $F1$）因为那里有更多的砝码。——那么为了让它保持不动？——（首先将滑轮放在角平分线相反方向随后放在 $F1$ 的反方向。）——如果增加砝码（$F1=9$ 且 $F2=3$）呢？——还是在这里（$F1$ 对面）。——那么（$F2$）会妨碍吗？——有点儿。——那么应该放在哪呢？——还是这里（$F1$ 对面）。——（问题Ⅲ3。）——（放在角平分线对面。）——砝码是怎样的？——4 个（$F2$）和 2 个（$F1$）。——有什么影响吗？——没有。——（增加 $F2$ 砝码。）——这里（$F2$ 对面）因为这里砝码更多，我放在对面。——$F1$ 会阻碍吗？——不会，会因为它也在拉圆环。不，如果（R）的砝码少两个，就好了（不改变方向）。”

Pas（8；0）问题Ⅲ1：“在中间。”问题Ⅲ2：$F1$ 对面，当增大 $F1$ 时，“要让它始终在对面。——如果它非常非常重呢？——我放其他的砝码（但是在 R 对面的位置）。——但是它（$F2$）不会产生阻碍吗？——不会。”我们看到这里与问题Ⅱ4（第四节）的差别，被试预测到了反作用力，并将 R 视为无效，因为 R 与 F 垂直。问题Ⅲ3：相同的反应“一直在对面”。

Tho（8；2）问题Ⅲ1：圆环去 $F1$“因为它拉着圆环，不，是向这边（$F2$）一点，不，这里（角平分线）因为两个都在拉圆环。——那么为了让它保持不动？——要让它在两者的中间”（角平分线的反方向）。——问题Ⅲ3：同样在角平分线对面，“只需要放相同的砝码（在 $F1$ 和 $F2$），否则就会出错误，因为这里（$F2$ 且 $F2>F1$）拉着圆环向它移动。——那应该怎么做呢？——（还是）要让它在中间。——如果我们增加（$F2$）砝码呢？——像这样（$F1$ 反方向）因为我把它放

在砝码较少一侧的对面”。

Tié（8；2） 问题Ⅲ1：“要将它放到其他的中间。——（问题Ⅲ3*F*2 > *F*1，在问题Ⅲ2之前提问）。——（他正确地将 *R* 放在平分线与 *F*2 反方向之间）因为如果放在这里（角平分线）圆环将被另一侧拉走（*F*2）。”在阶段Ⅲ的直觉反应后，增加 *F*2 砝码时，他又后退到了阶段Ⅱ，他将滑轮放在 *F*2 对面：“滑轮更重，它将拉住正对面。——那（*F*1）会妨碍吗？——不。——（问题Ⅲ2。）——（*F*1 对面）因为我们在这，将会更多地拉这边（*F*1，且> *F*2）然后那一边（*F*2）基本不拉圆环因为它不在另一个的对面。当我们拉这里时（*F*2 对面）将会从对面拉过来”（参照 §4 中问题Ⅱ4 的回答）。

Fav（9；1） 问题Ⅲ1：立即选择角平分线。问题Ⅲ2（*F*1 > *F*2）：“那边一点（接近 *F*1 反方向，但在 *F*2 一侧而非在正中间）因为它（*F*1）更重，所以要帮助另一个（*F*2），增加它的砝码因为（*F*1）有 6 个砝码，（*F*2）只有 3 个砝码，所以要在这里放一个（挂着）3 个砝码的滑轮。”因此他的思路是需要让 *F*1 = *F*2+*R*，方向上的计算则是出于 *F*2 与 *R* 构成的集合原则考虑，而非 *R* 与 *F*1+*F*2 之间的相对原则。“那如果放在这里（介于角平分线和 *F*1 方向之间）呢？——可能因为它会拉这边（*F*1），还会对那边产生力的作用。要让它在（*F*1）对面，因为它能帮助那边（*F*2）拉起它（*F*1）（因此被试越过了力的反方向的观点）。——你最开始的想法（在 *F*1 反方向与 *F*2 之间）帮不到吗？——也不能说完全帮不到，但是帮助作用不大，因为它让 *F*1 下降而不是上升。”我们增加 *F*1 重量：“仍然是那里（*F*1 反方向）因为它能帮助（*F*2）维持在中间。”问题Ⅲ3（*F*2 > *F*1）：在 *F*2 反方向“因为能帮助那边（*F*1）”。

Coi（9；6） 问题Ⅲ1：“在中间，要让它们相等。”问题Ⅲ2（*F*1 > *F*2）的回答与 Fav 相似，接近 *F*1 反方向但在 *F*2 一侧，“从而帮助这边（*F*2）因为这边砝码少”。我们增加 *F*1 重量：“我们还要从这一侧（从 *F*2）推滑轮。——那这里（介于 *F*1 反方向与角平分线的反方向之间）呢？——不，滑轮会帮助这边（*F*1）的。”

Cla（9；10） 问题Ⅲ1：“在中间，因为两个砝码都在拉圆环。”问题Ⅲ3（*F*2 > *F*1）：在角平分线的反方向“从而固定住两个砝码，避免重的砝码拖动轻的砝码。——还有其他的位置吗？——这里（*F*2 对面）为了拉住两个砝码，但并没有更好，如果拉住这里，不能好好拉住轻的砝码，只能拉住重的砝码。最好从中间拉，能够同时拉住两边砝码。——（增加 *F*2。）——是那里（*F*2 对面），情况变了。不，我想是这里（介于中间和 *F*1 之间，所以是正确的）从而同时拉住两个砝码；应该在中间偏 1—2 厘米的位置。”在 3 和 3 的合力问题上，平分线的反方向，对于 6 和 3，结果相同，但对于 12 和 3，回答是正确的（所以处于阶段Ⅲ的边界）。

Tia（10；0） 问题Ⅲ1：“在中间从而同时拉动两条细线。”问题Ⅲ2：在将砝

码放在 $F1$ 对面，随后调整到 $F2$ 对面后，给出了相同的回答。增加 $F1$ 重量后，同样对于问题Ⅲ3："这里在（稍重的一侧）对面从而拉动细线。——那另一侧（稍轻的一侧）会阻碍吗？——不，完全不会。"

首先，我们发现被试在问题Ⅲ1 的成功作答与在问题Ⅰ中理解力的方向，以及在问题Ⅱ1 中理解力的大小是等价的，但问题Ⅲ1 比问题Ⅱ2 更加简单，因为我们并没有要求被试预测 $F1$ 与 $F2$ 在不同角度下的合力大小。我们的问题甚至比问题Ⅲ1 更简单，因为它不涉及力的相加性（从 Liv 到 Mar 的成功标志着问题Ⅱ1 的阶段Ⅰ），问题仅仅需要被试理解，两个相等的力的合力通过它们的中间，"从而从两边拉相同的重量"，正如 Dan 所提到的。

然而，对于问题Ⅲ2 和Ⅲ3 中大小不等的力，我们观测到三种回答：或者是角平分线的反方向，和问题Ⅲ1 相同的回答，或者是较多砝码的力（$F+$）或较少砝码的力（$F-$）的反方向。第一种回答是由于被试忽视力的大小造成的。第二种回答标志着一种进步，因为被试意识到力的大小。引发第二种回答的观念是，较重的砝码破坏了平衡，从而造成（中心环的）偏移，必须要中和这个力，所以几个被试（Liv，Fav 等）提出"帮助"小的力（$F-$）。对于较少砝码的力（$F-$）所可能造成的干扰作用，我们观察到两个清晰的区别：一种情况是刻意地无视砝码，比如 Fra 的例子（但他仍然看出存在问题），或者是无意识地忽视砝码，比如 Par 和 Tia。所以，这个一点与问题Ⅱ4 具有相同的问题与答案（Par 例外）。

对于第三类回答，出现的频率不如前两类高，且被试的回答不尽相同（Liv、Béa、Lov 和 Tho），基本观点是："帮助"较轻的砝码（$F-$），使得它与 R 组成的合力可以与较重的砝码（$F+$）抗衡。在我们的观测中，Fav 和 Coi 也持有相同的观点，他们首先将 R 放在（$F+$）对面，但随后从（$F-$）一侧移动至 R 那里（而不再是它的反作用力那里）"增加它"（Fav）或"帮助"它（Coi，参见 Liv，将所有一切都放在这种帮助之上）。

还要注意的是，通过对比被试在圆环移动方向与 R 所选定方向的两个预测，在问题Ⅲ1 中，这两个预测总是相同的。但是在问题Ⅲ2 中，年龄小的被试（Liv、Cat、Béa）和刚刚才提及的暂时支持第三类回答的被试则预测圆环向（$F+$）移动，而他们却将 R 的滑轮放置在角平分线的反方向或者（$F-$）对面，而不是放在圆环移动的反方向上。即便如此，这一个现象仍然是具有教育意义的，它揭示了在寻求 R 反作用力的过程中，被试并不能像先前的情况那样立即理解，寻找的是起到抵消效果的牵引反作用力。换句话说，在两个力不相等的情况下，问题在于知晓如何抵消它们的组合效果，所以，当 R 被放置在（$F+$）对面时，并不能完全达到令人满意的预期效果，因为还要了解到如何处理（$F-$）。至于平分线反方向的选择，也只能算是不得已的选项，因为这些被试非常清楚（$F+$）>（$F-$）并且它们的联合效果不

可能是完全相同的。

因此，对于被试而言，问题的关键在于（F+）、（F－）和 R 三个力中一个力相较于其他两个力所被赋予的意义。被试将这种模糊、尚未明晰的观念用"帮助"的词语和概念表达出来，正如在被试 Liv、Cat、Fav（多次），Coi 等观察到的；Tho 和 Lov 的表达中也包含这个意思。其实上，尚待进一步明确的是帮助的方式以及，特别是帮助的对象，这也是我们试图想要了解的内容。在 Liv（他确实仅有 6 岁，但我们在 9 岁的 Coi 和 Fav 例子中也观察到了相同的想法），R 在（F－）反方向帮助它与（F+）抗衡，否则（F+）"将把所有都拉走"，但是，另一方面，R 或与（F+）方向相反，或与（F－）方向相反，以"帮助它们拉住圆环"，所以会有有更大的拉力，并且（砝码）下降更多。Cat 的例子则相反，在问题Ⅲ3 中与问题Ⅲ2 相同，R 在（F+）反方向"稍微帮助"（F－）。在 Coi（9 岁 6 个月）的例子中，R 几乎处于（F+）的对面，但偏向（F2－）一侧，"帮助后者，因为它的砝码更少"，然而，在（F+）反方向和角平分线的反方向之间，R 能够帮助（F+）：在这两种情况下，都有一些相似的表现，尽管木板的另一侧增加砝码，形成几乎相对的角度。被试 Lov 和 Tho 将 R 放置在（F－）对面，使其稳定不动，仿佛令（F+）独立出这个系统。但是在 Fav 的例子中，作为一名非常聪颖的 9 岁的被试，Fav 也表现出一定的思绪混乱：首先，必须要"帮助"有 3 个砝码的（F－），将 R（＝3）放在其对面，从而"增大"（F－）而非中和（F－）（增大较小的力，对面的 F+＝6，比如 Tho 例子）。随后，如果将 R 放在角平分线的反方向和（F+）反方向之间，这会给（F－）"施加力量"，并"拉动"（F+）及帮助（F－）"能够增加"。然而，如果 R 在（F－）和（F+）的反方向之间，这会帮助（F－）"下降而不是上升"。最后，将 R 放在（F+）对面，能够帮助（F+）"保持在中间"，所以通过中和（F－）保持（F+）稳定不动。

以上分析可能比它们看起来的更为清晰：与阶段Ⅱ相同，对于问题Ⅱ1 到问题Ⅱ5，被试表现出力的相加性的倒退，被试无法解释 $F1$ 和 $F2$ 分开后，力的显著减弱；同样，当两个力分开或不相等（问题Ⅱ2 和Ⅱ3）时，被试表现出力的可逆性的倒退，由于他们无法组合出两个力的合力，无法预测 R 的反作用力可以中和合力。在这种情况中，（F+）的反作用力不能仅仅通过反作用与之中和，而是使其稳定并对（F－）起加强作用；同样，（F－）的反作用力也使其更加稳定，因为这个力更小，反作用力使其增强（这里是一些被试奇特的逻辑，反作用力对既定的力起到增强而非抵消作用）。即便在完全相反的方向上，一个大小相等的力也不是另一个力的逆转，更不用说，当力的角度不断缩小时，起到了加强而不是削减的作用。总而言之，与第 4 节中阶段Ⅱ的被试相同，在力的大小问题上，在两个力分开或合并情况时，他们在阶段Ⅰ的力的不可加基础上，想象出各种操作行动，因为对于他们而言，力的相加性只在问题Ⅰ和问题Ⅱ1 中得到印证，同样，这些被试在作用力互反的多个情况下，

有能力做出一系列与力的可逆转性不相称的动作，因为对于他们而言，力的方向的可逆转性只在问题1和问题Ⅲ1中得到证实。然而，显而易见（F＋）与（F－）两者之间相对的方向相反（但并非逆转）且与 R 相对（实为逆转）：所以，对于儿童来说，三个力中的任意一个力可以与其他的两个力形成对立或联合关系，被试用一个整体动态的形式替代了两步计算（计算合力，随后计算合力的反作用力），其中 R 和（F－），（F－和 F＋）和 R，或 R 和（F＋）可以交替地形成联合或对立。

§6.　阶段Ⅲ：力的大小问题

问题Ⅱ力的大小的回答依赖于力组成的平行四边形（因为F1和F2在它们角平分线上的映射之和等于它们所组成的平行四边形的对角线，这里的平行四边形实际形成了一个菱形），正如问题3中关于力的方向的回答，（被试）精心地给出答案是非常有意思的，如果这些回答作为10－12岁的阶段Ⅲ的水平的标志，它们出现在所有的被试身上；或者，这种回答并不出现在每一位被试身上，那么（我们）只需要检测，其中一个实验组相较于其他组，是否表现出系统性的顺序性或者补偿性。以下是所观察的各例子，首先是两个中间阶段的例子：

Tia（10；0）　问题Ⅱ1：摆放 $R=F1+F2$。问题Ⅱ2：预测到系统的不平衡"因为那边（R）比这边（$F1+F2$）更重。——你怎么知道的呢？——……——那么怎么做呢？——（摆放 $F1=F2=F3=3$）随后尝试并发现，但没有给出解释。问题Ⅱ3：同上。问题Ⅱ4：预测系统不平衡，但"因为这里（R）重量更小"，但随后更改为"重量更大"（在 R）并经过反复尝试最终发现 $R=0$。问题Ⅱ5：对面。

Ala（10；11）　问题Ⅱ1：正确。问题Ⅱ2：预测到系统不平衡"因为它们分开了，它们的重量不同"，且他放置 $F1=F2=F3=3$ 并提议："圆圈应该划分为三个相等的部分（由此他达到阶段Ⅲ）。随后他（经过不同角度）得出了阶段Ⅲ的结论："如果这部分（$=F$ 与 R 之间的平面）更大，就需要比两部分相等时更多的砝码"，并且他解答出 $R=4$。问题Ⅱ3的反应相同。但在问题Ⅱ4，他预测系统平衡，随后经过反复尝试最终发现 $R=0$。问题Ⅱ5，同样经过多次尝试后才将 R 翻转。

Cla（9；10）　开始在问题Ⅱ1力的方向问题处于阶段Ⅱ，但随着增加 $F1$ 和 $F2$ 见角度，最终达到阶段Ⅲ。对于问题2，他达到了阶段Ⅲ。问题Ⅱ1：摆放 $R=F1+F2$。问题Ⅱ2：他立即预测出系统不平衡并移除 R 上的砝码，"因为这里的砝码比另一侧多太多。——为什么和之前（问题Ⅱ1）不一样？——因为之前这里（$F1$ 和 $F2$）两个拉力之和为6，而现在它们两个并不在对方同一边：它们之间有一定距离，于是它们总共有6个砝码：所以（R）也应该有这么多（砝码）。——

为什么有一段距离时会发生改变？——当这两个力靠近的时候，几乎变成一个滑轮（=对于两者相同的方向），但是有6个砝码，然而，当两个力分开时，它们（在其所在方向）有自己的重量。所以这很简单：它们相较于那边（R）重量更小”。——（问题Ⅱ4）：他正确地预测出系统不平衡（“圆环将被那边拉走”：R），但他仅仅从R移除几个砝码。“啊，我实在是太傻了（他将R上的砝码全部移除），因为两个力相对，所以我们不再需要它（R）：这里是3和3。——（问题Ⅱ5。）——（首先在R处放置砝码。）——不，这不对，应该将砝码放到对面。”

Mic（10；6） 问题Ⅱ1：正确。问题Ⅱ2：预测到系统不平衡“将会掉到这一边（R），因为这里有更多砝码。这里（F）分开了，其总体重量减少。——为什么？——如果砝码分开，力量不在同一侧（方向），它们不再在一起，这样就变得更轻了”（操作成功）。问题Ⅱ3：“这里分开的角度更大，这边（F）依旧重量更小”（操作成功）。问题Ⅱ4：他立即表示圆环不会待在中间，经过一番犹豫，最终发现$R=0$：“如果不移除砝码，情况相同。”问题Ⅱ5：“要将它（R）放到另一侧。”

Jea（12；5） 问题Ⅱ1：正确。问题Ⅱ2：“当它们分开时，导致那边（R）的重量更大。”在问题Ⅱ1与问题Ⅱ2的位置之间：“应该增加这里的砝码（R）。”问题Ⅱ3：他比较F-R和F两个力之间的距离：“只需要移除一个砝码（$F1=F2=R$）。”问题Ⅱ4：移除砝码，并表示“我们甚至可以移除全部砝码”。问题Ⅱ5：相反。

这一个阶段的界定标准是，在力的大小问题上，被试可以立即正确预测问题Ⅱ2和问题Ⅱ3中的系统不平衡，以及被试如何解释是怎么做出这种预测的。处于中间阶段的被试Tia无法给出任何解释，但在Ala例子中我们几乎可以清晰地看到角度概念的出现（以平面区域的形式），相较于解释，这更像是一条规律。然而，在Cla的例子中，角度变量是可说明、可解释的，当说到“分开，它们有自己的重量”时，表明每个力在其所在方向拉圆环，并且两个方向分开时，相较于R从单一方向“拉圆环”，两个力处于劣势。Mic在这一点上表达得更为清晰：“如果砝码分开，力量不在同一侧”，这就意味着$F1$与$F2$分散而非聚合，分别削减了两个力的大小。最后，Jea清晰简洁地描述了力的角度及其削减效果。

换言之，被试对力的大小问题的正确作答，来源于他们对力的方向问题的调整，因为他们的回答是基于分散的方向削减合力这一发现。另一方面，我们看到，在第8节中，同样是阶段Ⅲ，被试对力的方向问题的作答取决于他们对力的大小差异的判断。因此，研究问题的建立取决于，每一个个体例子的依赖关系是否符合阶段Ⅲ中成功的普遍周期性。同样，尽管研究问题可能没有这么简单，但我们大致发现，9—12岁之间，几个被试能够同时正确回答问题2与问题3的两组问题（比如Jea）[①]，相

① 还可参考被试Dan（7；7）在角度对于力的大小与方向上的直觉判断。——中译者注

较于问题组 3，个别被试在问题组 2 上更为领先（例如 Cla）以及更为常见的，相较于问题组 2，个别被试在问题组 3 上更为领先（比如 Ros，Ala，Cel 及 Tié 的直觉反应），这与前文所提及阶段Ⅱ初期在问题Ⅲ1 上的反应具有相似的差异表现。

§7. 阶段Ⅲ：力的方向问题

首先介绍两个介于阶段Ⅱ和阶段Ⅲ中间阶段的例子，随后是阶段Ⅲ的例子：

Ros（10；6） 问题Ⅲ1：角平分线，“因为有两个力，就必须要在它们之间才能使其维持不动”。问题Ⅲ2：最初预测圆环向角平分线移动，想将 R 放置在 $F1$（$> F2$）对面，“因为能帮助（$F2$）拉住（$F1$）”，随后，“不，不对，因为这里有一个力”：她将 R 放在角平分线的反方向和 $F1$ 反方向之间。

Car（10；10） 问题Ⅲ1：角平分线。问题Ⅲ2：他预测圆环向 $F1$ 移动，“因为这里的重量更大”并将 R 放在 $F1$ 对面，“使得两个的重量能够维持那边不动”，随后预测“不太好，我将它放在这里（平分线对面）因为它们会从各自方向拉圆环”。然而，对于问题Ⅲ3（$F2 > F1$），他预测圆环向 $F2$ 移动，后来改为向角平分线移动，随后：“不，不是完全在中间，因为这里（$F2$）的砝码多一个，将往这边（$F2$ 方向）多拉一些。”对于 R“要将它放在圆环移动方向的对面”，所以是 R 放在角平分线反方向和 $F2$ 反方向之间。

以下为完全处于阶段Ⅲ的例子：

Mic（10；6） 问题Ⅲ1：正确“因为构成了反向”。问题Ⅲ2（$F1 = 6$ 且 $F2 = 3$）：他将 R 放在中心线和 $F1$ 反方向之间，后来犹豫是否将 R 放在 $F1$ 对面，随后：“那边（$F2$）仍然有砝码，也会拉动。”对于 $F1 = 9$，他将 R 靠近 E 即 $F1$ 的反方向。“如果我在这里（$F1$）继续增加砝码呢？——那边（$F1$ 的反方向），不，仍然不是完全那边，因为这边始终还有这个砝码，那么它就会拉动。”

Ala（10；11） 问题Ⅲ1：正确。问题Ⅲ2：圆环“去这里（$F1$），不可能这边（介于角平分线和 $F1$ 之间）一点。——为什么？——因为这里的重量不同（$F1 > F2$）。——那如果这里变得更重呢？——（正确指示。）——再重一些呢？——这里（更为靠近 $F1$）”。问题Ⅲ3（$F2 > F1$）：没有任何犹豫指向 $F2$ 和角平分线之间。

Cel（12；0） 在力的大小问题仍处于阶段Ⅱ，在问题Ⅲ1：“中间，使得两侧的力相等”，在问题Ⅲ2：“要拉出更重的那一边（$F1$）：用这种方式（他将滑轮放在角平分线反方向与 $F1$ 反方向之间）这个（R）能帮助这个（$F2$）拉住它（$F1$）。——如果变得更重呢？——更靠近这里（$F2$）。——解释下为什么不在中间呢？——之前（问题Ⅲ1 当 $F1 = F2$ 时）它在中间。现在这边（$F1$）更重，所

以如果滑轮在中间，它（$F1$）将拉向这一侧，所以要把它放得离这边更近（$F2$，几乎等价于 $F1$ 的反方向）来帮助它拉圆环（实际上为了 $F1+F2=R$，我们得到 $F2+R=F1$ 和 $R+F1=F$）。”对于问题Ⅲ3，相同逻辑：介于角平分线反方向与 $F2$ 反方向之间：“这个（R）会帮着这个（$F1$）拉它（$F2$）。——如果（$F2$）更重呢？——要将（R）更多地推向这边（$F1$）。”

Vie（12；4） 问题Ⅲ1：在中间“使得同时开始拉。仿佛那边（$F1$ 和 $F2$ 一侧）拉着正中间”。问题Ⅲ2：起初在 $F1$ 对面“因为我们先拉重的那一边，随后就能相等……对，小的那边比这边（$F1$）轻。——如果我放在这里（正确位置），它将使得重量更为相等，我可以拉重的那一侧，而小的那一侧不会（同 $F1$ 的反作用力的作答相同）。——为什么不将滑轮放在中间？——我不能将它放在中间因为（$F1$）拉得很少，所以我不能放在（$F1$）正对面。我放在这边一点，而不是正中间（正确）。——为什么？——因为有（$F1$）拉着，而不让（$F2$）过多干扰（仿佛它在 $F1$ 对面），我倾向于往这个方向（正确）一点。——如果我们增加 $F1$ 重量呢？——我本来应该将它放在对面的位置，但因为一直有这个烦人的重量（$F2$）在干扰”。后来，随着 $F1$ 重量增加，他将 R 向 $F1$ 反方向靠近，但始终没有重合，因为 $F2$ 的存在。问题Ⅲ3（$F2>F1$）：“我应该把它放在另一侧（正确位置）来支撑这个力（$F2$）并同时拉住它（$F1$）。——如果我增加 $F2$ 呢？——我把它往这边放一点，但始终不能放在正对面。”

Jea（12；5） 问题Ⅲ1：正确。问题Ⅲ2：立即放在角平分线的反方向和 $F1$ 反方向之间，“要帮助没有足够重量的力（$F2$）：这里就是帮助它（$F2$）来拉住它（$F1$）。——为什么不放在 $F1$ 对面？——不，因为这边（$F2$）就什么作用都没有了。——如果我们增加 $F1$ 重量呢？——要把它往这边放一点，但不能在对面。——如果 $F1$ 非常非常重呢？——我在它对面放一点重量，但不是太多。”

被试的回答中，首个令人震惊的创新点是，他们终于可以用实际语言将问题描述为 R 同时相对于较大的力（$F+$）和较小的力（$F-$）：即 R 与（$F1+F2$）相对。我们回想，实际上在阶段Ⅱ中，儿童的难点在于根据联想不同的辅助或对立关系，在系统之外组合（$F+$）与 R，或 R 和（$F-$），或 $F+$ 和 $F-$。所以，他们或将 R 放置在角平分线（在问题Ⅲ2 和问题Ⅲ3 上与问题Ⅲ1 相同），即组合 $F+$ 和 $F-$，但忽视了它们的重量差异；或者考虑到重量差异，将 R 放在（$F+$）对面，却忽略了（$F-$）；或者将 R 放在（$F-$）对面，为了“帮助”它却忘记了逆转方向的作用。相反，我们在几个中间阶段的例子 Ros 和 Car（及 Ala）中，观察到初期他们表现相似，但随即在两个原因下修正了想法，（$F-$）依旧有重量，（$F+$）是两者中更重的一方：从而构成了 R 作为一侧，以及（$F+$）与（$F-$）组合作为另一方所构成的对立。这一逻辑也在完全处于阶段Ⅲ的例子中得到解释：特别是 Jea 的例子中，她表示如果将 R 放置在（$F+$）对面，这种情况下（$F-$）“就什么作用都没有了”，即它不再发挥其

作用，这与（$F-$）仍有重量的事实相违背；同样这也表明 Jea 不再考虑（$F-$）与 R 或（$F+$）进行组合，而是考虑 R 与（$F+$和 $F-$）组合之间的对立关系：即便我们大幅增加（$F+$）的重量，（$F-$）始终在考量范围内，以至于将 R 的“对面加上一些重量，但不是太多”。

Cel 确实仍然谈及到（$F-$）与 R 之间的一种“帮助”来“拉”（$F+$），让我们联想到阶段Ⅱ Fav 的例子。然而事实上，他们的逻辑是存在较大差异的：Fav 例子中，帮助与对立之间是存在冲突的，而在 Cle 的例子中，R 在（$F-$）方向上帮助它抵消在 R 与（$F+$和 $F-$）组合的对立关系中（$F-$）质量的不足。事实上，Cel 不仅给 R 选择了正确的位置，而且经过减法运算从（$F+$）+（$F-$）= R 得到 $R+$（$F-$）=（$F+$），这在空间向量上是完全正确的。

至于被试如何发现 R 的正确方向，看起来似乎有两个方法：或者被试从（$F+$）与（$F-$）之间的角平分线的反方向出发，但由于（$F+$）<（$F-$），他们将 R 放置在偏向（$F+$）反方向的一侧；或者类似于 Cel 的例子，他们首先关注在“更重的那个力”上，但随后将它的反作用力向（$F-$）方向移动。然而，两种情况下，找到 R 的正确方向自然而然地取决于对力的大小差异的考量，同样地，在我们看来问题组 2 有关力的大小的正确回答，力的方向也是重要的参考内容（根据 F 之间分开的角度）。因此阶段Ⅲ可以算是总结了力的方向和力的大小中的多个因素，从而使得问题组 2 和问题组 3 迎刃而解。

实际上，我们发现在阶段Ⅲ中，部分被试先进入到力的方向问题，随后才能过渡到力的大小问题（比如 Cel 的例子和中间阶段的 Ros 和 Car），其他被试则相反，从力的大小问题过渡到力的方向问题（Cla 和 Tia 的例子），然而处于阶段Ⅲ的被试可以同时完成这两个过程（Ala、Mia、Vie 和 Jea）。总体而言，处于阶段Ⅲ的被试全体（以上提及与未提及的），其中 36% 同时达到力的方向与大小问题，45% 的被试在力的方向问题上处于领先，而 18% 的被试在力的大小问题上领先。然而，对于所有检验的被试，66% 在力的方向和力的大小这两类问题上处于相同阶段，27% 在力的方向问题处于领先，6% 在力的大小问题处于领先（仅仅是在阶段Ⅱ和阶段Ⅲ的边界部分）。但被试在力的方向问题处于领先也是相对正常的，因为这里主要涉及由于力的大小的明显差异，合力反作用力的方向发生改变，然而力的大小问题则是两个相等的力，我们改变它们之间分开的角度。只是令人震惊的是，三分之二的被试在这两类问题处于相同的阶段，以及在综合阶段（阶段Ⅲ），我们发现部分被试在力的大小问题处于领先。因此，正如在 §1 提到的，基于普遍情况，我们可以肯定在力的方向与力的大小的概念建立的过程中，存在渐进的平行发展。

第七章　对称和非对称性情况下力的方向的影响[①]

这里的研究问题与我们在之前章节中已经分析的问题之一相似，但使用的方法有些许不同：我们只用一个半圆，而不是圆形支架，合力的大小通过一条固定在 C 的橡皮筋的延长量来测算。另外，我们设置了合理的角度从 0°（0 点）出发到距离两侧 90° 的位置，随后到 30° 而最后到 60°，这会很大程度上简化预先的判断，重点在于被试解释预期和被试在非对称位置（一边是 30° 而另一边是 60°）上，对自己解释的概括化方式。于是，在考虑角度的作用前，也就是说砝码分开的时候拉橡皮筋会少一些，我们观察孩子如何根据细线水平或有时垂直方向的长度来进行判断：事实上，如果总长度总是相同的，水平方向（在平板上）或垂直方向（在平板边缘）在不同位置上是不同的，被试开始会将这些部分，诸如：长度、相对于拉着橡皮筋的挂钩的距离等，认定为原因。因此，这是一个新的研究方法，用以分析（儿童对于）力的方向的认识的发展特征。

§1.　方法与主要结论

首先，我们要求（被试）预先判断在两根细线的尽头悬挂一个砝码的合力，然后令其观察并做出解释。然后我们以对称的方式放置两根细绳，两部分在 0°—0°、90°—90°、30°—30°、最后 60°—60°：我们让其预测，在这些不同的条件下橡皮筋会伸长或缩短的情况，以及为什么；然后我们要求被试观看和解释他们所观察到的。完成后，我们将细绳摆成 30°—60° 及 0°—90°。（作为被试），儿童面对装置，坐在 0° 点位置，我们令其做出预测、观察和解释：向被试提出的问题是，在半圆形的平台上，相对于中心位置，两个来自对称位置的牵拉引起的偏离；当牵拉的细线在 30° 与 60°、0°

---

① 与莫妮克 · 肖莱 - 勒韦尔（Monique Chollet-Levert）合著。

与 90° 的位置时，对橡皮筋在细线夹角的中位线上受到的牵拉做出修正。最后一个问题需要用一个挂钩 C' 替代原先的挂钩 C（如图），使得橡皮筋被额外拉伸，细绳在水平方向上的长度增加，在垂直方向上长度减少：问题是预测橡皮筋的长度是否会改变，这个问题的意义在于，因为儿童的初始解释（研究 1 和 2）只涉及细线的长度等，没有理解细线的分开量或角度的作用。

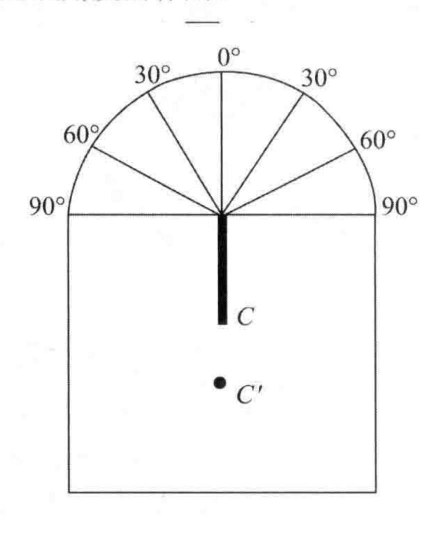


图 11

实验结果显示儿童的认识可分为三个阶段。在阶段 Ⅰ（直到将近 7 岁，个别较晚的例子到 8 岁，极个别的 9 岁），被试完全没注意到细线之间的角度或分离的作用。在阶段ⅠA（4—5 岁），儿童观察了 0° 和 90°—90° 后，在 30°—30° 和 60°—60° 位置上没有正确的预判，解释也为描述性的。而在阶段ⅠB，即 6 岁起，被试能够给出有效的预判，他们很快发现，砝码在 0° 时的牵引最大，在 90°—90° 不拉动橡皮筋，影响从 0°—0° 到 30°—30°，再到 60°—60° 逐渐递减，然后在 90°—90° 消失。但是这些正确的判断无法得到任何与方向或角度相关的解释，儿童所提及的影响因素只有细线的长度，相对 0° 点、挂钩 C 或橡皮筋的距离。在阶段 Ⅱ（7—10 岁，个别较晚的例子到 11—12 岁），滑轮之间的细线（在 0°，30°，60° 或 90°）和与橡皮筋末端的连接点所形成的角度被察觉和描述，然而行为还不能被理解：换句话说，并不是因为细绳彼此分开导致对砝码的拉力减小，而是因为，分开后它们的长度（水平方向）以及相对橡皮筋的距离发生了改变，等等；因此阶段ⅠB 起被提及与任务相关的 Ⅰ 影响因素很少，而在延长挂钩从 C 至 C' 的问题上，预判基本已经全部正确。最后，在阶段 Ⅲ（11—12 岁），力的方向的作用终于被察觉，砝码在往不同方向分开时拉力减少，在靠近时拉力增加（当两条线平行时则意味着相同的功效）。

§2. 阶 段 I

年龄最小的被试（IA）不能做出正确预测：

Isl（5；4） 0° 位置："会有声响。——（观察。）——橡皮筋离开了（伸长）。——为什么？——因为放了砝码。——（90°—90°。）——还会离开。——它会去哪儿？——像这样（向中央）。——（30°—30°。）——像这样（向挂钩）。——（观察。）——不，像这样（向滑轮）。——（60°—60°。）——向这边（挂钩）。——为什么？——因为我们把线放成了这样。"将挂钩移动到 C′："那边（细线水平方向）长，那边（垂直方向）太长了。——橡皮筋呢？——它会变短。——（观察。）——不，它变长了。——像之前一样？——对。——为什么会这样？——……"

Did（6；2） 每次预测都认为会"和之前一样"。在观察 30°—60° 时，橡皮筋"因为挂钩弯曲（倾斜）"。在 C′ 橡皮筋会"更长如果挂在远处"，随后"更短"他拒绝认可相等性。

从阶段IB 起，预测的正确率开始增加：

Ver（5；10） 0° 位置："不知道。——（观察。）——什么也没有。——（再次观察。）——橡皮筋伸长了，之前没有。——（90°—90°。）——不知道。——（观察。）——橡皮筋不再拉长了，它停住了。——为什么？——现在我们将两条细线放在这（90°），它不再拉长。如果我们放在这（60°），它拉长一点点。——（观察。）——是的。之前细线放在这（90°），它不拉橡皮筋，但这里拉一点点，如果放在这（30°）会拉得更多（观察），如果放在这里（0°）它拉长更多。——为什么（越靠近）越是多一点？——我不知道。——你觉得是怎么样的？——我没想法。——那这样呢（30°—60°）？——……不知道。——（观察。）——如果我们将细线放在那边（60° 的位置）橡皮筋的伸长会少一点。如果放在那里（像另一边 30°）则什么都没有。——为什么会这样变化（60°）？——因为把细线放在了那里，它们就必须在那（60° 或两个都为 30°）。——那这样呢？（90° 和 0°）？——橡皮筋会出现在那边（向 90°）。——为什么？——不知道。——（观察。）——到这（向 45° 而非 90°）。"在 C′ 预测到橡皮筋长度的变化，但不知道向哪个方向"我要想想"。观察后，她对相等性产生了疑问。

Sil（6；0°） 在 0° 点："会拉长橡皮筋，因为很重。——这样（90°—90°）橡皮筋会有变化吗？——不。——（观察。）——突然停下来因为细线更靠后面了。——（60°—60°）——（橡皮筋会）更延长一点（正确）。——（观察。）——对，因为细线不再对着这边（0°）。——那（30°—30°）呢？——像这样（拉得更

紧）。——（观察。）——为什么？——因为总是更远一点。——离哪儿更远？——离这里（90°）。——那边（90°）看细线。——它是直直的。——会怎样？——会令橡皮筋折叠起来（=松开）。——是细线让它松开的吗？——是，因为橡皮筋离这边（挂钩）更近了。——那这样呢（30°—60°）？——橡皮筋会往这边（60°）延长一点。——（观察。）——为什么？——因为那边（60°）更高（相较于儿童坐在0°点位置而言）而更高的地方会拉细线。——那这样呢？（90°和0°）？——它会往那边（90°）走，因为橡皮筋会向更高的点的那边延伸。——我们能提前知道？——不能，能，因为这个（细线）往那边（0°）走得更多，这同样会拉一点点。——那（60°—0°）呢？——（差不多指着中点位置）。”在 C' 橡皮筋“会更长因为橡皮筋会拉细线多一点。——（观察。）——对，（更长！）一点因为细线更长了（水平方向）。”

Mic（6；0）预计细线在0°点位置时橡皮筋会伸长。在90°“差不多都一样，除了细线变得短一些。——为什么？——切掉的话就会这样：一端在桌子上，一端在下面。——橡皮筋呢？——它会伸长，像这样（V形）分开。——（观察。）——细线变得（直的动作）而橡皮筋掉下来了。——为什么？——平面是展开的，它们两个（细线）（相互）挂在一起。——它们怎样？——在棍子上。——橡皮筋呢？——弯曲（伸长）。——为什么？——两条细线距离橡皮筋更近，会让橡皮筋向后退一点点和弯曲。——那这呢（30°）？——细线会变得更短。——橡皮筋呢？——直的。——（观察。）——对，（在30°）比在（0°）更短一点。——为什么橡皮筋变得更短？——因为细线（在0°点）更重。——那这呢（60°）？——一样的，除了细线更长一些（水平方向长度）。——橡皮筋呢？——向后退（正确）。——（观察。）——为什么？——因为之前细线有点远，就令细线变得更长。——是因为这个原因橡皮筋更短了？——对。——那这样（30°—60°）。橡皮筋去哪里？——向绳结的方向（从 C：向后退）。——（观察。）——往那边（60°）转动了一点儿。——这条细线（30°）更短。——那这样呢？（90°和0°）？——它会往那边（90°）转动。——为什么？——它会向更高的那边转并向延长。——（观察。）——细线在这边（0°）更长，在这边（90°）更短。——（相较于 C 点）？——细线更长。——橡皮筋呢？——……——（观察。）——细线变得更长，那边更短。——为什么橡皮筋一样呢？——没有人去阻止它。”

Flo（6；0）0°点：“会伸长因为重量。——那这（90°）呢？——会令细线分开，橡皮筋拉得更紧。——（观察。）——因为和细线在一条线上。——（30°）。——会分开一点，橡皮筋伸长。——跟这里（0°）一样？——短一点因为（0°）在中间，而这种情况（30°）在两边。——（60°）。——细线会分开，橡皮筋更短一点。——为什么？——因为这里（60°）比那边远（30°）。——（观察。）——更短一点。——为什么？——因为会越来越短（从0°到90°）——那这样（30°—

60°）？——那边（30°）橡皮筋更长，这边（60°）更短。——（观察。）——橡皮筋不直了，有点这样（弯曲）。——为什么？——因为这条细线（60°）不在那（30°）。——（90°和0°）？——在那边（90°）因为这边（90°）更远而那边（0°）更短。——（C'置换C）。——橡皮筋会更长。——（观察。）——这和之前是一样的，不会拉长橡皮筋很多。——砝码吗？——不，挂钩。”

Phi（7；0）预测90°位置和0°点位置情况相同，而后在30°和60°预测正确，因为在30°“细线占更少的地方”，在60°“细线必须走得（距离0°）更远”。对于30°—60°，“细线往那边（60°）走，因为（30°）更低而那边更高。”

Por（7；3）在90°预测错误，但解释道“橡皮筋没有拉长因为（绳结和挂钩之间）没有足够的大的空间，之前（0°）有更大的空间。——（在30°）？——橡皮筋伸长。——像0°点一样？——不，短一点点儿因为这里（细绳水平方向）比之前更长。——那这（60°）呢？——更短，因为这里（离C）更近。——（30—60°）？——橡皮筋拉得更长因为路径（细线的总长度）比之前（0°）更长。——（观察。）——这边（60°）拉得更多因为这一点拉得更多、因为这里（60°）的路径（比30°）更长。——（90°—0°）？——这里（90°）比那边（0°）的路径更长，橡皮筋会从这边（90°）拉长”然而，对于C和C'，他预测结果是相同的，“因为我们没有在细线上放更多的砝码。”

Gad（8；1）在0°点处橡皮筋“伸长因为这里很重”，在90°处“伸直因为细线就在橡皮筋边上，收缩因为细线更近了。——（在30°）？——橡皮筋又拉长一点。——像在这（0°）一样？——不，更短，因为这里（30°），这里更长。——为什么？——因为这里比之前更远。——（30°—60°）？——向这边（60°）因为比那边（30°）更长。——那（90—30°）呢？——朝另一个方向，因为那边更远（离90°位置）。——（C和C'）。——橡皮筋会更长。”

Roi（8；4）在0°点处：“伸长因为这里很重。——（90°）？——橡皮筋伸得更长。——（观察。）——不，这里（细线）里那（挂钩）更近。——（30°）？——橡皮筋拉得更长一点。——像（0°）一样？——不，因为这里离橡皮筋更近（C到0°点）？——更短，因为这里离橡皮筋更短。——但60°距离橡皮筋更近还是更远？——更近，但离钉子更近。——（30°—60°）？——这边（60°）比那边拉得少，因为那边离钉子更近。——（90°—0°）？——因为这里（90°）离钉子更近，所以向旁边拉（=从其侧）。”

Bri（9；11）尽管被试年龄更大，但是他的反应与其他孩子相同。对于30°—60°，她未能预测出橡皮筋的偏移，观察实验后，她说在30°“重物拉得少。——是重量改变了吗？——重量改变了。——哪个更重？——这个（60°）。”对于90°和0°点，“这一侧（90°）的砝码更重”。

如果说阶段ⅠA的被试仍然未能预测30°—30°和60°—60°，自6岁起（被试Ver

自 5 岁 10 个月起），已经观察到了 0° 点处拉力和 90°－90° 无拉力效果，儿童能够预测拉力从 0° 点经过 30°－30°、随后 60°－60°、最终到达 90°－90° 过程中拉力的逐渐减少。然而，他们尚不理解的是，如果一个力与另一个相连，每个力的效果均取决于它的方向相较于另一个力的方向，换句话说就是两个力之间的角度。甚至直到 90°－90° 位置，两个力形成一条笔直的线，这些被试才意识到两个力之间的联系，然而在其他位置，细线或被视作一个以相同方式牵拉的整体（而不是每个力在其方向组成合力），或被视作孤立的个体（比如在 30°－60° 等）。甚至，并不是所有情况下由细线拉橡皮筋，当移动挂钩至 *C′* 位置时，被试 Flo 甚至说是挂钩产生了“拉动”（还可参考 Did 在 30°－60° 位置）。

由于缺少一切与力的方向相关的可运用方法，能够提及的因素只有静态和空间特征：分别是细线的水平长度，相较于橡皮筋、挂钩、儿童所在 0° 位置的距离，细线在“高度”上的位置，等等。

首先，细线在水平方向的长度构成了一个有意思的变量，因为在这一阶段（和个别情况下的下一阶段）它被视作因变量，但是事实上细线在水平方向的长度完全取决于方向的分解。所有的重量和所有的细线长度都是相等的，随着两条细线不断接近对方，橡皮筋被拉动的越多，从视觉效果上水平方向的长度减少而垂直方向的长度增加。然而，尽管 Mic 正确地注意到这两个方向的存在（“一端在桌子上，一端在下面”），这一阶段的被试不能推理出全部过程（砝码→垂直方向→水平方向→橡皮筋），但是，当提及细线的长度时（Mic、Phi、Por、Gar 和部分实验中 Flo），被试只考虑橡皮筋与细线水平方向之间的关系，仿佛后者充当了因变量角色。于是，我们观察到两种功能。在第一种情况下，如果细线的水平方向缩短，橡皮筋伸长，反之亦然（从几何学角度上来看，这点是完全正确的）：由此，在 90°－90° 的位置上，Mic 认为“细线会变得更短”且橡皮筋“后退”（明确指出原因是细线的伸长）。同样 Por 例子中，在 30°－30° 位置，他表示橡皮筋将比 0°“短一点点”，“因为这里（细绳水平方向）比之前更长”。被试 Gad 在 30°－30° 位置也表示“短，因为这里（细线）更长”。简言之，在第一种情况下，空间情况得到仔细观察，但因果关系却反转了。然而，在第二种情况下，观察和因果关系都不是正确的，儿童认为细线越长，它越牵拉橡皮筋。一个典型的例子就是 Por（忘记他在 30°－30° 位置说了完全相反的结论），在 30°－60° 位置时表示两条汇聚的细线较 0° 点“路径更长”，且“橡皮筋拉得更长”；同样，在“这里（90°）比那边（0°）的路径更长”，因此橡皮筋会“从这边（90°）拉长”。我们在 Mic（在 30°－60° 位置等）和 Phi（以“地方”的表述方式）的例子中也发现了相似的逻辑。假设这些说明不是基于静态特征（正如那些我们将要研究的有关距离和位置的说明），它的观点可能是（正如我们在第二章讨论的）一条长的细线拉得更远，因此拉力更大；然而，在另一种情况下，也可能是一条短的细线更接

近目标，因而拉力更大。

这种模棱两可的回答出现在最后一个问题中——将挂钩从 C 移至 C' 上，继而使得细线水平方向的长度增加，但并没有改变对橡皮筋的影响。在阶段 I 仅有一个被试 Poe 预测到这种影响是不变的（此外他的年龄为 7 岁，可能在预先判断被 90°－0° 等位置的观察所推翻后，做出了正确预测）。至于其他人，一部分被试预测橡皮筋在 C′ 会更短（Isl 和 Did），一部分预测橡皮筋会更长（Sil、Flo 和 Gad），其他人认为情况不同，不能判断会更长或更短（Ver 和 Mic）。

阶段 I 所提及的第二组理由与前者相似，但是这只是一种静态形式：它们主要涉及了细线的位置以及细线末端距离挂钩、橡皮筋或者 0° 点的距离。在个别例子中，这两种解释是等价的，比如被试 Mic 提到细线“之前细线（距离 0° 点）有点远，就令细线变得更长”①。在其他情况下，仅仅涉及对细线位置（从 0° 点经 30° 和 60° 最终到达 90°）与橡皮筋伸长之间关系的观察，仿佛位置单一因素就可以根据挂钩与细线末端（连接点）之间的距离的不同位置，来解释橡皮筋的伸长或缩短。换句话说，在细线位置既定的情况下，比如在 60°－60° 时，被试不明白，在无侧向移动的情况下，细线可以根据砝码重量及橡皮筋的阻力作用而上升或下降：于是他们对此做出总结，一旦达到平衡，橡皮筋的伸长情况仅仅由细线末端与挂钩之间的空间来决定。此外，只考虑 90°－90° 情况对这个解释是有效的，因为细线不再牵拉橡皮筋，被试 Sil、Gsd 等对此做出的说明：“细线就在橡皮筋边上，橡皮筋收缩因为细线更近了”；或者，对于 Mic：“两条细线距离橡皮筋更近：会让橡皮筋向后退（即回缩）。”但是，阶段 II 的被试给出反应的特征为，这个解释可以普及到每一个位置，并且特别是在 0°－0° 位置，橡皮筋的拉力最大，因为两条细线距离 0° 点最近，于是细线末端与挂钩之间“有更大的空间”（Por），而在 30°－30°，因为“细线更长”等原因，拉力效果减小了。

对于那些相较于儿童所在 0° 点位置非对称的情况，相应的解释也证实了之前的描述：只考虑细线的静态位置、距离或长度的话，被试没有察觉到两条细线（30°－60° 等）是根据中间的组合而共同、对称地牵拉橡皮筋这个事实，他们分别提及了长度、距离位置等因素来解释它们的动作，在观察和最终解释的过程中也保留了这些易引发错觉的因素。

§3. 阶 段 II

以下为一系列处于中间阶段的 7－10 岁的被试，他们介于借助距离做出解释和

① 尽管研究对象 Flo 提及细线“分开”，看起来他对此赋予了角度的意义，然而事实上他表述“分开”的实际意义是远离 0° 或 90° 位置点，被试说过，在 60° 位置细线“没有那边（30°）远”。

发现了角度的作用之间：

Pat（7；4） 在 90° 位置，砝码将“更高一点。——为什么？——因为这里更远。——距离哪里？——距离我在的位置。——那橡皮筋呢？——橡皮筋将变得更短，因为它更远，更靠近……——更靠近挂钩？——对。——（观察。）——为什么和之前不一样？——因为更靠近（0° 点），拉力更大。不是更靠近，是离（*C*）更远。——那细线呢？——不这里它们更靠近（两者之间）而这里更远（做出“相对”的手势）。——那么会怎么样呢？——因为那边比这边（离 0°）更远。——那（30°）呢？——细线将拉橡皮筋，因为细线（离 0°）更近。——那（60°）呢？——拉得少一些。——（观察。）——为什么那（0°、30°、60° 和 90°）有这些改变？——因为它是……那里（90°）比这里更大（角度），更靠近（*C*）”。*C* 和 *C′*：“砝码上升，牵拉的是相同的物体。”

And（7；1） 怀疑在位置 90° 和位置 0° 是一样的，观察后：“细线不是拉着全部，两个砝码下降，侧面就不再拉。——在（30°）呢？——橡皮筋会变长。这里（0°）是完全笔直的，现在有一些分开。——在（60°）呢？——橡皮筋将向后一点，因为我们往回（向 *C*），细线变短。——（30° 和 60°。）——一个会更长（30°）而另一个会更短（60°）。——（90° 和 0°。）——将会这样拉（90° 一侧）因为这里是笔直的，那边不是。” *C* 和 *C′*：“我觉得是相同的。”

Flo（7；11） 在初始测试中，提问的顺序为 0°，30°，60° 和 90°：预测是错误的，但观察 30° 后，表示“之前它们很近，现在这里变宽了”。在 60°，橡皮筋会回缩“因为（两条线之间）更宽”。

Xav（8；5） 相同的方法和结果，在 60°：“它将后退更多。——我们可以提前知道一直退到哪里吗？——我们可以计算宽度是多少（＝即角度层面！）。”

Zan（8；7） 在 90° 常规方法：“细线分开，是不同的。——橡皮筋会怎样？——像这样（宽度拉长）。——（30°。）——将会拉紧。——为什么？——它们这么拉（指出方向）。——像在 0° 位置那样？——少一点，因为它们是分开的。——那么会怎样呢？——它们（彼此之间）会更远。——那（60°）呢？——更少一点（相同原因）。——30°—60°。——橡皮筋会上升（松开）。——（观察。）——它伸长，因为这里（60°）比那里（30°）更远。——（90°）？——（相同回答）。——在 C′？——相同长度。”

Rut（9；4）在 90° 预测“皮筋会更紧并分开一点（呈三角形）。”观察后：“两条细线相互牵拉，橡皮筋则完全没起任何作用，细线保持平衡因为砝码相同。——那（30°）呢？——它将松开少量因为两条细线没有完全在对面。——那（60°）呢？——它会再松开一点因为细线（垂直方向）短一点。——（观察。）——因为两条细线向各自的方向牵拉。——（30°—60°。）——有一个砝码将会比另一个低很多，因为这里（60°）很长（水平方向，显然这是不正确的）。——（观察。）——

两个重量是完全相同的并且在相同高度。橡皮筋伸长了。——为什么？——因为一条线比另一条更远（相较于 0° 并不是对称的）。——我们可以猜它的方向吗？——永远像离（0°）更远的方向。——（0°—90°）？——橡皮筋将向这里（90°）伸长。——转到哪个位置？——直到这里（两者之间）。——我们可以知道精确位置吗？——不能知道具体在哪。——但是对于两条细线之间的距离？——橡皮筋中间。——一直还是偶尔？——偶尔。——那这样（0°—60°）呢？——稍微向下一点（但不是在中间）。——（C 和 C'）？——更长一点因为挂钩更远了，细线拉得更多（水平方向更长）。——看。——一样的，砝码是一样的，长度一点作用也没有。——你认为之前有作用吗？有一点。"

Oli（9；9）不知道在 90° 时如何预测，但是经过观察，他表示"这是在一条直线上，更靠近挂钩，使得橡皮筋松开，但是那边（0°）离挂钩更远。——（30°）。——它将会拉紧因为离挂钩更远了。——（60°）？——拉得少一些因为这里离挂钩又一次近了一些。——（30°—60°）？——它会往一侧多拉一点。——哪里？——这里（30°）。——看。——不，是这里（60°），因为这一侧有更多的砝码（于是 Oli 改变了砝码！）。不，因为这边（30°）比那边（60°）的空间小。——那（90°—0°）呢？——像这样（向 90°），因为这里又有更多的空间。——那细线呢？——啊，因为这两个是倾斜的（最终发现了角度！）"。

Gio（9；10） 90°："两侧都将拉橡皮筋（呈三角形）。——（观察。）——砝码在两侧，没有拉。——（30°）。——将会拉得更多。——和这里（0°）一样吗？——少一点。——（60°）。——还会继续拉伸，因为砝码又到了两侧（但比 30° 少且比 90° 多）"在 30°—60° 将向 30° 一侧"更为拉紧一些"，在观察后，预测在 90°—0° 时向 90° 一侧。对于 C 和 C' "将拉得更多一点，因为升高了细线"。

Duc（9；9）正确预测"这里（细线向 90°）放越多，（砝码）变得越高"，并且橡皮筋"它升高"（缩短），但是给出的解释为"细线始终更远离橡皮筋（紧绷）并接近这（半圆的底部）"。然而，在 60° 他隐约看到了角度的作用："那里细线是完全笔直的（90°），这里（60° 随后 30°）它们像房子的屋顶。——那么是什么阻碍细线更多地牵拉呢？——不知道，因为它始终变得更加笔直。——但是为什么变成这样呢？——因为橡皮筋很结实：如果有一条很短的细线，就不会变成这样（橡皮筋的偏转）。——那为什么这里不行呢？——因为细线是相同的大小。是这些砝码，如果没有砝码就不会牵拉了。——（90°—90°。）——橡皮筋会向挂钩移动。——（观察。）——细线是完全笔直的，橡皮筋全部松开了。——为什么？——因为细线更靠近中央。——（30°—60°。）——（他正确地预测出偏转，随后经过观察）：这是倾斜的，变成了蛋糕（分割蛋糕的扇形形状，指角度）的四分之一，橡皮筋在两条细线的中间。——（30°—90°。）——（同上。）——（60°—0°。）——它可能在这里，正好在对角线。——（C 和 C'。）——相同的，因为砝码是一样的。"

Tri（10；2）在 90°—90°："橡皮筋会拉得更紧一点，不，橡皮筋会松开。——

为什么？——细线的位置，它们在侧面。——那为什么橡皮筋会松开呢？——它靠近挂钩。——（30°—30°。）——橡皮筋比现在拉得更紧但没有开始时（0°—0°）紧。——为什么？——因为这里的长度更大（指向挂钩到滑轮）。——（60°—60°。）——橡皮筋将比这里（30°）松开点。——为什么？——长度更短了。”对30°—60°相同的解释，但在90°Tri预测橡皮筋偏移后，他观察到“这些细线是相同的长度。——橡皮筋呢？——在中间。——是偶然吗？——对。——（我们提升至60°—30°。）——不（不是偶然）在中间”。对于*C*和*C'*：“竖直垂线（细线垂直方向）将减少。——橡皮筋呢？——它将保持不变。”

Sar（11；8）认为在30°—30°橡皮筋将前移，进过观察，“不，它后退了。——为什么？——因为它们分开了。——那么会怎么样呢？——这就离原点（挂钩）更近。——30°—90°。——它将往这边（90°）。——为什么？——这条细线的长度比那条更长。”

这一阶段最具特色的核心创新点是被试逐渐发现两条细线与牵引力之间的相互联系。但是这种相互联系并不意味着力的组合，由于缺少对力的方向的作用的普遍解释，这些被试仅仅局限于记录静态状态，也就是细线的角度情况（除了在0°），和水平方向和垂直方向的关系，以上所有以及阶段Ⅰ存留下的各个因素：水平方向的长度，相较于挂钩的距离等。因此，Pat已经注意到在90°处砝码位置更高，并最终在30°和90°之间发现了角度的作用后，简单地得出了结论：角度越“宽”，其顶点（两条细线的连接处）越“接近”挂钩。7岁11个月的Flo只是简单地描述而没有更多解释。然而7岁1个月的And则发现，在90°—90°时，细线在“侧面就不再拉”橡皮筋，并在30°给出普遍关系的说明：在这一情况下细线比在0°牵拉得少，因为“分开一点”，但止步于细线相较于挂钩*C*的距离。8岁的Zan取得了明显的进步，指出细线或多或少“分开”或“远离”彼此（而不再是相较于*C*）。同为8岁的Xav甚至认为我们可以通过计算橡皮筋的长度而了解角度，称为“宽的长度”，但是不能解释这个动作的原因。9岁的Rut准确指出在90°细线仅仅“相互牵拉，橡皮筋则完全没起任何作用”，在60°他还看到“两条细线向各自的方向牵拉”，但在30°—60°时，他没有意识到对称性，随机选取了橡皮筋的中间位置，直到最后他都基本认为细线长度是因变量。Oli直到最后一个问题才发现了角度的因素。Gio的反应和Rut、Duc相似，在试验初段，他对细线与橡皮筋之间的距离做出了常规的判断，但是，在发现了角度后，他预测出30°—60°细线的对角线即为合力，被试Tri也同样接近这一结论。然而，尽管被试Sar从角度出发，但依旧是通过距离和长度解释角度的作用。

至于将挂钩移动至*C'*，除了Gio以外，每一个被试都正确地预测出橡皮筋将有相同的长度：“砝码（只是）上升，牵拉的是相同的物体”，7岁的被试Pat是这么表示的，这也再一次认证了这一个阶段中，被试倾向于将砝码与细线的运动视作一个相互联系的整体中的一部分。但是这一阶段仍然缺少对角度作用、细线分开的解释，

所观察到以现象或功能为名义的作用始终无法被做出因果性的解释。

§4. 阶 段 Ⅲ

以下是几个例子，首先是两个中间阶段：

Cer（11；4） 在 90°："它完全不在牵拉，它拉着细线而不是橡皮筋。——为什么？——因为它（距离 C）更近，这就像我们移除了橡皮筋。——但这与之前（0°）的砝码相同。——因为它们彼此之间是相连的，形成了抵消力量：一侧的砝码相同，然后是另一侧的。——那之前呢？——之前没有抵消力量，另一侧没有牵拉（彼此之间）。——（30°—30°。）——将会拉紧一点。——为什么只是一点？——因为之前是笔直的：牵拉是直接的，现在偏开了一点。——（60°—60°。）——牵拉的将更少。——为什么？——因为更接近下面（半圆的底部）。——（30°—60°。）——将有一条细线比另一条低（垂直方向）。——观察。——不，将在中间。——（90°—0°。）——将在中间。——为什么？——因为构成了抵消力量，牵拉的始终是相同的物体。"在 C′："我觉得将保持不变，或者伸长一点点。"

Bel（11；0） 90°—90°："细线彼此之间会更远，它们（垂直方向）更短。——（30—30°。）——对橡皮筋的拉力更大，和这里（0°）不同。——为什么？——因为分开的越多，橡皮筋的拉力越小。——为什么？——因为始终更接近这里（半圆的底部）。在这里（0°）时候，是完全笔直的，牵拉力大，细线在钉子的对面。——（60°—60°）？——松开更多一点。——（60°—30°。）——牵拉比这里（60°）多，因为这里更重，牵引了更大。——砝码变了吗？——没有。——有一个牵拉得更多？——那里（30°）。"90°—0° 位置情况同上，随后观察到这"几乎在中间"因为"砝码是相同的"。C 和 C′："一样，因为砝码是相同的。"

Lil（10；11）在 0° 后立即预测 90°—90°"橡皮筋将在这里叠在一起。——为什么？——它不能拉紧因为它们（细线）将在侧面。——（30°—30°）？——橡皮筋将没有这里（0°）拉得紧，这有点偏向侧面。——（60°—60°。）——橡皮筋放松，更偏向侧面。——那么会怎么样呢？——因为这样令侧面的重量更少。——怎么会这样？——牵拉得更少。——（60°—30°。）——向这边（60°）一点。如果我们更向右侧一点，拉得也更向右一点。"

Ben（11；10） 预测在 90°—90° 时"橡皮筋不会维持在这里（像在 0°）——为什么？——细线走向不同的方向，一条细线向一个方向拉，另一条细线像另一侧。这里（0°）它们向同一个方向一起拉。——观察。——橡皮筋不会拉紧。细线在同一条线上。——（30°—30°。）——那将和这里（0°）差不多，橡皮筋会拉紧，但细线分别从两侧拉一点。——那（60°—60°）呢？——比现在拉得少一些。——

为什么？——因为当笔直地拉时（指向0°）橡皮筋会跟随着。那里（60°）连接点比这里（0°）更为向前（向 *C*），橡皮筋拉得更少。当这里（90°）完全笔直的时候，橡皮筋不能拉紧。——（30°－60°。）——橡皮筋将向更向前的一边（60°）移动。——（观察。）——你有理由吗？——是的。橡皮筋跟随这个砝码的方向。——砝码改变了吗？——没有，始终是一样的。——（90°－0°。）——将在这个方向（0°）拉得更多，然后橡皮筋将转向这里一点。”随后他观察到橡皮筋在中间“因为两边是相同的砝码，两边拉得是相同的物体”。*C* 和 *C′*：“我认为它不再牵拉了。”

Nie（11；2） 0°：“细线将拉紧橡皮筋因为砝码很重。——（30°－30°）？——橡皮筋拉得少一些，因为细线分开多一些。——（60°－60°。）——橡皮筋松开得更多一些。——（90°－90°。）——橡皮筋将完全松开。——为什么？——因为细线在相同高度，它们完全打开的。——（0°－60°）？——（他首先想到了橡皮筋的一半向60°移动，另一半在0°，随后观察）：一样的，相同的宽度（＝距离两侧）。”在90°－30°他发现“在两条细线中间，因为两条细线长度相同。细线不动（分开地）因为它们连接在橡皮筋上。——橡皮筋伸长的是否相同？——一样的，因为细线也升高了（当移动橡皮筋时）。——谁在拉橡皮筋？——砝码”。*C* 和 *C′*：“没什么变化，因为细线跟着移动。”

Ste（11；2） 30°－30°：“当细线在两个滑轮上时（0°，0°）它们是笔直的，砝码将下降。当它们在这两个上时（30°－30°），没有现在好。——为什么？——它们形成了一个钝角（30°＋30°），分开角度更大。——（60°－60°）？——橡皮筋将向这个方向移动（后退）因为要使得细线下降它们必须是笔直的。在这两个上（60°－60°）细线无法下降，因为橡皮筋拉着细线。——（90°－90°）？——橡皮筋将后退到中间点。细线水平地拉，形成一条直线。——（0°－60°。）——一侧这样拉，另一侧这么拉。——（观察。）——橡皮筋向（60°）旋转，它像角平分线一样。——但是它为什么旋转呢？——这很正常，这里（0°）要有一个很重的砝码橡皮筋才能保持笔直。——（60°－30°）？——它会伸长并且后退。——你能知道吗？——直到细线距离橡皮筋相同的距离。”*C* 和 *C′*：“对橡皮筋的牵拉是一样的。——为什么？——如果以相同的拉力，延长距离始终是相同的。”

因此，这一阶段的创新点是被试对细线分开或角度作用的理解，在阶段Ⅱ被试已经察觉到这个作用，但他们尚不能通过力的方向的分解做出解释。相反，从处于中间阶段的Cer和Bel，我们已经可以看到简单的解释，诸如“之前牵拉是直接的，现在偏开了一点”，或“（细线）分开的越多，对橡皮筋的拉力越小”；Lil更加完整地做出了表述，在侧面“牵拉得更少”，或Ben明确表示“细线分别从两侧拉一点”。

所以如何解释这个令人吃惊的现象：被试直到10－11岁才可以建立清晰的关系，而他们在阶段Ⅱ就已经发现了角度的影响，却一直无法理解？9岁4个月的被试Rut

（§3）令我们发现，当运用了相似的表述方式后，我们将其归类于阶段Ⅲ的边界，他最终意识到，与他初始解释相反，“（细线）长度一点作用也没有”。换句话说，阶段Ⅱ的被试意识到牵拉与细线分开之间的关系，他们只能看到位置、距离或长度（它们随着两条细线形成的角度而改变）作为影响因素，而阶段Ⅲ的儿童终于发现方向的作用：两个相同大小的力如果不能平行地作用在相同方向上，将削减每一个力在其所在方向上的力的大小，因为这种不一致，它们的合力取决于方向的组成。

正是这一点，我们在第六章已经观察到，只是本章中我们使用了另一种方法：尽管当前的装置下产生的结论与先前有些许偏差（11－12 岁而非 10－11 岁），寻找其背后原因是非常有价值的，特别是在那些显然非对称的情况（30°－60°）。在第六章中的例子涉及在一个圆形木板（而不是半圆）上通过细线悬挂砝码，这些砝码连接在木板中央的圆环上，圆环由一个垂直的插销固定：被试需要预测，对于 $F1$ 和 $F2$ 各放 3 个砝码，要在它们的合力 R 的反方向 R' 放几个砝码使得移除插销后，整个系统能保持平衡（$F1$ 和 $F2$ 的砝码可以分开或靠近，或者在固定的位置，调整使得两者重量不等）。对于被试而言，问题是要明白当 $F1$ 与 $F2$ 的两条细线平行时，$R' = 6$ 与（$F1 = 3$）+（$F2 = 3$）的平衡，这种简单的相加性在两个力分开的情况不再适用。事实上，我们发现仿佛阶段Ⅱ中，被试具备对角度作用的直觉，但是他们还不能理解（因此又回到了阶段Ⅰ的力的不可加），而到了阶段Ⅲ，被试才逐渐将各种原因梳理清晰，但平均要到 10 岁才能实现。

相反，在当前情况下，$F1$ 与 $F2$ 重量相同，儿童不需要计算它们的合力或者另一侧的反作用力 R'，$F1$ 与 $F2$ 的重量作用于一条橡皮筋上，被试只需要预测橡皮筋的伸长或缩短以及其方向。但是难点在于，两条细线连接点（细线末端不受橡皮筋约束）的位置、细线水平和垂直方向的长度是变化的。因此，相较于提出力的相加性的问题，被试首先关注细线水平方向的长度、两条细线连接点的位置、细线与挂钩或 0° 点之间的距离等。在这种情况下，被试无法理解角度或细线分开的作用，转而关注细线长度或距离，他们将这些结果视作原因，观察的既定条件甚至也会对预测造成干扰。这些现象的价值在于印证了被试在力的方向组合上的晚熟，从这点来看，阶段Ⅲ临界上的微弱差异也是有教育意义的。这些现象也揭示了被试在牵引力条件上想象的错误因素的数量。

然而，这个差异在非对称初始情况（30°－60° 等）下尤为突出：被试处于 0° 点正对 C 点橡皮筋，他勉强可以理解，立即从行动上，砝码和细线将沿着完全对称的方向移动，但相较于刚刚改变方向的橡皮筋，而非相较于 0° 点位置。因此，即便在阶段Ⅲ的初期（参见中间阶段 Cer 和 Bel 的例子），被试都无法正确回答问题，依旧借助阶段Ⅱ的长度因素做出回答：在 Bel 的例子中，他甚至认为细线在 60° 的拉力比在 30° 大，这与他刚刚在 60°－60° 说的结论完全相反，随后他回想起砝码在 30° 比

在 60° 的拉力大，等等，但是观察常常是不准确的，细线在 60° 位置上比在 30° 位置时看起来更长或更短，仍然能够获得平衡。总而言之，在这些问题，被试面临的难点是要脱离其所在位置相较于 0° 点与半圆的对称，在橡皮筋发生偏离时探索两条细线的方向，以及在新的对称条件下，橡皮筋在中间的状况：因此，这个差异再次印证了力的方向问题的难点所在。

第八章　被试基于力的元素组成的发展而进行的多种效应检验①

作为本章研究的基础，在第六章中，我们已经研究了圆形平面上力的方向与大小的组成，在第六章我们更加关注被试的预测，以及被试在观察试验后进行检验并给出新的解释，但是我们没有进一步深究改变实验情景后，被试接收到新的信息以后，由此所产生的发展。这是某些特定阶段的发展结果，已经在第五章、第七章等章节得到了证实。

我们这里提出的问题是关于这些阶段的本质，以及在实验进展过程中获取补充信息可能引发的阻碍或促进。换句话说，（我们所）研究问题在于探索各项验证过程中被试理解能力可抵达的边界，以及被试的理解内容是维持在初始预测的水平，还是取得了或多或少显著性的进步。显然，这个问题对因果研究具有相当的重要性，因为，研究的核心意义在于，认识到被试基于言语或最初的观察而做出预测与最初解释是处于什么阶段，以及，更有必要知道，在更高级的启发下，在持久稳定的教育活动（但绝不是口头的或显而易见的）中，这些解释可以发展到什么水平。

§1.　方法与主要结论

研究采用的程序可分为三个时段：时段Ⅰ为预先测验，时段Ⅱ为一系列新的信息及主动检验，时段Ⅲ为事后测试。

时段I，预先测验重复了第六章的方法，但没有观察过程：关于两个相反的力的预测问题，力的大小的问题与力的方向的问题。唯一的区别是，我们使用了一个更为精确的新装置：一个直径为40cm的圆形木板，边缘有20个等距的穿孔分别命名为A至T（A为上边缘的中间），可以使得小滑轮垂直水平面并沿着凸销产生提升（根

① 与莫妮克 · 肖莱 - 勒韦尔（Monique Chollet-Levert）合著。

据陀螺结构产生提升以减小摩擦）①。牵拉砝码的尼龙线挂在一个圆环上，圆环保持在圆形木板中央，由一个垂直的小木杆固定：（被试的）任务在于了解，当移除小木杆时，圆环是否保持在原位置不动（几个力保持平衡）及其原因，或者圆环经牵拉产生位移及其移动的方向（并做出解释）。

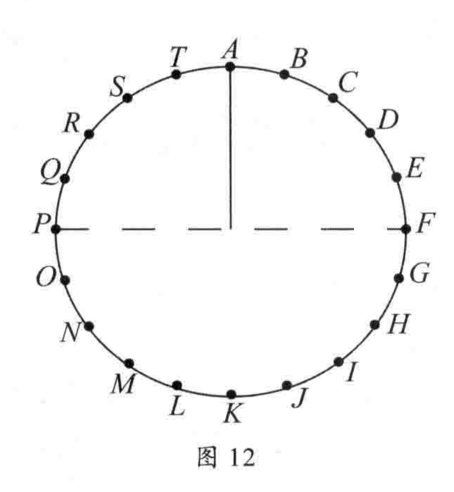


图 12

时段Ⅱ，不同的是，被试在新的情况下做出主动检验，但沿用了第六章的装置：一个圆形平板，边缘设置了轨道及三个可移动的滑轮。儿童的自发行为是完全没有受到干预的，儿童或自行其是，或玩耍，而非提出问题。因此这里涉及的任务是，被试要做出明确的表达，使其对解决方法做出预期，然后令其用操作装置进行验证，随后分析每一种结果所做出的解释。但是最好不要仅仅重复预先测验中的问题，而是在力的方向与大小问题上，向被试提供多样性组合应答的各种元素。

0）即便如此，我们从（年龄最小的被试）开始，重新回顾两个相反的力的问题，改变砝码的质量（相等或不相等）与方向（相对或形成不同分开角度）。

1）在此之后，我们汇总力的方向与大小的不同问题，从三个力以相等的细线间隔（120°）的简单情况开始：① $F1$ 与 $F2$ 上各放置 2 个砝码，$F3$ 的方向既定，应该在 $F3$ 放置多少砝码使得整个系统维持平衡（使得圆环维持在原位置上？）。随后，被试进行预测及解释，再验证后做出新的解释；② $F1 = F2 = 2$ 个砝码，但 $F3$ 上放置 3 个砝码：预测，验证，等等；③ $F2 = F3 = 3$ 个砝码，但 $F1$ 上放置 2 个砝码：预测，等等；④ $F2 = F3 = 3$ 个砝码，但 $F1$ 上放置 4 个砝码。此后，我们试图取得有关圆环移动与否和移动方向尽可能多的解释，指导被试就不同尝试过程中所观察到的事实进行比较。

2）然后，我们使得 $F1$ 与 $F2$ 不断靠近，令被试预测、解释、观察并重新解释

---

① 作者注：系统可以发挥作用，进而比较预先测试结果及第六章中的结果，提供了本章使用新材料的问题的解释（参见图 12）。于是，力的大小问题对应了位置：1（问题Ⅱ1）$= A$ 处 2 砝码；2（问题Ⅱ2）$A = I$ 和 B 或问题Ⅱ2B：S 和 C；3（问题Ⅱ3）A：R 和 D 或问题Ⅱ3B：Q 和 E；4（问题Ⅱ4）P 和 F。

F1 = $F2 + F3$，$F3$ 保持质量不变的试验结果。

3）将 $F1$ 与 $F2$ 分开，分开角度大于 120°，提出相同的问题，随后对情况 1、2、3 做出整体比较。

4）$F1$ 在 $F2$ 对面，$F3$ 垂直于两者形成的直线，首先使得 $F1 = F2 = F3$。如果儿童认为圆环会维持在中心，我们取下 $F3$（预测，等等），随后重新挂上 $F3$。如果被试认为圆环向 $F3$ 移动，我们向被试询问系统平衡的条件（对于儿童来说，经常是 $F3 < F1$，$F2$，但并没有免除 $F3$）。

第二组情况（$F1$ 与 $F2$ 靠近），第三组情况（$F1$ 与 $F2$ 分开，不再处于对称的位置）和第四组情况（$F1$ 和 $F2$ 呈一条直线）中，$F1$ 与 $F2$ 的方向不断变化，但大小始终保持不变，随后我们重新回到对称的位置并且 $F1 = F2 = F3$，把几个滑轮靠近、分开等，造成一些冲突："每个滑轮上都始终是 3 个砝码，为什么圆环不再保持在中间？为什么圆环有时向这边移动，有时向那边移动，等等？"

时段Ⅲ，事后测验：与预先试验相同。

对于实验结果，我们自然能够从中印证第六章所分析的不同水平，以及我们在一部分被试身上观察到的些许进步，这些进步是被试在时段Ⅱ过程中通过某种学习或半指导性学习实现的。但令人吃惊的是，总体而言，产生的进步有限且相对不稳定：因此，被试在回答本章涉及问题时给出的答案，这些结果证实了第六章提出的发展情况。

§2. 阶段Ⅰ（5—6 岁）

首先看几个例子：

Gig（5；1） 时段Ⅰ，预先测验：为了平衡 A，在 J 位置放置一个砝码，也就是说在另一侧，但并不是正对面。"为什么这里？——……在（B）对吗？——……圆环会停留在中央吗？——不会，因为那里（A）有一些东西更重。——那那边（G）呢？——一样的。——那么如果我移除木棒，圆环走向哪里呢？——我不知道。——这里（D）？——不。——这里（A）？——对。——为什么不是这里（G）呢？——也有可能。——（我们在 J 放置两个砝码。）——圆环会停留不动吗？——不会。——圆环会去哪里？——这里（J）因为这里更重。——要怎么做才能让圆环维持在中间？——圆环会从那里（A）离开。——这里（J）更重，那里（A）轻一些，所以圆环不从那里（J）离开，而是从这里（A）离开。——为什么圆环不能停留在中间？——因为这里（J）比那里（A）多两个砝码。——我在（A）放 3 个砝码呢？——圆环将向那边走，因为它更重。——那这样（A 和 J 上 2 个砝码）。——我还不知道，我觉得它应该离开那里（A）。——为什么？——

我不知道。——圆环能停留在中间吗？——不能，因为两侧更重。”

时段Ⅱ，验证（五天后）。两条细线相对：“你要放多少砝码使得圆环依旧维持在中间？——我放 2 个砝码，另一侧也放 2 个。——圆环将像这样停留在中间？——不，因为砝码更重？——哪个砝码？——两侧的更重。——那么会怎么样？——圆环不能维持在中间。——要怎么做呢？——要移除（先移除一个砝码，随后移除全部）。就像这样，现在圆环（将）停留在中间因为两侧不重。——（我们重新放置 2+2 砝码。）——将会怎么样呢，圆环？——圆环来这里（*F*1）。——那么那边（*F*2）呢？——对，一样的。——哪里（*F*1 或 *F*2 或其他）最有可能停留在中间？——圆环不能停留在中间。——那么去哪里（*F*1 或 *F*2）？——两个都对。——尝试。——它停在中间！（非常吃惊。）——为什么会这样？——因为不够重。——那么试着放更多地砝码。——（她增加了 3+3 构成 5+5。）——那么圆环会怎么样？——圆环会去这一侧或那一侧（*F*1 或 *F*2）。——为什么？——因为是两侧更重。——（尝试。）——它停在中间！——为什么？——（积极主动地。）——我重新放，我想放得更多一些（她在 *F*1 放了 7 个砝码，*F*2 放了 6 个）。——算一算。——这里 7 个那里 6 个。——圆环会保持在中间吗？——我认为会的，但我还不知道。我觉得圆环会离开。——去哪里？——从这一侧（*F*1）或者从那一侧（*F*2）。——这边更重的话会怎么样吗？——会的，圆环可能离开这里。——那这里（*F*2）呢？——对，可能离开。——（尝试。）——这里，因为之前这里更重。——那如果我们继续尝试，有可能离开那里（*F*2）吗？——对，我觉得也可以。——（重新尝试。）——还是那里。那里（*F*2）应该放更多砝码，否则不行的（她在 *F*2 增加了 2 个砝码，于是 *F*1 = 7，*F*2 = 8）。——那么现在呢？——圆环去这一侧（*F*2），因为它更重。——你确定吗？——确定，因为它更重。——那么会怎么样？——啊！圆环去那边。——有可能圆环去那边（*F*1）吗？——可能。——（尝试。）——这里（*F*2）。——如果我们再试一次呢？——可能是那边（*F*1）。——（尝试。）——还是那边（*F*2）。——为什么总是这样？——因为它更重，而圆环去更重的那一侧。——你之前知道吗？——是的，我之前就知道。——我们再试一次有可能在那边（*F*1）吗？——可能。——圆环会来这边吗？——不会，因为那边轻一点。——那么让圆环过来的想法是错的吗？——错的，总是那里因为它更重。——现在你明白了？——是的，因为我更大一点了！——如果你希望圆环在中间的话？——要移除 3 个砝码。——那么动手做吧。——这里（*F*1）4 个那里（*F*2）5 个砝码。——圆环会保持不动？——圆环会去那里因为那里（*F*2）也是（=仍然是）更重。——那么有可能是另一侧吗？——有可能，因为这里有 4 个砝码，它轻一点但仍然是有重量的。——（尝试。）——去那边（*F*2）了。嗯，那边（*F*1）我要放成 5 个砝码，我们看看圆环会去哪里。——（她将两边调整为相等的质量并尝试。）——好啦：圆环在中

间因为两侧各有 5 个砝码。——（那 $F1=7$ 且 $F2=6$）呢？——圆环会去那边（$F1=7$）。——也会去那边（$F2$）？——会，我不知道。可能圆环总是去那边（$F1$）。——是一直在那边更正确，还是有可能在两侧更正确？——两边更正确。——（每侧各 3 个砝码。）——圆环会保持在中间吗？——会的，因为两边是一样的。——那这样（方向 A 和 J），圆环会保持不动吗？——不，我还不知道。——（尝试。）——它在中间但偏向一侧。——为什么？——我不知道”，等等。

时段Ⅲ，事后测验（一周后）：“（A 点两个砝码）。哪里是正确的，等等？——（她将细线放在 N。）——那砝码呢？——（她放了 3 个砝码。）——那里呢？——2 个。——那这里呢？——3 个。——如果我移除木棒，会怎么样？——我认为圆环去那里（N），或维持在中间。——哪个更正确？——两个都是正确的。——那可以去那里（A）吗？——不，因为那里轻一些。——你确定圆环会停留在中间吗？——确定。——为什么？——不知道。——那在（H）呢？——对，会保持不动。——那这里呢（K）？——一样的。所有的小洞都是正确的。——如果圆环移动，它去哪里？——这里因为更重。——那么应该怎么做？——移除一个砝码（她将两边调整为相等的质量）。——这正确吗？——正确，因为每一侧都有两个砝码。——这样做的作用？——使得两边更轻了。——那每一侧放 10 个砝码？——圆环停在中间。——那 5 个和 10 个砝码呢？——圆环将移动到重的那里。——现在保持 2 对 2 的砝码，但移到（A 和 O）圆环保持在这里吗？——对，因为每个小洞都是正确的。”

Dom（6；7） 时段Ⅰ，预先测验，对于 A 点放置 1 个砝码：“你能发现一个位置，用另一个滑轮和另一条细线使得圆环保持在中间。——（他将滑轮放在 E。）——没有任何位置，使得圆环保持不动，圆环会下降。——哪里？——那里（介于 A 和 E 中间）。——那这里（我们建议 I）呢？——圆环会维持原地不动。我看见你怎么做的了：在两侧，圆环维持在相同位置。——那这里（$K=$ 对面）呢？——圆环始终不动。您放在任意一个洞里，圆环都始终不动（没有方向！）。——那在 E 呢？——会保持不动。——那在 F？——一样。——在 R？——一样。——在 T（A 旁边）？——不，圆环不会停留在中间，它会去那里（T）。——那在 R？——圆环始终会下落。如果您放在对面，它不会下落。它仍然会牵拉因为它们很重。它拉住细线和滑轮，于是圆环保持在中间。——那这里（L）呢？——圆环同样在中间。——哪些小洞是正确的？——（他指出从 J 到 O。）——那 Q 呢？——不（他选择 N）。——为什么圆环会保持在中间？——因为绳子始终在拉。啊！不，必须是在这里（M，L 或 K）才会牵拉。——那这里（J）呢？——对。——那里（I）呢？——对。——那里（H）呢？——不（所以从 I 到 M）。——为什么圆环保持不动，在这些小洞？——因为在这些小洞圆环拉着绳子。——那如果我放在 A 和 H？——圆环将会拉这里（他在圆形平板上 A 和

H 之间划了一条直线，并指向中央。仿佛圆环不会向边缘移动更远的距离）。——（我们在 *A* 和 *K* 分别放置 1 个和 2 个砝码。）——它向那边（*K*）下落因为那有更多的砝码。要在每一侧放相同的砝码。”力的大小问题，位置 1（*A* 点 2 个滑轮），他放了 4 个砝码构成 2+2：“这里（*A*）有两条细线没有任何作用？——没有任何作用。如果（只）有一条线，砝码是一样的。——那这样（位置 2：*C* 和 *S*）呢？——圆环将会去这里（*K*），因为那里和那里分别有 2 个砝码，而这有 4 个砝码（所以单独的 2+2 砝码比在一起的 4 个砝码轻，砝码单独的而非分开的，以力的不可加，而不是力在方向上的组合）。——那么该怎么做？——要让哪里都是 4 个砝码，圆环才能停留在中间。——那如果这里（在 *F*，同 *C* 和 *S* 一样）2 个砝码，圆环能保持不动吗？——会啊，当然！——（位置 3，即 *K* 点 4 个砝码，*Q* 和 *E* 点各两个）？——圆环将去那里（*K*）因为这里有 2 个砝码，而那里有 4 个砝码。——那么像这样（位置 4）呢？——会都向这个方向移动。——（我们重新在 *T* 和 *B* 放置 2 个砝码，*K* 点 4 个砝码）。——圆环始终是拉这里（*K*）。——（重新在 *T*，*B* 和 *K* 放置 4 个砝码。）——圆环会停留不动吗？——会，因为哪里都是 4 个砝码。”力的方向问题：对于质量相同的 *F*1 和 *F*2，分别位于 *C* 和 *S*，它在 *K* 点放了一个抵消力，但他放下后立即表示：“我觉得我犯了一个错误”，随后位置相继放在 *F*2 对面的 *I* 点，随后 *F*1 对面的 *M* 点。“那么在 *K* 点？——不，圆环不会停留在中间的。——那么在 *I* 点？——会停在中间因为这是相同的距离（= 在同一条线）。——什么是相同的距离？——我说了些我也不知道的事情！——那么在这里（*K*）？——圆环会维持不动，不，不是在这（他重新寻找 *F*1 和 *F*2 对面的位置）。”对于 $F1 > F2$，他将抵消力放在 *F*2 对面，随后放到 *F*1 对面，最后“没有任何位置”。对 Dom 而言，为了拉动圆环，必须 $F1 = F2$。

时段Ⅱ，新的情景与检验。*F*1 和 *F*2 上各放置两个砝码，呈 120°：当我们询问 Dom 需要在 *R* 放置多少砝码使得圆环保持不动时，他在 *R* 放了两个砝码[①]。对于 $F1 = 3$：“圆环会完全离开的。——那要做什么？——在各个位置上都放 3 个砝码（在每个预测后，进行尝试）。”对于 $K = 2$，$F1 = 3$ 且 $F2 = 3$，“圆环或者去这里（*F*1），或者去那里（*F*2）”（新的尝试）。在力相等的情况下，当 *F*1 和 *F*2 进一步靠近时，他继续预测系统平衡。尝试：“我不知道（为什么不这样），然而各个位置都是 3 个砝码。”在分开角度增加的情况下，反应相同，随后尝试：“我也问自己为什么。”于是，他推测 *F*1 和 *F*2 的相近与分离起到了作用：“啊，那里它们更接近，它们效果比它（*R*）更大，要在（*R*）放四个砝码。——那么现在（分开）呢？——不知道。那里它们更少，而这里更多。——比什么多？——比这两个（*F*1 和 *F*2）因为这些砝码比这里的力更靠近。”但当 *F*1 和 *F*2 彼此相对（*P*

① *R* = 合力的反作用力。

和F）且R在K的情况下（3个力的质量相同），他预测“圆环会在中间。——（尝试。）——可能更靠这里（R）一些。——不，这里有三个，怎么会这样？——不知道。——那（在R）两个呢？——圆环将维持在中间。——（尝试。）——为什么不这样呢？——不知道。”但是，他注意到$F1$和$F2$在“一条直线上”。

时段Ⅲ，事后测验。相对的力，A点2个砝码：他在K点放2个砝码。我们在A放3个砝码，他在K点增加一个砝码，但鉴于砝码相互悬挂，且没有聚集在一起，被试表示：“这样看起来质量更大。”力的大小问题，位置1（在A点2+2）：他在K放置4个砝码，因为A点：“这里总共4个砝码因为它们贴近彼此。”位置2：“要移除这里（K），没有它，圆环会向这一侧移动（似乎是正确的，但他又说道）因为这里（K）有4个砝码，而那里（B和T）只有2个（和2个）。——我不明白为什么它没有维持不动。——因为那里有2个砝码（和2个）而这里4个。——我们也可以说2+2等于整体为4吗？——不，我们不可以这么说。——那（S和C）呢？——始终向那里移动。——那（R和D）呢？——一样的。——（Q和E）呢？——一样的。——那像这样（P和F，所以$F1$和$F2$彼此相对）呢？——向那边移动（K，所以他的观察处于阶段Ⅱ的末尾）。不，圆环维持在中间因为那里是完全笔直的。——如果这里（K）有一个砝码，没有关系吗？——没有，它没有什么作用，圆环还是在中间。——刚刚你不是说圆环会向那边（K）移动吗？——不，我弄错了。——如果我挂在这（K）？——圆环维持在中间。——那如果我挂在上面，没有任何影响？——不，圆环始终会保持在中间，因为那边（P和F）是一条直线。如果我们放在这里（K）也是一样的。——为什么？——因为那里和那里（P和F）有相同数量（的砝码）。这里（K）没有相同的数量，但圆环仍然维持在中间。”力的方向问题，在S点和C点分别有2个砝码：被试首先在S点对面（即I点）放置2个砝码，随后放在C点对面（即M点）：“好啦，这里有2个，因为那边（S和C）有两个砝码。——哪个位置更正确？——那里（I），那里（M）和那里（K）。——为什么？——因为是相对的。——那K点呢？——不对，K点不对，因为它没有在对面。”

Bri（7；1）时段Ⅰ，预先测验，A点有一个砝码，指出K点的方向：“为什么在这里？——……——那在J点，对吗？——对。——那在I点呢？——对。——那在H呢？——对。——那在G随后在F点呢？——对。——如果我放一个砝码在这（A），你在另一侧放几个砝码呢？——只放一个。——那放两个对吗？——……随后。——对。——圆环会保持不动？——不。——圆环去哪里？——这里（K）。只放一个砝码。——那这里（I）有滑轮呢？——对。——圆环会保持不动吗？——会，因为每一侧一直有相等的砝码。——那这里（I，H，G，F）呢？——对。——那这里（E）呢？——不，因为它离另一个太近了，圆环会向这边（向中间）走。”最终，正确的小洞是（I，J，K和L）。——为什么？——因

为其他的小洞太近了：圆环不会保持在中间。”力的大小问题，位置 1：在 *A* 点两条细线 1+1；她在 *K* 点放置两个砝码。位置 2 下 *C* 点和 *S* 点分别 1 个砝码且 *K* 点 2 个砝码：“我不确定，因为那边都有 1 个砝码，这里 2 个砝码，那么圆环将向这里（*K*）下落。——为什么？——因为这里 1 加 1 而那是 2。——那像这样（*K* 点 1 个砝码）呢？——圆环会停留在中间。”对于 *P* 点和 *F* 点（彼此相对）各放 1 个砝码，并且 *K* 点放 1 个砝码：“圆环将走向那边（*K*）。——要怎么做才能让圆环维持不动？——把这些玩意儿放得更前一些（而不是在对面）。——或者有什么其他做法？——（她在每个位置都放了 2 个砝码。）——圆环将维持不动？——对，因为这里、这里和那里都有 2 个砝码。”力的方向问题：对于 *S* 点和 *C* 点各放 2 个砝码，她预测要在 *S* 点对面（= *I*）施加拉力，“这样圆环保持在中间。——那这里（*C* 点对面的 *M* 点）呢？——对，这里也正确。——为什么？——因为它们各处细线一侧（=在一条直线上）。要在那边（*M*）放 2 个砝码因为如果那边只放 1 个砝码的话，这里（*C*）有 2 个砝码，圆环不会在中间。而且，如果像现在这样，（在 *M* 点）什么都不放的话，圆环会像这样（*A* 点= *C* 和 *S* 的中间）离开。——为什么？——因为它们之间太近了”。但是她坚持认为，如果我们在 *S* 点（2 个砝码）对面，即 *I* 点放置两个砝码，或者 *C* 点和 *M* 点放 2 个砝码，那么圆环保持在原来的位置上，“因为它们在对面的位置”。对于 *S* 点 4 个砝码且 *C* 点 2 个砝码，要在 *I* 点，即 *S* 点对面放 4 个砝码，在 *M* 点，即 *C* 点对面放 2 个砝码。

时段Ⅱ，新的情景与检验。相反的力，检验力的大小与方向：“如果我从侧面推砝码呢？——圆环依旧维持在中间。——那更远一点的？——一样的。——（尝试。）——要把它们放在离这里更近一点的位置（在预测位置和正对面位置中间）。——（尝试。）——那么在这里（对面）。——你明白了？——因为如果不放在对面，圆环将向这里（正确）移动，或者侧面一点，它将向那边（正确‘中线’）移动，那么必须要使圆环始终在中间。”对于问题 1 力的大小与方向，Bri 能够在 3 个质量（*F*1，*F*2 和反作用力）相等时或向更重一侧移动时，预测出任意一个位置的平衡：“是那些砝码！如果这里有 4 个砝码，那里各有 3 个砝码，圆环会向这边移动”（在四次尝试后）。当在细线呈不同的分开角度位置时，被试总结出，当砝码“彼此距离很近的时候（位置 2），圆环保持在中间。——（尝试。）——圆环没有保持不动：它向这里移动因为细线并没有很近，嗯！它们之间太近了”，之后，（在 120°）平衡的结果归结于“它们彼此之间没有很近”。对于 *F*1 和 *F*2 彼此相对，“圆环向那边（*F*3）移动因为它们距离彼此之间太近了。——哪里太近了？——（*F*1）离（*F*3）太近了，（*F*2）离（*F*3）太近了，于是圆环向那边（*F*3）移动”。

时段Ⅲ，事后测验。相反的力，正确地预测出力的方向与质量相等：“那如果你将滑轮放在这里（*L* 点而不是 *K* 点）呢？——圆环会到这里（正确）。”力的大

小问题。位置 O：她将 4 个砝码放在 K 点“因为不这样的话，如果我在这里放 2 个砝码，那里放 4 个砝码（在 A 点 2+2），圆环会向那里（A）移动。——但在 K 点放 2 个砝码，因为每个位置都是 2 个砝码，这样不行吗？——不行，因为 2 个砝码+2 个砝码，这总共是 4 个砝码，所以要（在 K 点）放置 4 个砝码。”位置 2（B 和 T）：“圆环保持在中间，因为那里一条细线上有 2 个砝码，另一条细线上也有 2 个，于是总共有 4 个砝码而圆环保持在中间，如果我（在 K）放 3 个砝码，圆环将离开那里（向 A）。”位置 3（S 和 C）：“圆环将保持在中间，因为那里 2 个砝码，那里也是2个，总共有4个砝码，而那里（在K点）有4个砝码。——（滑轮在 D 点和 R 点。）——圆环会保持在中间。——为什么？——因为那里 2 个砝码，那里也是，总共还是有 4 个砝码。——那这些砝码（D 和 R），它们彼此之间很远，没有关系吗？——没有，没有任何作用。——（滑轮在 Q 点和 E 点。）——圆环一直在中间，因为还是 4 个砝码对 4 个砝码。”——（位置 4：P 点和 F 点彼此相对）？“——圆环向这里（K）移动。——为什么不是在中间，这始终是 4 个砝码对 4 个砝码？——不，因为这里（P）距离那里（K）太近，并且这里（F）距离那里（K）太近。这让圆环向这里（K）移动。——为什么？——如果移除这些砝码（K）、这条线，只留下这里（P 和 F）的两个砝码，圆环会保持在中间，因为这里是完全笔直的。——如果你在 K 点留下 2 个砝码，圆环会保持在中间吗？——不，我觉得圆环向这里（K）移动。——那如果你在 K 点只留下 1 个砝码呢？——圆环会保持在中间，因为这里（P 和 F）分别有 2 个砝码，而那里（K）有 1 个砝码，并没有很多，所以圆环不会离开。”力的方向问题：“如果这里和那里（S 和 C）分别有 2 个砝码，要拉住哪里才能使圆环会保持在中间？——这里（I 点，S 点对面），这样圆环会保持不动。——为什么？——因为如果在这里（I）放 2 个砝码，圆环会保持在中间，如果不放在这里，圆环会向那里（A）移动。——那这里（C 点对面的 M 点）对吗？——对的，因为如果在这里（M）放 2 个砝码，圆环还保持在中间。——你确定吗？——确定。——那这里（S）不会干扰吗？——不会（因此与她先前在位置4的表达相矛盾）。——那这里（K）是正确的吗？——不正确，因为如果拉这里，圆环将向那边（大致是 S 的反方向）移动。——那如果这里（S）4 个砝码，这里（C）2 个砝码呢？——圆环去这里（S）。要在这里（M）放砝码，因为这里在（C 点的）对面。——那这里（I）呢？——不，因为圆环将走向那里（G）或那里（A）。——在（M）圆环会保持在中间吗？——会。——这是唯一正确的位置吗？——对。”

这里引用了几个例子的几乎全部的记录，进而能够借助个别细节描写，更好地判断时段Ⅱ过程中，被试获取新的信息后产生的不同结果。首先，我们记录了这三位恰好处于阶段IA 的被试，在这个阶段中，被试解决反作用力预备问题的能力依旧很差。比如，对于位于 A 点的既定的力，Gig 没有将其抵消力放在 A 点对面的位置，随后，

他设想仅在质量较小的情况下，系统才能达到平衡：对于 A 点和另一侧各放置 2 个砝码，圆环会移动因为“两侧都很重”。Dom 最初认为砝码在任何位置都不能拉动圆环，然后他接受了所有情况，最终接受了 J 点与 O 点之间的位置，也就是说，只有 A 反方向那一侧的位置，平板中央与抵抗力之间的不同倾斜角度，才能使圆环保持不动。Bri 具有相同的推论，并且仅仅排除了那些比如 E 等“太近”的点；最终，她保留了 I、J、K 和 L 点，甚至没有考虑到质量大小相等。这些有关力的大小的回答并没有认证砝码质量的必要相加性：即便 Dom 在时段Ⅱ问题（1）中选择质量相等的砝码，从时段Ⅱ问题（2）开始，他便不再认定 2 个砝码加上另外 2 个分离的砝码，其总和与 4 个砝码相等[①]。同样，Bri 也不认为 1 + 1 与 2 相等。对于力的方向问题，只有在抵消力处于 $F1$ 或 $F2$ 对面时，被试可以预测出平衡，但无法预测两个力的合力下平衡情况。

因此，问题在于，时段Ⅱ过程中被试能够主动控制他的所有预测，而时段Ⅱ是否足够加深被试的理解？然而，测试中部分位置的情况正是如此，其他的则相反，我们可以表示，总体而言，这些儿童在力与反作用力的预备问题（这也构成了阶段ⅠA 与阶段ⅠB 唯一的不同点）上已经从阶段ⅠA 过渡到阶段ⅠB，但是它们在力的方向与大小的普遍问题上没有达到阶段Ⅱ水平。

事实上，对于两个相反的力，我们看到 Gig 在事后测试中，最终断定 A 点和 K 点各有 2 个砝码会保持平衡，分别有 10 个砝码的情况下同样保持平衡，但当它们分别放置 10 个和 5 个砝码时，平衡被打破，因为圆环“将移动到重的那里”。但这个发展也是极为有限的，主要有两个原因。第一个原因：Gig 始终没有理解两个质量相等的力放置在彼此相对位置的必要性：她能够接受位置 A 和 O，两个点彼此呈 108°，而非 180°，并且这样“因为每个小洞都是正确的”。第二个原因是，起初她在 N 点放置了 3 个砝码，在 A 点放置了 2 个砝码，认为这样圆环能够保持不动，而非离开中心（“两个都是正确的”），随后，她才逐渐认识到质量相等的强制性。然而，事后测试中 Dom 即刻认识到在 K 点位置质量须相等，但相继悬挂了 3 个砝码后，他认为相较于 3 个集中的砝码，“这样看起来重量更大”。Brig 确实为 7 岁（Dom 为 6 岁 7 个月），毫无偏差地完成了测试。

然而，当两个力分开的角度不断增加时，被试对力的大小问题的理解并不如前一个问题那般理想。Dom 在位置 1（A 点两条平行的细线）正确地选择了 4 个砝码以平衡 2 + 2 砝码，但他明确表示这个相等是因为 2 个砝码的“靠近”，他仅仅将两个力视作一个捆绑或者一个集合，而不是因为两个力的牵拉作用处于同一方向上；在位置 2（B 和 T）“不能说”2 加 2 等于 4。在时段Ⅱ过程中，Dom 所观察到 $F1$ 与 $F2$ 的角度分离，可能与由两个基本组合形体分离而造成的力的不可加，具有相同意义，但 Dom 错误地归纳了 $F1 = F2 = R$ 情况下他对平衡的预测，与其试验事实所违背。

① 这也就是为什么被试本能是正确的，但他的理由与方向矢量无关。——作者注

至于在位置 4，当 $F1$ 与 $F2$ 彼此相对（分别在 P 点与 F 点）且第三个力在 K 点牵拉时（做出了错误的判断），其实，Dom 早在时段Ⅱ便预测出由于砝码质量相等，平衡将继续保持。即便 Dom 在观察过程中放弃了原先观点，Dom 在事后测试中做出了相同的预测（在给出正确回答后，他是正确的，但仅仅一瞬间后，他又改变了想法）；只有检验是不同的："圆环会保持在中间，因为这里（$P-F$）是完全笔直的"，再次显示被试没有理解分开角度的作用，因为 P 与 F 之间的分开角度（180°）其实加强了 K 点砝码的作用。但对于被试而言，两个相反的力彼此牵拉（正如在预备问题中），在这种情况下，K 点的砝码不再起到任何作用。

在力的大小问题上，Brig 的例子也具有极大的参考价值。在时段Ⅱ（检验）过程中，她总结其观点：只有在三个质量大小相等时，才可以维持平衡，但是检验过程使其认识到错误，她最终发现了角度的作用。只是，她无法判定是砝码"太近"破坏了平衡，还是在三个力相等和位置 4（$F1$ 与 $F2$ 彼此相对，$F3$ 处于垂线上）的情况下，维持了平衡，她能够解释 $F3$ 的决定性效果，基于 $F1$ 与 $F3$ 相近、$F2$ 与 $F3$ 也相近的事实之上。在事后测试中，她开始思考只要在三个力相等的情况下，平衡就可以得到维持，直到且包括位置 E 到 Q（144°），并且她否认了分开角度的全部重要性（"没有，没有任何作用"）。然而，在位置 4（180°）她再次发现了分开角度因素，并且与时段Ⅱ的表述相同：圆环向 K（$F3$）移动因为 $F1$ 与 $F3$ 之间"太近"，$F2$ 与 $F3$ 之间同样如此（均为 90°）。但如果在 K 点将 $F3$ 减少至 1 个砝码，那么 $F1$、$F2$（P 和 F）将保持平衡"因为是完全笔直的"，并且"1 个砝码，并没有很多"。如果将被试的这些反应与预先测试的反应对比，我们能够发现这些反应的高度统一性，除了检验过程被试因不理解而对分开角度产生疑问，此外，从预先测试起，被试模糊地能推测出力的方向问题。

最后，正如第六章所提及的，部分早期例子中被试在 $F1$ 与 $F2$ 之间平分线上的直觉反应，使得系统平衡，被试因此将 $F3$ 的砝码放置在平分线的反方向；但我们同样也看到，这也只是一种象征意义上的对称性，因为这些方向对于儿童而言，并不是绝对必要的，也与其他的组合形式并无明确区分。在个别例子中，我们在被试 Bri 身上发现了这种直觉，对她而言，如果没有抵消力，圆环将被拉向 C 与 S 点中段。然而，被试 Dom 和 Bri 在预先测试中认为，如果抵消力被放置在 S 点对面（即 I 点）或者 C 点对面（即 M 点），平衡将得以维持，"因为它们相对"，并且仿佛另一个力没有任何作用（参见力的大小问题中位置 4）。但是，时段Ⅱ的问题检验过程却以各种理由否定了被试的最初预测，即便如此，事后测试中这些预测依旧再次出现：Dom 甚至拒绝接受将抵消力放在 K 点的建议："不对，因为它没有在对面"，在选择两个分力中仅一个力的相反位置时，Bri 没有意识到，对于力的大小问题中的位置 4，她给出了与上一刻相矛盾的回答。总体而言，无论是力的大小问题还是力的方向问题，

被试在时段Ⅱ的主动检验并没有使其达到发展过程的阶段Ⅱ水平。

§3. 阶 段 ⅠB

我们将这一水平称为阶段ⅠB，即被试立即解决了前述两个相反的力的问题，接下来考察被试在时段Ⅱ的主动检验是否具有比上一阶段有明显的进步，是非常有意思的：

Fra（6；1）时段Ⅰ，预先测试。相反的力：对于 A 点和 K 点各放置 1 个砝码。“为什么不在这里（L）呢？——不这样的话将会是错的。——为什么？——因为……——那这里（I）呢？——不对。——为什么？——因为要放一样的东西。（画一条直线的手势。）——那这里（L）不是一样的东西吗？——不，细线必须完全笔直。”力的大小问题，位置 1 平行的两条细线各悬挂 1 个砝码：他在 K 点放置 2 个砝码，“因为这里有 2 个砝码。——（位置 2：S 和 C。）——圆环将移动一点点，因为那里（K）更重……但圆环最终会保持在中间。——为什么？——因为这里有 2 个砝码，那里也 2 个。——但刚刚你说这里更重？——这没有更重。——（位置 3：Q 和 E。）——圆环会保持不动吗？——会，因为这里 2 个砝码，那里 2 个。——（位置 4：F 点在 P 点对面。）——圆环会保持不动吗？——不会。那里（K）。——为什么？——因为这里（K）有 2 个砝码，那里（P 和 F）是一样的（相较彼此而言）……这是一样的线条（直线的手势），它（F 在圆形平面的中间）在中间，而它（P）也在中间。——你可以做些什么使得圆环保持在中间？——这里（K 点，有 2 个砝码）移除 1 个砝码。——圆环会保持在中间吗？——会，因为它们全部是一样的质量（$P = F = K = 1$）。”力的方向问题：对于 S 和 C，他将抵消力放在 M 点周围，但说道：“这里，在中间。——那这里（L）呢？——对，这里。——那这里（J）呢？——（犹豫。）——那 K 点呢？——对。——你怎么知道呢？——因为这是中间（他指向 A 点）。”对于 $F1 > F2$，2 个砝码，他同样选择了 K 点。“如果我们移除（固定圆环的位置的）小木杆，圆环会去哪里？——那里（$F1$）。——如果在 $F1$ 点继续增加砝码，应该牵拉哪里呢？——始终要牵拉同一个位置。”

时段Ⅱ，新的情景及主动检验。对于间隔相等的位置，被试 Fra 在 $F3$ 放置 4 个砝码，$F1$ 和 $F2$ 各放置 2 个砝码。经过尝试：“要在（$F3$）放 2 个砝码。”新的尝试后，他在 $F2$ 和 $F3$ 各放置 3 个砝码，$F1$ 放置 2 个砝码：“圆环会移动至中间（从 $F3$ 和 $F2$）。——为什么？——因为那里重量更大。——（尝试，随后调整为 $F3 = 3$，$F1 = 3$，$F2 = 4$。）——圆环会移向那里（$F1$）。——（尝试，随后调整为 $F3 = F1 = F2$，且 $F1 = F2$ 彼此贴近。）——圆环会移向那里，在中间（= 介于 $F1$ 和 $F2$ 之间）。——圆环不会保持不动？——对。因为它们更近了。——

这样会如何？——没有什么。”随后进行多次尝试。情景3（$F1=F2=F3$）：“圆环会保持不动……它将移动到那里（介于$F2$与$F3$之间）。——为什么？——因为这两个更靠近。——（我们将$F2$ $F3$与$F1$ $F3$之间的角度调整至相等。）——圆环会向那里（$F3$）移动。——你确定吗？——确定。那里（介于$F1$与$F3$之间）比较好。——那这里（介于$F2$与$F3$之间）呢？——不对。——（尝试。）——为什么那里？——我不知道。——（回顾。）——为什么圆环一次向那里（$F1$ $F2$）移动，一次向那里（$F3$），一次保持在中间？——因为它（滑轮）没有放置相同的东西。——造成了什么变化？——它使得圆环移动。”$F1$放置在$F2$对面：“圆环会向那里（R）移动，因为这两个在一条直线上。——（我们移除R。）——圆环会保持在中间。——为什么？——我不知道。”

时段Ⅲ，事后测试。位置1（砝码在平行细线上，每处2个）：他在K点放置4个砝码“因为这里有4个，那边4个。——那在（J）或（L）呢？——不行，因为它们不是相对的。——（位置2：I和B。）——圆环会保持在中间，因为它们比那里（K）更接近。——那这样（S和C）呢？——圆环会保持在中间，因为它们比那里（K）更接近：这个（S）距离那里（K）很远，那个（C）也是。——（那在R和D呢）？——（同上。）——（再次回到T和B。）——圆环将保持在中间吗？——不，圆环将去那里（A：两者之间）因为它们比那里（K：所以T和B上有2个砝码，K上4个）更接近。——那（S和C）呢？——圆环去那里（A）。——那（R和D）呢？——始终那里（A）。——（E和G）？——圆环去那里（A）。——那（P和F：相对）呢？——我觉得圆环将去那里（K）因为那里砝码更多，而这边（P和F）它们距离那里（K）是一样近的：构成了一条直线。——那么，你能做些什么使得圆环保持不动？——我（在K点，因此各位置质量相同）移除2个砝码。啊，不，这里要清为零。——如果你只移除1个砝码呢？——不，还是要放2个。——圆环会保持不动吗？——不，圆环会向那里（K）移动，因为这两个在一条直线上。——那么该怎么做？——要放2个砝码因为各个位置是相同的：2个砝码更正确，因为这样每个位置都是2个。——一个孩子和我说，不放砝码，圆环依旧会保持在中间。——不，不对的：这里2个”。力的方向问题：$F1$与$F2$各放3个砝码，分别位于S和C点，“将这些砝码放到哪里使得圆环维持不动？——这里（K），但要放3个砝码，因为它在那里（A）的对面。——为什么（A）？——因为在中间，所以圆环会保持不动。——（$F1>F2$：C点4个砝码，S点3个砝码。）——要拉哪里呢？——这里（M，C点对面）因为那里（C）的砝码更多。——那这里（I点，S对面）呢？——不行，因为那里的砝码不够。——（C点2个砝码，S点4个砝码）？——这里（S对面）因为要拉更重一方的对面。——另一个不会干扰吗？——不，可能会有吧。——那怎么做呢？——那边（M点第四条线）再放一个。——但是有3条细线呢？——这

里（*K*）在中间，因为它在两者之间。——在更重一方的对面？——不对，因为那里没有同时拉动两个点，只拉着那里（*S*）。”

Ver（6；7）预先测试。相反的力：对于*A*点的一个砝码，他在*K*点放置一个砝码，“因为这在另一个对面。——那这里（*L*）呢？——不行。——圆环将去哪里？——这里（*P*的方向）。——有几个正确的位置吗？——不是，只有这里（*K*）。——那为什么是1个砝码而不是2个？——因为另一侧也是，（否则）圆环将向这一侧移动……更重的那一侧会牵拉圆环。——（位置1。）——（她在*K*点放置4个砝码以抵消*A*点2+2。）——那2个砝码呢？——不，这不对，因为那里（*A*）总共有4个砝码。——（位置2在*T*和*B*）？——圆环会保持在中间：两边始终有4个砝码。——滑轮之间距离远一点没有任何影响吗？——没有。”*S*和*C*，*R*和*D*：同上。“那这样（*P*和*F*点彼此相对）呢？——对，一样的，因为它们相对，于是（从两侧）笔直地拉圆环，圆环会保持在中间。——这里（*K*）不会干扰吗？——不……它一样在拉圆环，我非常确信它不会干扰圆环保持在中间。——那要怎么做？——这里（*K*）移除2个砝码。——然后呢？——圆环会保持在中间，因为每个位置都是2个砝码。”力的方向问题：对于*S*和*C*点2个砝码，她在*J*点放置了2个砝码（随后在*K*点）：“为什么？——那里可以拉动其他两个力。——为什么？——它在其他2个中间。——（$S=4$且$C=2$）？——应该放在那里（*I*，*S*点对面）。——那这里（*M*）呢？——不行，因为不这样的话（*S*）将向它在的一侧牵拉，它将拉着这两个（*M*和*C*）。——那*K*点不对吗？——不对，因为那个更重，于是它（*S*）就会拉圆环。——如果我哪里也不拉，圆环会下落到哪里呢？——这里（*A*）。——那要拉哪里？——这里（*K*）。——你刚刚说在（*I*）？——对，我觉得两个点都对。”

时段Ⅱ，新的情景与检验。（*F*1，*F*2和*F*3在相同的距离）：“这里要放2个砝码，其他2个放一样的。——（尝试。）——（$F1=3$，$F2=F3=2$）。——圆环会移向这里（*F*1）。——（尝试。）——圆环会向那里（*F*1与*F*3中间）移动。——（尝试。）——（$F1=F3=3$，$F2=4$。）——圆环会去这里（*F*2）。——（尝试。）——不，为了让圆环保持不动，要在每个位置放一样的东西。——（尝试，随后*F*1与*F*2更接近一点，各放3个砝码。）——圆环会保持在中间。不，这边（*F*1+*F*2）将拉圆环，因为这里每一侧都有3个砝码，而这里（*F*3）只有一侧3个砝码。——（尝试。）——我之前想圆环会保持不动，因为每个位置都有3个砝码。——（我们增加*F*1与*F*2的分开角度。）——圆环会保持不动吗？——会，因为它们几乎在正对面。——（尝试，随后我们回到间距相等的情况。）——啊！对，我搞错了，圆环保持不动，因为也（注意！）是每个位置都有3个砝码。——（我们将*F*1与*F*2移近。）——圆环会保持不动因为每个位置都有3个砝码。——为什么？——因为它们几乎在旁边。——（我们继续移近*F*1与*F*2。）——它们

的拉力增加因为它们几乎相邻：两个在一起的重量更多。——我不明白。——因为这里总共有6个砝码而那里只有3个，于是这里（6个）拉着那边的3个砝码。——（相等间距。）——圆环会去那里：它们在拉着这个（$F1$）。这两个（$F2+F3$）构成4个砝码，所以能拉住（$F1$）。——我们也可以说（$F1+F2$）拉着（$F3$）吗？——可以。不，必须是它（$F3$）在（$F1$与$F2$）中间的对面，否则它们不能拉着它（$F3$）。——（尝试。）——每个位置都是2个砝码！——但之前是一样的，然后呢？——之前去了那里！——不是每一次都一样吗？——是，每一次。——（我们移近$F1$和$F2$。）——圆环会保持不动吗？——不，因为它们几乎相邻。——那这里（间距相等）呢？——圆环会保持不动，因为各个位置都是相同的空间。——（我们增加分开角度。）——圆环将去这里（两个之间）因为这有更大的空间，于是圆环来这里。——（尝试。）——不，圆环去那里（反方向）。——怎么会这样？——不知道。因为当它只有一个的时候，当它没有和其他相邻的时候，它拉动圆环！——（$F1$与$F2$呈直线。）——圆环会移向那里（$F3$）。——你确定吗？——确定，因为它们在正对面，它可以拉着圆环。——怎么做呢？——如果可以增加，圆环会保持不动，不，要这么做（间距相等）。”

时段Ⅲ，事后测试。位置1：正确。位置2在S和C：“圆环会保持不动，因为2加2总共是4，而那里是4个砝码，于是可以保持不动。——（R和D）。——对，圆环保持不动。——为什么？——因为哪里都是相同的空间（介于R和D、D和K、K和R）。——（E和Q）？——不。圆环将去这里（K），因为这里（K）更重，它拉着这两个。——为什么这里更重？——因为它们（E和Q）之间分隔的很远，而那里（K）都在一起，所以能拉动这两个。——（F和P：正对）？——圆环还拉着它因为它（K）还是更重一点，这两个更轻。——你说的‘还是更重’是什么意思啊？——当它们在那里（$F1$和$F2$分别在E和Q）以及（之前的位置）各个位置，除了两个在那里（A）的时候，这个（K）都更重，所以圆环保持在中间。——当滑轮在这里（S和C）的时候，圆环会怎么样？——圆环去那里（K）。——刚刚你说圆环会保持不动，那么现在呢？——圆环不会保持在中间。”力的方向问题：“如果砝码在这里（S和C），每个滑轮有2个砝码，为了拉住它们，要在哪里放置砝码？——这里（K）因为如果我们这样做（从A到K的直线），圆环会来这里到中间。——那（L）对吗？——不对，它们会去那里。——那在（J）呢？——不对，它们会去这一侧（接近$F-G$）。——那要拉住哪里？——这里（K）因为它是这边（$S-C$）的中心。——那如果我们在这里（C）放4个砝码，那里（S）放2个？——这里（L），而不是这里（K）。——哪一个最正确？——这里（K）。——为什么？——……——如果我哪里也不拉，圆环会去哪里？——这里（C）。——为什么？——因为这里有4个砝码。——那应该拉哪里？——这里（K）。”

阶段IB 的被试比 §2 中的被试进步了少许，处于阶段Ⅰ与阶段Ⅱ的中间阶段，他们的部分成果显示被试已经接近阶段Ⅱ，尽管经过检验，他们发现了某些新的关系，并将其一直保留到事后测试时段，但是这些新发现的关系并未被理解，被试依旧是按照阶段Ⅰ的思维模式来做出阐释。

首先，在被试 Fra 的例子中，在预先测试阶段我们看到他游刃有余地解决了两个相反的力的问题，位置 1 也是如此。但在那些出现了分开角度的位置问题上，他只关注力的相等，除了在 $F1$ 与 $F2$ 相对的情况（位置 4），在短暂的直觉下他立即选择三个力的相对。对于力的方向，他都执着于平分线位置，无论砝码质量相等与否。在检验过程中，他似乎发现了角度的作用，随后他在事后测试中使用了“相近”这一概念，但从意义上还不是方向（或向量）性的，更多地是属于阶段Ⅰ的力的不可加原则，即聚集的砝码比分开的砝码更重。其实，他的预测并不总是正确的，大体上基于一种关系：也就是，$F1$ 和 $F2$ 越接近，它们能更好地对抗（位于 K 点）抵消力 R，由此得到了 TB 和 SC 的平衡预测。但是随后，在 TB、SC、RD 和 EQ，观察到两个力靠近或处于与 K 点相对的同一侧后，促使 Fra 认为，两个力较 K 点的抵消力更占据优势，进而导致圆环向这一侧移动，到达中间位置 A 点，而不是向 K 移动。在位置 4，$F1$ 与 $F2$ 的砝码彼此相对，Fra 最初的直觉是正确的，随后，她认为只要三个力的质量相对，系统平衡将得以维持。总而言之，所有的解释取决于砝码质量的相等与否，正如砝码相近情况下，质量会增加。即便当 Fra 在位置 4 做出正确预测——整体将向 K 点移动的时候，他依旧用他所坚信的想法进行论证 $F1$（P）与 $F2$（F）的相近和位于 K 点的抵消力 R。对于力的方向，Fra 预测砝码相等的情况下，合力位于中间，随后，在砝码质量不相等的情况下，合力在更重一方的对面，之后当他察觉到要同时计算两个力时，他再次认为合力应该在中间。

同样，Ver 在预先测试阶段也顺畅地解决了两个相反力的问题和位置 1 的问题。随后，一直到位置 4（$F1$ 位于 $F2$ 对面），被试始终局限于砝码质量的相等。在被试仔细观察 K 点 $F3$ 可能的移动后，她表现出迟疑，随后又倒退到之前的想法，砝码质量相当下系统平衡。至于力的方向，她的判断与 Fra 相同，随后在 $F1 > F2$ 的情况，她试图将抵消力放在 $F1$ 的对面，即 K 点中央。在检验过程的开端，Ver 同样坚持其假设：平衡取决于质量相等唯一因素，随后，她也逐渐发现了角度的作用：但是，Ver 也同样以阶段Ⅰ的力的不可加原则做出解释，当“它们几乎相邻，两个在一起的重量更多”。然而，她隐约看到一个新的因素，在间隔相等的位置，她察觉到“各个位置都是相同的空间”。由此，她产生了一个令人意外的推测：当砝码“只有一个的时候，当它没有和（另一个）相邻的时候，它拉动圆环”，也就是说，它比其他两个更重。在这些条件下，事后测试中的反应从本质上更加复杂。在前几个问题中，直到位置 2，被试只考虑到砝码质量的相等。对于 R 和 D，起初也是同样的，但 Ver 随

后引用“哪里都是相同的位置”（正如她在时段Ⅱ所观察到的）。此后，对于 E 和 Q、K 点的 4 个砝码更重了，由于“都在一起”，而 E 点的 2 个砝码与 Q 点的 2 个砝码则“分隔的很远”。被试在 F 和 P（彼此相对）条件下持相同假设，和在此之前的场景一样，除了位置 1（A 点的 2 条细线上悬挂 4 个砝码）有所不同。至于力的方向，被试始终选择平分线，甚至在砝码质量不相等的情况下也是如此。

总而言之，我们在这几个被试的例子中发现，经过时段Ⅱ检验过程的观察，他们有了部分的进展，但他们观察到的关系既不稳定也没有被理解，占据主导地位的观点是：相近的砝码比相邻的砝码更重，而分开的砝码由于缺少协同作用，比相同质量的整体更轻。但这一原则尚未全面普及，Ver 一度认为一个单独的砝码效果更佳，就仿佛这个砝码摆脱了一切阻碍。总体而言，被试均是从静态空间位置出发做出判断，而非从力的方向角度，相比较而言，在第六章和第七章中阶段Ⅱ的反应中，我们能够看到力的方向组成的开端开始显露。

事实上，有两个假设，一个是之前例子中的被试会持有的假设：砝码聚集则质量增加或者砝码分散则质量减少，而另一个是：砝码质量不变，但是牵拉角度分开时，砝码的作用在一定程度上减弱，在这两个假设之间，我们发现了所有的中间阶段。比较阶段ⅠB 的反应与第六章和第七章中阶段Ⅱ的反应，其差异并不明显，尽管两者差异细微，但始终是存在的。诚然，由于空间分离，在该阶段Ⅱ我们依旧清晰地看到，简单的力的不可加原则的残留（参见第六章第 4 节的中间阶段 Béa 的例子）。但在被试 Béa 身上，我们已经遇到了一些方向性的表述，例如“如果在对面，两边都不能向另一侧拉圆环”。在 7 岁 7 个月被试 Dan（同上）的例子中，细线的分开已然代表了角度的分开，被试 Tho（8 岁 2 个月，同上）准确指出“因为总是有相等的砝码，只有每个力拉动彼此……这两个才不会一起拉”，或者反过来，“会拉动砝码，因为它们在同一侧”。在第七章（第 3 节），我们同样在阶段Ⅱ发现了相似的表述，诸如“侧面就不再拉”（And，7 岁 1 个月），“它们像这样牵拉”（指出力的方向：Zan，8 岁 7 个月），或者对方向的评估（“宽的长度”，也就是细线的开合程度：Xav，8 岁 5 个月，同样还可参见 7 岁 4 个月的被试 Flo）；抑或是：“它们会往一侧多拉一点”（Oli，9 岁 9 个月和 Gio，9 岁 10 个月），等等。总而言之，从阶段Ⅱ开始我们经常观察到一种已经较为清晰的意识——细线的位置与拉力方向之间的关系。

这些新发生的直觉反应，作为阶段Ⅲ的前期准备，在我们看来是以上阶段ⅠB 的被试所不具备的。但是，我们在此重申，阶段Ⅰ所独有的力的不可加特点，以及基于此的假设——分开的砝码比聚集在一起的轻，可以延伸成为力的方向组合的雏形构念，同样，阶段Ⅱ过程中，简单的位置变换时质量得以守恒，由此产生动机以寻找这个力的不可加背后的原因：力的不可加倾向于一定程度上选取一个向量的意义，其为数不多可以接纳的原因需要在砝码的行动模式中进行寻找，而不是依据其内部

变化，被试或早或晚最终建立了牵拉力的方向概念（平行，分离或者甚至相对）。此外，我们在最早期观察到平行或相对时力的方向的作用，从阶段IB 开始情况便是如此，但在两个力分离的情境下，这个力的方向作用的普及是十分微妙的，因为这一阶段超越了力的单一线性方向的组合。

§4. 阶 段 Ⅱ

在这一阶段，细线在 *A* 点平行时，力的大小问题得以成功解答，但当我们分开滑轮时，被试无法解答；在力的方向问题上，被试能够预测相等的力的合力，无法预测几个力不相等情况下的合力情况。

Sco（8；11） 时段Ⅰ，预先测试。相反的力：正确，当“它没有在另一个的对面”时，进行位移。方向 *C* 和 *S*，各有 2 个砝码：“圆环去那里（*A*），因为它们在顶端。——那么会怎么样？——它拉着它们。——那为了让圆环保持不动呢？——要拉住这里（*K*），因为它在中间。”但当 *S* 点 4 个砝码，*C* 点 2 个砝码时，他依旧预测平分线，想要拉住 *K* 点：“这有一个小洞是对的，就是它。”力的大小问题：对于 *A* 点两条平行的细线，每条悬挂 2 个砝码，他在 *K* 点放置 4 个砝码“使得这是相同的东西”，但他在 *B* 和 *T*，*S* 和 *C* 等位置的做法相同。“我将它们分开没有任何影响吗？——没有，没有任何影响”，等等。

时段Ⅱ，新的情境与主动检验。三条细线对称的位置：圆环将保持在中间“因为有一部分（相同的砝码）在每一侧。——（尝试。）——那我在这里（*F*1）增加 1 个砝码呢？——它将在那里拉着圆环因为那里（*F*1）有 4 个砝码，（*F*2 和 *F*3）每一侧有 3 个砝码。——（尝试。）——那我在这里（*F*2）增加 1 个砝码呢？——将沿着这个方向牵拉（*F*1 *F*2 平分线）。——那如果在这里（*F*3）再加一个呢？——圆环可以在中央保持不动。——（我们将 *F*1 与 *F*2 移近。）——圆环将往这一侧（平分线）移动一点，因为它们接近，将拉着它们到中间。——（尝试。）——对的。——（我们大幅增大 *F*1 与 *F*2 之间的分开角度。）——圆环会保持在中间。——（尝试。）——圆环没有保持不动，因为这有两个轮子（*F*1 和 *F*2）不能使它停留不动。那里（*F*3）在牵引。——你明白为什么吗？——不明白。——如果我们再分开更大一点呢？——拉着圆环更向下。——（尝试。）——对。——（对称）？——在中间因为有一个力在那里拉着，一个在那，还有一个在那里。——为什么之前不行？——因为当它们靠近的时候，这个力（*F*3）在拉。——（两个力面对面，*F*3 呈直角）？——它将拉着它们去那边（向 *F*3，随后）。不然到这一侧或这一侧（*F*3 与 *F*1 或 *F*3 与 *F*2 的中段）。——（尝试。）——它去了那里（*F*3）！”

时段Ⅲ，事后测试。A 点两条平行的细线，每条细线上有3个砝码：他在 K 点放置6个砝码。我们将细线分开至 C 点和 S 点："它去这边（A），这两个（C 和 S）拉着。——为什么？——因为那里（K）只有一条，这边两个（C 和 S）它们比那边（K）的一个有更大的力。——（滑轮在 D 和 R。）——它去那边（A）因为这两个它们每个向自己的方向拉，而那里（K）没有力在拉。——（滑轮在 E 和 Q。）——那个（K）拉得少，因为这两个它们之间拉得非常多。——不可能向着（K）吗？——不，因为它们两个相互之间向各自的方向牵拉。"因此，Sco 从砝码分开的作用效果中什么也没有学到。滑轮相对（P 和 F）及砝码在 K 点："圆环保持在中间，因为它们在一条直线上"（同样没有学习到任何内容）。力的方向问题：$F1 = F2$ 平分线，以及它的反方向，但对于 S 点6个砝码与 C 点3个砝码，Sco 预测向 S 点移动及 K 的反方向，随后表示 C 和 K（3）没有"足够的力拉住这里（S）。——哪一个没有足够的力？——介于这两个（C 和 K）之间。"Sco 有砝码质量守恒的概念。

Has（8；5） 预先测试。相反的力，判断正确，对于在 C 和 S 点 $F1 = F2$ 选择平分线："那为了拉住它们？——那里（K）因为它恰好对（A）是直线，组成了一条直线（AK）。"但对于 C 点4个砝码，S 点3个砝码："圆环会来这里（C）。"然而预测的合力的反方向在 L 点，这点看起来是一个正确的判断，但是："那里（M 点，C 点的反方向）可能没有效果，因为那个（S）本应该放在这里（R）。"力的大小问题：平行下正确，分开角度下错误。对于直线（PF），"那里（K）将会牵拉，要将它们像这样（F 在 E 点，P 在 Q 点）放置。"

时段Ⅱ，新的情境。对称的位置：Has 三个力均增加至5个砝码。随后，他观察到 $F1$ 与 $F2$ 接近后的效果"因为曲线更……弯曲（＝角度更尖锐）"，分开角度的效果"因为曲线没有那么弯曲（角度更钝）"。

时段Ⅲ，事后测试。A 点平行情况：正确（K 点6个砝码对应 A 点3+3个砝码）。我们移近（在 S 和 C）："它将移到这里（至 K：正确）。——为什么？——因为这是一个弯曲的线（角度）：要让这里是一条直线才能使圆环会保持在中间。——怎么做呢？——要把这两个滑轮放在这里（A 点平行，正如他前一刻所观察的）。——为什么？——要让线是直的。如果线太弯曲（角度）或者线有一点弯曲，都不行。如果我们将它们放在这里（B 和 T！）是可以的，否则圆环会去那里（K）。"滑轮在 D 和 R："这里（K）还多一个砝码，因为线是弯曲的。"对于 P 和 F（直线）"还要再移除一个砝码（在 K 点，但不是撤销该点）。——怎么令它保持不动？——要把滑轮放在这里（B 和 T：分别3个砝码，且 $K = 3$）"。力的方向问题，平分线，对于 S 与 C 点分别5个和3个砝码，*Has* 正确地预测合力在 T 点，但将反作用力放在 K 点。"如果这里（S）有更多的砝码会有任何影响吗？——不，要放在这里（指向 I）。——那如果在（S）增加砝码呢？——（他指

向 *H*，随后指向 *G*、*F* 和 *E*。）——我把它放在这里（*E*）”，所以，他的想法是，在接近 C 点时，能够借助这个力来抵消 S。

Rad（9；3）时段Ⅰ，预先测试。力的方向问题：平分线：“圆环可能去这里（*F*1）或那里（*F*2）吗？——不可能，（在 *S* 点）要多出一个砝码，才能使圆环过来到这里（或那里）。” *S*4 和 *C*2：“从这里（*T*），因为（在 *S* 点）有更多砝码”，这一点是正确的，而对于反作用力，Rad 指 *I* 或 *J* 为等效点，特别是 *S* 点 8 个砝码，*C* 点 2 个砝码，他认为合力的反作用力始终在 *J* 点。因此，被试在力的方向上处于阶段Ⅱ与阶段Ⅲ的中间阶段。然而，对于力的大小，被试仅在 *A* 点细线平行的情境下得出正确答案，并且，“并不是我们将其分开后，质量会改变：始终是相同的”。

时段Ⅱ，新的情境。对称的位置：“圆环会保持在中间，因为（细线之间的）空间是相等的，所以三个方向相同的砝码进行牵拉。”被试观察后，我们移近 *F*1 和 *F*2：“接近后，它们将产生仿佛有更多砝码的效果，于是圆环将走向它们。——哪里？——这里（平分线）。”尝试，随后我们分开 *F*1 与 *F*2 的角度：“它们离这里（*F*3）更近，圆环将更多地被这里牵拉。”尝试：“好的。” *F*1 与 *F*2 彼此相对：将会被 *F*3 拉着，除非我们只留一个砝码。反复尝试后纠正。对于 *F*1 和 *F*2 在 *S* 点和 *C* 点，Rad 预测 *F*3 有 6 个砝码时与 3+3 平衡。尝试：“对，应该是的，但情况不是这样的！”从对称情况开始几次新的尝试。

时段Ⅲ，事后测试。力的方向问题：对于 *S* 点 6 个砝码，*C* 点 3 个，Rad 预测合力在 *S* 点方向，反作用力在 *I* 点方向：“我看有更多砝码位置的直线对面。——那我们拉这里（*I*）时候，它只拉这里（*S*）还是也拉那里（*C*）？——也拉那里（*C*）。”力的大小问题：*A* 点细线平行，正确，*K* 点 6 个砝码对应 3+3。我们分开细线至 *B* 和 *T*：“我不知道，但刚刚我们尝试时候，它没有在中间。——那现在可能在吗？——可能。——但更可能是这样？——不，因为它们分开了，这样产生仿佛更少砝码的效果。”对于 *B* 点和 *T* 点各 3 个砝码（*K* 点 6 个砝码）。Rad 认为圆环在距离 *K* 点不远的位置，对于 *C* 和 *S* 更接近中心，对于 *R* 和 *D* 还要更接近中心！“那对于 *E* 和 *Q* 呢？——我该说我不知道。——在中间？——就是这点我不知道，我不知道圆环是否会移向这里（*K*）或者那里（*A*，在错误的推进过程中 Rad 刚刚指出的）。如果这里只有（*K*）3 个砝码，它会去那里（*A*），但这里现在有 6 个砝码，我不知道。” *F*1 与 *F*2 相对：“我认为圆环将去那里（*K*），但我不确定。——为什么？——因为它们分开了，于是我们不能说它们在一起。”砝码质量守恒：已经建立。

Paq（10；5）时段Ⅰ，预先测试。力的方向问题：*S* 点和 *C* 点各 3 个砝码，指出合力为平分线，反作用力为“那里（*K*）。——那在（*M*）圆环可以保持在中间吗？——可以，因为（*S*）也在中间（介于 *C* 和 *M*！）。如果我们在这里（*M*）

再加一个砝码，而不是和（$S+C$）一样的砝码，圆环将保持不动。——一个在另一个对面（C 和 M 以及抵消力在 I），圆环将保持不动？——对。”抵消力在 K、L、M、N 点给出同样的答案，但在 O 点则不同。同样，S 点和 C 点各 3 个砝码由 I 点 3 个砝码抵消，“因为这两个组成一个三角形，而（I）拉着它们”。S 点 4 个砝码，C 点 2 个砝码：他在 M 点放 2 个砝码“因为这两个（M 和 C）总共 4 个砝码”，或者 I 点放置 4 个砝码，在 S 点对面“因为有 4 个砝码，圆环会保持在中间，那有和这里（S）一样的东西”。力的大小问题，A 点细线平行的情景（4 个砝码对应 $2+2$），回答正确，但砝码分开角度时（R 和 D，等等）依旧选择相等的砝码，“因为它们距离中间（A）是相同的距离”。对于直线（F 和 P），他在 F、P 和 K 点放置 2 个砝码：“圆环会保持在中间吗？——会，因为它拉着这两侧，也拉着那里。”

时段Ⅱ，新的情境。3 个力对称：正确，但当分开角度或移近时，被试一直预测平衡，反复尝试后意识到了错误，因此“有时候有 2 个滑轮移近了，对面的位置不能使系统平衡。”经过几次新的尝试，尤其是 $F1$ 与 $F2$ 相对的情况（A 和 K，$F3$ 在 P 点）。

时段Ⅲ，事后测试。力的方向问题，$F1=F2$ 分别在 S 和 C 点：被试预测平分线，反作用力在 K 点且仅在 K，因为在 L 点等位置，“不在中间的对面”。但对于 S 点 6 个砝码，C 点 3 个砝码：“因为它又在两个之间，我们放 9 个砝码在这里（K）”，于是圆环会保持平衡。随后，“如果我们放 6 个砝码在这里（I），那将与那里（S）相等。—那如果我们在 C 点放 8 个砝码呢？—那么圆环会去那里（C）。”力的大小问题：细线平行下回答正确，随后分开角度：K 点 6 个砝码，B 和 T 点分别 3 个：“仿佛这两个滑轮在那里（A），它（K）在这两个的中间。”Q 和 E 点分别 3 个砝码，K 点 6 个：“一个在那里，它们像这样拉（手势），圆环应该来这里（A），那么就像那里有 6 个砝码，圆环保持在中间。”P 和 F 点分别 3 个砝码：他将 K 点的砝码从 6 个减少为 2 个。

这些多样的反应极具代表性，从中我们可以观察到阶段Ⅱ被试主动操作的效果：Sto 总体上还维持在原来的水平，Her[①] 在力的大小问题更接近阶段Ⅲ（但尚未达到），在力的方向问题仍停留在原来的水平，Rad 同样在力的大小问题取得一点进展，但是在力的方向问题上出现倒退，Paq 在力的方向实现微小的进步，但力的大小问题保持在原水平上。

其实 Sco 在预先测试中表现出阶段Ⅱ的典型反应（当两个力 $F1$ 与 $F2$ 相等时在力的方向问题成功，力的大小不等时失败，在细线平行的情况下力的大小问题成功，分开角度时失败），并且，尽管他的主动操作与预测相违背，他在事后测试过程中，

① 此处系作者笔误，应为“Sco”和“Has”。——中译者注

当两个力分开一个很大角度时，他会想到之前在 C 和 S 位置时目睹的场景。结束后，被试 Has 依旧和预先测试一样保持在阶段Ⅱ水平。事后测试过程中，他已经记住细线“弯曲”，也就是说细线分开，减小了砝码的力，但他没有将这个习得普及到小角度（B 和 T）的情况，所以被试接近但并没有实际达到阶段Ⅲ。对于力的方向问题，起初看起来他似乎在 $F1$ 与 $F2$ 不相等的情景（合力接近于质量更大的力）下取得了显著进展，但当两个力差值增大时，他又倒退至阶段Ⅱ水平。

被试 Rad 在预先测试中成功回答了力的方向问题中一个问题（但在合力的反作用力问题上频繁犯错误），几乎处于阶段Ⅲ水平，力的大小问题处于阶段Ⅱ水平。经过多次操作，他看起来从中习得很多，他似乎忘记了预先测试中正确的力的方向直觉反应，倒退回阶段Ⅱ的反应水平。

对于力的大小问题，起初他回想起他之前的习得，随后，伴随细线分开角度增加，测验结果打破了规律，使得他的思路完全混乱。被试 Paq 在力的方向问题上勉强属于阶段Ⅱ：他在平分线的反作用力上出现错误，随后在事后测试中做出修正，但 $F1$ 与 $F2$ 不相等的情况下始终出现错误，力的大小问题上没有任何进展。

总之，我们由此再次观察到，阶段Ⅱ的被试通过操作与观察实现的进展极为有限，由于缺少一个能够将习得内容拼接为紧凑整体的向量结构。又或者这些习得内容被当作一种法则或规律（9 岁的被试 Rad 如此说道，“我不知道，但刚刚我们尝试时候，它没有在中间”），但是，由于缺少对问题的背后因果关系的理解，习得内容始终是脆弱的，缺乏足够的一般性，或者由于过于新颖、多样，被试并没有保留并驾驭这些习得内容，比如在 Rad 的例子中，他忘记了部分自发的直觉，或者在几次系统性的尝试中，产生了与实际规律相反的判断。

§5. 阶段Ⅱ与阶段Ⅲ的中间阶段及阶段Ⅲ

通常而言，在既定问题上理解能力达到阶段Ⅲ水平的被试，一旦确认了他们的解释就不会再进行修改，或者仅在细节上进一步修饰。但我们仍然需要检验属于中间阶段、处于阶段Ⅲ边界的被试的例子，或者那些实际上已经达到这个水平的被试，但是在事后测试中出现摇摆不定或倒退现象的不稳定状态的被试，检验他们是否在实际操作之后能够有更多的提升：

Tut（7；6）是一个早熟的例子，最初，他的反应处于阶段Ⅱ，他可以独立地给出正确答案。时段Ⅰ，预先测试，力的方向问题：对于 C 点 4 个砝码，S 点 9 个砝码，他首先将合力的反作用力放在更重一侧的对面，随后放在 K 点中间，后来又放到了正确位置 L 点，“因为这里（C）比那里（S）拉了更多砝码”，因此合力处于 B 点，接近 C 点。同样，对于力的大小问题，开始时，他将 4 个砝码放在

K 点，以平衡 S 和 C 点分别放置的 2 个砝码："它们分开没有任何影响吗？——没有，没有任何影响……有，还是有些变化。——圆环会去哪里？——向（K）一点，因为完全笔直比从侧面拉有更多的砝码。" 参见 I 和 B 有 2 个砝码。对于 P 和 F：反应正确。

时段Ⅱ，新的情境。不同分开角度、砝码质量相等或不相等的一系列情景，预测基本正确，除了质量不相等的情况。

时段Ⅲ，事后测试。力的方向问题，C 点 3 个砝码，S 点 2 个砝码："圆环将去这里（B 点，没有丝毫犹豫）因为这里（C）有更多砝码。——那么该怎么做？——从这一侧拉。——为什么不直接从 C 点呢？——因为这里（S）有 2 个砝码，它依旧（从所在一侧）拉着圆环。——那你要拉住哪里使得圆环不动？——这里（L 点，B 点对面而不是 C 点对面）。——为什么这里？——因为它拉着这里（C）的 3 个砝码。——和这里（S）的砝码？——没有。——那这里（M）可以吗？——可以。——哪个更正确？——（L）是唯一正确的小洞。——那这样（$C = 4$ 且 $S = 2$）呢？——在同样的位置（M）因为它拉着这里（$C =$ 比 S 点多 2 个砝码）的 2 个砝码，就好像每一侧有 2 个砝码。——那 $C = 5$ 呢？——那里或者那里（M 或 L）因为从那里（C）拉着 3 个砝码，就好像那里有 2 个砝码。" 力的大小问题：分开至 B 和 T 时失败。"就好像一侧有 $2+2 = 4$ 个砝码，另一侧有 4 个砝码。——那（C 和 S）呢？——不，这里（K）拉得更多：它们分开了，就好像没有 4 个砝码在一起。——为什么？——这样砝码这么拉（分开的手势）。——（Q 和 E）？——在（K）再移除一个砝码。" 砝码相对（P 和 F）："这里（K）要全部移除。"

Wid（10；4） 时段Ⅰ，预先测试。力的方向问题：C 点 3 个砝码，S 点 2 个砝码时，立即正确地放在 B 点，L 点反方向，"因为那里（C）有更多砝码。——那如果我在 C 点放更多砝码呢？——更应该在那里（M 和 L 的中间）。——那如果我移除几个砝码呢？——我还是回到那里（L）"。力的大小问题："其他的都分开了，这让砝码分隔开，这样质量更少。——那（Q 和 E）？——这样分开角度更大，使得这里（K）质量更大。"

时段Ⅱ，新的情境。进行多次尝试，预测均正确，除了 $F1$ 与 $F2$ 相对的位置，被试反复尝试，最终移除 $F3$。

时段Ⅲ，事后测试。力的大小问题：砝码分隔的情况立即给出正确答案"因为砝码，那里之前有 6 个（$F1$ 有 3 个，$F2$ 有 3 个），现在它们分开了角度，所以这样重量更少。" 砝码在 P 和 F 相对："现在它们分开到最大的角度。——那么该怎么做？——移除这里（K）的所有砝码，因为它们在彼此相对，这里没有任何作用。——它们分开时，发生了什么？——它们有更小的力。" 力的方向问题，S 点 4 个砝码，C 点 3 个砝码：Wid 立即指出合力在 T，其反作用力在 J。"为什么

不是在 *S*，毕竟那有更多砝码？——不，（*C*）依旧有砝码。”但将 *S* 点砝码增加直到 7 个或者更多时，Wid 为了维持平衡越来越接近 C 点，但始终没有到 I 点（S 点反方向），因此又倒退至阶段Ⅱ的观点，要帮助质量轻的一方从而抵消质量重的一方。

这几个例子具有极高的参考意义。被试 Tut 开始时处于阶段Ⅱ的反应水平，在力的大小与方向问题上最终同时达到了阶段Ⅲ的直觉反应，并且看起来更加巩固，即便他在时段Ⅱ的操作过程中犯了个别错误。然而，在事后测试中，我们发现，他能够隐约觉察到力的方向问题的正确关系，但他的解释仍不足，甚至做出了错误的归纳。可是，在力的大小问题上，他从预先测试起就明白砝码分开角度后力的组合的原因，也没有在小角度(*B* 和 *T*)的情况下犯错。看起来被试 Wid 已经充分达到了阶段Ⅲ水平，尽管他仍有一定的迟疑，因为他（在时段Ⅱ）没有即刻明白 *F*1 与 *F*2 相对（在 *P* 和 *F* 点）时的情况。但是，在事后测试中，在正确回答一系列问题且给出正确的解释后，当我们大幅增加 *F*1 砝码质量时，他倒退回阶段Ⅱ的常见观点——要越来越接近 *F*2，以抵消不断增加的质量差。诚然，我们不能认定是新的情景和被试的主动操作引发了此次倒退，但可以认为，它们不足以巩固一个仍然有些不稳定的情景。

第九章 力的向量合成[①]

问题提出

在关于物理因果性的研究中，这一章我们关注的是儿童对力的合成的认识[②]。我们要研究的是由两个力量所形成的合力的性质。儿童是如何获取该合力的两个属性的：合力大小（强度）及合力方向（相对于分力的方向）？儿童是如何量化该合力的？一方面，为了解儿童完整或直觉的认识方式，我们会采取游戏的形式，以便儿童们能够自主表现；另一方面，在获取合力的过程中，为量化力量，平衡力量以及比较力量，儿童需要进行一些建构，我们对儿童也安排了一些关于这些建构的问题。

但首先要知道的是，儿童是如何理解力量的。以橡皮筋的实验为例，当我们拉长橡皮筋时，我们感受到拉力，但橡皮筋会抵抗这个拉力，由于我们对橡皮筋施加了拉力，橡皮筋因此也得到了一个收缩力。在这一情况下，儿童们如何理解拉力或收缩力所产生的驱动力或释放力呢？

实验假设

比起使用弹簧，儿童对使用橡皮筋更为熟悉。比如，儿童会用橡皮筋制作弹弓，用弹弓将纸团射向距离和方向都确定的目标处，而不是任意地方。诚然，儿童之前并没有学过力的平行四边形法则，但儿童却把它运用到了弹弓游戏中。

我们的实验假设是让儿童通过操作橡皮筋，发现力的特性，使儿童将橡皮筋合成一个真正具有推动作用的合力。

1. 力的大小：我们希望通过比较的方法使儿童发现力的大小，比如对比两个相同橡皮筋在不同拉伸长度下的拉力，或者两个不同的橡皮筋在相同拉伸长度下的拉力。

---

① 万·邦（Vinh-Bang）著。合作者：让－保尔·古斯及皮尔·雅科－纪约莫。

② 在其他研究中，绳子或橡皮筋固定在一根15cm长的木棍上，我们要求儿童拉紧绳子或橡皮筋，使木棍能够在一片40cm的方形区域内，一直处于既定位置。“锚”点的选择以及橡皮筋的数量能够使我们了解当前的力的组合。力的组合产生的平衡使木棍一直处于既定位置。

在观察橡皮筋的阻力时，当我们用手指拉动橡皮筋，我们会感受到一个来自橡皮筋的力，这是橡皮筋在被拉伸时的收缩反应。

2. 两个力的合力：关于合力强度和方向的量化，我们会使构成合力的每个分力都不尽相同（拉伸度和方向方面）。从两个对立力的平衡到再加入两个（拉伸度相同，方向相同的）分力，合力都会有所不同。

3. 对立的力的平衡：驱动力通过发射纸团被具体化。但是，它也可以被阻力，被对立的力具体化。问题又回到了儿童如何平衡出现的力(两个分力与第三个对立的力)以及如何理解它们相互之间的作用上。阻力的释放能够实现投掷运动，通过投掷运动的方向和强度，我们能够确定阻力的大小。

实验方法

材料构成：

一些购于小商品店的双股橡皮筋（环状），橡皮筋的长度、厚度不同。被试选出他们认为“相同”的橡皮筋。

纸团（事实上，纸团会被拉长了的橡皮筋投掷出）。

一块 50cm×50cm 的木板。我们可以在木板上用图钉拉伸橡皮筋并且做些标记(预测及结果)。

一块圆形木板（直径 30cm）。我们可以运用图钉，在木板上把橡皮筋拉伸成穹形。

“穹”被放置在一张 1.6m×0.8m 的桌上。出于实验需要，5 张相同的桌子被并排成一列，组成了一块 1.6m×4m 的平面。

方法 I

A）力的大小（见图 13）

a）用双手食指拉伸一根橡皮筋到不同长度：感受拉伸橡皮筋或使橡皮筋保持一定位置所需要的不同力量。依旧用食指逐渐地将橡皮筋恢复到最初的位置。

b）拉伸不同尺寸的橡皮筋，拉伸方式和过程与 a）相同。

c）用食指拉伸橡皮筋其中一端，橡皮筋另一端用图钉固定在木板上。

d）拉伸橡皮筋，用两个图钉将其固定。

方法 I 中问题的目的是使儿童掌握橡皮筋的性质（拉伸橡皮筋需施加的力，橡皮筋抵抗拉伸的力）；使儿童明白“更大的力”和“更小的力”的含义；以及使儿童了解我们在固定紧绷的橡皮筋时，图钉所起的作用。

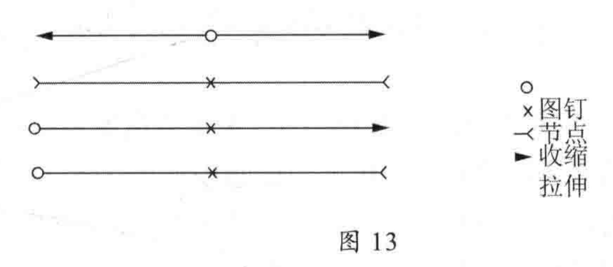


图 13

B）共线组合（见图 14）

a）和方法 I 同样的问题，但是这次会有两根相同、首尾相连的橡皮筋（中间有个节点）。

b）三根相同、首尾相连的橡皮筋（两个节点）。

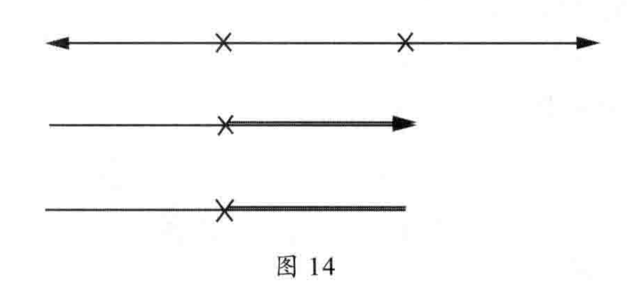


图 14

c）两根厚度不同但长度相同的橡皮筋，首尾相连。

d）三根相同的橡皮筋连在一起，只有中间一个节点（节点两边分别是两根橡皮筋和一根橡皮筋）。

以上问题涉及在橡皮筋上的力的分布（节点可作为参考，也可用于指示力的大小）。

方法Ⅱ

A）“对称”分力（见图 15）

a）弹弓游戏：通过两根相连、被双手绷紧的橡皮筋发射（在牙齿间的）纸团，使之击中目标。

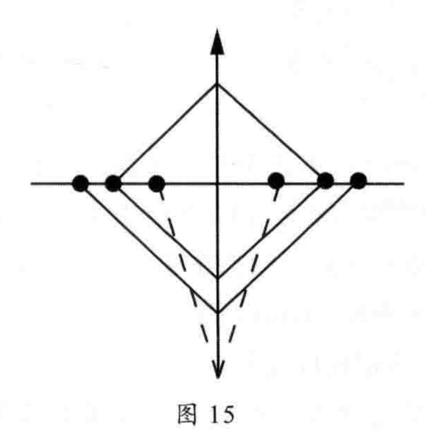


图 15

问题与发射距离有关（改变拉伸橡皮筋的程度，或改变两条橡皮筋之间的角度：使双手靠近或打开）。

b）带装置的弹弓游戏：圆形托盘（见图 16），两根橡皮筋，其中一端首尾相连，另一端固定在位于托盘边缘不同位置的图钉上。纸团位于节点处，并朝向托盘中心。

任务是判断力的强度，驱动力的强度（纸团被发射的距离远近）和力的方向。

参照点位于桌上，用以确定发射的方向和距离。

分力的不同控制，一方面通过在橡皮筋尺寸（相同尺寸、不同尺寸）和数量上的选择来实现，另一方面，也通过角度的不同（图钉的位置）来控制。

这些问题划归在以下方法中：

方法Ⅲ—分力相等但“不对称”。

方法Ⅳ—分力不等但“对称”。

方法Ⅴ—对立力量的平衡。

§1.　主要结论

Ⅰ——拉伸一根或数根橡皮筋：

A）用手指拉伸橡皮筋

阶段Ⅰ（5—6 岁）：儿童通过操作发现，他可以或多或少地拉伸橡皮筋（或者说是拉动，儿童用语），但是他没能预计到橡皮筋会弹回，手一旦松开，橡皮筋便回到最初状态。事实证明，儿童不能对橡皮筋的收缩性作出解释，似乎橡皮筋只有一个特性，就是“能够拉动”。

儿童无法解释反向力量。

阶段Ⅱ（7—8 岁）：儿童已掌握橡皮筋拉伸和收缩的特性。橡皮筋重新变得“正常”（Mon，7；1），“和之前一样”（Mur，6；10），但是儿童无法解释橡皮筋由于被拉伸而产生的反向力量。儿童用手指向橡皮筋施加一个方向向外的力量。儿童随后承认橡皮筋向内拉动了，但他不知道反向作用力其实在他一拉伸橡皮筋时，就产生了。

阶段Ⅲ（从 10—11 岁起）：儿童明白了施加给橡皮筋的作用力以及橡皮筋的反作用力，即橡皮筋自己的力量。儿童能够区分拉动橡皮筋的作用力以及橡皮筋的反作用力，能够感受到橡皮筋的反作用力不是一个阻力，而是一个方向向内的力量。橡皮筋自身拥有方向向内的力量（Pel，11；7），例如，德拉（Dela，11；8）解释道：“橡皮筋自己想要收拢。”即使在静止状态中也是如此，也就是说，当橡皮筋被拉伸时，手指和橡皮筋分别存在一个力量，但这两个力量彼此方向相反。

B）拉伸两根首尾相连的相同橡皮筋

在拉伸橡皮筋时，我们发现儿童很晚（阶段Ⅲ）才能理解反作用力的存在。在

这样的情况下，即使儿童对力量分布的预测是错误的，起标记作用的节点也能使儿童在进行操作后，注意到力量既存在于拉动中，也存在于收缩中。

1.（手指）拉伸橡皮筋的作用力位于橡皮筋两端。或是“因为节点已经在中间了”（You，7；7），或是“因为橡皮筋的尺寸相同”（Sto，8；7），亦或是“（起始）距离相同，橡皮筋也相同”，所有的受试儿童（7 岁以上）通过推理都预测到节点将会在中间，因此以上结果并不能使我们了解儿童对力的分布的认识。

有趣的是：

1）（儿童的）解释集中在拉动橡皮筋的手指的力量上，而不是在橡皮筋自身由于被拉伸而产生的抵抗力上；

2）节点的作用是作为两个力量的出发起始点，其中一个力量向左，另一个向右。

2. 橡皮筋一端（被图钉）固定，（手指）拉伸橡皮筋另一端时的作用力。

阶段Ⅰ（5－6 岁）：解释的不连贯性显示出这种情况并没有被儿童完全掌握。儿童的回答中只说明了自己的作用力，“因为我拉动了（或者您拉动了）”。

阶段Ⅱ（7－9 岁）：力仅存在于拉动中。

（用手指）拉动橡皮筋，橡皮筋所承受的拉动作用力使系在图钉上的橡皮筋被拉长（De，8；2，Gen，9；9），或使橡皮筋保持该拉伸长度。图钉不具有任何力。对儿童而言，图钉“保持不变”甚至“拉动”的作用并不是一种力。力只通过移动体现，或者移动产生力。

阶段Ⅲ A（10－11 岁）：即使手指保持不动（如同图钉），反向力的方向依旧朝内。但两个方向相反力量的平衡并不代表这两个力量大小相同，拉力更大一些，因此儿童会更努力地寻找拉力的位置，拉力要么在（力开始的）中间，要么在（儿童手指拉动的）两端。同样，阻力的位置也被确定。儿童似乎无法想象两个力量同时出现，例如作用力和反作用力同时出现。

阶段Ⅲ B：在明白存在两个方向相反的力量后，儿童理解了力量在两根橡皮筋上的整体均匀分布。例如，Del（11；7）和 Dela（11；8）就忽略了中间节点，并把实际实验情况视为只有一根橡皮筋的情况。

图钉的抵抗作用与手指的拉动作用相似。在两个图钉拉开橡皮筋的情况下，儿童承认两个反向力量在任何时候，在橡皮筋被拉伸的所有情况中都存在。

C）拉伸三根首尾相连的橡皮筋

引入这种情况是为了了解儿童如何看待中间那根既不被手指直接拉动，也没有固定在图钉上的橡皮筋。

我们发现，同一阶段的儿童的行为也相同。当我们用手指拉动橡皮筋两端时，外围的两根橡皮筋会拉动中间的橡皮筋，“这使它更长”（Bau，6;5），这是阶段Ⅰ（5－6 岁）的儿童唯一给出的解释，这个解释只涉及了拉动自身的作用力。在阶段Ⅱ（7－

9 岁)，拉动是儿童唯一理解的力量。拉动的作用力直接体现在节点上："在节点处，拉力更大，因为节点连着（被拉动的）两根橡皮筋"（Deg，8；2)，或者拉力的作用力尤其体现在外围的两根橡皮筋上"两端的拉力更大，中间的拉力只有一点"。

在阶段Ⅲ（10－11 岁)，儿童设法忽略节点，"似乎没有节点"（Del，11；7)，或者把当前情况视为只有一根橡皮筋的情况，这根橡皮筋能"拉动所有地方，因为（它们是）相连的"（Dela，12;1)，拉力在所有地方都是一样的。在两根橡皮筋的情况中，中间的节点要么被儿童忽略，要么被视为两个拉力开始的地方，或被视为一个只有阻力的固定点（如同图钉)。在插入第三根橡皮筋后，儿童更易于将节点的作用与外围的两根橡皮筋的作用进行比较。

D）拉伸两根大小不同的橡皮筋（一根橡皮筋对应另一根更粗的橡皮筋，或一根橡皮筋对应两根橡皮筋—为便于区分，下文中我们称"一根橡皮筋"端为"单根橡皮筋")

我们提出的问题能使我们了解儿童对力量分布情况的认识以及他们对节点发生移动所给出的解释。

直到阶段Ⅱ（7—9 岁)，儿童预测节点将会一直在中间（儿童从最初长度相同的两根橡皮筋中得出的结论，但他们并没考虑橡皮筋厚度上的差异)。在经过观察后，儿童感到很惊讶，他们之前一直认为较细的橡皮筋（因为被拉得更长）比另外两根橡皮筋或比更粗的那根橡皮筋的力量更大。

阶段Ⅲ的儿童正确地预测到了节点会向两根橡皮筋端或者更粗橡皮筋端移动。儿童们对橡皮筋作用以及力量分布的解释使我们对阶段Ⅲ A 和ⅢB 进行了区分。

阶段ⅢA（10－11 岁)：一个值得注意的有趣行为，当我们询问儿童节点两侧的力量分布时，儿童认为两侧的力量不同，一侧力量是主动的，而另一侧力量是被动的。

一些儿童认为，单根橡皮筋端的力量是主动的，并且力量更大，因为单根橡皮筋"被拉伸得更长"或"被绷得更紧"。两根橡皮筋或者较粗橡皮筋端起阻力作用。对于另一些儿童而言，节点两边的作用却正好相反，"因为这边有两根橡皮筋，这边更重""力量更大"，等等。我们可以看出，在面对两个力量时，这个阶段的儿童认为力量较大端的力量是主动的，力量较小端的力量是被动的，似乎力量较小端仅仅只是承受另一端的作用力。另外，一些儿童对将较大力量分配到两端中的哪一端感到犹豫。一个儿童先是回答道，单根橡皮筋的那边被拉伸得更长，力量会更小，但之后他指出（方法I.1）将一根橡皮筋拉得更长需要更多的力量，几乎没被拉伸的粗橡皮筋的力量较小。儿童处于一个矛盾的阶段。

阶段ⅢB：当儿童能够区分橡皮筋所承受的拉伸（可通过观察长度上的较大变化得知）以及橡皮筋对拉伸所产生阻力（橡皮筋自身收缩的力量，不能通过观察长度变化得知）时，便得出了力量平衡的结论。儿童想象力量会抵消，并且会试图借助

节点确定的距离，将一根橡皮筋对应两根橡皮筋时的拉伸情况进行一定程度的量化。

§2. 对称分力

弹弓游戏

儿童根据给定的指令，自己放置纸团并且把纸团射向在墙上的既定目标。儿童自己选择距离（预测驱动力），调整橡皮筋的拉伸程度以及双手间的分开距离（角度）。

弯游戏

与弹弓游戏相反，在“弯”的游戏中，我们限定了实验条件。在实验中，我们使橡皮筋的宽度和长度保持不变，但角度会发生变化（系住橡皮筋的图钉的位置是固定的）。

以下是“弹弓游戏”和“弯游戏”两种情况的结果介绍；在询问时，研究者会根据被试的回答从一种情况转换到另一种情况。

A）弹弓游戏

阶段Ⅰ（5－6岁）：被试对实施的动作进行描述，比如“我看了，瞄准了，拉动了橡皮筋”（Phi，6；4）。

5－6岁的儿童指出了三点。

路线。儿童把路线看作是纸团到目标间的一条直线，并进行实验“我对直瞄准，然后像这样拉动橡皮筋”（路线方向）（Jean，6；7）；“我会对准方向”（Fra，6；5）。

如果射手十分熟练，这些动作能使他成功（即击中目标），但这些动作并不能获得更大的驱动力以及实现基于瞄准线的分力平衡。

对这个阶段的儿童而言，通过双手间距离变化而实现的角度变化，对于改变驱动力或实现基于瞄准线的角度平衡并不十分重要。

被试混淆了瞄准线与视线方向，要么移动头部（纸团由牙齿固定），要么保持头部不动，改变手的方向。

第三点是橡皮筋的拉伸性，它或多或少会产生一些力量。手朝向目标，用力拉动橡皮筋，这也是手的动作。似乎不仅是橡皮筋的拉伸性，手也使纸团射向目标。

阶段Ⅱ（7－9岁）：驱动力仅和橡皮筋的拉伸情况有关，被拉伸得较长的橡皮筋比被拉伸得较短的橡皮筋能将纸团发射得更远。儿童仍然很难解释“拉直”的含义＝儿童即使对手和头进行调整，也不能总是对应橡皮筋以瞄准线为轴线的对称。

角度（即双手间的分开距离）对儿童而言仍然没有作用。

阶段Ⅲ（10岁以上）：根据拉伸对力量强度进行分类。

当角度（即双手间的分开距离）较小时，比起增加驱动力，角度更有助于“射准”（即成功击中）。

由于难以根据角度来控制合力的强度，我们需要使用名为“弩”的装置来界定这个问题。

B）弩的游戏（图 16a）：

发现分力的角度与合力大小间函数变量的量化关系。

阶段Ⅰ（5—6 岁）：应指出的是，儿童认为由于橡皮筋没有被拉动，因此（在托盘中间的）纸团不能被投掷出。我们应顺着轨迹（或驱动力）的方向向前拉动。

当我们投出纸团并向儿童提出驱动力与橡皮筋拉伸之间的关系的问题时，5—6 岁的受试儿童预测，橡皮筋被拉伸得越长，纸团会被投掷得越远。经过几次投掷实验后，儿童承认结果与“更朝前”相反（Phi，6；4）。这些儿童并没有通过角度变化以获得合力变化的想法：他们还不能建立起两者之间的联系。

阶段Ⅱ（7—9 岁）：儿童试图探索橡皮筋分开角度与合力之间的联系，但被一种假设所误导，即“橡皮筋间更大的分开角度能产生更大的力”（驱动力）。某些儿童认为，（当相同的橡皮筋，以相同的方式从中间向托盘边缘拉伸时），橡皮筋间分开距离越大，橡皮筋就会被绷得越紧（被拉伸得越长）。当儿童发现驱动力较小时，便试图把节点（节点上放有纸团）向后拉动（即把中心向后移动）。这样，橡皮筋被进一步拉伸，角度也因此变得更小。之后，我们向儿童提供进行核实的机会，儿童发现纸团在（靠拢并列的）桌子上时，确实被发射得更远。但当我们要求儿童把纸团放到托盘中间时，尽管橡皮筋角度有所变化，儿童却只观察到橡皮筋拉伸程度相同，并得出结论：纸团将会被发射到同样距离处。

阶段Ⅲa（10 岁以上）：儿童逐渐开始发现，角度较小的橡皮筋会有更大的驱动力，“它张开得较小，力量更大”（Gal，10；5）。但这个阶段的儿童首先认为，当橡皮筋合拢时，橡皮筋被绷得更紧：“它向后拉伸”（Jea，11；1）；“（儿童在两对橡皮筋间做比较，其中一对橡皮筋比另一对角度张开得更大）看起来那个被拉得更紧”（Jac，12；10）。之后，儿童认为所有这些橡皮筋的紧绷程度是相同的，但是他无法解释角度扩大是如何改变推力的。当我们以几乎平角的方式摆放橡皮筋时，儿童会发现橡皮筋几乎没有驱动力，但同样也呈紧绷状。

阶段Ⅲb（12 岁以上）：与之前阶段儿童的不同在于，这个阶段的儿童很快就发现橡皮筋都呈紧绷状，于是他们试图从角度方面寻求解释。之后，儿童努力建构合力，似乎合力与由中心（三角形的顶点）以及两个图钉（确定三角形底部）所构成的三角形的高度有关。如果橡皮筋靠得更近，三角形的底部就变得更小，高度会更高：“橡皮筋努力靠近直线，有一条线（儿童想象出的三角形的高线）可以提供力量”（Sté，13；0）。这些儿童也解释了驱动力是由橡皮筋或强或弱的松弛和冲力产生：“它（驱动力）具有更大的冲力；也就是说，橡皮筋间越靠近，纸团将会射得更远”（Ari，12；3）。儿童试图从动力方面和矢量方面来解释合力：“更大的压力”，“更大的冲

力”，“更松弛”；“力量线”，“较长的轨迹（指由两个图钉和托盘中心所构成的三角形的高度）”等，特别是由两根橡皮筋或是由分力所构成的角的等分线的方向。儿童就这样由分力向量的概念建立起了合力向量的概念，合力是各分力向量的组合，而不是单独某个分力自身的驱动力。

§3. 分力“相等”但“不对称”

我们已经注意到了一系列关于合力大小的描述。但关于合力方向的问题应该由另一种实验情景来进行测试。在之前的情况中，两个分力是对称的（强度和方向）。阶段Ⅲ b 的儿童构建的合力要么以等分线，要么以等腰三角形的高线形成对称。这种几何化是一种有趣的抽象思想，但是合力的方向也可能与橡皮筋的布局有关。

在当前的实验中（图 16b、c、d），一边是首尾相连的两根相同橡皮筋，另一边是单根橡皮筋。问题主要涉及方向：纸团会朝哪个方向移动（儿童会在桌上放置一个标记物，似乎它就是我们要用纸团击中的目标）。“不对称”指的是由橡皮筋构成的一个两边长度不同的角的图形。

阶段（5－6 岁）：儿童受橡皮筋不对称的摆放位置影响，预测纸团将不会“直行”（Phi，6；4），但他无法说明纸团将会向左或向右运动。儿童提到了橡皮筋的数量，两个橡皮筋的长度，但没有提到它们的紧绷程度。

阶段Ⅱ（7－9 岁）：这个阶段的儿童想到了橡皮筋的紧绷情况，考虑到“两根橡皮筋这一边更紧绷”（Pas，8；8），因此纸团会朝这个方向运动。

在实验过程中，儿童在发现纸团是笔直向前运动后，便试图从橡皮筋的对称摆放位置或者从纸团的出发位置（被置于托盘中间）中寻求解释，但他们没有再提及橡皮筋的紧绷情况，橡皮筋的紧绷给予了每个分力相同的力量。

阶段Ⅲ（10 岁以上）：儿童在预测合力方向时，提到了数量“因为有两根（橡皮筋）”（Gui，12；6），提到了紧绷程度“因为更紧绷”（Nic，10；3），提到了长度“因为更长并且有两根橡皮筋”（Mar，13；11），但这个阶段的儿童常常在对合力方向的做出错误预测后，在对投掷方向进行观察后，努力找寻一个因果解释。儿童会忽略多的那根橡皮筋的作用，他们似乎并没有把这根橡皮筋考虑在内，然后儿童会赋予另一根橡皮筋收缩的作用（阶段Ⅲa），最后儿童会对为什么节点两侧的紧绷程度相同进行解释（阶段Ⅲb）。

儿童给出的观点是，要么不考虑第三根橡皮筋的作用：“第三根橡皮筋什么都没做”（Ber，11：8），“它们是同样的大小，那里有一个图钉（它似乎在节点的位置），另一根（第三根橡皮筋）没起什么作用（Mic，10；2）；要么认为第三根橡皮筋起收紧的作用“节点在图钉上，（第三根）橡皮筋拉动另一根橡皮筋到达图钉处”（Dan，

13；3)。孩子因此发现合力的方向取决于相等分力的对称性（“同样的紧绷程度”，Ann，11；7)，在这些条件下，合力被理解为橡皮筋所形成的角的对角线，而不是橡皮筋的长度（即橡皮筋每边的长度）。

§4. 分力力量不相等

在这种情况下，分力力量是不相等的：一边有两根橡皮筋，而另外一边只有单根橡皮筋。这些橡皮筋被对称地拉伸（图 16b、c、d)，角度恒定地保持在 120°。这个实验的目的是为了了解儿童如何根据分力而认识合力的方向。这种研究情况与第一节 D 部分所描述的情况同时进行：拉伸两根尺寸大小不一的橡皮筋。但在这里我们要强调的是，我们需要“人为地”让朝向左边的节点保持在平衡位置。

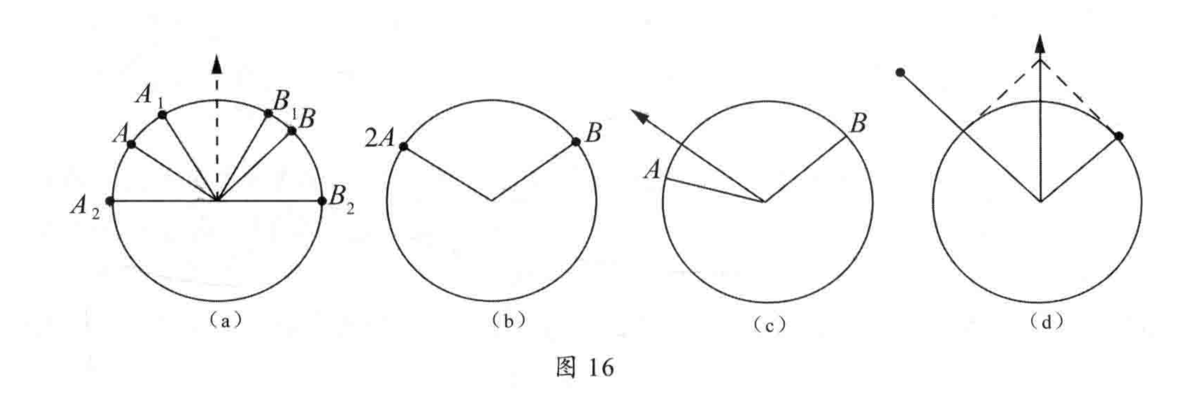


图 16

阶段Ⅰ（5—6 岁)：由于橡皮筋笔直且对称地摆放，儿童预测纸团将会直行。儿童并没有考虑橡皮筋的数量或紧绷程度。在看到发射的实际情况后，儿童借助手势给出了解释，但他们的解释仅和橡皮筋的数量有关，似乎纸团试图从“力量最大”的那一边射出。

阶段Ⅱ（8—9 岁)：与阶段Ⅰ的儿童相比，这个阶段的儿童的进步在于他们会寻找解释来说明纸团将做直线运动，“因为两根橡皮筋拥有与一根橡皮筋同样大小的力量”(Chr，9；0)，“(两根橡皮筋和一根橡皮筋的力量是）一样的”(Kir，9；0)，“因为距离相同”(Nic，10；3)。

在观察的时候，儿童常常给出矛盾的理由：要么是两根橡皮筋有更多的力量将纸团投向另一个方向，要么是“它们产生了更多的力量来推动（纸团)”。这些理由表明，合力并没有被儿童视为一个组合力量，而是被视为一种直接取决于最大投掷或最大驱动力的力量。

阶段Ⅲa（9—10 岁以上)：我们注意到，该阶段的儿童对通过主动的拉力以及另

一个阻止或者承受该拉力的力来预测节点移动，儿童对这种方法（§1D 部分方法）的使用感到犹豫。我们又一次发现了阻碍儿童将合力视为两个力量的组合的阻碍因素。当我们抛出纸团，橡皮筋处于平衡位置时，儿童观察到节点朝两根橡皮筋方向移动，并且儿童对合力方向进行了解释，纸团似乎被拉向力量更大的一边。

阶段Ⅲb（11—12 岁以上）：与之前的儿童不同的是，这个阶段的儿童会同时思考两个力。儿童考虑到了橡皮筋的紧绷程度，预测纸团会被被射向有两根橡皮筋的一边："纸团将会被射向那里（两根橡皮筋端），那里的橡皮筋更紧绷"（Ann，11；7）。这是错的（因为橡皮筋的紧绷程度是相同的），但儿童之后又回到了力的大小的概念上。例如，（Edi，12；1）认为："这边的力量要更大些，纸团会飞到更远一半的距离"，或者"因为这边有更大的力量，纸团会飞到两倍远的距离"（Geo，11；9）。

儿童将两个分力联系起来并试图将它们量化。纸团是通过两个力的组合进行发射的，"因为力量推动纸团，节点通过那里被拉动"（Ren，12；6）。儿童在对分力的大小进行思考。

§5. 反向力量的平衡

到目前为止，合力的大小仍表现为纸团的发射距离。即使在阶段Ⅲ，运用之前的方法（方法Ⅳ），儿童也不能正确理解合力，将合力视为两个力的组合。此外，儿童关于驱动力的理解仍然存在混淆之处，儿童认为驱动力是拉力的释放，而不是橡皮筋收缩力的释放。

在目前呈现的情况（图 17）中，我们提出：

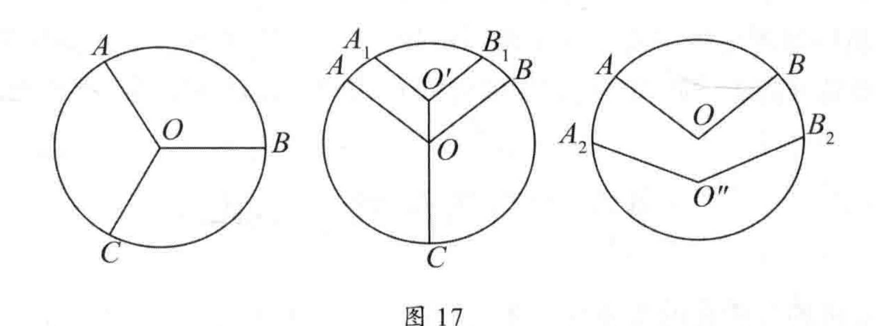


图 17

1. 使位于托盘中心的节点保持平衡（橡皮筋之间的角度为 120°）；

2. 逐渐减小橡皮筋 *A* 和 *B* 所形成的角的角度，使节点向前移动，橡皮筋 *C* 逐渐变得紧绷（直到橡皮筋 *A* 和 *B* 到达极端位置，*A*、*B* 相碰，于是我们又回到了之前提到过的第一节 §1D 部分中的情况）；

3. 逐渐增加橡皮筋 *A* 和 *B* 所形成的角的角度，直到橡皮筋 *A* 和 *B* 位于同一水平

线（或直径）上，节点被逐渐向下拉。橡皮筋 C 变得不那么紧绷。

重要的是要知道儿童如何理解分力间可能的相互作用。一个力作用于另一个力，没有哪一个力是单独存在的。儿童要到哪一个阶段才能明白每组两根橡皮筋间都存在合力，每一个力都需要依靠另一个对立的力才能取得平衡。

阶段Ⅰ（5—6 岁），儿童还不能把橡皮筋节点与托盘中心相对应上，换句话说就是使力平衡。（儿童可以随意地固定图钉位置，只要系在该图钉上的橡皮筋能把节点拉到托盘中心。）

儿童同样也不明白为什么节点可以向前或向后移动。“因为被拉动”，“紧绷”之类的回答也无法给我们带来任何解释。

阶段Ⅱ（7—9 岁），在反复尝试后，儿童试图移动两根橡皮筋中的其中一根，而不是同时移动两根橡皮筋。儿童的回答只是一些局部的发现或描述。And（7；7）在解释为什么实验者可以把装置置于问题 1（节点位于托盘中心）中时，说道：“因为每个橡皮筋都是从中间出发。”在移动节点时，And 无法理解可以通过改变角度使合力增大或减小。

阶段Ⅲ（11 岁以上），儿童对当前力量进行比较后，理解了合力，因为此时他能够区分拉动第三根橡皮筋的两根橡皮筋。那么，力的大小是否仍然与橡皮筋的紧绷程度或者与橡皮筋的数量有关呢：“在 OC 之间力量更大，因为 OC 更紧绷”（Geo，11；9）或“在 AOB 之间力量更大，因为这是两根橡皮筋”（Ari，12；3）。当我们移动 A、B 两根橡皮筋，比如使两根橡皮筋更靠近时，儿童能够到预测节点的移动。Ann（11；7）说：“这里（AOB）会更短，因为这里有两根橡皮筋，力量更大”，但她没有区分以下两种情况：当我们使节点位于托盘中心时，AOB 之间的力会更大；而在力平衡的状态下（节点被向前拉动），AOB 之间的力也会更大。一些处于这个阶段儿童能够理解这种对立力的平衡，例如：“橡皮筋 A 和 B 可以像他们希望（也如同我们希望）的那样移动，而这根橡皮筋 C 将会一直产生阻力，直到力量相等。”

§6.　结果说明及结论

我们提出的多样化的实验情况使我们能够发现被试关于力的构成的推理是否存在某种一致性。为从实验初期就确保这点，我们想要了解儿童如何看待橡皮筋中的力。这个力首先来自于被试自身的作用力，拉动的作用力。作用力确定了这个力的方向。之后，橡皮筋收缩的属性被认为是橡皮筋自身的属性。由于拉力和收缩产生的对抗力方向相反：被试会感受到这个力如同一个阻力，并认为这个力是一个方向相反的力。儿童要在 10 岁以后，到达阶段Ⅲ后，才会考虑两个力的同时性。这就是为什么在这个年纪之前，例如，图钉的作用被被试认为是“被动的”。图钉固定橡皮筋，没有任

何力朝向图钉。在阶段Ⅲ B（11－12 岁）中，拉动和保持橡皮筋的手指也被儿童视为图钉。

在力分布方面，儿童首先会考虑力的定位，力在手指拉动橡皮筋的地方，和两个手指拉动橡皮筋的情况一样，橡皮筋被分成两个部分，每个部分都有一个方向向外的力。当橡皮筋被固定到图钉上时，只存在一个从图钉到进行拉动的手指的拉力。

在橡皮筋首尾相连的情况中，橡皮筋拉伸的长短表明力的大小。拉动的作用力会影响儿童对力分布的看法。直到阶段Ⅱ（7－9 岁），儿童认为外面的橡皮筋的拉力更大，被拉伸得更长。从阶段Ⅲ开始，儿童会忽略节点，并将橡皮筋视为一个力量分布均匀的整体，不仅有拉力分布，还有由收缩所产生的对立力的分布。

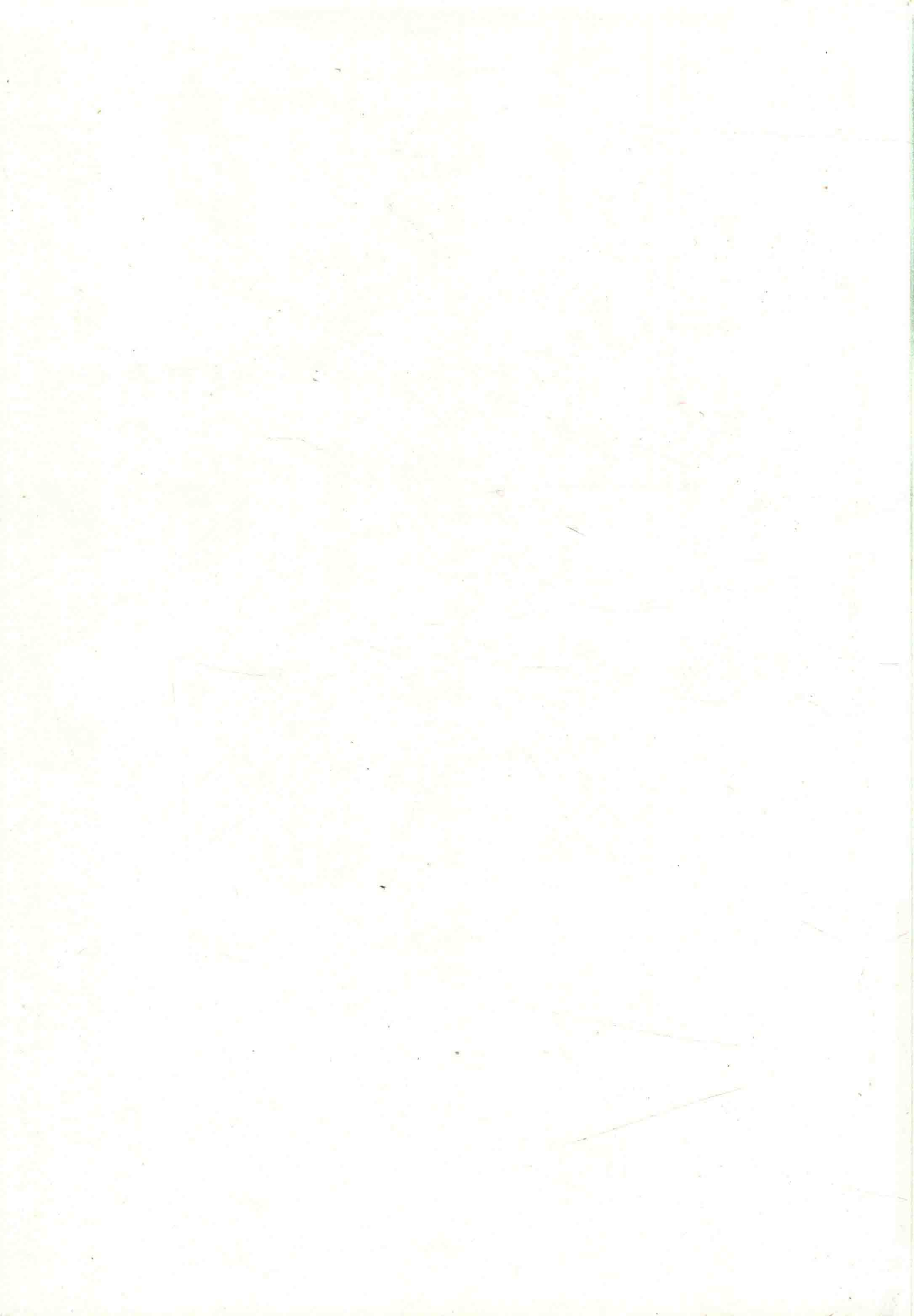
到目前为止，在所有情况中，我们的设置都是对称的，也就是说橡皮筋的尺寸大小是相同的。当我们引入一定的不对称性（橡皮筋的尺寸大小或数量不相同）后，即使阶段ⅢA 的儿童也有所倒退。这个阶段的儿童仍然会区分拉力产生的主动力与抵抗拉力的被动力。这样的区分增加了儿童认识合力的困难，合力并不是两个力的对立而是两个力的组合。这是我们接下来会看到的。

（由于观察到了节点的移动），在阶段ⅢB，从 12 岁起，儿童开始尝试量化出现的力。量化使儿童能够了解力的大小。儿童认为存在一个根据拉伸长度进行变化的潜在力。

在对合力的研究中，我们感兴趣的是以下两个特征：力大小及方向。

在进行弹弓游戏时，阶段Ⅰ的儿童（5－6 岁）已经知道如何操纵弹弓了。发射与拉动橡皮筋的动作有关，似乎橡皮筋已失去自身属性。从 7 岁开始，儿童就想到如果要投掷得更远，就要更多地拉动橡皮筋。但是孩子不知道角度的变化会导致合力大小的改变。只有阶段Ⅲ的儿童（10 岁以上），在操作了被称为的“弩”装置后才得出以上发现。有关驱动力与橡皮筋拉伸的困惑一直持续到这一阶段。因为当角度变化时，驱动力也会增加，因此儿童得出结论，当橡皮筋相互之间更靠近时，橡皮筋被拉伸得更长。这个阶段的儿童注意到，橡皮筋的力量实际上变得更大了，但是由于他们不明白合力是由两个力组合而成，合力的方向是分力的两个方向的中间状态，因此儿童无法对此给出解释。这样的矢量组合并不是已知的结果，而是一次建构。弹弓游戏使我们看到，孩子能够对拉动，抛出物体的动作进行全面考虑。分析每个动作涉及对每个变量进校分解，重建和量化：这种推理意味着组合逻辑。

在对称的情况中，阶段Ⅲ的儿童建立了力的大小与角度变化之间的联系。与之相反的是，由于合力大小变化也介入其中（橡皮筋的尺寸大小和数量），因此合力的方向问题很久过后才被儿童解决。理解与合力相等的对立力，是理解合力的前提。由手指、图钉（方法Ⅳ）或是橡皮筋（方法Ⅴ）产生的对立力被释放后，纸团随即被发射。



[General Information]
涔﹀悕=鐨　簹鳅版杓闆?绗　叓鍗?鏁般　佸彔鏋滄　ц寖鐣村強鏃堕棿涓庡煄浜浜澤
鍚嗘　蹇电殑涓d紶鐜戠敓　涓?
椤垫暟=831
SS鍙?14954925